Universität Augsburg
Mathematisch- Naturwissenschaftliche Fakultät
Lehrstuhl Didaktik der Mathematik

Dozentin: Frau Dr. Renate Motzer

Schätzen und Überschlagen im Mathematikunterricht der Grundschule

Schriftliche Hausarbeit
zur Ersten Staatsprüfung für das
Lehramt an Grundschulen in Bayern

Verfasserin: Yvonne Asam
y.asam@gmx.de

Abgabetermin: 15.02.2008
Prüfungstermin: Herbst 2008

Gliederung:

I Einleitung

„In nichts zeigt sich der Mangel an mathematischer Bildung mehr, als in einer übertrieben genauen Rechnung." (*Carl Friedrich Gauß*)[1]

Während meiner Recherchen für diese Arbeit stieß ich auf folgenden Forumsbeitrag eines entrüsteten Vaters:

Abb. 1

„Ein Beweis dafür, warum unsere Schulen so schlecht sind:
Meine Tochter, 3.Klasse kam heute mit ihrem Mathetest nach Hause den sie gestern geschrieben hatte. (…) Eine andere Aufgabe, die mich viel mehr aufregt ist aber diese, wie auf dem Bild zu sehen. Was bitteschön haben 8-9 jährige an einer Grundschule mit den Gewichten von Lebensmitteln zu tun, in der Regel gehen sie noch nicht einkaufen. Auch wenn in diesem Fall nur eine Aufgabe verkehrt war, so haben doch mehr als 80% der Schüler in der Klasse diese Aufgabe verkehrt. Auch mit Mathe oder den Grundrechenarten hat das überhaupt nichts zu tun, eher was mit schätzen. (…)
Seit wann hat Mathematik was mit schätzen zu tun, da gibt es nur Gesetzmäßigkeiten, richtig oder falsch. Das gehört wohl eher in den Sachunterricht."[2]

Diese Meinung spiegelt nicht etwa eine Minderheit wieder, sondern ist das weit verbreitete Verständnis von Mathematik.
Die Einstellung, dass man mit Mathematik immer exakte Werte verbindet, macht selbst vor Politik, Wirtschaft und Medien nicht Halt. So begegnen einem hier oft Zahlen, die Genauigkeiten vortäuschen, die in diesen Größenordungen unsinnig oder sogar gar nicht ermittelbar sind. Zum Beispiel aß laut einer Zeitungsmeldung jeder Bundesbürger 1983 durchschnittlich 272 Eier. Hinterfragt man diesen scheinbar exakten Wert, so stellt man fest, dass dieser errechnet wurde aus Anzahl der Produktion dividiert durch die Einwohnerzahl Deutschlands.

[1] Siehe http://www.lüge.de/index.php?s=zitate&seite=4 (10.12.2007)
[2] Siehe http://blogtxt.de/archives/2724-Grundschule-in-Niedersachsen,-au-weia.html (10.12.2007)

Völlig unbeachtet bleiben bei dieser Aufstellung also die Eier, die gar nicht gegessen wurden, zum Beispiel aufgrund von Bruch oder Verderb.

Auch wenn dieser Wert auf unsinnige Weise genau ist, weckt er dennoch ein gewisses Vertrauen: Je genauer die Zahlen, desto präziser war wohl scheinbar die zugrunde liegende Untersuchung. Nicht bedacht wird hier also einfach die unzulässige Genauigkeit des Ergebnisses.[3]

Das hier eigentlich zugrunde liegende Problem ist, dass sehr viele Menschen keine Vorstellung von großen Zahlen besitzen und sich im Zusammenhang damit auch keinerlei Gedanken über eine sinnvolle Genauigkeit der Angaben in diesen Größenordungen machen.
Hofstadter bezeichnet dieses weit verbreitete Phänomen als mathematisches Analphabetentum, das nicht nur kein Zahlengefühl beinhaltet, sondern gleichzeitig auch die fehlende Vorstellung über Größen. Als schockierendes Beispiel berichtet er von folgendem Vorfall:
Während einer seiner Vorträge vor Physikstudenten ließ er die Anwesenden die Höhe des Empire State Buildings (ca. 400 Meter) schätzen. Die Ergebnisse lagen zwischen 15 Meter und 1,6 Kilometern. Letztere Angabe hatte der Student übrigens überschlagen aus:

15 Meter	•	100	+	100 Meter
(geschätzte Höhe für ein Stockwerk)		(geschätzte Etagenanzahl)		(Fernsehantenne)

Hier wird schnell klar, dass es gravierend an Größenvorstellungen und realistischen Einschätzungen mangelt.[4]

Da aber Zahlen und Größen in unserer heutigen Gesellschaft einen so wichtigen Stellenwert eingenommen haben und wir tagtäglich von solchen Angaben überflutet werden, halte ich es für äußerst wichtig, dieser offensichtlichen „Zahlenblindheit“ entgegenzuwirken und zwar ab dem Zeitpunkt, wo sich Menschen zum ersten mal mit Zahlen und Größen tiefergehend beschäftigt, also in der Grundschule.
Als zentrale Punkte möchte ich hier zusammengefasst folgende nennen:

- Vorstellungen von Zahlen und Größen entwickeln und diese einschätzen können
- Entwicklung eines ausgewogenen Bildes von Mathematik
- Sinnvoller Umgang mit großen Zahlen
- Kritischer Umgang mit Angaben aus den Medien

In diesem Zusammenhang ist das Schätzen und Überschlagen von Zahlen wie auch Größen von großer Bedeutung.

---
[3] Vgl. http://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/material/schornstein.html (8.12.2007)
[4] Vgl. Paulos, John Allen (1990): Zahlenblind- Mathematisches Analphabetentum und seine Konsequenzen, S. 11f

II Theorie

Was versteht man unter ‚Schätzen', was unter ‚Überschlagen'?
Bei vielen Autoren werden diese beiden Begriffe nicht unterschieden, da sie sich in ihrer Bedeutung teilweise überschneiden.
So benötige ich für Schätzaufgaben oft Überschläge, andererseits verlangen komplexere Überschlagsaufgaben häufig vorhergehende Schätzungen von mir.

Dennoch möchte ich versuchen, kurz getrennt auf beide Begriffe einzugehen, wobei sich aus oben genannten Gründen hier Überschneidungen nicht komplett vermeiden lassen.

1. Begriffsklärung: Was ist schätzen, was ist überschlagen?

1.1 Was ist Schätzen?

Marianne Franke definiert Schätzen als „das Ermitteln einer ungefähren Größenangabe durch gedankliches Vergleichen mit eingeprägten Repräsentanten"[5], es hat folglich nichts mit blindem Raten zu tun.

In ihrem Kapitel darüber bezieht sie sich hauptsächlich auf das Schätzen von Größen, wie etwa Längen oder Zeitspannen.
Abgesehen davon können aber auch Zahlen beziehungsweise Anzahlen von Objekten einer Menge geschätzt werden.

Nach Winter steht Schätzen in engem Zusammenhang mit dem Lösen von Problemen, einem Gefühl für Zahlen, schnellem Anwendung von Wissen und Können und bereits vorhandenen Größenvorstellungen.[6] Diese benötigten Voraussetzungen machen deutlich, dass Schätzen nicht mit Raten gleichzusetzen ist und es einen langen Prozess benötigt, um in möglichst vielen Situationen gute Schätzungen abgeben zu können.

[5] Siehe Franke, Marianne (2003): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, S. 254
[6] Vgl. http://modelle.bildung.hessen.de/sinus/nov06/mate/Zitate-Folien_Sachrechnen.doc (10.12.2007)

1.2 Einteilung von Schätzaufgaben:

Franke unterscheidet einfache und komplexe Schätzaufgaben[7]:

- Erstgenannte sind Aufgaben, die man durch gedankliches Vergleichen von bekannten mit unbekannten Größen löst, zum Beispiel: *Wie lange ist dieser Holzstab?*
  Die Kinder vergleichen den ihnen gezeigten Holzstab mit beispielsweise der Breite der Tür, von der sie aus vorhergehenden Unterrichtsstunden wissen, dass sie ein Meter beträgt, somit ist der etwa gleichlange Holzstab auch einen Meter lang.

- Bei so genannten komplexen Schätzaufgaben muss hingegen mit geschätzten Zwischenergebnissen weitergerechnet werden, wobei unter anderem auf eigene Erfahrungen zurückgegriffen werden muss und Durchschnittswerte zu ermitteln sind. Meist tauchen solche Fragestellungen in Form von Sachaufgaben auf.
  Zum Beispiel: *Auf der A1 staut sich der Verkehr zwischen Münster-Nord und Greven wegen Bauarbeiten auf einer Länge von 3 km. Wie viele Fahrzeuge stehen im Stau?*

  Dieses Beispiel stammt aus einem Unterrichtsversuch von Peter- Koop in einer vierten Klasse. Um die Aufgabe bearbeiten zu können, mussten die Kinder zunächst einmal die Länge eines durchschnittlichen Fahrzeugs ermitteln. Auch eigene Erfahrungen mussten mit eingebracht werden zum Beispiel:

  - Eine Autobahn ist mindestens zweispurig.
  - Die Autos stehen mit einem gewissen Abstand zueinander.
  - Es gibt nicht nur Pkws sondern auch Lkws auf der Autobahn, die wesentlich länger sind als ein Pkw.

  usw.

  Hier spielt bereits das Überschlagen eine wichtige Rolle, wenn es darum geht, die geschätzten oder gemessenen Werte nun in einer sinnvollen Rechnung miteinander zu verbinden.

[7] Vgl. Franke, Marianne (2003): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule, S. 257

1.3 Was ist Überschlagen?

Beim Überschlag geht es nach Oehl darum, „Zahlen, die normalerweise für das Kopfrechnen nicht mehr in Frage kommen, so zu vereinfachen, dass die verlangte Operation schnell im Kopf ausgeführt werden kann".[8]

Insgesamt wird schnell klar, dass das Runden eine wichtige Rolle beim überschlagenden Rechnen spielt. Allerdings wird hier oftmals nicht nach den eigentlichen Regeln des Runden vorgegangen, also abrunden bei 1-4, aufrunden bei 5-9, sondern der Situation angepasst.[9]

Beispiel: *52340 : 6*

Um das Ergebnis im Kopf überschlagen zu können, kann man beispielsweise auf Tausender runden. Würde man streng die Runderegeln befolgen, wäre nun 52000 : 6 zu berechnen, beim schnellen Überschlag würde man aber wohl eher die Berechnung 54000 : 6 bevorzugen, da 54 ein Vielfaches von 6 ist, folglich die Aufgabe ohne größere Probleme im Kopf gelöst werden kann.

Es werden im Wesentlichen drei Überschlagstrategien unterschieden:

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Zahlenzauber, Bd. 3 (2002): Mathematik für die Grundschule (Ausgabe Bayern)
Hrsg. von Wolfgang Gierlinger, Bettina Betz, Ruth Dolenc, Petra Ihn- Huber, Susanne Lehner
München, Oldenbourg- Verlag
S. 86, Aufgabe 1 und 2

aus: *Zahlenzauber 3*[10]

[8] Siehe Blankenagel, Jürgen (1983): Schätzen, Überschlagen, Runden, S.280
[9] Vgl. ebd. S. 283
[10] Zahlenzauber, Bd. 3 (2002): Mathematik für die Grundschule (Ausgabe Bayern), S. 86

1. alle Zahlen abrunden: 300 + 200 + 100 = 600 (Mädchen)
2. alle Zahlen aufrunden: 400 + 300 + 200 = 900 (Junge rechts)
3. manche Zahlen auf-, andere abrunden: 400 + 200 + 200 = 800 (Junge in der Mitte)
   Diese Strategie wird auch als ausgleichendes Runden bezeichnet.

Vereinzelt findet man in der Literatur noch eine vierte Möglichkeit: Man vermischt exakte und gerundete Zahlen[11], hier also zum Beispiel 300 + 200 + 194 = 694
Diese Methode finde ich allerdings nur beim Multiplizieren und Dividieren sinnvoll
($14 \bullet 9 \approx 14 \bullet 10 = 140$), nicht aber beim Addieren oder Subtrahieren, da hier meines Erachtens nach im Ergebnis eine Genauigkeit vorgetäuscht wird, die in Wirklichkeit nicht vorhanden ist.

Blankenagel führt zwei Ziele des Überschlagens an:
Zum einen sollen die Zahlen durch Runden so verändert werden, dass mit ihnen im Kopf gut gerechnet werden kann, zum anderen aber soll das Ergebnis möglichst nahe am tatsächlichen Wert liegen.[12] Das heißt Endziel sollte es sein, dass die Kinder auch ausgleichend runden und überschlagen, um zwar eine einfache Rechnung zu haben, gleichzeitig aber ein relativ genaues Ergebnis.

Insgesamt sollte sich bei jedem Überschlag gleichzeitig auch die Frage nach der gewünschten oder benötigten Genauigkeit gestellt werden.

[11] Vgl. Zahlenreise, Bd. 3 (2001): Handreichung S. 75
[12] Vgl. Blankenagel, Jürgen (1983): Schätzen, Überschlagen, Runden, S.319

1.4 Einteilung von Überschlagsaufgaben

Analog zur Einteilung von Schätzaufgaben lassen sich auch Überschläge unterscheiden nach einfachen und komplexen Aufgaben.

- o Unter einfachen Überschlagsrechnungen versteht man Aufgaben, bei denen Zahlen und die durchzuführende Rechenoperation bereits gegeben sind, durch geschicktes Runden der Angaben wird dann ein Überschlagsergebnis ermittelt.
  Zum Beispiel: *212 + 695* *Überschlag: 200 + 700 = 900*
  In der Grundschule werden solche Überschläge häufig als Probe für eine bereits exakt berechnete Aufgabe verwendet.

- o Komplexere Überschlagsaufgaben lassen sich quasi mit komplexen Schätzaufgaben gleichsetzen:
  Bei solchen Aufgaben ist das Schätzen von zum Beispiel Einzelangaben ebenso wichtig wie das Zerlegen des Problems in relativ schnell lösbare Teilprobleme, deren Ergebnisse dann durch Überschlag miteinander verrechnet werden.[13]

Wie bereits erwähnt werden in der Literatur Schätzen und Überschlagen oftmals nicht getrennt, so findet man häufig den Begriff „schätzendes Rechnen“ anstatt Überschlag.
Peter-Koop ordnet dem Schätzen das Überschlagen sogar unter und fasst im Begriff ‚Schätzen’ das Schätzen und Überschlagen von

- Rechenergebnissen,
- Größen wie Längen oder Gewichte und
- von der Objektanzahl einer Menge

zusammen.[14]

[13] Vgl. Bönig, Dagmar (2001): „Das Ungefähr der richtigen Antwort“, S. 44
[14] Vgl. Peter- Koop, Andrea (1999): „Das sind so ungefähr 30 000“, S13f

2. Hintergründe aus der Gehirnforschung

Dehaene und Spelke fanden innerhalb ihrer neuropsychologischen Untersuchungen heraus, dass das Schätzen ganz andere Areale im Gehirn beansprucht, als wie sie beim Durchführen genauer Rechnungen benötig werden. Bei exakten Berechnungen wiesen die Gehirnströme der Probanden rege Aktivitäten im linken Stirnlappen auf, im Übrigen die gleiche Stelle, in der wir Verben oder auch Zahlennamen verarbeiten, somit ist genaues Rechnen eng mit Sprache verbunden.
Wurden hingegen nur grobe Größenordnungen einer Lösung verlangt, so wurden vor allem jene Bereiche in beiden Hirnhälften aktiviert, die wir auch für räumliche Problemstellungen nutzen und die für Finger- und Augenbewegungen zuständig sind. Somit bilden diese Areale quasi den Ort für den menschlichen, nicht- sprachlichen Zahlensinn. Dies ist auch der Grund dafür, warum sechs Monate alte Babys zur Feststellung veränderter Objektanzahlen stets die Hände benutzen. Schon in diesem Alter ist also bereits ein Zahlensinn vorhanden. Erst später, durch das Erlernen von Sprache, entwickelt sich das Areal für exakte Berechungen heraus.

Dehaene und Spelke kamen so zu dem Schluss, dass nur ein Zusammenspiel der beiden unterschiedlichen Gehirnregionen das Rechnen ermöglicht.
Weiterhin kritisieren sie, dass durch das in der Schule oft praktizierte, reine Üben exakter Berechungen die Entwicklung des Zahlensinns vernachlässigt wird und sich auf diesem Wege nicht oder nur wenig ausbildet. [15]

Diese Erkenntnisse erklären auch, warum gute Rechner nicht automatisch gute Schätzer sein müssen. Es ist sogar oftmals zu beobachten, dass Kinder, die exakte Rechnungen schnell und sicher durchführen können, Schwierigkeiten im Überschlägen oder Schätzungen haben. Abgesehen davon, dass hier jeweils ganz andere Hirnbereiche benötigt werden, widersprechen diese groben Berechnungen auch häufig noch ihrer Idee von der immer exakt arbeitenden Mathematik.[16]

[15] Vgl. http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/GEDAECHTNIS/Gedaechtnisstudien.shtml (10.12.2007)
[16] Vgl. Peter- Koop, Andrea (1999): „Das sind so ungefähr 30 000“, S. 15

3. Aufgabe und Stellung von Schätzen und Überschlagen im Mathematikunterricht

3.1 Lehrplanbezug

Im Lehrplan für die Grundschule an bayrischen Schulen wird das Schätzen bereits in der ersten Klasse explizit erwähnt. Hier sollen bei dem Erfassen von Zahlen bis 20 zum Beispiel Anzahlen geschätzt werden.[17] Im Zusammenhang mit dem Bestimmen, Strukturieren und Vergleichen von Geldwerten können Preise abgeschätzt werden.[18]
Im Bereich sachbezogene Mathematik der zweiten Jahrgangstufe sollen die Kinder klare Vorstellungen von verschiedenen Zeitdauern oder Längeneinheiten entwickeln, die sie als Grundlage für das Schätzen von Zeitspannen und Längen benötigen.[19]
Erst ab der dritten Klasse kommt der Überschlag mit ins Spiel. Die Schüler kommen mit gerundeten Zahlen in Berührung und sollen diese in ihrer Umwelt wahrnehmen, zum Beispiel aus Tageszeitungen oder bei Entfernungsangaben.[20] Sobald der Zahlenraum auf 1 000 erweitert wurde, sollen Rechenergebnisse durch Überschlagsrechnungen abgeschätzt und überprüft werden.[21]
Neben dem Schätzen von verschiedenen Größen wird es nun im Bereich der sachbezogenen Mathematik auch wichtig, dass Kinder sich Informationen selbst besorgen, sei es durch entnehmen von Daten und Angaben aus Diagrammen oder Tabellen, aber auch durch Schätzen.[22]
Beim Bearbeiten von Sachaufgaben können Überschläge entweder als erste Abschätzungen vor der Berechnung des exakten Ergebnisses stehen, oder aber hinten angestellt als Probe dienen.

Insgesamt lässt sich aber sagen, dass dem Schätzen und Überschlagen noch keine sehr große Bedeutung innerhalb des Lehrplans zugemessen wird obwohl im Fachprofil deutlich darauf hingewiesen wird, dass Mathematik in der Grundschule „für die tägliche Lebensbewältigung notwendig und hilfreich“[23] sein soll.

[17] Vgl. Lehrplan für die Grundschulen in Bayern S. 92
[18] Vgl. ebd. S 96
[19] Vgl. ebd. S. 101
[20] Vgl. ebd. S. 186
[21] Vgl. ebd. S. 187
[22] Vgl. ebd. S. 188
[23] Siehe ebd. S. 31

3.2 Bildungsstandards

Die Bildungsstandards der Kultusministerkonferenz gehen auf die Alltagsbezogenheit von Mathematik genauer ein und fordern, dass „das Mathematiklernen in der Grundschule (…) nicht auf die Aneignung von Kenntnissen und Fertigkeiten reduziert werden darf. Das Ziel ist die Entwicklung eines gesicherten Verständnisses mathematischer Inhalte“.[24] Für das Schätzen und Überschlagen heißt dies konkret, dass es nicht darum gehen kann, feste Regeln einzuführen, nach denen Aufgaben gelöst werden sollen, sondern den Kindern stets der Sinn, der hinter einer Methode steckt, klar bleiben muss.

Expliziter Bezug zum Schätzen und Überschlagen wird erst bei der Aufzählung von Standards für die so genannten inhaltsbezogenen mathematischen Kompetenzen hergestellt:

Am Ende der 4. Klasse sollen Kinder zum Beispiel bei Sachaufgaben entscheiden, ob diese durch einen Überschlag ausreichend beantwortet werden können, oder ob eine exakte Rechnung nötig ist.

Im Bereich ‚Größen und Messen' geht es darum, geeignete Repräsentanten für die Standardeinheiten zu kennen und diese beim Messen, Schätzen und Vergleichen von Größen anzuwenden.[25]

In den Anmerkungen des ISB zu den Bildungsstandards wird bereits bemängelt, dass Schätzen sowie Überschlagen zwar im Lehrplan erwähnt werden, meist aber nur als am Rande stehende Anknüpfungspunkte ohne wirkliche, eigenständige Bedeutung.[26]

[24] Siehe Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich vom 15.10.2004, S. 6
[25] Vgl. ebd. S. 6-11
[26] Vgl. KMK- Bildungsstandards- Konsequenzen für die Arbeit an bayrischen Schulen vom 1.2.2005, S. 55ff

3.3 Ziele

Die wichtigsten Ziele, die man im Unterricht mit dem Schätzen und Überschlagen verfolgt, lassen sich unter drei Stichpunkten zusammenfassen: Zahlengefühl entwickeln, Aufbau von Stützvorstellungen wichtiger Größen und ein ausgewogenes Bild von Mathematik vermitteln.

Zahlengefühl entwickeln:

Im täglichen Leben begegnen uns überall Zahlen, sei es in Wirtschaft, Politik oder in den Medien. Meist handelt es sich hier um sehr große Zahlen:[27]
1,4 Millionen Euro Schaden entstanden bei einem Brand,
3 400 Arbeitsplätze werden abgebaut,
in Neu Delphi leben etwa 10 000 wilde Affen,
40 000 Tonnen Kies, die aus der Donau gebaggert werden sollen,
um nur ein paar Beispiele aus einer Tageszeitung zu nennen.

Solche Angaben werden täglich unkritisch betrachtet und nur selten hinterfragt.
Da aber in unserer heutigen Zeit Zahlen eine solch wichtige Bedeutung erlangt haben, sollte sich eigentlich jeder diese veranschaulichen und möglicherweise auf Plausibilität überprüfen können.
Eine Veranschaulichung kann zum Beispiel durch „Umrechnung" in für ihn bekannte Größen sein:
3 400 Menschen die arbeitslos werden (unbekannte Größe), das sind ungefähr doppelt so viele Leute wie die Gemeinde Schiltberg Einwohner hat (bekannte Größe, die man sich einfacher vorstellen kann, wenn man in dieser Gemeinde wohnt).

Für die hierfür benötigte Kompetenz gibt es im Deutschen unterschiedliche Bezeichnungen wie zum Beispiel Zahlvorstellung, Zahlensinn oder Zahlgefühl, die aber im Grunde alle das gleiche beschreiben.
Greeno weißt dem Begriff des Zahlensinns die für ihn wesentlichen Teilaspekte Kopfrechnen, Überschlagen und das Einschätzen und Überprüfen von Größen und Maßzahlen zu. Somit ergibt sich die Entwicklung aus einem wechselseitigen Zusammenspiel beider Seiten: Zum einen ist ein guter Zahlensinn eine wesentliche Voraussetzung für realistische Schätzungen, andererseits trägt gerade das Schätzen und Überschlagen zum Aufbau besserer Zahlvorstellungen bei.[28]

[27] Beispiele aus einer Tageszeitung
[28] Vgl. Bönig, Dagmar (2001): „Das Ungefähr der richtigen Antwort" S. 44

Für die Ausbildung eines gesicherten Zahlbegriffs werden ab dem 1. Schuljahr zwei grundlegende Handlungen eingeübt:

1. den Zahldarstellungsakt: Eine Zahl wird vorgegeben, zu dieser wird nun die entsprechende Anzahl an Dingen bereitgelegt, z.B.: „Lege fünf Mugelsteine.“

und

2. den Zahlauffassungsakt: Die Anzahl einer vorgelegten Menge an Gegenständen soll bestimmt werden, z.B.: „Wie viele Stifte liegen auf dem Tisch?“

In dem für die 1. Klasse bestimmten Zahlenraum bis 20 ist dies gut machbar, für die Erweiterung des Zahlenraums auf 100 im 2. Schuljahr helfen zum Beispiel Punktefelder, um den Zusammenhang zwischen Zahl und Menge weiterhin aufrecht zu erhalten.
Diese Möglichkeiten der konkreten Veranschaulichung werden aber nun ab der 3. Klasse schwieriger.[29]
Dennoch soll es weiterhin Ziel des Mathematikunterrichts sein, auch Zahlen bis 1000 (und darüber hinaus) beidseitig zu erfassen, also sowohl durch den Zahldarstellungs- als auch durch den Zahlauffassungsakt.

Auch wenn es in diesen Dimensionen nun sicher nicht mehr hauptsächlich um die exakte Anzahlbestimmung gehen kann, so soll es den Kindern dennoch gelingen, grobe Größenvorstellungen solcher Zahlen zu entwickeln und diese anzuwenden. Sie sollen nicht nur rechnerisch die Differenz zwischen 300 und 600 ermitteln können, sondern ihnen muss auch dieser Unterschied bewusst sein, denn oft ist in den Köpfen der Schüler alles über 100 einfach nur „sehr viel“.

<u>Größenvorstellungen aufbauen:</u>

Zum anderen geht es natürlich vor allem beim Schätzen und Überschlagen von Größen auch um das Aufbauen so genannter Stützvorstellungen. Darunter versteht Peter-Koop den „Erwerb von realistischen, alltagstauglichen Grundvorstellungen zu Größen und Größenbegriffen“.[30]
Untersuchungen haben gezeigt, dass Kinder zwar mit Größen rechnen können, oft aber über unzureichende Vorstellungen verfügen, um zu verstehen, was hinter all diesen Zahlen und Symbolen steckt.[31]
Beispiel: 1 km hat 1 000 m, das hat jedes Kind im Laufe des dritten Schuljahres bereits gelernt und wendet es in vielfacher Weise beim Umrechnen an. Was bedeutet das aber konkret für

[29] Besuden, Heinrich (1986): Handbuch für Grundschullehrer, Kapitel 13 S.1f
[30] Siehe Peter- Koop, Andrea (2001): Authentische Zugänge zum Umgang mit Größen, S. 10
[31] Vgl. Grund, Karl- Heinz (1992): Größenvorstellungen, S. 42

mich, wenn ein Freund, den ich besuchen möchte, einen Kilometer entfernt wohnt? 1 km, das sind ungefähr 3 000 Kinderschritte, soll ich also zu Fuß gehen oder doch besser das Fahrrad nehmen, oder muss mich sogar meine Mutter mit dem Auto dort hinbringen?
Wie lange brauche ich wohl wenn ich mit dem Fahrrad zu ihm fahre? o. ä.
Im Unterricht kommen diese Aspekte oft zu kurz: Man rechnet mit Größen, macht sich aber häufig wenig Gedanken über Angaben, das errechnete Ergebnis und dessen Bedeutung für den eigenen Alltag. Benötigte Größen werden gemessen, die Messungen rechnerisch miteinander verknüpft und das Ergebnis ermittelt. Gerade aber im alltäglichen Leben stehen einem oft keine geeigneten Messgeräte in diesem Moment zur Verfügung oder der Aufwand wäre für das zu lösende Problem viel zu hoch.
(Passt mein Auto noch in die Parklücke? Kann ich den Einkauf überhaupt noch tragen? Schaffe ich es in 3 Minuten zur Bushaltestelle? usw.)

Der Erwerb von Stützvorstellungen oft benötigter Größen ist somit ein wichtiges Anliegen der Mathematik, wenn sie der Anwendung im Alltag gewachsen sein soll.

In meinen Stunden hierzu war es mir wichtig, dass die Kinder mit möglichst wenigen (technischen) Hilfsmitteln Höhen und Längen einschätzen und ermitteln konnten.
Da die Klasse bereits einen relativ sicheren Umgang mit kleineren Einheiten wie Zentimeter oder einem Meter zeigte, war es mein Anliegen, mit ihnen Erfahrungen zu größeren Entfernungen beziehungsweise Höhen zu machen.

<u>Ausgewogenes Bild von Mathematik aufbauen</u>

Ein weiteres, nicht zu unterschätzendes Ziel des Mathematikunterrichts muss es sein, den Kindern die Mathematik von all ihren Seiten nahe zu bringen, zu denen nicht zuletzt auch die so genannte weiche Mathematik zählt.
In den Augen vieler Menschen ist die Mathematik der Inbegriff für Exaktheit und Präzision, es gibt nur allein ein für richtig erklärtes Ergebnis, alle anderen, wenn auch nur minimal abweichend, sind falsch, was sie auch oftmals alltagsfern erscheinen lässt.
Gerade dieses Denken kann und muss beispielsweise durch das Schätzen durchbrochen werden. Hier gibt es kein „richtig“ oder „falsch“, lediglich der Situation besser oder schlechter angepasste Schätzungen.
Wer Mathematik wirklich verstehen will, der muss sehen, dass vieles aus diversen Gründen gar nicht exakt berechnet werden kann oder soll, oder dass ein Problem durch einen Überschlag wesentlich einfacher gelöst werden kann als durch genaue Berechnung.

Durch das Schätzen und Überschlagen sollen Schüler mit der „Welt der ungenauen Zahlen“ in Berührung kommen, sie sollen ihre Vorteile sehen und sich ihrer Eigenschaften gerade im alltäglichen Leben zu Nutze machen.[32]

4. Schätzen und Überschlagen als Teil des Sachrechnens

Wichtige Aufgaben haben das Schätzen und Überschlagen innerhalb des Sachrechnens zu erfüllen, sodass ich dies unter einem eigenen Punkt erläutern möchte.

4.1 Kritik an herkömmlichen Sachaufgaben

Immer wieder lassen sich Untersuchungen finden, die die Problematiken herkömmlichen Sachrechnens augenscheinlich werden lassen.
Zur ersten Anschauung soll folgendes Beispiel aus einer Untersuchung von Marianne Grassmann dienen:

Schülern einer vierten Klasse sowie Studenten wurde folgende Sachaufgabe vorgelegt:

„Ein Eisenbahnzug hat 18 Wagen. Jeder Wagen wiegt 50 kg. Zunächst waren 32 Personen im Zug. Dann steigen 5 Personen aus und später steigen 37 ein. Wie schwer ist der Zug?“

Das erschreckende Ergebnis:
Alle Kinder sowie die Mehrzahl der Erwachsenen berechneten auf unterschiedlichen Wegen eine Gesamtmasse von rund 900 kg für den Zug und dessen Insassen.
Zunächst einmal lässt sich feststellen, dass Kinder wie aber auch Erwachsene nur selten die Angaben kritisch hinterfragt haben, obwohl die Behauptung, ein Zugwagen würde 50 kg wiegen offensichtlich falsch sein muss.
Stattdessen wurden vorgegeben Zahlen vorschnell durch Rechenoperationen verknüpft und ausgerechnet.
Selbst beim Nennen des Ergebnisses fiel den wenigstens auf, dass 900 kg für einen Zug mit 18 Wagons nicht stimmen können, es fand also auch hier keinerlei Rückbesinnung auf die Sachsituation statt.[33]
Winter beschreibt dieses Problem als „der Sache entkleideten Aufgabe“. Die Situation wird lediglich als Beispiellieferant benutzt, es geht oft im Sachrechnen scheinbar nur darum, die bereits erlernten Rechenoperationen, in diesem Fall das Addieren, Subtrahieren und

[32] Vgl. Bönig, Dagmar (2003): Schätzen- der Anfang guter Aufgaben, S. 103
[33] Vgl. Grassmann, Marianne (2001): „Fast jede Sache auf der Welt wiegt irgendetwas“, S. 20

Multiplizieren einzuüben, nicht aber um die Sache an sich (Zug mit Personen).[34] Folglich hätte man die gleiche Aufgabe auch mit einem Fahrstuhl, einem Boot oder dem Einkauf beim Bäcker stellen können. Dies widerspricht allerdings der Idee, die hinter Sachaufgaben steckt, denn gerade Sachaufgaben sollen doch zum Nachdenken und Mathematisieren der Umwelt beitragen.[35]
Dazu trägt mit Sicherheit auch die Art und Weise bei, wie Sachaufgaben im Unterricht behandelt und besprochen werden: Das, was hauptsächlich diskutiert wird, sind die zu lösenden Rechenoperationen und das Endergebnis, selten kommt es zu der eigentlich erwünschten sachbezogenen Rückbesinnung nach Feststellung des mathematischen Ergebnisses, sodass Kinder sehr bald dazu neigen, lediglich nach der gesuchten Rechnung zu suchen, sich aber keinerlei Gedanken über den Sachzusammenhang machen.

Ein anderes Problem sieht Winter in der Tatsache, dass Sachsituationen zwar idealerweise die Welt der Kinder mathematisieren soll, von den Schülern die Welt der Mathematik und die der Realität allerdings oftmals zwei zu trennende Dinge sind, wie beispielsweise Studien von Verschaffel, Greer und de Corte (2000) gezeigt haben.
Im konkreten Fall ging es um die Berechnung, wie viele Busse benötigt werden, um eine vorgegebene Anzahl an Personen zu befördern. Als mathematisch exaktes Ergebnis wurde von den meisten Schülern 16,3 Fahrzeuge ermittelt, welches auch als Endergebnis festgehalten wurde.
Auf die Frage, was denn nun 0,3 Busse seien, argumentierten Kinder, dass ihnen durchaus bewusst sei, dass es das in Wirklichkeit nicht gäbe, aber in der Welt der Mathematik sei das das richtige Ergebnis. Andere verstanden die kritische Frage nicht, da sie doch alles richtig gerechnet hatten, und somit das Ergebnis stimmen müsse, so wie es war.[36]
Scheinbar sehen Kinder häufig keinen Zusammenhang zwischen Sachsituationen und ihrem alltäglichen Leben. Sachaufgaben werden in ihren Augen als Aufgaben gesehen, die im Vergleich zu vorgegeben Rechnungen nur noch lediglich die Schwierigkeit haben, die auszuführende Rechenoperation und die benötigten Zahlen selbst im Text zu finden.
Aber wie gelingt es mir als Lehrkraft, den Kindern zu zeigen, dass gerade Sachaufgaben eigentlich ihr eigenes Leben darstellen, mathematisieren und erleichtern soll und einen wichtigen Beitrag zur Umwelterschließung leisten können?
Es werden folglich Aufgaben benötigt, die so wie sie sind aus der Welt der Kinder stammen sowie Probleme und Fragen beinhalten, die sich Kinder möglicherweise auch außerhalb des Mathematikunterrichts, oder gar außerhalb der Schule stellen.

[34] Vgl. Peter- Koop, Andrea (2003): „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“ S 111
[35] Vgl. Bönig, Dagmar/Ruwisch, Silke (2004): Daten gewinnen, darstellen, verarbeiten und interpretieren, S.7
[36] Vgl. Peter- Koop, Andrea (2003): „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“ S 111

Des Weiteren sollten diese Aufgaben zum Nachdenken über die Situation an sich anregen, also keine Möglichkeit zur „Entkleidung der Sache“ bieten.
Zuletzt sollten die gesuchten Aufgaben auch hinsichtlich ihrer Alltagstauglichkeit geprüft werden, wobei die Genauigkeit mancher Ergebnisse zu diskutieren und überprüfen ist.

4.2 Fermiaufgaben

Aufgaben, die diesen Ansprüchen wohl am ehesten genügen, sind so genannte Fermiaufgaben, benannt nach ihrem Erfinder, dem italienischen Physiker Enrico Fermi.

Diese behandeln Fragen, die nur durch eigene Beschaffung von Daten sowie realistischer Annahmen überhaupt gelöst werden können.[37]

Bekannte Beispiele sind: „Wie viele Klavierstimmer gibt es in Chicago?“ oder
„Wie viele Elefanten leben in den USA?“

Fermiaufgaben müssen in der Regel mit einem geschätzten beziehungsweise durch Überschlag gewonnenen Ergebnis beantwortet werden, da exakte Antworten schwer zugänglich, nicht möglich oder irrelevant sind.
Zur Bearbeitung muss man sich Angaben erst selbst suchen durch:

- Beobachtung
- Befragung
- Messung und Recherche (dazu gehört auch das Schätzen)[38]

Es ist also zwangsläufig nötig, sich dem Sachverhalt tiefer zuzuwenden und sich dem Problem bewusst werden, da sonst keine realistischen Werte ermittelt werden können, Mathematik und der Sachkontext stehen somit in einem unzertrennlichen Zusammenhang.
Aufgrund ihrer Beschaffenheit sind Fermiaufgaben meist Näherungskalkulationen, die Fähigkeiten, die hierzu benötigt werden, fasst Winter als Datenerhebung, Kopfrechnen, sinnvollem Runden und das Überprüfen des Ergebnisses zusammen.[39]

[37] Vgl. Peter- Koop, Andrea (2003): „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“, S 114
[38] Vgl. Peter- Koop, Andrea (1999): „Das sind so ungefähr 30 000“, S. 14
[39] Vgl. Winter, Heinrich (1983): Näherungskalkulationen aus dem Alltag, S. 21

Folglich sind für die Lösung solcher Aufgaben das Schätzen und Überschlagen wesentliche Voraussetzungen.

Um die Kinder realistische Annahmen treffen zu lassen, ist es wichtig, die Situationen dem Wissen der Kinder anzupassen.
Im Lehrplan der 4. Klasse steht das Einführen der Hohlmaße auf dem Programm, hier wären im Fortlauf des Unterrichts beispielsweise Aufgaben folgender Art denkbar: Wie viel Liter trinkt wohl unsere ganze Klasse in einem Monat? Können wir damit eine Badewanne (oder sogar mehr) füllen?

Fermiaufgaben bieten viele Diskussionsanlässe, sei es während, aber auch nach der Ermittlung des Ergebnisses. Folglich ist es ratsam, diese in Gruppen bearbeiten zu lassen.
Da solche Aufgaben die unterschiedlichsten Lösungswege und auch verschiedene Aussagen als Ergebnis zulassen, ist es unverzichtbar, zum Abschluss einer solchen Stunde eine gemeinsame Vorstellungsrunde der Lösungswege jeder Gruppe abzuhalten und über diese gemeinsam zu beratschlagen. Wichtig ist auch, den Kindern klar werden zu lassen, dass obwohl Ergebnisse unterschiedlich ausfallen, sie ebenfalls richtig sein können.

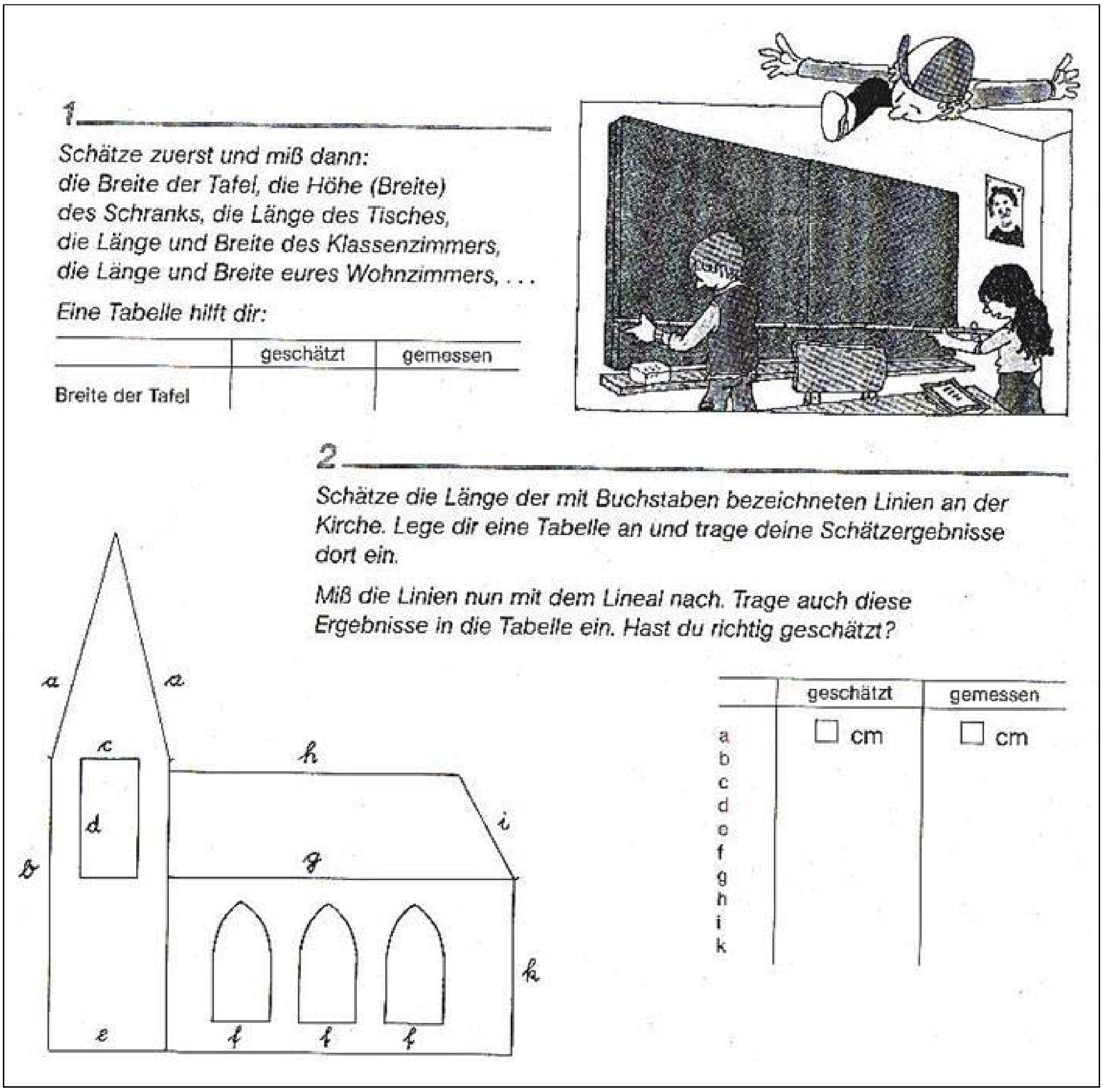
Des Weiteren bieten diese Fragestellungen eine gewisse Offenheit, was es ermöglicht, sie an die Gegebenheiten jeder einzelnen Klasse oder Schule anzupassen.[40] Beispielsweise ließ ich den Papierverbrauch der Grundschule ermitteln, an der ich meinen Praxisteil durchführte.
Die Kinder konnten hier wirklich Berechnungen über ihre eigene (einzigartige) Schule machen und mussten nicht wie häufig in Schulbüchern Angaben einer anderen oder sogar imaginären Schule übernehmen, folglich wird jede Aufgabe direkt aus ihrem Leben gegriffen und behandelt.
Auch in anderen Hinsicht sind solche Fermiaufgaben vielleicht oft alltagnäher als herkömmliche Sachaufgaben: Wenn ich mir einen Frage stelle, habe ich meist auch nicht sofort alle relevanten Angaben zur Hand, abgesehen davon, dass es unter Umständen hierfür keine exakten Daten gibt.
Somit muss ich oft selbst realistische Angaben machen, und sei es nur, um mir zu überlegen, wie viel Geld ich ungefähr mit zum Bäcker nehmen muss um drei Semmeln und zwei Brezeln zu erstehen (man wird wohl selten die genauen Preise im Kopf haben).

[40] Vgl. Selter, Christoph (1999): Geschickt Rechnen- Schätzend Rechnen, S. 16

5. Wie sollte schätzen angebahnt werden?

In vielen Schulbüchern wird das Schätzen (vor allem das Schätzen von Größen) im Zusammenhang mit dem exakten Messen verwendet.

Nicht selten findet man Aufgaben wie:



1

Schätze zuerst und miß dann:
die Breite der Tafel, die Höhe (Breite) des Schranks, die Länge des Tisches, die Länge und Breite des Klassenzimmers, die Länge und Breite eures Wohnzimmers, . . .

Eine Tabelle hilft dir:

	geschätzt	gemessen
Breite der Tafel		

2

Schätze die Länge der mit Buchstaben bezeichneten Linien an der Kirche. Lege dir eine Tabelle an und trage deine Schätzergebnisse dort ein.

Miß die Linien nun mit dem Lineal nach. Trage auch diese Ergebnisse in die Tabelle ein. Hast du richtig geschätzt?

	geschätzt	gemessen
a	☐ cm	☐ cm
b		
c		
d		
e		
f		
g		
h		
i		
k		

Abb. 2 aus: *Der neue Mathemax*[41]

[41] Siehe Der neue Mathemax, Bd. 2 (1995), S. 42

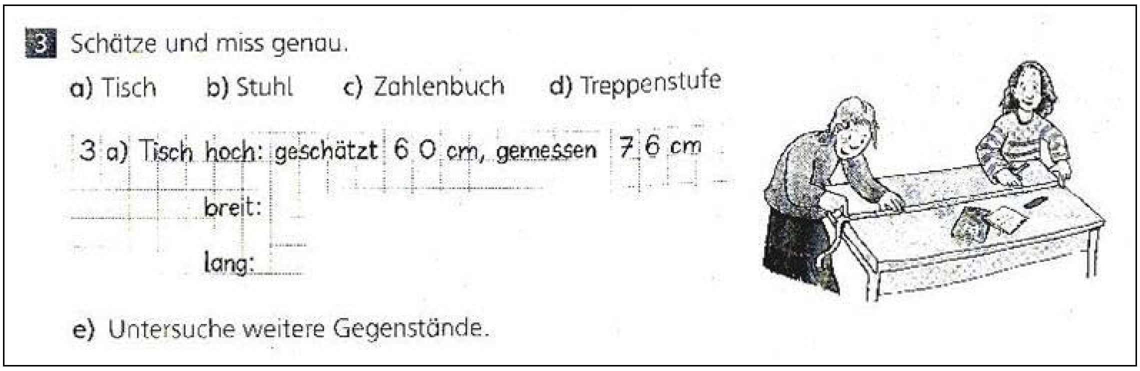


Abb. 3 aus: *Das Zahlenbuch 2*[42]

Was aber passiert?

Man beobachtet oft, dass Kinder zunächst die Länge mit einem Lineal oder einem ähnlichen Hilfsmittel messen, das Ergebnis in die Tabelle übertragen und erst im nachhinein einen „Schätzwert“ eintragen, der meist (wenn überhaupt) gering vom gemessenen Wert abweicht, die auch oftmals zu berechnende Differenz zwischen Schätz- und Messwert fällt also (wie scheinbar erwünscht) gering aus.[43]

Warum Schüler so vorgehen, hat mehrere Gründe:

1. Zum einen sieht ein Kind in der vorgegeben Situation keinen Sinn im Schätzen. Wieso sollte man auch etwas schätzen, wenn man es doch direkt danach sowieso ausmessen soll?
2. Die Aufforderung, die Differenz zwischen geschätztem und gemessenem Wert auszurechnen ist von den Aufgabenstellern in guter Absicht gestellt, Kinder sollen so ihre Schätzungen überprüfen können und somit feststellen, wie gut ihre Schätzleistung war. Die Schüler sehen dies also als eine Art Leistungseinschätzung, und da normalerweise jedes Kind besonders gut sein möchte, liegt es auf der Hand, erst zu messen um dann einen möglichst guten „Schätzwert“ in die Tabelle einzutragen.
3. Scheinbar ist es Ziel der Aufgabe, dass der geschätzte Wert möglichst nahe am tatsächlichen Wert liegt, ist dies aber nicht der Fall, wird die Schätzung von Kindern als minderwertig und somit unbrauchbar oder gar als falsch erachtet.

Einen weiteren Kritikpunkt möchte ich anhand eines Beispiels für ein Mathematikspiel für die Freiarbeit erläutern, welches ich schon mehrfach in Praktika erlebt habe:

[42] Siehe Das Zahlenbuch, Bd. 2 (2006): Ausgabe Bayern, S. 27
[43] Vgl. Peter- Koop, Andrea (2001): Authentische Zugänge zum Umgang mit Größen, S. 8

Ein Spieler zeigt oder nennt Gegenstände, die sich im Raum befinden. Jeder Mitspieler notiert auf einem Blatt die von ihm geschätzte Länge der Sache. Haben alle ihre Schätzung notiert, wird der Gegenstand vermessen, derjenige, der nun am nächsten am tatsächlichen Ergebnis liegt, hat gewonnen.

Nicht selten werden hier Schätzungen auf Millimeter genau angegeben, zum Beispiel für einen Stift 11,4 cm. Den Kindern wird hier ein falsches Bild vom Schätzen vermittelt, denn jemand, der eine Schätzung von 11,4 cm angibt, gewinnt, weil es am nächsten am tatsächlichen Ergebnis von vielleicht 12,3 cm liegt, die Schätzung als solches ist aber unsinnig, denn einen Schätzwert in einer solchen Genauigkeit anzugeben macht keinen Sinn.
Ein anderes Kind, das vielleicht 10 cm angegeben hat, hat eine wesentlich sinnvollere Schätzung vollzogen, wird aber nicht der Gewinner des Spiels sein und somit das nächste mal auch dazu neigen, unsinnig genaue Schätzungen abzugeben, da dies scheinbar die Gewinnchancen erhöht.

Aus diesen Kritikpunkten ergeben sich wichtige Kriterien an den Unterricht, wenn es um das Schätzen und Überschlagen geht:

Eine in der Literatur weit verbreitete Forderung ist, dass Situationen und Aufgaben gestellt werden sollen, die aus sich heraus zum Schätzen und Überschlagen motivieren. Kinder sollen hier von Anfang an erfahren, wann schätzen sinnvoll ist, beispielsweise wenn ich kein Messinstrument zur Hand habe, Daten einer Aufgabe unvollständig, ungenau oder nicht vorhersehbar sind oder wenn ein Problem durch Überschlag mit wesentlich weniger Aufwand ebenfalls gelöst werden kann. [44]

Genauso wichtig wie das Schätzen und Überschlagen an sich sind Überlegungen über die benötigte Genauigkeit.
Zum einen sollen hier sinnvolle Schätzung angebahnt werden: Kann ich eine Strecke von mehreren Metern auf Zentimeter genau schätzen, beziehungsweise macht das einen Sinn?
Kinder sollen auch verstehen, dass die Genauigkeit eines Überschlags oder einer Schätzung Situations- und Interessensabhängig ist: Fragt man einen Gast, wie viele Gäste wohl zu der bevorstehenden Geburtstagsfeier kommen werden, so reicht uns einen Angabe wie: ich denke etwa 100. Dem Gastgeber selbst wird es aber wohl wichtig sein, zumindest auf volle Zehner genau zu wissen, wie viele Leute er erwarten muss, um genug Sitzmöglichkeiten bereitstellen zu können. Und letztlich der Wirt wird wissen, wie viele Teller Schweinebraten er exakt serviert hat, um eine korrekte Rechnung stellen zu können.

[44] Vgl. Bönig, Dagmar (2001): „Das Ungefähr der richtigen Antwort“, S. 45

Zum anderen wird hier die bereits oben erwähnte weiche Mathematik berücksichtigt.

Intuitive Stützvorstellungen können sich nur durch immer wiederkehrenden Umgang mit Größen und Anzahlen herausbilden. Folglich ist es wichtig, Schätz- und Überschlagsaktivitäten kontinuierlich mit in den Unterricht aufzunehmen und immer wieder aufzugreifen.
Da durch Schätzen und Überschlagen gewonnene Ergebnisse trotz ihrer Unterschiedlichkeit sinnvoll sein können, ist es wichtig, den Mathematikunterricht auch hier weg von der produkt- hin zur prozessorientierten Perspektive zu führen.
Schätzen und Überschlagen können und sollen nicht anhand vorgegebener Algorithmen gelernt und wiedergegeben werden, vielmehr ist der individuelle Weg bin hin zur Ergebnisgewinnung wichtig, der angeregt und dementsprechend gewürdigt werden sollte.

Beim Erstellen von passenden Aufgaben kann folgende Einteilung von Bönig[45] sehr hilfreich sein: Sie geht von verschiedenen Aspekten aus, aus denen sich vielseitige Schätzaufgaben entwickeln lassen.

Aspekt	**Merkmale**
Ausgangssituation	- Vorgegeben wird ein Repräsentant: *Wie breit ist dein Tisch?* - Gegeben ist eine Größe, geeignete Repräsentanten werden gesucht: *Was wiegt ungefähr 1 kg?*

Um Stützvorstellungen sicher aufzubauen, sollten stets beide Seiten beachtet werden.

Schätzobjekt ist	- vollständig vorhanden: *Wie viele Seiten hat dein vor dir liegendes Mathematikbuch?* - teilweise vorhanden: *Wie viele Erbsen passen in eine Streichholzschachtel? (Die Schachtel mit bereits drei Erbsen liegt vor den Kindern.)* - nur in der Vorstellung vorhanden: *Wie weit ist es wohl von München nach Stuttgart?*
In wieweit ist der Repräsentant strukturiert	- bereits unterteilt: *Wie dick ist ein 800-Seiten Buch?* - eine gedankliche Unterteilung ist möglich: *Wie viele Tetrapacks passen in eine Badewanne?* - Es gibt keine Strukturierung: *Wie lang ist die Papierrolle?*
Hilfsmittel sind	- explizit vorhanden: *beim Bestimmen der ungefähren Anzahl an Bohnen steht mir eine Waage zur Verfügung* - implizit vorhanden: *Verwendung von Körpermaßen beim Schätzen von Längen*

[45] Vgl. Bönig, Dagmar (2001): „Das Ungefähr der richtigen Antwort“, S. 45

6. Vorüberlegungen und Zielsetzungen für meine Unterrichtsstunden

6.1 Grundlegendes und allgemeiner Aufbau

Meine gesamte Praxisarbeit kann in drei Teile aufgeteilt werden:
Als erstes werden Anzahlen geschätzt und überschlagen, dann sollen Größenvorstellungen von Längen und Gewichten aufgebaut und angewendet werden, zum Abschluss stehen Fermiaufgaben auf dem Programm, die sowohl Zahlgefühl, als auch gesicherten Umgang beim Schätzen von Größen voraussetzen.

Durch das Schätzen und Überschlagen von Anzahlen möchte ich bei den Kindern das Zahlgefühl weiter ausbauen und vertiefen, vor allem den Zahlenraum bis 1 000, aus zweierlei Gründen:

1. Im Lehrplan der 3. Klasse steht zu Anfang des Schuljahres die Erweiterung des Zahlenraumes von 100 auf 1 000 an. Die Kinder haben im Laufe des Schuljahres diesen Zahlenbereich auf verschiedene Weise kennen gelernt und bereits viel darin gerechnet.
   Somit bietet sich an, diesen Zahlenraum nun auch durch das Schätzen und Überschlagen zu sichern.

2. Gerade ab 100 fällt es vielen Kinder (aber auch Erwachsenen) schwer, sich konkret etwas unter diesen Zahlen vorzustellen: 100 sind viele, alles darüber hinaus ist „sehr viel", ob es nun 50 oder 100 Murmeln sind kann noch relativ deutlich unterschieden werden, aber der Unterschied zwischen 300 oder 600 Menschen spielt scheinbar in der Vorstellung keinen signifikanten Unterschied mehr.
   Um aber allein mechanisches Rechnen ohne tatsächliche Vorstellung zu vermeiden, möchte ich genau diesen Zahlenraum mit den Kindern behandeln.

Beim Schätzen von Größen kommt es mir vor allem darauf an, dass alles, was geschätzt oder überschlagen wird so ist, dass die Kinder hierfür noch keine Messgeräte kennen oder zur Verfügung haben, um dem Schätzen und Überschlagen auch einen wirklichen Sinn zu geben. Mathematik soll als in vielen Situationen hilfreiches Mittel zur Lösung von Problemen erscheinen, auch wenn keine Hilfsmittel zur Hand sind und ist somit stets einsetzbar. Dieser Grundsatz stellte mich vor allem bei meiner Stunden über das Schätzen von Gewichte vor ein Problem:
Im Gegensatz zu Längen kann man beim Schätzen von Gewichten nicht allein nach der visuellen Wahrnehmung vorgehen, da es das Volumen eines Gegenstandes nicht zulässt, direkt

auf dessen Gewicht zu schließen. Versucht man dann verschiedene Gegenstände mit Hilfe der Hand zu schätzen, unterliegt man hier oft großen Täuschungen, da der Druck nun auf eine große Rolle spielt:[46] Ein kleines 5 Gramm Gewichtsstück fühlt sich schwerer an als ein Din A4 großes Blatt Papier, das aber in Wirklichkeit genau so viel wiegt. Weiterhin würden kleine Gegenstände meiner grundsätzlichen Idee widersprechen, nur Dinge schätzen zu lassen, für die die Schüler kein Messinstrument zur Hand haben.
Deswegen habe ich mich für diesen Teil der Arbeit dazu entschieden, die Stunde mit dem Überschlagen von Gewichten zu verbringen.

Meine grundlegende Idee, die ich bei allen Stunden zu verwirklichen versucht habe ist vor allem, den Alltag der Kinder mit einzubeziehen. Sie sollen mit ihrer direkten Umwelt in Kontakt kommen und diese mit einem mathematischen Blick betrachten.

Da gerade Schätzen und Überschlagen sehr unterschiedliche Lösungswege und Ergebnisse zulässt, war es mir von vornherein wichtig, immer wieder Diskussionen zuzulassen und zu fördern. Deswegen habe ich mich unter anderem in einigen Arbeitsphasen für Partner- oder Gruppenarbeiten entschieden.

6.2 Ziele meiner einzelnen Stunden

1. Stunde: Schätzbilder

In meiner ersten Stunde dienen so genannte Schätzbilder als zentrales Arbeitsmittel. Da die Dinge auf den Bildern durcheinander liegen oder zu viele sind, um sie schnell abzählen zu können, sollen zunächst einmal grobe Schätzungen helfen, die ungefähre Anzahl zu ermitteln. Die Kinder sollen einsehen, dass exaktes Abzählen nicht möglich oder nicht sinnvoll ist.
Somit bieten solche Bilder eine sinnvolle Grundlage um das Schätzen anzubahnen und zu fördern.

Im Anschluss daran sollen verschiedene Möglichkeiten gefunden werden, durch die man die ersten groben Schätzungen der Kinder überprüfen beziehungsweise verbessern könnte. Hier kommt vor allem das Überschlagen mit ins Spiel.
Zu gegebenen Zeitpunkt soll auch die Frage nach einer für sinnvoll erachteten Genauigkeit geklärt werden.

[46] Vgl. Grassmann, Marianne (2001): „Fast jede Sache auf der Welt wiegt irgendetwas“, S.21

Auswertungsschema:

Was genau eine gute Schätzung ist, ist nicht in der Fachliteratur festgelegt, zumindest habe ich hierzu keine Angaben gefunden. Also habe ich mir selbst ein mögliches Wertungsschema überlegt, auf das ich mich bei der Auswertung meiner ersten beiden Stunden stützen werde:

Tatsächliche Anzahl der zu schätzenden Objekte	*Toleranzbereich*
50 – 99	$\pm$ 10
100 – 200	$\pm$ 20%
201 – 500	$\pm$ 30%
501 – 1 000	$\pm$ 40%

Natürlich kann dieser Einteilung Beliebigkeit unterstellt werden, deswegen einige Erläuterungen:
Zunächst einmal halte ich es für gerechtfertigt von guten Schätzern Ende der dritten Klasse erwarten zu können, dass sie Anzahlen unter 100 auf $\pm$ 10 richtig schätzen, da den Schülern dieser Zahlenraum bereits ausreichend bekannt sein sollte und Zahlvorstellungen folglich hier als relativ gut vorhanden vorausgesetzt werden können.
Der Zahlenraum von 100 bis 200 stellt schon mal die erste größere Hürde in der Vorstellung viele Kinder dar, deswegen habe ich mich hier für eine Toleranz von $\pm$ 20% entschieden.
Mit Mengen über 200 haben Kinder denke ich noch nicht viel zu tun gehabt, aufgrund dessen habe ich bis 500 $\pm$ 30%, von 501 bis 1000 $\pm$ 40% als Intervall festgesetzt.
Gleichzeitig ist es natürlich auch jedes Mal wichtig, auf eine sinnvolle Genauigkeit der Schätzangabe zu achten.

2. Stunde: Anzahlen schätzen:

Die zu schätzenden Gegenstände sind in der darauf folgenden Stunde real vorhanden, wir gehen also vom Zweidimensionalen ins Dreidimensionale, die Gegenstände können zum Beispiel in die Hand genommen werden.
Schätzungen an tatsächlich vorhandenen Gegenständen bieten eine Vielzahl an Möglichkeiten, wie ich an die Anzahl gelangen kann.
Zum einen lässt sich die bereits in der ersten Stunde angewandte Methode übertragen, zum anderen eröffnet einem das in die Hand nehmen der Gegenstände aber auch ganz neue Zugangswege, zum Beispiel über das Gewicht oder mit Hilfe eines Bechers.
Da es mir selbst ein wichtiges Anliegen war, möglichst nahe an der alltäglichen Welt der Kinder zu arbeiten und ihnen ihre eigene Welt durch die Mathematik ein Stück näher zu bringen, habe

ich in dieser wie auch der nächsten Stunde nach Dingen gesucht, mit denen die Kinder oft in Berührung kommen und die für sie interessant sein könnten, zum Beispiel Bonbontüten oder eine Packung Spaghetti. Während den Vorbereitungen zu meinen Stunden hatte ich erst überlegt, ob ich Großhandelspackungen schätzen lasse, da aber Kinder im Normalfall eigentlich eher in Kontakt mit Packungen aus dem Einzelhandel kommen, bin ich doch auf diese zurückgekommen.

3. Stunde: Stationen

In einer daran anschließenden Stunde sollten die Kinder noch einmal die Möglichkeit haben, sich alleine und in Ruhe mit unterschiedlichen Mengen und Vorkommnissen größerer Anzahlen zu beschäftigen und zu kreativen Lösungen veranlasst werden.

Im Wesentlichen gibt es zwei Faktoren, die für die Wahl der Schätzstrategie ausschlaggebend sind:

- Welche Stützvorstellungen stehen mir zur Verfügung und
- in wie weit ist das zu Schätzende bereits vorstrukturiert oder welche Möglichkeiten habe ich, es selbst zu strukturieren?[47]

Dadurch, das hier jedes Kind für sich alleine arbeitet, möchte ich sie in ihren ganz eigenen Lösungswegen bestärken und eine Eindruck davon bekommen, welche Stützvorstellungen bereits vorhanden sind und angewendet werden.
Da an jeder Station andere Dinge in einer anderen Darbietungsweise geschätzt werden, sollen die Kinder verschiedene Strukturierungsmöglichkeiten erkennen oder selbst vornehmen.

4. Stunde: Gewichtsangaben überschlagen

Weiteres Ziel meiner Arbeit ist es, gewisse Größenvorstellungen bei den Kindern aufzubauen beziehungsweise weiterzuentwickeln und anzuwenden. Wie in meinen Vorüberlegungen bereits ausgeführt, möchte ich mich in dieser Stunde vor allem auf das Überschlagen von Gewichten konzentrieren.
Auch hier sollen Situationen aus dem Alltag aufgegriffen werden, in denen es sinnvoll ist zu überschlagen.
Mit so genannten einfachen Überschlagsrechnungen sollen die Kinder ein Gefühl für sinnvolles Auf- und Abrunden bekommen.

[47] Vgl. Bönig, Dagmar (2003): Schätzen- der Anfang guter Aufgaben, S. 108

5. und 6. Stunde: Höhen und Entfernungen

Da auch Längen eine wichtige Größe im Alltag sind, sollen diese hier behandelt werden.
Dabei möchte ich aber nicht wie in vielen Mathematikbüchern vorgesehen das Schätzen mit dem exakten Messen verbinden (aus oben angeführten Gründen). Also griff ich auf Längen und Höhen zurück, mit denen die Kinder zwar im Alltag (oft auch unbewusst) zu tun haben, die im Unterricht aber noch nicht vertieft wurden, zum Beispiel Kilometer, oder einige Meter. Ein weiterer Vorteil dieser Längen ist, dass die Kinder hierfür (außer ein Maßband aus dem Sportunterricht welches bei Höhen aber auch nicht hilfreich ist) noch keine Messinstrumente kennen und somit das Schätzen auch als sinnvoll empfinden.
Es soll auf alltägliche Längen eingegangen werden wie zum Beispiel die Entfernung von Schulhaus zur Turnhalle oder zur Kirche. Einbetten möchte ich diese Stunde in einen Rundgang durch das Dorf mit einem „mathematischen Blick“ für Höhen und Entfernungen.

7. Stunde: Fermiaufgaben

Als Abschluss meiner Praxisarbeit möchte ich mit den Kindern Fermiaufgaben behandeln.
In den vorgehenden Stunden wurden Fähigkeiten wie Entfernungen schätzen oder angemessenes Überschlagen erlernt und vertieft, die hier nun beim Beantworten von „Fragen rund um unsere Schule“ benötigt werden.
Ziele sollen nun vor allem sein, dass sich die Schüler mit dem Sachverhalt auseinandersetzten, ihn strukturieren, realistische Angaben selbst erheben und diese durch Überschlag verrechnen.
Auch in dieser Stunde ist es mir besonders wichtig, dass die Kinder miteinander arbeiten und kommunizieren, getroffene Einschätzungen begründen und über Lösungsvorschläge diskutieren.
Wünschenswert wäre, wenn sich Schüler nach dieser Stunde manche Fragen aus dem Alltag selbst beantworten könnten, hierbei Mathematik als hilfreiches Instrument erkennen und sie über das ein oder andere Ergebnis überrascht sind.

III Praxis

1. Schul- und Klassensituation

Die Schule, an der ich meinen Praxisteil durchgeführt habe, ist eine kleine dörfliche Grundschule mit fünf Klassen, wobei es zwei dritte Klassen gibt. Zunächst einmal war geplant, dass ich meine Stunden in der Klasse 3b halte, die aus 17 Kindern besteht.
Aufgrund des kurzfristigen Ausfalls einer Lehrkraft bis Ende des Schuljahres wurde aus organisatorischen Zwecken die gesamte dritte Jahrgangsstufe zusammengefasst, sodass ich nun 33 Kinder vor mir hatte. Da beide Klassen aber unterschiedlich weit mit dem Stoff waren, wurde kurzerhand nach zwei Tagen in der Früh die eigentlich vorgesehen Dreiviertelstunde für Freiarbeit in normalen Fachunterricht umgewandelt, wodurch manches, was ich eigentlich für diese Zeit entworfen hatte, als Hausaufgabe erledigt werden musste.

Meine Stunden zum Schätzen und Überschlagen waren insgesamt auf vier Wochen verteilt. Parallel dazu hielt die Klassenlehrerin oder auch ich absichtlich ‚planmäßigen' Mathematikunterricht, in dem es vor allem um das exakte Rechnen ging. Damit wollte ich erreichen, dass die Kinder sich über den Unterschied zwischen exaktem Rechnen und dem Schätzen beziehungsweise Überschlagen im Zusammenhang mit der jeweiligen Situation Gedanken machten und nicht ihre Entscheidung (exaktes Rechnen versus schätzendem Rechnen) jeweils nur an der Lehrkraft festmachten, die sie gerade unterrichtete.

Durch die Zusammenlegung beider Klassen ergab sich auch ein Platzproblem, vor allem bei Gruppenarbeiten, bei denen die einzelnen Gruppen in Ruhe ihren eigenen Arbeitsplatz haben sollten. Zum Glück gab es wenigstens einen kleinen Nebenraum, in den ich während der Arbeitsphase zwei Gruppen auslagern konnte, denn gerade beim Schütten und Hantieren mit Nudeln, Bohnen, usw. wäre es manchmal einfach zu eng und laut für alle Kinder in einem Klassenzimmer gewesen, das eigentlich nur für 17 Kinder ausgelegt war.

Zum Vorwissen der Kinder ist zu sagen, dass sich eine der beiden Klasse in diesem Schuljahr bereits zwei Unterrichtsstunden mit dem Überschlagen beschäftigt hatte und diesen als Möglichkeit zur Überprüfung exakter Rechenergebnisse kennen gelernt hatte.
Bezüglich dem Schätzen und Überschlagen von Längen waren beiden Klassen ihre Körpermaße in soweit bekannt, dass diese als Hilfsmittel eingesetzt werden konnten.

2. Stundenablauf mit Aufgaben und Ergebnisanalyse

1. Stunde: Schätzbilder

Als Einsteig in meine erste Stunde diente folgendes Bild auf Folie als stummer Impuls:

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Bild mit Äpfeln

Bereits die zweite Äußerung bezog sich auf die mögliche Anzahl der abgebildeten Äpfel.
Juliane[48]: „Ich denk des sind ungefähr so 85.“

Als ich diese Zahl mit Namen der Schülerin an der Tafel notiert hatte, meldeten sich mehrere Klassenkameraden, um weitere Schätzungen abzugeben:

Anne: 70-80
Thomas: 95
Ferdinand: 100
Armin: 75

Nachdem Armin 75 geschätzt hatte, meldet sich Juliane nochmals zu Wort und kritisierte dessen und ihre eigene Schätzung: „Also das sind glaube ich doch mehr, weil die untere Reihe, das sind ja schon mehr als 10 Äpfel!“ Sie hatte also bereits intuitiv angefangen, ihre Schätzung zu hinterfragen und versuchte nun eine Möglichkeit zu finden, wie sie durch einige Anhaltspunkte ihre Antwort verbessern könnte.

Als ich die letzte Schätzung von Dennis mit „67“ an der Tafel aufgenommen hatte, fingen mehrere Kinder an zu protestieren, da diese Schätzung als eindeutig zu niedrig eingestuft wurde.

[48] Sämtliche Namen wurden von mir aufgrund Sicherung der Anonymität und aus Anweisung Seitens des Schulamtes geändert.

Einige Kinder begannen, Intervalle zu bilden und dadurch mögliche Unter- und Obergrenzen abzustecken.

Ralph äußerte: „Ich find, wenn ma sagt da sin 67 drauf, dann also das hört sich doch an wie wenn du's genau wissen würdest, weil wieso grad 67 und nich 68? So genau kannst des doch sowieso nich sagen."
Diese Bemerkung griff ich auf, um über die Genauigkeit einer sinnvollen Aussage weitere Meinungen einzuholen:
Nathalie äußerte, es sei wohl kaum sinnvoll zu sagen, dass es unter 1 000 seien, da das jedem klar sei, aber dass man vielleicht ganze Zehner verwenden solle, zum Beispiel 80 oder 90.
Armin schaltete sich hier wieder ins Gespräch ein: „Ich glaub nicht, dass du des so genau sagen kannst, weil zehn Äpfel, da liegen so viele die man nur halb sehen kann und so, also ich würd 20er oder 30er Schritte machen." Hierauf konnte sich der Rest der Klasse einigen.

Auf meine Frage hin, wer denn nun eigentlich Recht habe mit seiner Schätzung, schlug ein Schüler vor, man könne jetzt einfach alle Äpfel zählen. Allerdings stieß dieser Vorschlag schnell auf Protest, da dies entweder gar nicht ginge, es ja ewig dauere oder man sich leicht verzählen würde, weil die Äpfel durcheinander lägen.
Michaela bemerkte: „Also entweder verzählst dich, oder also wennst so viele Äpfel hast, ist es doch egal, obs jetz einer mehr is oder weniger, des fällt doch sowieso keinem auf."

In einer Partnerarbeit sollten nun Möglichkeiten gefunden werden, wie man möglichst schnell seine eigene Schätzung überprüfen könnte. Jedes Paar erhielt hierfür eine Kopie des Bildes.

Zur Differenzierung hatte ich mir zwei Dinge überlegt:

- Als Hilfestellung für Kinder, die zunächst auf keine Idee kamen, lag vorne am Pult eine Folientasche[49] bereit, in die man das Bild hineinstecken konnte und somit ein Raster auf dem Foto erschien. Vier Paare holten sich nach einigen Minuten Bedenkzeit die Rasterfolie und entwickelten hiermit ohne weitere Hilfe ihre Lösungsansätze.

[49] Eine solche Folientasche liegt dem Ordner „Arbeitsblätter der Kinder" bei.

- Für schnelle Paare lag noch folgender Arbeitsauftrag bereit:

Hier siehst du eine weitere Methode, wie du die ungefähre Anzahl der Äpfel bestimmen kannst: Kannst du erklären, wie dabei vorgegangen wird?	*Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:* *Bild mit Äpfeln, wobei jeweils etwa 10 Äpfel eingekreist sind*

Dieser Auftrag wurde nur von zwei Paaren in Anspruch genommen, andere Kinder versuchten einfach, mehrere Möglichkeiten zu finden.
Nach etwa 15 Minuten Arbeitszeit sollten die Kinder ihre Vorschläge vor der Klasse präsentieren. Die entstanden Ideen waren durchaus vielfältig und einfallsreich:

- Die von den meisten Schülern benutze Methode war die so genannte Raster- oder Kästchenmethode: Über das Bild wird ein gleichmäßiges Raster gelegt, die Äpfel eines Kästchens ausgezählt und multipliziert mit der Anzahl aller Kästchen. In verschiedenen Varianten hatten insgesamt 13 von 16 Paaren diese Möglichkeit gefunden. Das Problem, dass manche Kinder bei der Wahl der Größe ihrer Kästchen nicht die Gesamtlänge des Bildes beachtet hatten und somit am Ende ein Reststreifen übrig geblieben war, hatte sie meist durch einfaches Schätzen des Restes gelöst, der dann dazuaddiert wurde.

- Drei Paare hatten einfach die Äpfel gezählt, die in etwa in einer Reihe von rechts nach links lagen, dann mit der ebenfalls abgezählten Anzahl von oben nach unten multipliziert.

- Ein Mädchenpaar bestand darauf, dass sie gar nichts gezählt hatten, sondern zunächst einmal einen Streifen des Bildes betrachtet hatten, den Rest des Bildes zugedeckt ließen und die Anzahl der in diesem Streifen auf 20 Äpfel abgeschätzt hatten, denn es sei einfacher, erst einmal eine kleinere Anzahl zu schätzen. Dann hatten sie gemeinsam überlegt, wie viele Streifen wohl auf das ganze Bild passten („5“), also etwa 100 Äpfel. Nathalie, eine der beiden Schülerinnen, ergänzte, sie hätten sich dann aber auf 110 geeinigt, weil es wohl doch mehr als 5 Steifen wären, und der Rest wären dann wohl vielleicht noch 10 Äpfel.

- Eine ähnliche Methode wie die auf meinem Arbeitsblatt wählten ein Mädchen und ein Junge: Sie hatten 10 Äpfel ausgezählt, diese eingekreist und grob ausgeschnitten, um dann abzuzählen, wie oft die „Fläche der 10 Äpfel“ nochmals auf das ganze Bild passte, was quasi einer Umkehrung der vorher angewendeten Rastermethode gleich kommt. Im weiteren Verlauf der Arbeit wird diese Methode als Ausschneidmethode bezeichnet.

- Martin hatte während der Besprechung noch einen weiteren Lösungsweg gefunden:
  Mit Hilfe seines Lineals hatte er abgemessen, dass das gesamte Bild 14 cm lang sei, und da ein einzelner Apfel durchschnittlich etwa 1 cm hatte, folgerte er, dass in einer Reihe von links nach rechts 14 Äpfel lägen.
  Analog ermittelte er für die Höhe 10 Äpfel (eigentlich hatte er 9cm ausgemessen, rundete dann aber auf 10) und kam so auf eine Anzahl von 140 Äpfeln.

Insgesamt war ich sehr überrascht über die Vielzahl an Ideen, die die Kinder in so kurzer Zeit entwickeln hatten. Ebenfalls sehr positiv war, dass nahezu alle Paare mit sinnvoll gerundeten Werten gerechnet hatten, vielleicht lag es teilweise daran, dass sie im regulären Mathematikunterricht gerade das Malnehmen von Zehnerzahlen übten, andererseits bekam ich aber auch ein Gespräch eines Jungenpärchens mit:
Johann war gerade dabei $6 \bullet 18$ zu ermitteln (6 Kästchen zu je 18 Äpfeln). Sein Partner Michael unterbrach ihn dabei und äußerte, dass man das nicht so genau rechnen müsse, weil erstens wolle man ja nur die ungefähre Anzahl haben und zweitens hätte er festgestellt, dass das zweite Kästchen schon 20 Äpfel und somit nicht jedes Kästchen genau 18 habe. Sie einigten sich schließlich auf $6 \bullet 20$.

Für den weiteren Unterrichtsverlauf legte ich eine zweite Folie auf, auf der - im Gegensatz zur vorherigen - Kaffeebohnen ungleich auf dem Bild verteilt waren.

Abb. 4

Die Kinder sollten sich nun mit ihrem Nachbarn beraten, welche Möglichkeiten sich hier bieten würden.

Nach kurzer Bedenkzeit wurden wiederum Ideen zusammen mit der Klasse diskutiert werden.

Viele Kinder versuchten, auf oben verwendete Methoden zurückzugreifen und diese so abzuändern, dass sie für die neue Situation der ungleichen Verteilung brauchbar waren:

- Martin schlug vor, zunächst einmal die von den Bohnen abgedeckte Fläche zu umrahmen um diese dann in etwa gleich große Stücke zu unterteilen. Die Anzahl der Bohnen in einem Teilstück multipliziert mit der Zahl aller Teilstücke ergab wiederum die Gesamtanzahl.

Abb. 5

- Ferdinand legte ein gleichmäßiges Raster über das Bild, die leeren Kästchen strich er weg, die vollen ermittelte er wie eben und die Anzahl der restlichen Bohnen in nur teilweise gefüllten Kästchen schätzte er, um diese dann dazu zu addieren.

- Kim griff einen Teil von Ferdinands Vorschlag auf, wollte aber bei den nur teilweise gefüllten Kästchen anders vorgehen: Sie versuchte, diese Kästchen mit anderen nur teilweise gefüllten zu verbinden, um so zum Beispiel aus drei teilweise gefüllten ein komplett gefülltes Kästchen zu erhalten.

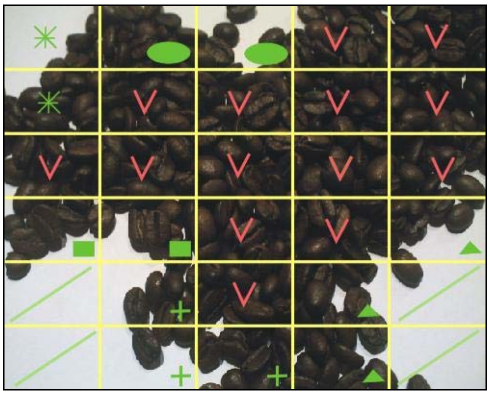


Abb. 6

V = volles Kästchen,
Kästchen mit gleichen Symbolen ergeben zusammen ebenfalls ein volles Kästchen.

Abb. 7

- Auch die „Ausschneit- Methode“ wurde an die neue Situation der ungleichen Verteilung angepasst und stellte sich als durchaus hilfreich heraus. Hier muss beachtet werden, dass man nicht versucht, alle Kaffeebohnen abzudecken, da ja manche Kästchen nur teilweise gefüllt sind und somit nicht abgedeckte Bohnen hierfür ja als Ausgleich dienen sollen.

Für den Verlauf der restlichen Zeit bekam jedes Kind ein Geheft von sechs Blättern mit insgesamt sieben Aufgaben. Die Arbeitsblätter im Original befinden sich in Anhang 1.
Die Schülerinnen und Schüler durften alleine oder mit einem Partner arbeiten, insgesamt stand ihnen der Rest der Stunde (10 Minuten) und zwei Tage lang ein Teil der Freiarbeitszeit zur Verfügung. Jedes Kind wurde damit ohne Probleme fertig.
Einige Kinder arbeiten alleine. Die meisten Partnerschaften beinhalteten, eine eigene Lösung zu finden und sie dann mit der des Partners zu vergleichen.

Im Folgenden möchte ich auf die Aufgaben im Einzelnen eingehen und die Lösungen der Kinder vorstellen und analysieren.

Aufgabe 1:
Auf welchem Bild kannst du schneller die Anzahl der Personen überschlagen?
Begründe deine Antwort.

Abbildungen konnten aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Bild 1: in Reihen sitzende Menschenmenge
Bild 2: durcheinander stehende Menschenmenge

Bei dieser Aufgabe liegt das Augenmerk vor allem darauf, dass Kinder sich über Strukturierungsmöglichkeiten Gedanken machen. Es geht also zunächst nicht um die Anzahlbestimmung, sondern um den dafür nötigen, vorgeschalteten Schritt der Strukturierung.

Von 32 Kindern (ein Kind war an diesen Tagen krank) entschieden sich 30 für Bild 1.
Begründungen war vor allem, dass die Menschen auf Bild 1 bereits geordnet säßen, es somit zum Beispiel auch leichter in Kästchen einzuteilen sei. Andere Antworten waren, dass auf Bild 2 die Menschen alle durcheinander wären und man viele gar nicht richtig sehen könne, was den Überschlag erschweren würde.

Nur zwei Kinder entschieden sich für Bild 2, bei einem Kind fehlte hierzu leider eine Erklärung und es konnte mir auch auf Nachfrage keinen Grund nennen.
Interessant ist aber, was der andere der beiden (Ralph) schrieb und mir teilweise noch mündlich erläuterte:
Zum einen wären bei Bild 1 zwischendrin Plätze frei, die man erst wieder abziehen müsse.
Eine Kästchenmethode wäre ebenfalls nicht sinnvoll, da durch die freien Plätze die Menschen ungleichmäßig verteilt seien. Auf Bild 2 wären die Menschen gleich verteilt, ohne Freiplätze, somit zum Beispiel die Kästchenmethode ohne Probleme anwendbar.
Ich finde das ist eine sehr interessante Antwort, die nicht einfach vom Tisch geräumt werden kann. Man sieht hieran, dass sich Ralph durchaus mit der Problematik auseinander gesetzt hat und es ihm möglich war, eine fundierte und durchaus sinnvolle Erklärung für seine Entscheidung abzugeben.

Aufgabe 2:
Wie viele Zuschauer sind ungefähr auf Bild 1 zu sehen? Überschlage.

- Die Mehrheit entschied sich dazu, Anzahl der Reihen mal Plätze einer Reihe zu berechnen, hierbei kam in den meisten Fällen 400 als Ergebnis heraus, da 19 Reihen auf 20 und etwa 21 Sitze pro Reihe ebenfalls auf 20 gerundet wurden.
- Acht Kinder wendeten die Rastermethode an und bestimmten so die Anzahl meist auf etwa 350.

Der Unterschied der Ergebnisse beider Lösungswege liegt vor allen daran, dass bei der Rastermethode die leeren Plätze bereits mit verrechnet sind. Von den 24 Kindern, die zunächst 400 als Ergebnis erhalten hatten, berücksichtigten sieben noch die leerstehenden Stühle durch abschätzen und Subtraktion, wobei die Schätzungen zwischen 20 und 50 lagen, ein durchaus akzeptabler Wert wenn man bedenkt, dass durch die Farbigkeit des Bildes nicht immer jeder Leerstuhl direkt sichtbar ist.

- Lukas löste die Aufgabe mithilfe der Ausschneidmethode: er bündelte zunächst 10er-Blöcke und schätze dann ab, wie oft diese auf Länge und Breite des Bildes passten. Er kam somit auf 380.

Aufgabe 3:

Dieses Foto wurde von einem Hubschrauber aus gemacht.

Du siehst darauf den Parkplatz eines großen Möbelgeschäfts. Wie viele Autos sind es wohl?

Schätze zuerst:

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

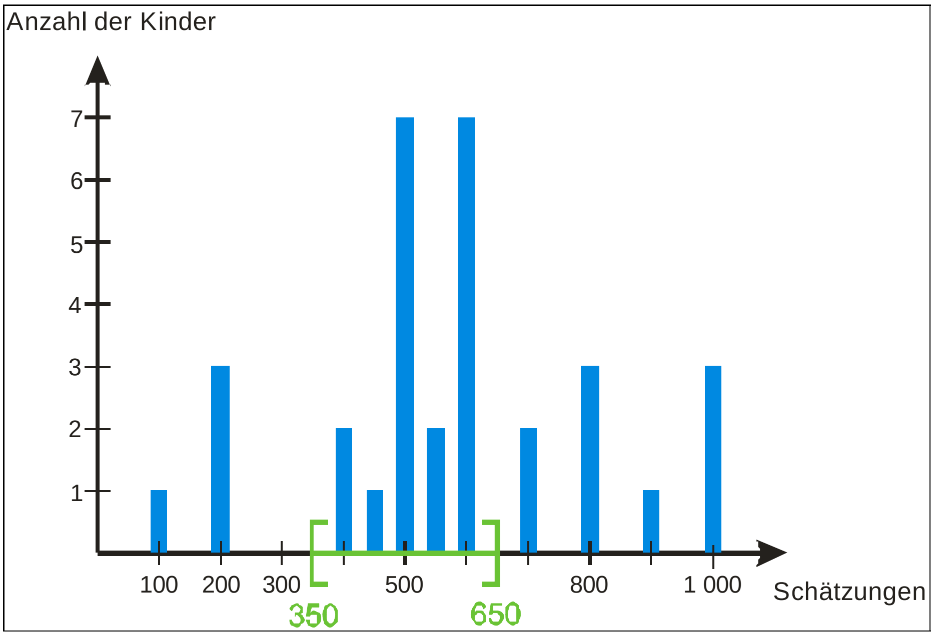
Die Schätzungen der Kinder lagen zwischen 100 und 1 000, was deutlich macht, wie unterschiedlich die Wahrnehmung großer Mengen noch ist.

Wendet man nun das von mir festgelegte Auswertungsschema an[50], so ergibt sich folgendes:

19 von 32 Kindern haben gute Schätzungen abgegeben.

Vier Kinder lagen unterhalb des Intervalls, dagegen neun teilweise deutlich darüber.

Somit gaben die meisten Kinder einen tendenziell höheren Wert an als die tatsächliche Anzahl.



Die x-Achse gibt jeweils die abgegebenen Schätzungen an. An der y-Achse wird die Anzahl der Kinder markiert, die jeweils den gleichen Wert angaben. Der grün hervorgehobene Bereich stellt das Intervall für eine „gute Schätzung" dar, welche sich an meinem Auswertungsschema aus II. 6.2 orientiert.

[50] Siehe S. 26

Überprüfe durch geschicktes Überschlagen deine Schätzung. Wie hast du gerechnet?

Die meisten Ergebnisse lagen hier zwischen 440 und 600. Mir kommt es hier aber vor allem auf verschiedenen Lösungswegen an, die die Kinder entwickelten:

- Zehn Kinder zählten die Autos innerhalb einer Reihe und multiplizierten diese mit der Anzahl der Reihen, erhielten so entweder 500 oder 600 Pkws, je nachdem, welche Reihe sie ausgezählt hatten.

- Andere bestimmten durch Zählen die Menge der Autos in einem Parkstreifen(jeweils zwei Reihen) und nahmen diese mal mit der Anzahl aller Streifen.

- Zwei Schüler versuchten, die Kästchenmethode anzuwenden, allerdings ist diese hier nicht gut zu gebrauchen, denn zum einen liegt ja bereits eine Strukturierung vor, zum anderen ist es schwer, die Kästchen aufgrund der zwischendrin liegenden, autofreien Flächen so zu setzen, dass in jedem Rechteck etwa gleich viele Autos stehen.

- Julian zählte die Autos innerhalb einer Parkbucht und nahm diese mal mit der Anzahl aller Parkbuchten. Dies wäre auch eine Möglichkeit der Strukturierung, allerdings für diese Bild ungeeignet, da er nicht bedacht hatte, dass die Parkbuchten hier sehr unterschiedlich groß sind.

- Ralph nahm sein Lineal zur Hilfe und maß so aus, dass auf etwa drei Zentimetern 20 Autos stehen. Insgesamt ist auf dem Foto eine etwa ein Meter lange Autoschlange, somit ergab sein Überschlag ca. 600 Fahrzeuge.

- Ein anderer Junge versuchte durch 10er- Bündelung die Anzahl zu überschlagen: In eine Reihe passen fünf 10er- Bündel plus sechs restliche Autos, multipliziert mit zehn Reihen ergab dies 560 Pkws.

Aufgabe 4:

Alexander kommt von einem aufregenden Safariurlaub nach Hause und gibt vor seinen Freunden an :

„Von weitem hörte ich auf einmal ein Grollen, das immer näher kam. Ich wusste erst nicht was es war. Alles was ich sehen konnte war eine riesige Staubwolke. Das Geräusch wurde immer lauter und lauter und da erkannte ich auf einmal was es war: Eine riesige Büffelherde raste auf mich zu. Das waren über ***1 000*** *Tiere!!!!“*

Stolz zeigt er ein „Beweisfoto“:

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:
Büffelherde:
Getaway (September 1989): Ramsay, Son and Parker, Durban, S 63

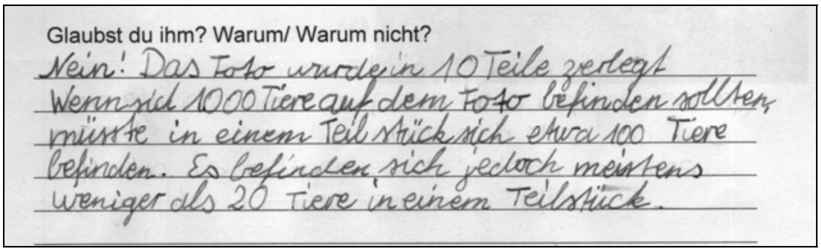
Glaubst du ihm? Warum/ Warum nicht?

Bei dieser Aufgabe sollen sich die Schülerinnen und Schüler kritisch mit Alexanders Äußerung befassen, sich eine eigene Meinung bilden und diese begründen. Ziel ist es, dass die Kinder angeregt durch solche Aufgaben auch in ihrem eigenen Alltag Aussagen anderen kritisch hinterfragen und gleichzeitig lernen, ihre mögliche Kritik sachlich begründen zu können.

Die Aufgabe beziehungsweise das Bild wurde von mir absichtlich in dieser Form gewählt, da zusammen mit einer guten Begründung die Entscheidung sowohl auf: „Ich glaube ihm nicht“, als auch auf „Ich glaube ihm“ fallen kann.

Eine deutliche Mehrheit (30 Kinder) gab an, Alexander nicht zu glauben. Die Begründungen für diese Entscheidung waren aber durchaus unterschiedlich:

- Einige nannten die angegebene Anzahl von 1 000 Tieren als übertrieben und schätzen selbst, dabei lagen die Schätzungen zwischen 120 und 500 Tieren, die am häufigsten genannte war circa 300 Tiere
- Auch mit Hilfe von Überschlagsrechnungen wurde eine eigene Anzahl an Tieren bestimmt.
  Angewendet wurde hierbei vor allem die Rastermethode.
- Lena begründete ihre Antwort durch eine interessante Umkehrung der Rastermethode. Sie teilte das Bild in zehn gleich große Teile auf und erläuterte weiter:


Glaubst du ihm? Warum/ Warum nicht?

Nein! Das Foto wurde in 10 Teile zerlegt
Wenn sich 1000 Tiere auf dem Foto befinden sollten,
müsste in einem Teilstück sich etwa 100 Tiere
befinden. Es befinden sich jedoch meistens
weniger als 20 Tiere in einem Teilstück.

- Johann hatte für diese Aufgabe eine ganz andere Lösung: Er meinte, dass er erst letztens in einem Buch gelesen habe, dass Büffelherden höchstens aus 500-600 Tieren bestehen würden, und deswegen könne Alexander Behauptung nicht stimmen.
  Natürlich ist dies in diesem Sinne keine mathematische Lösung des Problems, dennoch wurde eine kritische Betrachtung durch Aktivierung verfügbaren Vorwissens angeregt.

Zwei Schüler und eine Schülerin gaben an, Alexander zu glauben, da ja vielleicht nur einen Teil der Herde auf dem Foto zu sehen sei, deswegen sei seine Aussage nicht unbedingt gelogen.

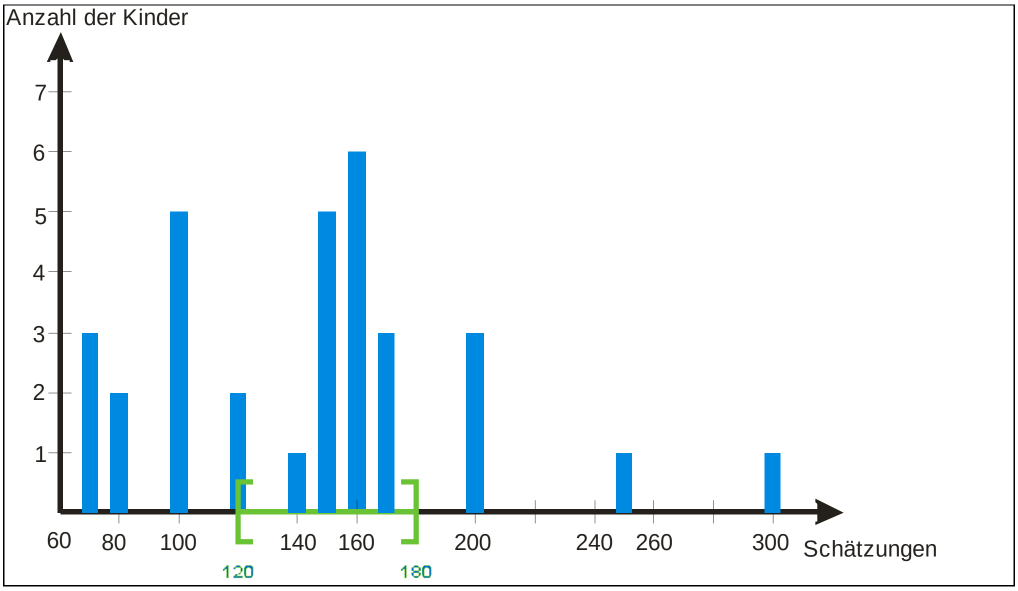
Aufgabe 5:

Wie viele Köpfe hat der Künstler gemalt? Schätze.

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Peter Schunter
„Once upon a time“ (1994)
Öl auf Leinwand

Diese Aufgabe beginnt zunächst einmal mit der reinen Schätzung der auf dem Bild vorhandenen Köpfe.
Bemerkenswert finde ich hier, dass es das einzige Bild war, bei dem eine Tendenz zu niedrigeren Schätzungen zu erkennen ist. Unterhalb des Intervalls fielen zehn Kinder, darüber hingegen nur fünf.



Überschlage, wie viele Augen wohl auf dem Bild sind.
Schreibe auf, wie du dabei vorgegangen bist.

Bei dieser Aufgabenstellung wollte ich herausfinden, ob die Kinder sich hier tatsächlich auf die Augen der Menschen konzentrieren würden, oder aber versuchen, die Anzahl der Köpfe zu überschlagen, und somit wiederum eine vorgeschaltete Strukturierung vornehmen würden, da die Köpfe besser zu sehen sind als die Augen.
27 der 32 Schüler haben wirklich zunächst die Köpfe überschlagen, um diese dann für die Anzahl der Augen zu verdoppeln.
Drei Kinder multiplizierten einfach nur die von ihnen zuvor geschätzten Köpfe mit dem Faktor zwei.
Interessant war hier die Selbstverbesserung eines Mädchens: Zuerst überschlug Kim mit Hilfe der Rastermethode die Anzahl der Köpfe, verrechnete sich hierbei allerdings und erhielt nach Verdoppelung für die Augenanzahl als Ergebnis 700.

Darunter schreib sie:

> Ich habe 700 raus
> bekommen. Ich glaube aber
> das es nicht so viele sind
> eher 400

Dies zeigt, dass sich Kim auch noch nach dem Errechnen des Ergebnisses kritisch darüber Gedanken gemacht hat, ihre Äußerung lässt bereits auf ein gewisses Zahlgefühl schließen, welcher Anlass für ihre Zweifel war.

Lediglich zwei Kinder überschlugen tatsächlich die Anzahl der Augen ohne dabei die Kopfanzahl zu Hilfe zu nehmen.

Aufgabe 6:

Finde heraus, wie viele Kaffeebohnen in etwa auf dem Bild zu sehen sind.
Erkläre, wie du dabei vorgegangen bist.

Abb. 8

Mein Anliegen bei dieser Aufgabe war es, dass die Kinder sich noch einmal Gedanken darüber machen, wie man bei ungleicher Verteilung dennoch einen guten Überschlag abgeben kann. Mich interessierte hier vor allem auch, welche Methode am häufigsten gewählt werden würde und wie die Schüler damit zurechtkämen.

Diese Aufgabe wurde sehr gut bearbeitet: Die Überschlagsergebnisse lagen zwischen 90 und 400, 26 davon zwischen 160 und 300, was dem tatsächlichen Wert von etwa 230-250 Kaffeebohnen schon recht nahe kommt.

- Die Mehrzahl verwendete die so genannte Ausschneidmethode:
  Zuerst wurde eine bestimmte Anzahl an Kaffeebohnen ausgezählt und eingerahmt, dann wurde ausgezählt, die oft diese Fläche sich auf die gesamten Bohnen verteilen lässt. Ein Mädchen verwendete hierbei ihre Hand, zählte zunächst aus, wie viele Bohnen auf der Fläche einer Hand Platz hatten, dann, wie oft ihre Hand auf die von Bohnen bedeckte Fläche passte. Auf diesem Weg erhielt sie etwa 200 Kaffeebohnen.

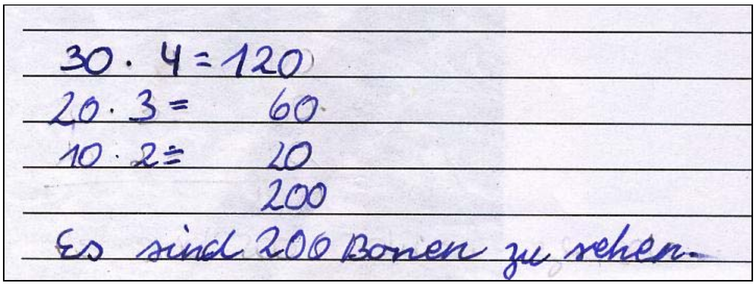
- Dieser Lösungsmethode sehr ähnlich gingen noch weitere fünf Kinder vor: Sie umrahmten den Bereich, der von Bohnen bedeckt war, und teilten diesen dann in etwa gleich große Teile ein. Die Anzahl der Bohnen innerhalb einer Fläche multipliziert mit der Anzahl aller Flächen ergab auch hier recht gute Ergebnisse.

Einige legten ein gleichmäßiges Raster über das gesamte Bild und gingen dann auf unterschiedliche Weise weiter vor:

- Das Ergänzen nur teilweise gefüllter Kästchen zu vollen wurde von sechs Schülern angewandt. Hierbei zeigten die Kinder ein gutes Gefühl dafür, welche Zellen zusammen in etwa wieder die gleiche Anzahl wie eine komplett gefüllte hatten.

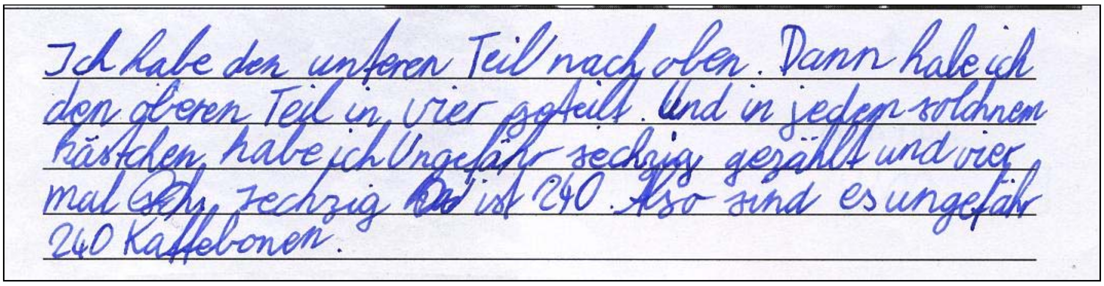
- Andere überschlugen zunächst nur die vollen Kästchen, der Rest der Kaffeebohnen wurde geschätzt und dazuaddiert.

- Ein Mädchen entwickelte noch eine weitere Idee: Sie legte über das Bild ein gleichmäßiges Raster und bestimmte auch erst einmal die Anzahl der Bohnen in einem vollen Kästchen (30 Bohnen). Dann schätze sie die Anzahl in fast vollen Kästchen (20) und die in nahezu leeren (10) und kam somit auf:



30 · 4 = 120
20 · 3 = 60
10 · 2 = 20
200
Es sind 200 Bonen zu sehen.

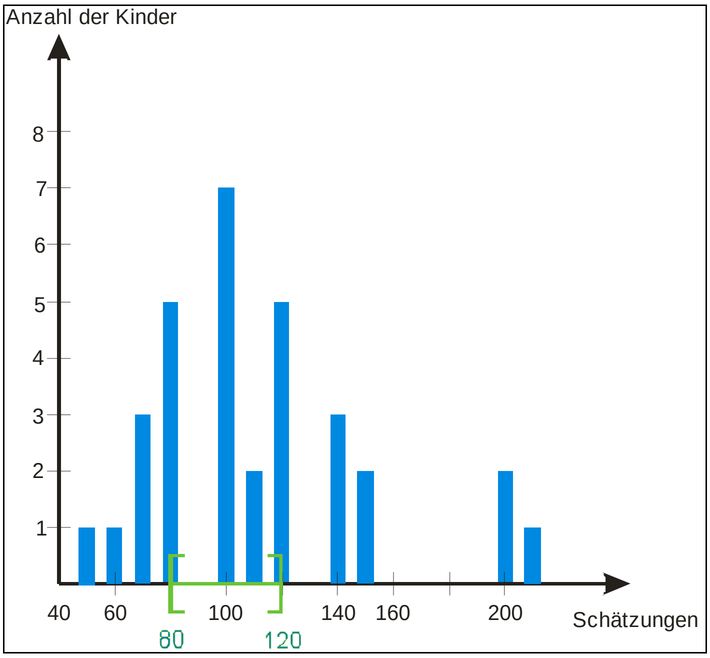
- Laura fiel auf, dass wenn man das Bild genau in der Mitte teile, die Bohnen im unteren Teil in etwa die Anzahl seien, die im oberen Teil fehlten. Also betrachtet sie nur noch die obere Hälfte und überschlug, wie viele Bohnen es wären, wenn die Fläche komplett bedeckt wäre:



Ich habe den unteren Teil nach oben. Dann habe ich den oberen Teil in vier geteilt. Und in jedem solchnen Kästchen habe ich Ungefähr sechzig gezählt und vier mal ~~Sechs~~ sechzig ~~Das~~ ist 240. Also sind es ungefähr 240 Kaffebonen.

Zum Abschluss gab es noch drei Bilder, bei denen die Schülerinnen und Schüler einfach nur ihre Schätzungen bezüglich der abgebildeten Anzahl abgeben sollten. Wichtig war mir hier, ob man bereits nach dieser Unterrichtseinheit eine Verbesserung in ihrem Zahlengefühl feststellen konnte und ob die Kinder Anzahlen bereits sicherer einzuschätzen vermochten.

<u>Aufgabe 7:</u> *Gib deinen Tipp ab. Wie viele denkst du sind jeweils auf den Bildern zu sehen?* Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden: Schafherde



Da auf dem Bild etwa 100 Schafe zu sehen sind, ergibt sich das Intervall für gute Schätzungen von etwa 80 bis 120.

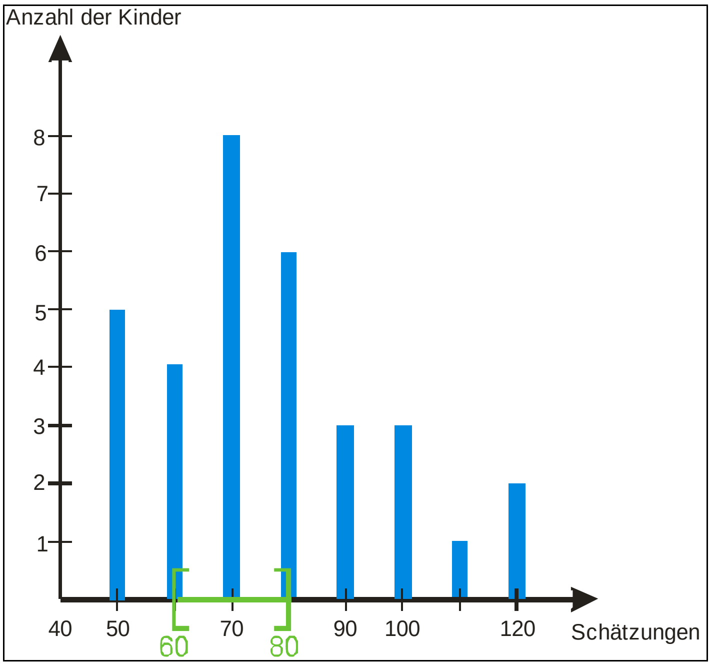
19 Kinder lagen in diesem Bereich, fünf darunter, acht darüber.

Das Ergebnis ist sehr erfreulich, da das Bild auch gewisse Schwierigkeiten birgt: Da die Schafe nicht überall gleich groß sind erschwert dies das Schätzen zusätzlich.

Auf diesem Bild befinden sich circa 70 Büffel, die meisten Schätzungen der Kinder lagen auch in diesem Bereich.
Ein Kind verglich das vorherige Bild mit diesem und schrieb noch neben seine Schätzung, dass auf dem Bild etwas weniger Büffel als auf dem anderen Schafe seien, und da es die Anzahl der Schafe auf 120 geschätzt hatte, seien es wohl 70 Büffel.

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Büffelherde



Ansonsten lagen 18 Schüler innerhalb des Intervalls, fünf darunter, neun verschätzen sich tendenziell zu hoch.
Dennoch lässt sich bezüglich der beiden letzten Bilder sagen, dass hier kein einziges Kind in großem Rahmen fehlschätzte.

Zum Abschluss hatte ich noch folgendes Bild dazugefügt:

Abbildung konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Geo (März 2006): Gruner + Jahr- Verlag Hamburg, S. 104

Hier ging es mir eigentlich nicht um die genauen Schätzungen sondern nur darum, ob die Kinder bereits einschätzen konnten, ob dies über
1 000 sind oder nicht.

Vier Schüler schätzen rund 500, die nächsten Schätzungen lagen bereits bei 1 000, bis hin zu 10 000. Hier wird deutlich, dass dies Dimensionen sind, mit denen die Kinder noch selten in Berührung gekommen sind und sich hier folglich bei Einschätzungen schwer tun.
Andererseits tippten bereits 21 Kinder zwischen 1000 und 3000, was für diesen Zahlenbereich durchaus erwähnenswert ist.

Fazit:

Insgesamt lässt sich zu der Bearbeitung der Aufgaben sagen, dass ein Großteil der Kinder im Laufe der Zeit relativ gute Schätzungen abliefern konnten. Mit Ausnahme von Aufgabe 5 lagen die meisten geschätzten Anzahlen tendenziell höher als der tatsächliche Wert.
Auch die Überschlagsprobleme wurden gut gelöst, oft wurden bereits vorhandene Strukturierungsmöglichkeiten erkannt und aufgegriffen, bei anderen Bildern wurden besprochene Methoden angewendet oder sogar neue Wege gefunden.

Im Anschluss an diese Stunden können Kinder auch selbst Schätzbilder suchen, hier bieten sich vor allem Zeitungen oder Tierbüchern an. Sind die technischen Möglichkeiten mit Fotokameras vorhanden, lassen sich solche Schätzbilder auch ganz einfach selbst machen oder im Kunstunterricht per Collage oder diversen Druckgrafiken herstellen. Ist eine gewisse Sammlung an Schätzbildern vorhanden, lassen sich diese in Freiarbeitsstunden oder Wochenplan immer wieder einmal mit einbauen, wodurch das Gefühl für Zahlen bei den Kindern gefestigt werden soll.

Solche Bilder haben auch einen gewissen ästhetischen Wert.

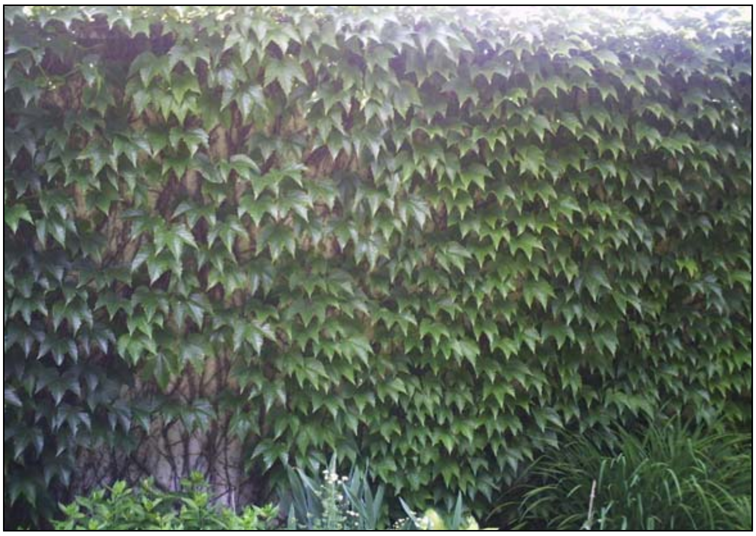


Abb. 9 und 10: Beispiele für selbst gemachte Schätzbilder

2. Stunde: Anzahlbestimmung an real vorhandenen Gegenständen

In meiner zweiten Unterrichtseinheit ging es nun um das Schätzen und Überschlagen von Anzahlen real vorhandenen Gegenständen. Da es mein Ziel bei allen Stunden war, möglichst nahe an der Welt der Kinder zu bleiben, versuchte ich, Dinge zu finden, die sich gut Schätzen lassen und für Kinder interessant sein könnten.

Zunächst einmal gab ich verschiedene Packungen, die im Laufe der Stunde untersucht werden sollten, durch die Reihen: eine Packung Nudeln, eine Tüte Bonbons, eine Packung Bohnen und eine Tüte Holzdübel.

Ein Junge, der zuhause viel mit Holz bastelte, konnte erklären, für was man Dübel bräuchte, da drei Kinder diese nicht kannten.

Die Klasse sollte sich die Packungen von außen genau ansehen und auf einen Zettel ihre Schätzungen abgeben, wie viele Nudeln, Bonbons, Bohnen und Dübel sich jeweils wohl darin befänden.

Natürlich muss bei diesen Schätzungen berücksichtigt werden, dass die Schüler zum einen nur die geschlossene Packung anschauen konnten, deswegen werde ich für die Ergebnisse nicht wie oben das Auswertungsschema anwenden, sondern lediglich die Angaben in einer Grafik darstellen. Zum anderen waren die Kinder angehalten, in sehr kurzer Zeit einfach eine grobe Schätzung abzugeben.

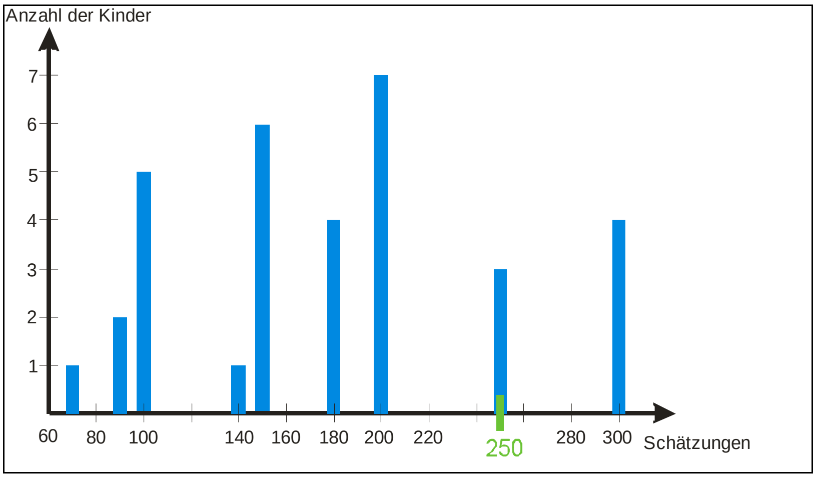


Abb. 11: 500g-Packung Nudeln

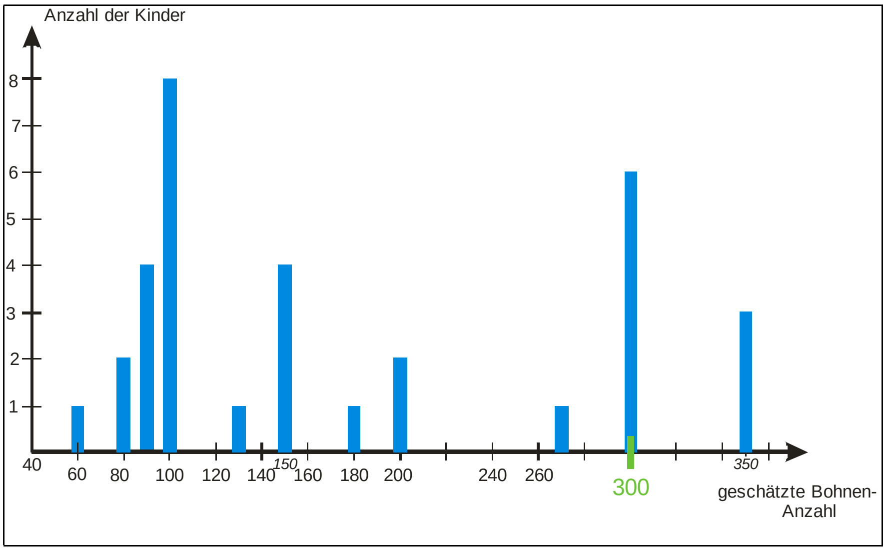
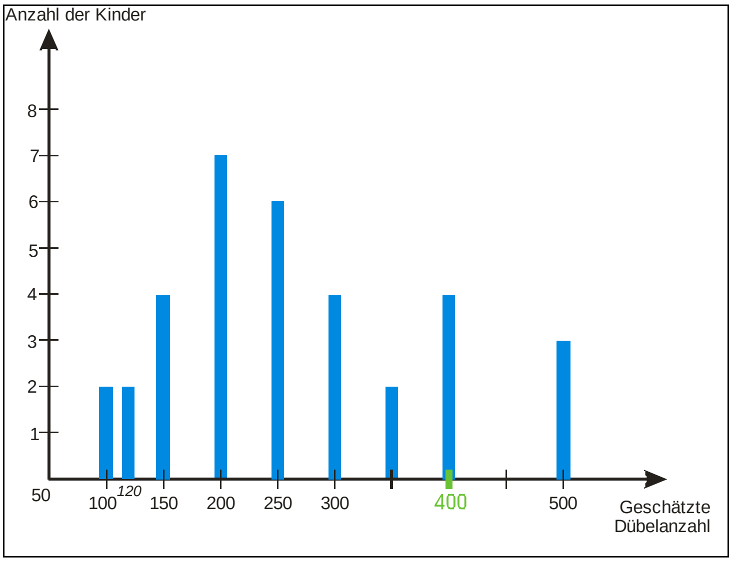


Abb. 12: 500g-Packung Bohnen

Abb. 13



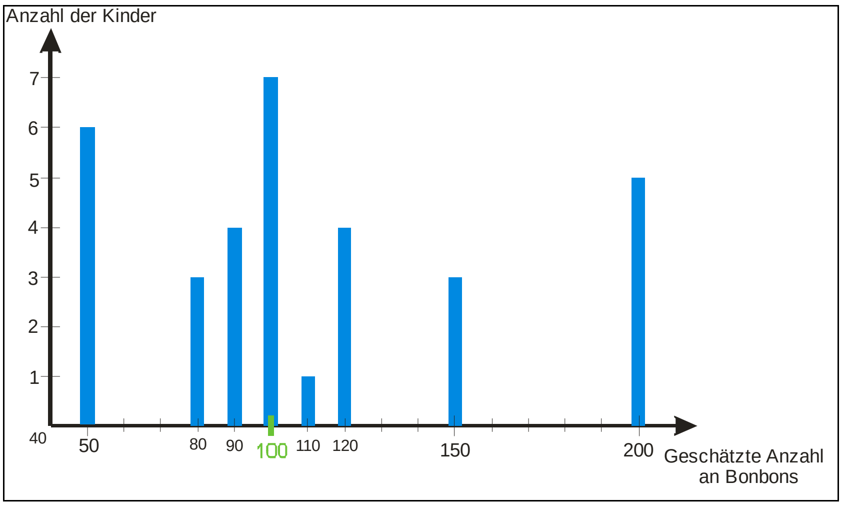


Abb. 14

Auffällig ist, dass bei den ersten drei Schätzungen (Nudeln, Bohnen und Dübel) deutlich weniger geschätzt wurde als tatsächlich vorhanden – dies steht auch im Gegensatz zu das Schätzungen bei den Bildern, die tendenziell höher ausfielen. Ich denke es liegt hauptsächlich daran, dass es hier nun um eine dreidimensionale Vorstellung geht: Bei den Bildern waren die gesamten Objekte, deren Anzahl beschätzt werden sollte, direkt sichtbar. Hier sehe ich aber nun nur noch einen Teil, zum Beispiel die oberste Lage an Nudeln und muss mir dabei den verdeckten Rest (wie viele Schichten werden wohl noch darunter liegen) vorstellen und in meine Aussagen mit einbeziehen.
Die Ausnahme stellt die Bonbontüte dar: Hier fielen die Schätzungen sehr gut aus - tendenziell eher zu hoch- was wohl daran liegt, das Kinder mit Bonbonpackungen reichlich Erfahrung haben und sich somit die darin enthaltene Anzahl besser vorstellen können als in einer Packung Nudeln.

In einer Gruppenarbeit sollten im Anschluss Ideen entwickelt werden, wie man durch geschicktes Überschlagen die ungefähre Anzahl der jeweiligen Objekte bestimmen könnte. Gearbeitet wurde in sieben Vierer- und einer Fünfergruppe. Ich verteilte insgesamt drei Packungen Nudeln, jeweils zwei Tüten Dübel beziehungsweise Bonbons und eine Packung Bohnen.
So erhielten beispielsweise drei Gruppen die gleiche Packung Nudeln. Meine Absicht war hier, einerseits durch Verteilung gleicher Arbeitsmittel an unterschiedliche Gruppen die Diskussion anzuregen, warum Schätzungen von gleichen Dingen durchaus voneinander abweichen können.

Durch verschiedene Arbeitsmaterialien (Bohnen, Bonbons, Dübel und Nudeln) sollten die Kinder erkennen, dass nicht immer die gleiche Methode die beste ist: wann ist welcher Weg geschickter und warum?

Jede Gruppe erhielt weiterhin einen großen, flachen Karton, in dem gearbeitet werden sollte, sodass während dem Hantieren keine Bohnen, Bonbons, usw. verloren gehen konnten.

Wichtig war mir, dass die Kinder dokumentierten, wie sie vorgegangen waren, deswegen erhielt jede Gruppe ein Arbeitsblatt, auf dem die Ideen notiert werden sollten, um sie später im Sitzkreis vorführen zu können.
Während des Arbeitens waren einige Gruppen so beschäftigt, dass sie leider nur wenig von ihrer Vorgehensweise notierten, sodass sich auf den Arbeitsblättern oftmals nur das Ergebnis befindet. Zum Abschluss der Stunde konnten sich die Kinder aber glücklicherweise noch gut erinnern, wie sie vorgegangen waren und gaben so mündlich ihre Berichte ab.

Name: ____________________

Material: ____________________

Große Anzahlen bestimmen

Heute geht es darum, die Anzahl von Bohnen/Nudeln/Bonbons/Dübeln in etwa herauszufinden.

Überlege dir in deiner Gruppe, wie du das machen könntest und schreibe genau auf, wie du dabei vorgegangen bist.

Mit einer Waage:

Unser Ergebnis mit Hilfe der Waage:

Mit einem Becher:

Unser Ergebnis mit Hilfe eines Bechers:

Arbeitsblatt S. 1

Mit einem Kästchenblatt:

Unser Ergebnis mit Hilfe eines Kästchenblatts:

Wir hatten noch andere Ideen:

Auch für diese Stunde hatte ich mir Differenzierungsangebote überlegt:
Zunächst hatten die Gruppen Zeit, eigene Ideen zu entwickeln. Hilfsmittel wie Rasterblätter, Waagen und Becher standen am Pult bereit, die die Kinder selbstständig dazu ziehen konnten, aber nicht mussten.
Für Gruppen, die nicht zurechtkamen, gab es zu jedem von mir bereitgestellten Hilfsmittel noch ein Arbeitsblatt, das durch drei oder vier Anregungen die Kinder zu Lösungsmöglichkeiten anleiten sollte.

- Arbeitsblatt Becher

Name: ____________________

Material: ____________________

Ein Becher als Hilfsmittel

Ein Becher kann beim Überschlagen sehr hilfreich sein:

Füll den Becher mit den Bonbons/Nudeln/Bohnen/… bis oben hin voll.

Zähle: Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… sind in etwa in einem Becher?

____

____

____

Wie viele Becher kannst du mit dem Rest, der noch in der Packung ist, füllen?
Probiere es aus.

____

____

____

Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… waren also in etwa in der gesamten Packung?
Schreibe auf, was du gerechnet hast:

____

____

____

____

____

____

- Arbeitsblatt Waage

Name: ____________________

Material: ____________________

Die Waage als Hilfsmittel

Wie kann dir einen Waage beim Überschlagen helfen?

Wie viele Nudeln/Bonbons/Bohnen/… wiegen etwa 10 Gramm?

Wie viele brauchst du dann für ungefähr 20 Gramm?

Wie viele Gramm sind in der gesamten Packung?

Wie viele Nudeln/Bonbons/Bohnen… sind also in der gesamten Packung?

- Arbeitsblatt Rasterblatt

Name: ____________________

Material: ____________________

Das Kästchenblatt

Erinnerst du dich noch, wie wir gestern mit Hilfe eines Kästchens die Anzahl der Äpfel auf einem Bild herausgefunden haben?

Das Kästchenblatt funktioniert genauso:

Schütte zunächst den ganzen Inhalt deiner Packung auf das Raster. Achte darauf, dass du alles möglichst gleichmäßig verteilst.

Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… sind in etwa in einem Kästchen?

Wie viele Kästchen sind insgesamt gefüllt?

Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… sind es dann insgesamt?

Alle Gruppen gingen sofort ans Werk und überlegten sich erst einmal am Tisch eigene Ideen oder holten sich ein von mir bereitgestelltes Hilfsmittel.
Mehrere Gruppen versuchten sich als erstes am Rasterblatt. Zur Verfügung standen hier mit unterschiedlich großen Rastern versehene Blätter, die ich jeweils in flache Kartons hineingeklebt hatte. Möglich sind hier auch Backbleche, allerdings sollte man dabei zwischen Blech und Rasterblatt Filz oder Moosgummi kleben, um den hohen Geräuschpegel beim Umschütten zu vermeiden.
Die meisten Gruppen kamen sehr schnell auf die Idee, dass man auch hier die Kästchenmethode anwenden könnte, die aus den vorhergehenden Stunden bekannt war. Somit stellte dieser Lösungsweg eigentlich keine weiteren Probleme für die Kinder dar.

Abb. 15

Zwei Gruppen nahmen als erstes die Küchenwaagen zu Hilfe. Hierfür hatte ich Waagen gekauft, die ab 1g zu wiegen beginnen, damit zum Beispiel auch das Gewicht einer einzelnen Nudel bestimmt werden konnten.
Eine dieser Gruppen wog zunächst einmal eine Bohne, die sie in einen Becher getan hatte.
Dann wurden die gesamten Bohnen gewogen, die Hochrechnung ergab etwa 40 Bohnen. Ein Kind notierte dies als Ergebnis auf dem Arbeitsblatt, bis ein Junge bemerkte, dass das nicht sein könne und er glaube es seien mehr. Diese Bemerkung machte auch die anderen Mitglieder stutzig und es wurde nochmals auf die gleiche Weise nachgewogen, was somit auch zum gleichen Ergebnis führte und die Kinder in kurze Ratlosigkeit stürzte, bis ein Schüler den Fehler

entdeckte: „Wir haben ja immer des in den Becher rein, dann haben wir ja den Becher jedes Mal mitgewogen!“

Diese Feststellung verwirrte zunächst einen Jungen der Gruppe: „Dann müss ma, wenn ma die ganze Packung wiegen, au den Becher mitwiegen?“

„Nein, den Becher brauch ma garned, wir wiegen jetz erstmal eine Bohne und dann alle und dann kömm mas jetz richtig ausrechnen.“, wovon sich auch der Junge überzeugen ließ.

Somit kamen sie auf 250 Bohnen (1 Bohne wog 2g, überschlagen ergaben das für 500g 250 Bohnen)

<u>Abschlusskreis:</u>

Etwa eine halbe Stunde vor Ende der Doppelstunde versammelte ich die Klasse in einem Sitzkreis. Hier sollten nun die einzelnen Gruppen ihre Ergebnisse und Ideen vorstellen.

Mit den von mir bereitgestellten Hilfsmitteln waren die meisten Gruppen gut zurechtgekommen, aber auch eigene Ideen waren während der Arbeitsphase entstanden.

So berichtete eine Gruppe: „Also wir ham uns gedacht, also da sin wir eigentlich zufällig drauf kommen weil der Ralph so in die Tüte reingelangt hat um welche rauszuholen und ma kann ja auch einfach mal eine Hand voll Bohnen rausholen. Und dann die in der Hand zählen, und dann schaun, wie viele Male man reinlangen muss bis die Packung leer is. Dann kam ma des malnehmen und dann hat ma des Ergebnis. Da braucht ma dann ned mal nen Becher.“

Ein Mädchen aus der Gruppe, die die Packung Dübel untersuchen sollten, schaltete sich ein: „Des ham wir uns auch dacht, aber des ging bei uns ned, weil wir ham mal geguckt und des waren immer ganz unterschiedlich viele in der Hand.“

Als ich die Frage in die Runde stellte, ob es also keine gute Methode wäre, warfen mehrere Kinder ein: „Doch ich glaub scho, weil bei den Bohnen hats ja funktioniert.“

Ein Junge aus der Dübelgruppe ergänzte: „Ja es war bei uns au immer recht schwer da so reinzulangen und dann was rauszumholen, weil oft hat ma dann viele gehabt und dann sin wieder welche runtergefallen und manchmal da waren nur ganz wenige in der Hand. Und ich denk halt Bohnen, die kam ma irgendwie besser greifen als die langen Dübel.“ Zur Demonstration für alle Kinder gab ich jeweils eine Tüte Bohnen und Dübel im Kreis durch, damit jedes Kind selbst feststellen konnte, dass es einfacher sei, Bohnen zu greifen als Dübel. Vanessa machte einen Vorschlag, der dieses Problem umgehen würde: „Vielleicht würds besser gehen, wenn immer einer beide Hände so aufhält und ein anderer dann die Dübel oben reinschüttet anstatt dass ma reingreift.“

Bei der Verwendung der Rasterblätter berichteten die Nudelgruppen, dass es hier etwas schwierig war, da die Nudeln durch ihre längliche Form oft über den Rand einer Zelle hinausgeragt hätten und man deswegen Probleme hatte, die Anzahl der Nudeln innerhalb eines

Kästchens zu bestimmen. Nachdem sie sich dann aber für das größere Raster entschieden hätten, wäre es doch noch anwendbar gewesen.

Die Waage hatten nur fünf Gruppen benutzt, drei davon wogen jeweils ein Bonbon beziehungsweise eine Nudel, dann die gesamte Packung um per Dreisatz die Gesamtanzahl zu überschlagen. Die anderen zwei Gruppen waren hier genau anders herum vorgegangen: „Wir ham gschaut, wie viele Dübel so 20g sin, und des waren 13 Dübel, dann sin ja 40g 26 Dübel und 100g warn ja dann so 60 und insgesamt haben alle zam 600g ghabt, dann müssen's ja 360 sein, also in etwa."

Hier meldete sich die Bohnengruppe zu Wort: „Bei uns muss ma mit der Waage glaub aufpassen, weil wir ham festgestellt, dass die ja ned alle gleich groß sind, und dann wiegen die ja au unterschiedlich viel. Und wenn ma jetzt zum Beispiel aus Pech ne besonders schwere rausnimmt, dann stimmts ja nimmer wenn ma des dann rechnet." Ein Mädchen aus dieser Gruppe ergänzte: „Wir haben dann extra gschaut, dass es ne normalgroße Bohne war, die wir genommen haben." Die Klasse wurde sich darüber einig, dass die Waage eine gute Methode sei, allerdings hauptsächlich für Mengen, deren Einzelteile in etwa alle gleich schwer waren, wie zum Beispiel Dübel oder Bonbons.

Eine Bonbongruppe stellte noch eine weitere Möglichkeit vor, wie sie die Anzahl bestimmt hatten: „Wir ham erstmal alle Bonbons in den Karton gleichmäßig reingeschüttet. Und dann ham ma des immer teilt, also einmal in der Mitte und dann die zwei Teile auch wieder in der Mitte dann warens vier und dann die nochmal geteilt. Dann hatten wir ja quasi alles gleich große Haufen und dann kam ma ja einen Haufen zählen und dann malnehmen mit den ganzen Haufen wie viele man da hat."

Dieser Weg ist in sofern sehr gut, da er keine weiteren Hilfsmittel benötigt.

Die Antwort auf meine Frage, wie es sein könne, dass Gruppen, die das gleiche Material hatten, dennoch unterschiedliche Ergebnisse bekommen hätten, war den meisten Schülerinnen und Schülern sehr schnell klar: „Ja weil ma hat ja auch immer nur ungefähr gerechnet, und vielleicht ham ja die anderen halt ein bissl anderst gerundet und dann is ja auch des Ergebnis anderst." Ein Mädchen meinte hierzu noch: „Oder die ham auch ganz anderst gezählt, zum Beispiel beim Raster, da haben die dann die einen in einem Kästchen mehr gezählt als die anderen und dann kommt ja auch was anderes raus."

3. Stunde: Wer ist unser Schätzchampion?

Am darauf folgenden Tag hatte ich im Nebenzimmer neun Stationen aufgebaut. Jeweils neun Kinder durften mit in den Nebenraum, die restlichen blieben im Klassenzimmer und arbeiteten in ihrem Mathematikbuch an Aufgaben zum Thema „Teilen von Zehnerzahlen mit Rest".
Jedes Kind erhielt von mir seinen eigenen „Tippschein"[52]. Hier sollte wirklich jedes Kind für sich alleine arbeiten und genug Zeit haben, sich mit den einzelnen Stationen zu beschäftigen. Als kleinen Anreiz konnte man einige Stationen auch gewinnen. Sieger sollte aber nicht unbedingt derjenige sein, der die Anzahl am besten geschätzt hatte (um unsinnige Schätzungen wie unter II.5 erwähnt zu vermeiden), sondern, wer eine gute Idee hatte, wie man bei den verschiedenen Stationen vorgehen könnte. Somit sollten die Kinder auch ihre Aufmerksamkeit mehr auf den Prozess als auf das Produkt der Schätzung und des Überschlagens richten, jeder abgegebene „Tipp" sollte möglichst begründet werden.
Natürlich wurden auch gute Schätzungen belohnt, sollten aber wie oben erwähnt nicht den Hauptausschlag geben.

Auch hier versuchte ich, möglichst viele Dinge aus dem Alltag der Kinder mit aufzunehmen.

Da immer nur neun Kinder zusammen mit mir im Nebenraum arbeiteten, hatte ich die Möglichkeit, vielen Kindern bei der Arbeit zu beobachten und gegebenenfalls auch nachzufragen. Somit konnte ich auch den ein oder anderen Lösungsweg mitverfolgen, den die Kinder zwar entwickelten, später aber nicht auf ihrem Tippschein notierten.

Im Folgenden soll auf die einzelnen Stationen sowie auf die Lösungsvorschläge der Kinder näher eingegangen werden.

[52] Tippschein im Original siehe Anhang 3

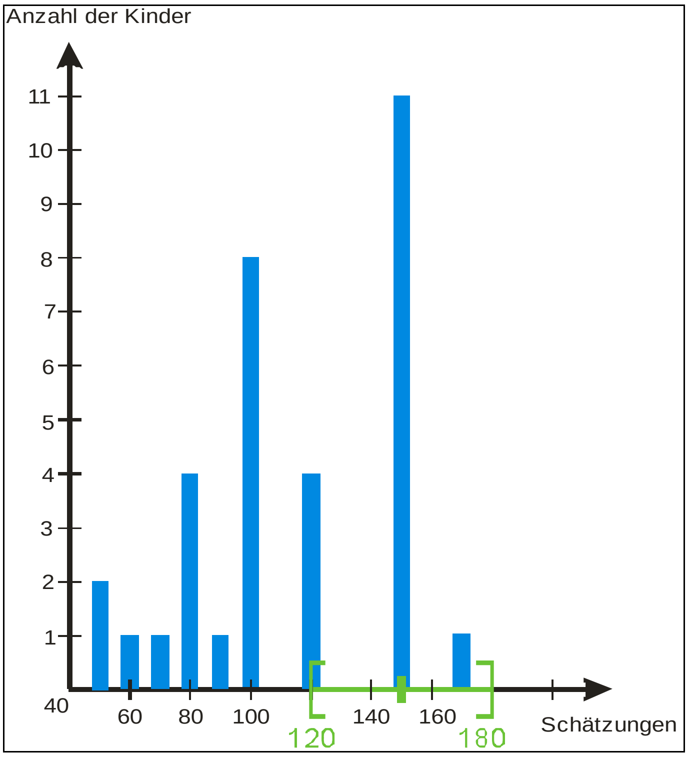
Station 1: Mandelpackung

Wie viele Mandeln sind in der 200g - Packung?

Abb. 16

Es handelte sich hierbei um eine handelsübliche Packung Mandeln, die eine gut durchsichtige Verpackung hatte, in der sich etwa 150 Mandel befanden.

Die Schätzungen der meisten Kinder überraschten mich, da sie im Gegensatz zu Schätzungen der Bilder deutlich unterhalb des tatsächlichen Wertes lagen. Diese Tendenz wird sich später auch noch bei weiteren Stationen zeigen.



Elf der 33 Kinder lagen mit 150 Mandel richtig, fünf weitere ebenfalls noch im Intervall für gute Schätzungen.

Die Lösungswege waren hierbei durchaus unterschiedlich und zeigen auch, welche Vielfalt solche Schätzaufgaben bieten können.

Auch wenn sich manchmal Lösungsvorschläge wiederholen, muss hierzu gesagt werden, dass die Kinder hier wirklich alle für sich alleine gearbeitet haben, sich somit jedes Kind die jeweilige Lösung selbstständig erarbeitet hat.

- Etwa ein Drittel hatte entweder nur geschätzt oder keine weitere Begründung für die Ergebnisse angegeben.

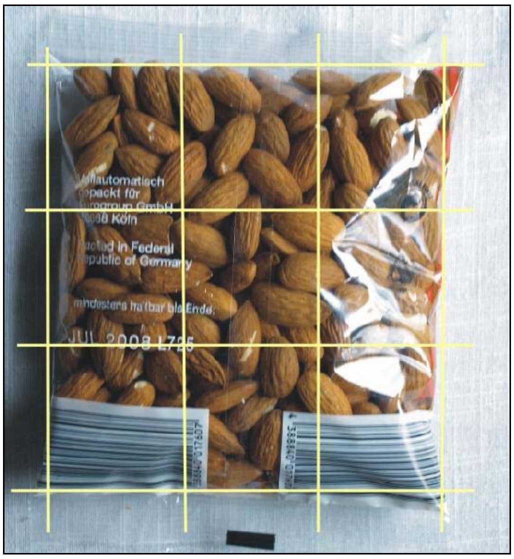


Abb. 17: gedankliche Bündelung

- Sieben Kinder kamen auf die Idee, die Packung Mandeln zu bündeln. So teilte Ferdinand beispielsweise die Mandelpackung gedanklich in neun gleich große Kästchen, zählte die in etwa in einem Kästchen befindlichen Mandeln und erhielt 9 • 9 = 81. Weiterhin nahm er an, dass wenn man die Tüte flach hinlege, es wohl zwei Schichten seien. Somit verdoppelte er die Anzahl auf 162 und gab an, dass es etwa 170 Mandeln seien.
  Diese Idee kommt quasi einer Anwendung der Rastermethode auf dreidimensionalem Raum gleich.

- Fünf Schüler nahmen die Angabe des Gewichtes zu Hilfe: Zunächst einmal schätze jedes Kind, wie schwer wohl eine Mandel wäre. Die Schätzungen lagen zwischen 2g und 4g, was ich für sehr gute Ergebnisse halte wenn man bedenkt, dass die Kinder in diesem Alter wohl erst recht wenige Stützvorstellungen von Gewichten im Allgemeinen und von solch kleinen im Speziellen haben. Die angegebenen 200 Gramm wurden anschließend durch die getroffene Annahme geteilt, die Ergebnisse lagen also zwischen 70 bis 200 Mandeln.
  Erwähnenswert ist hier vielleicht noch die Überschlagsrechnung von Martin: Er hatte das Gewicht einer Mandel auf 3 Gramm geschätzt und stand nun vor der Aufgabe
  200 : 3. Nachdem er zuerst einige Zahlen ausprobiert hatte, aber zu keinem befriedigenden Ergebnis kam, stellt er auf einmal fest:
  „200 geht nich, also nehm ich 210 und das geht dann 70 mal, also 70 Nüsse“
  Natürlich ist dieser Wert deutlich zu niedrig, da er das Gewicht einer Mandel zu hoch angesetzt hatte. Abgesehen davon zeigt sich hier aber schon, dass er den Sinn eines Überschlags verstanden hat und anwenden konnte.

- Einige Kinder stellten sich die Tüte quasi in Form eines Quaders vor und zählten ab, wie viele Mandeln hoch, breit und lang die Tüte denn sei. Dies ging aufgrund der fast durchgehend durchsichtigen Packung relativ gut.

Station 2: Normal- oder Familienpackung?

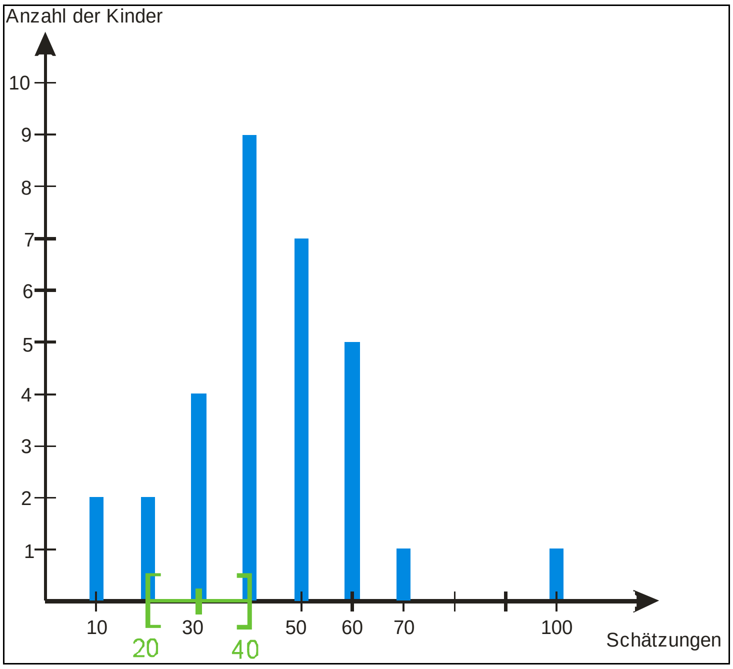
Wie viele Bonbons bekommst du **mehr**, wenn du statt einer Normalpackung eine Familienpackung kaufst?

Auf diese Station bin ich während dem Einkaufen gekommen und dachte mir, es ist durchaus eine Frage, die aus dem Alltag von Kindern stammen kann.

Abb. 18

Interessant ist, dass die meisten Schätzungen hier als einzige Station eher höher lagen als der tatsächliche Wert.

Vielleicht lässt sich dieses Phänomen in diesem Fall „psychologisch“ erklären. Weil ja in dieser anscheinend sehr viel mehr enthalten ist, wollen die Kinder beim Einkaufen möglichst ihre Eltern zu einer großen Packung überreden.



In Wirklichkeit befinden sich in der größeren Packung etwa 30 Bonbons mehr, was einen Toleranzbereich für gute Schätzungen von ± 10 ergibt, indem etwa ein Drittel der Klasse lag.

Nur zwei Kinder schätzen weniger, dagegen vierzehn mehr.

Natürlich muss hier berücksichtigt werden, dass die Kinder lediglich die geschlossenen Packungen zur Anschauung hatten.

Dennoch entwickelten die Schülerinnen und Schüler verschiedene Lösungswege, um dieses Problem zu umgehen:

- Neun Kinder versuchten durch Abtasten zunächst einmal die Anzahl in jeder Packung getrennt zu bestimmen, um dann die Differenz der geschätzten Werte zu berechnen.
  Die gewonnenen Ergebnisse lagen entweder im Intervall oder aber nur knapp außerhalb, wodurch sich diese Methode als relativ präzise erwies.

- Sechs Schüler nahmen die Größe der Verpackung als Anhaltspunkt. Die Familienpackung ist etwas kleiner als doppelt so groß wie die Normalpackung. Daraus wurde gefolgert, dass auch die Inhalte im gleichen Verhältnis stünden, was aber leider ein Trugschluss ist, denn es befinden sich weniger als doppelt so viele Bonbons in der Familienpackung.

Einige Kinder nahmen die Gewichtsangaben auf den Verpackungen zu Hilfe:

- Zwei Jungen, die am Tag zuvor in der Gruppe waren, die die Bonbontüte untersucht hatte, konnten sich noch daran erinnern, dass ein Bonbon etwa 5g gewogen hatte. Da der Unterschied zwischen den beiden Packungen etwa 100g war, errechneten sie, dass in der Familienpackung etwa 20 Bonbons mehr enthalten sein müssten.
  Andere Kinder versuchten es ebenfalls auf diesem Weg, mussten aber vorher noch das Gewicht eines Bonbons schätzen, diese lagen zwischen 2g und 10g.
  Ein Mädchen meinte zunächst zu mir: „Ein Bonbon, des is ned schwer, vielleicht so 50g.“ Auf meine Frage hin, wie viele Bonbons sich denn dann zum Beispiel in der großen Packung befänden und sie hierbei auf sieben kam, wurde sie stutzig. Als ich sie fragte, was sie denn am Tag zuvor vielleicht gewogen hätte, erinnerte sie sich: „Ja also wir hatten die Bohnen, da hat eine 3g gehabt, des weiß i no. Dann hat so a Bonbon vielleicht au nur so 3g oder so. Und 100g sin dann 30 Bonbons. Also sin´s 30 mehr.“

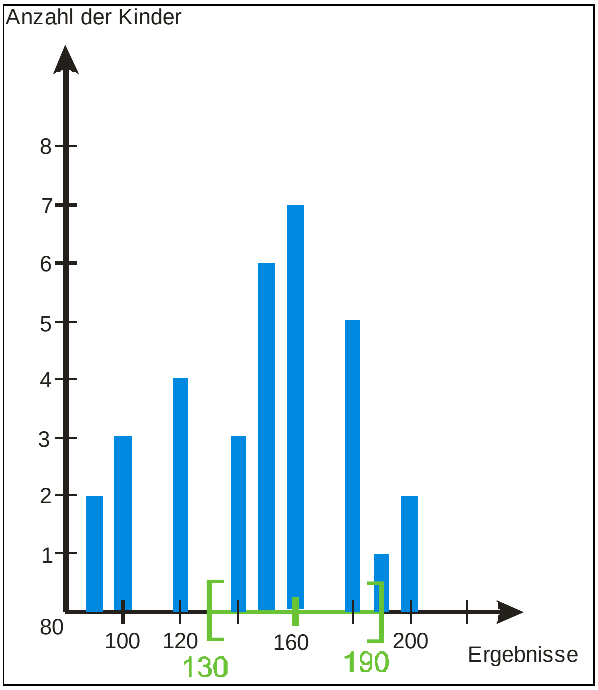
Station 3: M&Ms

Schätze oder überschlage: Wie viele „M&Ms“ sind in dieser Schachtel?

Abb. 19

Diese Station gehört zu den leichteren, das zu Schätzende ist gut sichtbar und durch seine Präsentation bereits vorstrukturiert.
Die meisten Kinder nutzen auch die Form des Quaders aus, um die Anzahl der M&Ms zu überschlagen.

Somit fielen die Ergebnisse hier sehr gut aus:



22 Kinder lagen sogar noch innerhalb des Intervalls, abweichende Ergebnisse lagen dennoch recht nahe an den Grenzen.

Der Großteil versuchte, die Anzahl der untersten Schicht zu bestimmen, um diese dann mit der Anzahl an Schichten zu multiplizieren.
Dabei ging es mir auch vor allem darum, wie die Kinder hier runden.
Mehrere Kinder erläuterten ihr Runden, so meinte zum Beispiel David:
„Ganz unten liegen 7 • 4 M&Ms, das sind 28. Es sind 5-mal so viele, also 28 • 5 aber ich rechne mit 30, weil es sind ganz unten schon eher mehr als weniger. Also 150.“

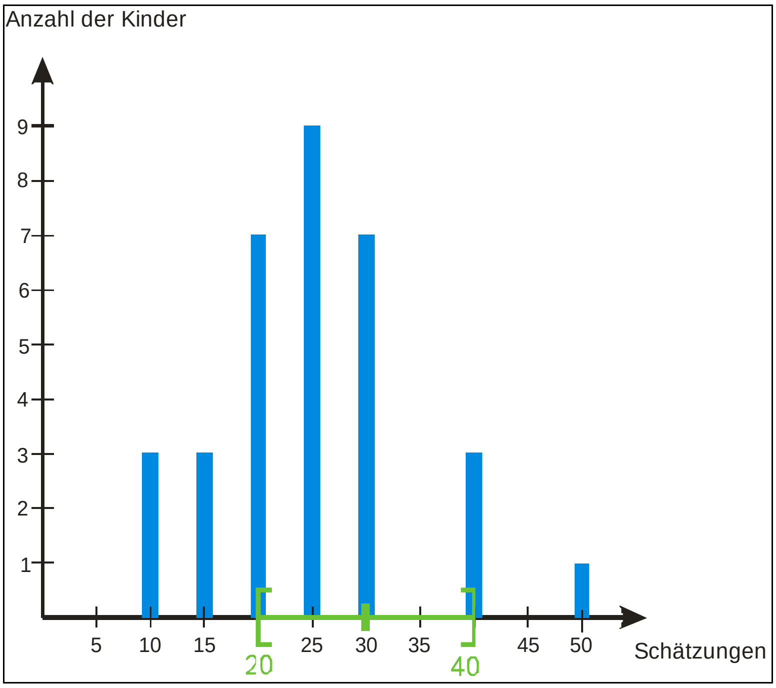
Andere Kinder versuchten, statt der Bodenfläche eine seitliche Fläche auszuzählen und dadurch die Anzahl zu überschlagen.

Station 4: Gummibärchendose

Wie viele Gummibärchen sind wohl in der Dose?

Abb. 20

Diese Station hatte eine kleine Schwierigkeit:
Die Kinder wussten, dass die Dose bis obenhin mit Gummibärchen gefüllt war, sichtbar waren aber nur ein Teil.



26 Kinder lagen mit ihren Vermutungen innerhalb des Intervalls, über ein Drittel davon sogar auf dem exakten Wert.

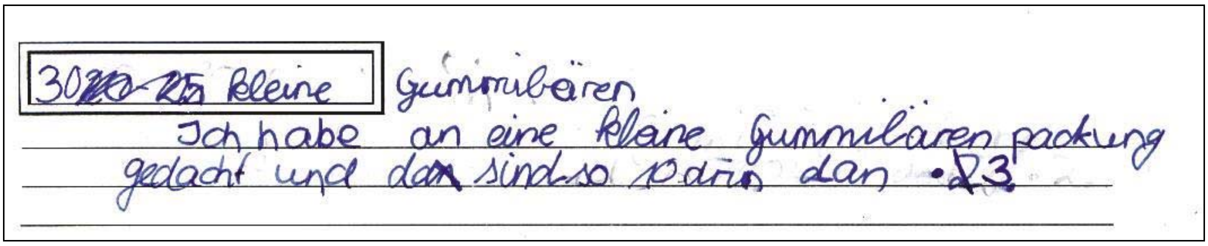
Auch hier ist auffällig, dass die meisten Schätzungen unterhalb des tatsächlichen Wertes lagen.

Auch hier ließen sich die Kinder verschiedene Lösungswege einfallen:

- Ferdinand versuchte, die in dem unteren Drittel befindlichen Gummibärchen zu bestimmen und diese dann mit dem Faktor drei auf die gesamte Dose hochzurechnen.

- Sieben Kinder bestimmten – wie in der Station zuvor – die Anzahl der Gummibärchen in der untersten Lage und multiplizierten diese mit der diesmal geschätzten Anzahl an Schichten. Bis auf ein Ergebnis lagen diese innerhalb des gewünschten Intervalls.

- Das Schätzen etwas mit dem bewussten Vergleich eingeprägter Repräsentanten zu tun hat, ist bei Julianes Antwort sehr schön zu sehen:


30 ~~20-25~~ kleine Gummibären
Ich habe an eine kleine Gummibären packung
gedacht und dan sind so 10 drin dan ·3

  Diese Antwort zeigt deutlich, dass Kinder bei solchen Schätzaufgaben auch versuchen, ihr bereits vorhandenes Wissen anzubringen.

- Ein Mädchen, Lena, hatte eine ganz andere Idee. Sie schätze nicht sofort die Anzahl, sondern versuchte Ober- und Untergrenzen abzustecken. Zunächst einmal stellte sie fest, dass es mehr als 15 sein müssten weil sie schon mindestens so viele gezählt hatte, außerdem seien es auf keinen Fall mehr als 40 Stück, weil so viele nicht in die kleine Dose hineinpassen würden. Ihr Ergebnis legte sie dann auf 25 Gummibärchen fest, weil es wohl so etwa in der Mitte zwischen ihren Grenzen läge.

Station 5: Bohnenvergleich

Du siehst zwei Gläser, die gleich hoch mit Bohnen gefüllt sind.
In Glas 1 sind 100 große Bohnen. Wie viele kleine Bohnen sind wohl in Glas 2?

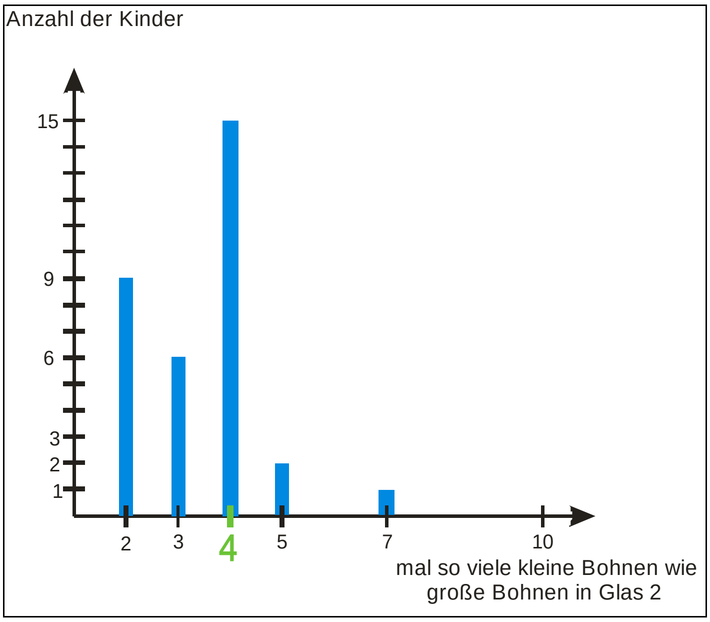
- ☐ Doppelt so viele, also 200 kleine Bohnen
- ☐ 3mal so viele, also 300 kleine Bohnen
- ☐ 4mal so viele, also 400 kleine Bohnen
- ☐ 5mal so viele, also 500 kleine Bohnen
- ☐ 7mal so viele, also 700 kleine Bohnen
- ☐ 10mal so viele, also 1 000 kleine Bohnen ?

Erkläre deine Entscheidung:

____
____
____

Abb. 21

Hier geht es vordergründig nicht um die Anzahlbestimmung der Bohnen, dieser Arbeitsauftrag soll die Kinder dazu motivieren, von bereits Bekanntem (In Glas 1 befinden sich 100 große Bohnen) auf Unbekanntes zu schließen und somit das bewusste Zurückgreifen auf Wissen zu verstärken.



Die Bohnen durften nur von außen betrachtet werden, nicht etwa aus dem Glas herausgenommen werden.

In Glas zwei befanden sich 400 Bohnen, auf diese Schätzung kamen etwa die Hälfte der Kinder.
Dass es zehn mal so viele sein sollen glaubte kein Kind, das siebenfache nur eins.

- Die meisten Kinder versuchten abzuschätzen, wie viele kleine Bohnen in eine große hineinpassen würden, die Schätzungen lagen hier zwischen 2- bis 4-mal.

> Erkläre deine Entscheidung:
> In einer großen Bohne passen glaube ich drei kleine Bohnen rein.

- Laura versuchte wiederum durch Abschätzungen einer oberen und unteren Grenzen an ein Ergebnis zu gelangen und schrieb:

> Erkläre deine Entscheidung:
> Die kleinen Bohnen sind noch kleiner als 2mal so klein aber auch nicht 4mal so klein also 3mal so klein

- Lukas entschied sich für doppelt so viele mit folgender Überlegung:
  Er zählte jeweils die unterste Schicht der beiden Gläser und stellte fest, dass es 20 große, im anderen 40 kleine Bohnen seien, also genau doppelte so viele. Daraus folgerte er, dass dann auch insgesamt doppelt so viele kleine Bohnen enthalten sein müssten, denn „auf dem Platz von 20 großen passen 40 kleine Bohnen."
  Vom Lösungsansatz her finde ich diese Begründung durchaus erwähnenswert, auch wenn Lukas bei seinen Überlegungen nicht bedacht hatte, dass es dann auch mehr Schichten in Glas 2 sind, sich somit mehr als nur doppelt so vielen Bohnen in Glas 2 befänden müssten.

Station 6: Bleistiftschachtel

Welche Methode würdest du wählen, wenn du herausfinden solltest, wie viele Bleistifte in der Schachtel sind?

- ☐ Kästchenblatt
- ☐ Waage
- ☐ Becher

Warum hast du dich gerade für diese Methode entschieden?

____

____

____

____

____

Bei dieser Station sollte das Augenmerk wiederum auf mögliche Methoden gerichtet sein, es geht nicht um die Anzahl an sich.
Da in der vorhergehenden Stunde verschiedene Methoden gefunden und diskutiert worden waren, sollten sich die Kinder nun hier für eine entscheiden und dies begründen.

Abb. 22

Etwas über die Hälfte der Klasse (18) entschied sich für die Waage.

Ein Mädchen begründete ihre Entscheidung recht ausführlich:

Weil in den Becher passen nur ein Par.
Jn Kätchen stehen die Bleitifte raus.
Jn der Wage muss man 1 wigen dann alle.

Elf Kinder kreuzten Becher an, die Erklärungen liefen hier meist darauf hinaus, dass man einen Teil der Bleistifte gut in einen Becher stellen könnte um dann abzuzählen, wie viele in einem Becher in etwa Platz haben, malgenommen mit der Anzahl an Bechern, die man bräuchte, um alle Stifte aus dem Karton zu bekommen.

Ein Schüler gab hier noch seine Schätzung an, die sehr nahe am tatsächlichen Wert lag:

> In eine Becher passen ca.
> 30 rei und dan muss ich
> mir halt so ca 70 Becher hollen.

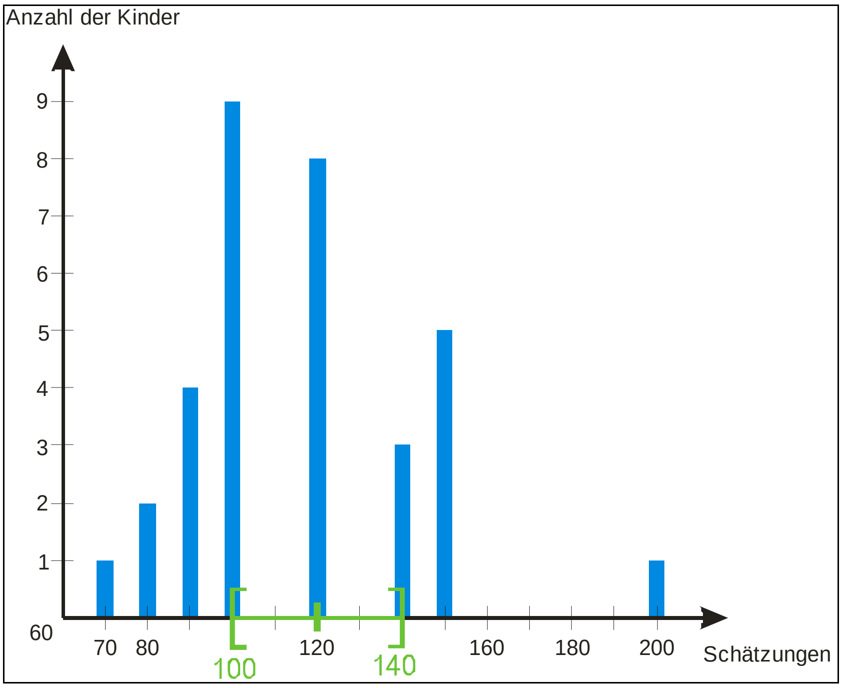
Die restlichen vier Kinder wählten die Kästchenmethode, allerdings halte ich diese hier für eher ungeeignet. Es ist generell bei länglichen Dingen schlecht, diese Methode zu verwenden, da diese über den Kästchenrand hinausragen und somit eine Zuordnung beim Auszählen eines Kästchens schwierig machen.
Warum sich diese vier Kinder trotzdem für diese Methode entschieden haben, liegt denke ich vor allem daran, dass sie ihnen am bekanntesten war, da wir sie ja schon in der ersten Stunde verwendet hatten und somit als möglicherweise besonders leicht erschien.

Station 7: Gummibärchentüte

Schätze: Wie viele Gummibärchen sind in einer Gummibärchentüte?

Abb. 23

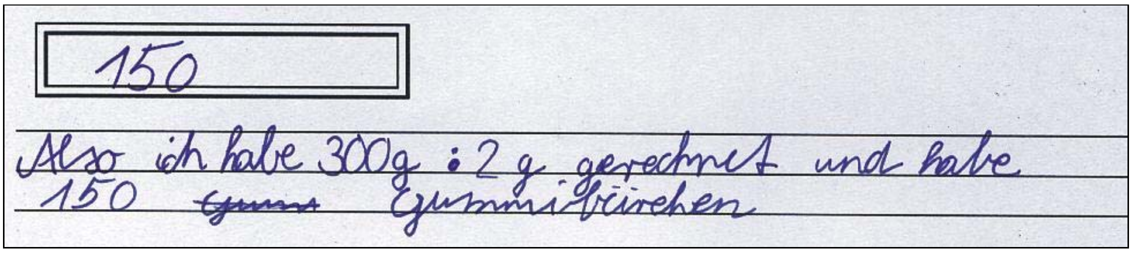
Bei dieser Aufgabe waren die Kinder besonders eifrig dabei, da ja manche Station, unter anderem diese, gewonnen werden konnten. Einige Kinder sagten mir während sie die Packung untersuchten, dass sie das auch persönlich interessieren würde, wie viele Gummibärchen eigentlich in einer Tüte enthalten sind.



Tatsächlich befinden sich etwa 120 Gummibärchen in einer Packung, somit ergibt sich ein Intervall für gute Schätzungen von 96 bis 144, für die weitere Auswertung werde ich die Grenzen runden auf 100 beziehungsweise 140, am Ergebnis ändert dies nichts, da kein Kind solch krumme Werte angegeben hat, sodass es durch die Rundung der Grenzen aus dem Intervall herausfallen würde.

Insgesamt lagen 20 Kinder innerhalb des Intervalls. Auch hier fielen die meisten Ergebnisse unterhalb des tatsächlichen Wertes.

- Sieben Kinder schätzen wiederum über das Gewicht eines einzelnen Gummibärchens ab, wie viele es dann wohl in einer 300 Gramm-Packung seien, zum Beispiel Michael:


150

Also ich habe 300g : 2 g gerechnet und habe 150 ~~Gumm~~ Gummibärchen

Die Gewichtsschätzungen für ein Bärchen lagen zwischen 2g und 4g.

- Zwölf Schülerinnen und Schüler wandten die Rastermethode an. Ralph bildete beispielsweise mit seinen Fingern ein Quadrat und zählte die in einem gedachten Quadrat befindlichen Gummibärchen ab. Seinen ersten Versuch brach er schnell wieder ab und schüttelte die Packung, sodass der Inhalt etwa gleichmäßig in der Tüte verteilt war. Nach nochmaligem Zählen der Bärchen versuchte er, wie viele Fingerquadrate er benötigte, um die gesamte Packung abzudecken. Insgesamt kam er auf 100 Gummibärchen.

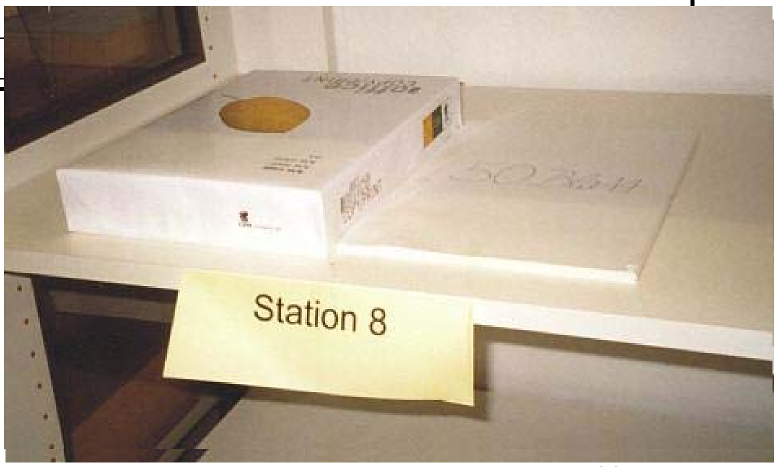
Abb. 24

Bei den restlichen Kindern der Klasse standen leider keine weiteren Erläuterungen zu ihren Schätzungen dabei.

Station 8: Eine Packung Papier

Wie viele Blätter Papier sind wohl in dieser Packung?
Als kleine Hilfe hast du einen Stapel von 50 Blättern.

Wie bist du auf dein Ergebnis gekommen?



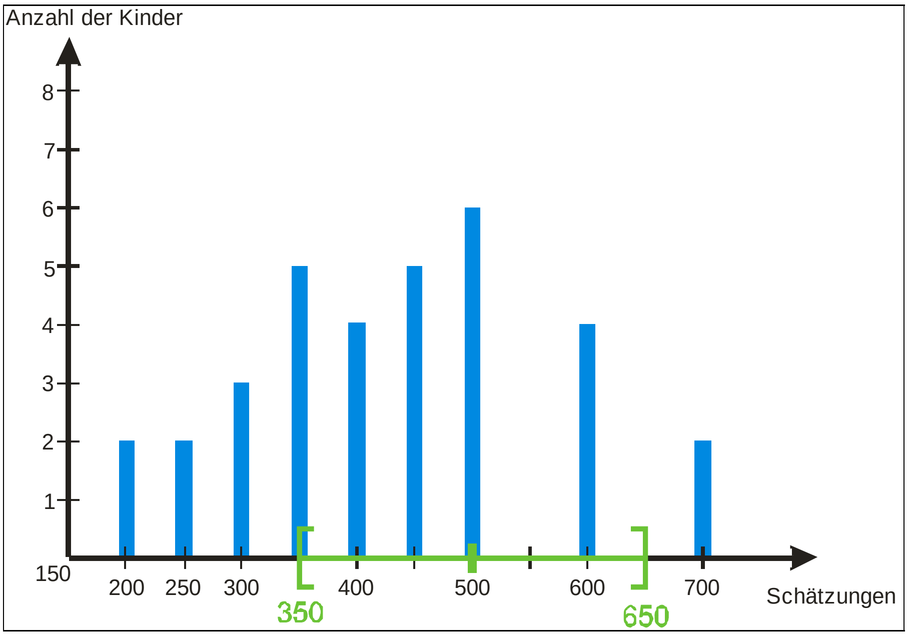
Hierbei handelte es sich um eine handelsübliche 500-Blatt-Packung Papier.
Als kleine Hilfe hatte ich einen 50-Blätterstapel daneben hingelegt.

Abb. 25

Fast alle Kinder nahmen diese Hilfe auch an und versuchten durch wiederholtes Anlegen des kleinen 50er-Stapels herauszufinden, wie oft dieser in den großen hineingehe.

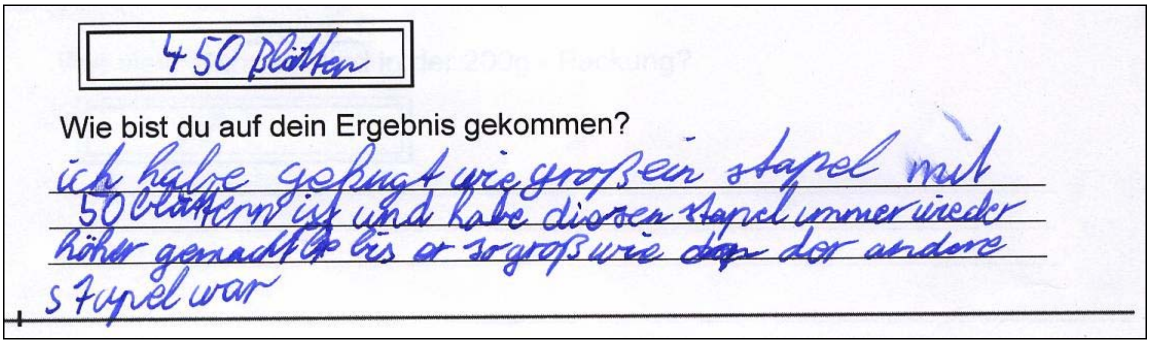
Abb. 26: wiederholtes Anlegen des 50-Papier-Stapels

Die Ergebnisse fielen wie folgt aus:



Sechs Kinder lagen mit ihrem Überschlag richtig, 18 weitere noch innerhalb des Intervalls.
Bei dieser Aufgabenstellung fiel mir auf, dass es den Kindern sehr schnell klar war, wie man vorgehen könnte, allerdings bereitet die Durchführung einigen Schülern große Schwierigkeiten. Sie wussten nicht genau, wie sie den kleinen 50-Blatt-Pack stapeln sollten beziehungsweise war es ihnen nicht möglich, sich zu merken, wo sie den nächsten Stapel anzulegen hatte.

- Laura beschrieb sehr schön, wie sie vorgegangen ist:



450 Blätter

Wie bist du auf dein Ergebnis gekommen?

ich habe geguckt wie groß ein stapel mit 50 blättern ist und habe diesen stapel immer wieder höher gemacht bis er so groß wie ~~das~~ der andere stapel war

- Zwei Jungen kamen zu mir und fragte, ob sie eigentlich ein Lineal verwenden durften, denn dann könne man ja die Dicke des kleinen Stapels ausmessen, dann die des großen und somit relativ exakter herausfinden, wie viel mal höher der größere sei und somit auch, wie viele mal mehr Blätter er habe.

- Michaela entwickelte einen ähnlichen Lösungsweg, allerdings verwendete sie kein Lineal, sondern ihren kleinen Finger:
  Sie fand heraus, dass 50 Blatt Papier in etwa so dick seinen wie die Hälfte ihres kleinen Fingers. Der große Stapel maß fünf kleine Finger. Zunächst einmal berechnete sie 50 Blätter • 5 Finger = 250 Blätter. Als sie dieses Ergebnis gerade notieren wollte, fragte ich nochmals bei ihr nach, wie viel hoch denn eigentlich der kleine Stapel gewesen sei:
  „Ja des war so hoch wie a halber Finger."
  „Und wie hoch war die Packung Papier?"
  „Des waren fünf Finger."
  „Fünf ganze Finger oder fünf halbe Finger?"
  „Achso, des waren ja halbe Finger. Hm, fünf ganze Finger, des sin dann hm, also zwei halbe Finger sind ein ganzer, dann is quasi ein ganzer Finger 2 • 50 Blätter, des sind 100 Blätter hoch. Und dann sin fünf ganze Finger sind dann ja fünfmal des, des macht dann 500. Dann is des Ergebnis 500 Blätter."

- Eine ganz andere Antwort hatte Lukas parat:
  „Meine Mama hat in ihrem Arbeitszimmer auch solche Packungen und ich weiß, da steht immer 500 drauf."

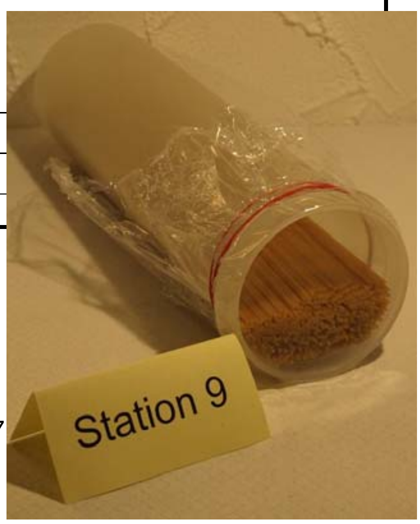
<u>Station 9: Spaghettis</u>

Schätze:
Wie viele Spaghettinudeln sind in einer Packung?

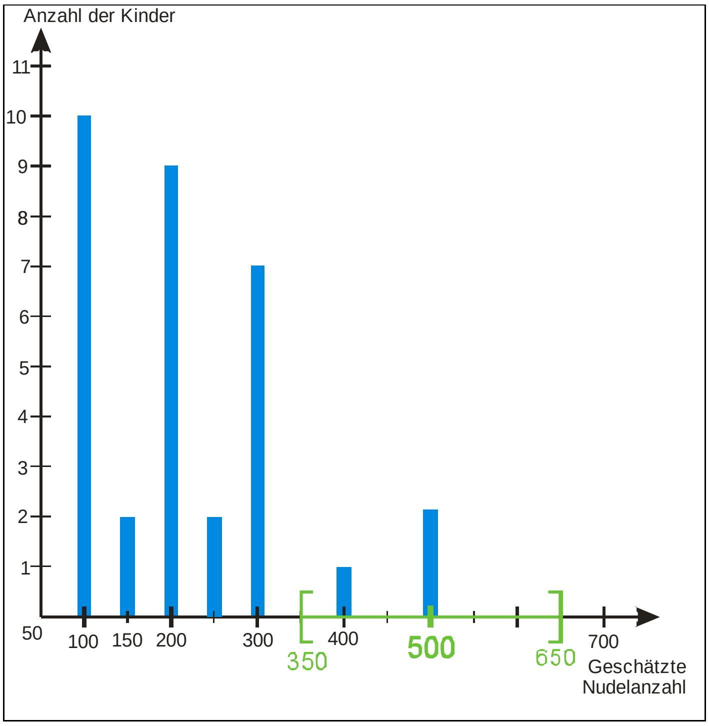
Wie oft kannst du dich an einer solchen Packung Spaghettis satt essen?

Diese Station war wohl die schwierigste von allen. Zuerst einmal sollten die Kinder schätzen, wie viele Spaghettinudeln in einer 500 Gramm- Packung enthalten sind. Zur besseren Ansicht hatte ich diese in eine

Abb. 27



durchsichtige Dose umgefüllt und vorne mit Klarsichtfolie verschlossen, sodass die Nudeln gut sichtbar waren.

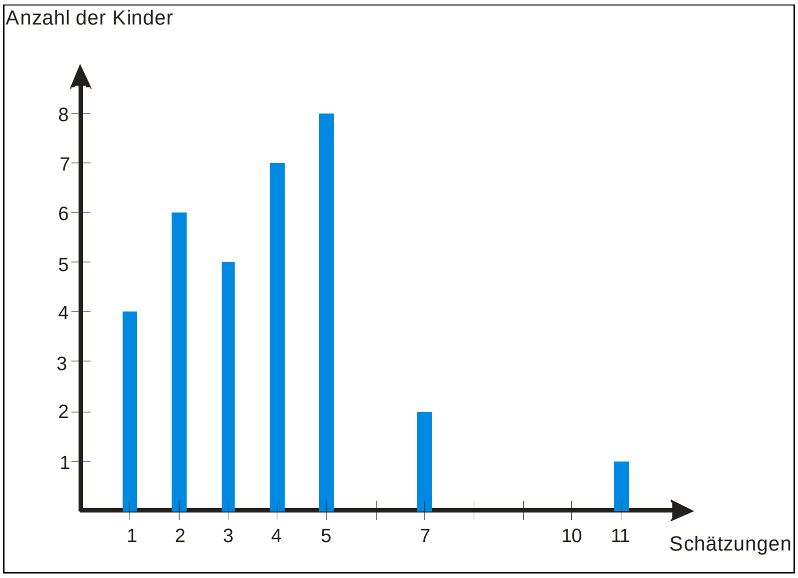


Das Ergebnis fiel hier relativ schlecht aus.

Lediglich drei Kinder lagen innerhalb des Intervalls.

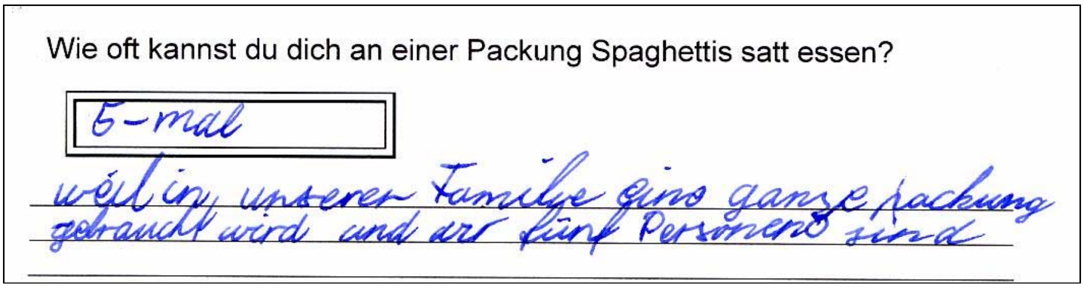
Nachdem diese Station wie gesagt im Vergleich zu den restlichen deutlich schlechter ausfiel, fragte ich zum Vergleich einige Erwachsene aus meinem Bekanntenkreis, darunter auch welche, die mit Mathematik viel zu tun haben und auch recht gute Zahlvorstellungen besitzen. Auch hier lagen sämtliche Schätzungen deutlich unterhalb dem tatsächlichen Wert von etwa 500 Nudeln. Dies liegt vermutlich an der Dicke der Spaghettinudeln, man vertut sich hier leicht, weil sie so dünn sind. Dieses Phänomen taucht schon bei relativ kleinen Anzahlen auf: Nimmt man beispielsweise 50 Spaghettis in die Hand, so wird man auch hier überrascht sein, dass dieses kleine Bündel bereits so viele Nudeln sind.

Die daran anschließende Frage, wie oft man sich wohl an einer Packung satt essen könne, wurde wiederum verglichen mit der ersten Teilaufgabe relativ gut gelöst:



Da eine Kinderportion Spaghetti mit etwa 80 bis 100 Gramm Nudeln angesetzt werden kann, ergibt sich, dass ein Kind circa fünf- bis sechsmal von einer Packung satt wird.

Besonders erwähnenswert finde ich hier die Antwort eines Mädchens:


Wie oft kannst du dich an einer Packung Spaghettis satt essen?

5-mal

weil in unserer Familie eine ganze packung gebraucht wird und wir fünf Personen sind

An dieser Lösung erkennt man, dass sie sich Gedanken hierzu gemacht hat und versucht hat, die Antwort durch vorhandenes Wissen aus dem Alltag (wir brauchen eine Packung für alle Familienmitglieder) weiterzuentwickeln:

Wenn fünf Personen eine Packung benötigen, dann kann sich umgekehrt eine Person in etwa fünfmal von einer Packung satt essen.

Abschlussbesprechung und Fazit zum Stationentraining:

Nachdem alle ihre Tippscheine ausgefüllt hatten, bat ich die Kinder in einem Sitzkreis, um ihre Eindrücke zu sammeln.
Ausnahmslos sagten mir die Schüler, dass sie diese Stationen sehr interessant gefunden hätten und jede davon gerne bearbeitet hatten. Juliane merkte außerdem an, es gefalle ihr sehr gut, dass hier nicht immer alles so genau sei. Man könne sich die Sachen erst einmal anschauen und sich dann überlegen müsse, wie viele es wohl sein könnten, es aber nicht genau die Anzahl sein müsse, die man als Ergebnis herausbekomme. Mehrere Kinder sagten mir, dass sie auch bei manchen Stationen versucht hatten, zwei verschiedene Lösungswege zu finden und es interessant sei, dass unterschiedliche Ergebnisse erzielt wurden.
Nachdem mich einige Kinder fragten, was denn nun jeweils das Ergebnis verschiedener Stationen seien, ließ ich diejenigen, die sich noch an ihren Lösungsweg erinnerten, kurz erläutern, wie sie vorgegangen waren und bestätigte gute Schätzungen.

Bis zum nächsten Tag hatte ich die Antworten der Kinder ausgewertet, die „Preisverleihung" fand etwa eine Viertelstunde vor der Pause statt. Bei der Auswertung hatte ich zum einen auf das Ergebnis, zum anderen aber auch auf die Idee geachtet, die die Kinder entwickelt hatten. So wurden auch Lösungen hervorgehoben, hinter denen gute Ansätze standen, sich das jeweilige Kind aber vielleicht bei der Durchführung verrechnet hatte.
Jeder konnte maximal eine Station gewinnen.
Keine Station wurde nur von einem Kind gewonnen, da es entweder mehrere Kinder waren, die den gleichen Lösungsweg hatten oder aber gleichwertig kreative Lösungen. Zu gewinnen gab es alle Stationen mit Ausnahme von 5, 6, 8 und 9, für die ich andere Preise vorgesehen hatte.
Da wir verschiedene Ideen bereits im Sitzkreis am Tag zuvor besprochen hatten, las ich nur die Gewinner einzeln vor, die dann vorkamen und sich ihren Preis bei mir abholten. Besonders erfreut war ich über zwei Kinder:
Ein Mädchen, dass ich vorgelesen hatte, kam erst nicht vor, als ich sie dann nochmals bat ihren Preis abzuholen, sah sie mich ganz erstaunt an und sagte, sie hätte nicht gedacht, dass sie auch etwas gewonnen hätte, da sie sonst in Mathe eigentlich nicht gut sei, dort noch nie etwas gewonnen habe und sie deswegen erst gar nicht genau zugehört habe, als ich die Gewinner vorgelesen hätte. Sogar noch einen Tag später sagte sie mir, dass sie immer noch etwas stolz auf sich sei, weil sie endlich auch mal in Mathe etwas richtig gut gemacht hätte.
Ein Junge, der ansonsten im Unterricht leider eher weniger mitarbeitete und öfters durch lautstarke Bemerkungen seine Unlust kundtat, hatte sehr konzentriert an den Stationen gearbeitet und es sogar bei einer Aufgabe unter die Gewinner geschafft, was ihn sichtlich stolz

machte und ihn dazu motivierte, sich auch in den darauf folgenden Stunden mehr in den Stundenablauf mit einzubringen und Interesse daran zu zeigen.

Auch hier lassen sich im Anschluss von den Kindern selbst Schätzstationen basteln oder in der Umwelt finden lassen.

4. Stunde: Unterwegs mit Familie Reisefroh – Überschlagen von Gewichtsangaben

Diese Stunde fand zwei Tage nach dem Stationentraining statt.
Wie bereits unter den Stundenzielen erläutert, widmete ich mich in dieser Unterrichtseinheit vor allem dem Überschlagen von Gewichten. Um aber dennoch gewisse Größenvorstellungen anzubahnen, ließ ich zudem noch einigen Dingen die entsprechenden Gewichtsangaben zuordnen.
Die Stunde begann mit einer Geschichte, die ich erzählte und nebenbei Folienausschnitte[53] auf den Tageslichtprojektor legte:
„Heute möchte ich euch eine Familie vorstellen und euch ein bisschen was von ihr erzählen, denn sie braucht eure Hilfe. Es ist Familie Reisefroh, und, wie der Name schon sagt, sie reisen sehr gerne. Familie Reisefroh besteht aus:

- Herrn Reisefroh 72kg
- Frau Reisefroh 63kg
- Sven 38kg

und

- dem kleinen Jan 21kg

und natürlich nicht zu vergessen Wasti, der Schäferhund der Familie 29kg.
Familie Reisefroh möchte einen Ausflug machen und sie haben eine Menge dabei:

- das Fahrrad von Herrn Reisefroh 27kg
- das Fahrrad von Frau Reisefroh 24kg
- das Fahrrad von Sven 17kg
- das Fahrrad von Jan 12kg

Da Herr Reisefroh so gerne angelt, muss natürlich auch die Anglerausrüstung mit 7kg mit,

[53] Folie im Original in Anhang 4

Frau Reisefroh ist eine leidenschaftliche Taucherin: Tauchausrüstung 37kg."
Hier schaltete sich zum ersten Mal ein Junge ein und fragte, wieso eine Taucherausrüstung denn so schwer sei, ein Anzug wiege doch bestimmt keine 37kg. Ich gab die Frage an die Klasse weiter woraufhin ein Mädchen meinte, dass man zum Tauchen ja auch eine Sauerstoffflasche brauche und diese sehr schwer sei.
„Familie Reisefroh möchte auf dem Zeltplatz übernachten, also benötigen sie noch ein Zelt, das wiegt 16kg. Kann diese Gewichtsangabe stimmen?"
Michael meinte hierzu zunächst, dass 16kg wohl etwas zu viel wären, bis sein Nachbar bemerkte, dass ein Zelt ja nicht nur aus der Plane bestehe, sondern auch aus Stangen, Heringen, und dass die Angabe dann durchaus realistisch wäre.
„Damit sich die Familie auch hinsetzten kann, nehmen sie noch vier Klappstühle zu insgesamt 9kg mit, einen Campingtisch mit 6kg und eine Liege mit einem Gewicht von 10kg, dazu einen großen Sonnenschirm mit 11kg. Da sie an einen See fahren, packen sie auch noch ihr Schlauchboot (16kg) ein. Zum Essen soll es Gegrilltes geben, also muss auch der Grill (3kg) und ein 5kg-Sack Grillkohle eingepackt werden."
Auch bei diesen Gewichtsangaben entstand eine Diskussion innerhalb der Klasse, als Maxi meinte, dass er den Grill, den sie zuhause hätten, aber nicht hochheben könne und dieser somit wesentlich schwerer sein müsse als 3kg. Ein Klassenkamerad erwiderte, es gäbe ja ganz unterschiedliche Grills, und dass sie zum Zelten auch immer so einen ganz kleinen mitnähmen, der schon nur 3kg wiegen könnte. Im Laufe der Diskussion stellte sich heraus, dass Maxis Eltern eine großen Gasgrill haben, der natürlich (wie Maxi richtig gesagt hatte) wesentlich schwerer sei, aber er sah ein, dass man solch einen Grill nicht zum Zelten mitnehmen würde.
„Und natürlich haben die Reisefrohs auch noch Koffer, zwei Stück zu insgesamt 48kg.
Wie sie so am Packen des Autos sind, macht sich Herr Reisefroh auf einmal Sorgen um sein Auto, wenn man doch so viel hineinläd. Also schaut er in den Fahrzeugpapier nach und findet dort folgende Angabe:

Maximales Zuladungsgewicht: 550 kg

Jetzt hat Herr Reisefroh aber keinen Taschenrechner zur Hand um alle Gewichte zusammenzurechnen. Was könnte er machen?"
Lucas schlug vor, dass er alle Gewichtsangaben auf einem Zettel untereinander schreiben könnte, um diese dann schriftlich zu addieren. Dieser Vorschlag traf bei einigen Klassenkameraden auf Protest, da das ja ewig gehen würde. Juliane fragte, ob es denn wichtig sei, dass man ganz genau wisse, wie viel alles zusammen wiege. Ich gab die Frage an die Klasse weiter, worauf zwei Schüler einwarfen, dass es eigentlich nur wichtig wäre zu wissen, ob das Gesamtgewicht über oder unter dem zugelassenen Gewicht sei, nicht aber auf ein Kilogramm genau. Nach dieser Bemerkung kamen einige Kinder auf die Idee, „nur ungefähr zu

rechnen“, die gegebenen Gewichtsangaben zu runden um diese dann einfacher addieren zu können. Nathalie warf ein: „Da kannst aber au Pech ham wennst jetzt da rundest, weil es könnt ja sein, dass de da jetz zum Beispiel ständig niedrigere Zahlen nimmst. Und dann is ja alles zam schwerer als wie dus ausgrechnet hast. Dann denkst vielleicht des geht no rein, dabei is es scho überladen.“
Martin brachte die Vorschlag, man könne ja zum Beispiel Herrn Reisefroh mit 72kg zuerst mal mit Sven (38kg) zusammenrechnen, denn da sei ja ganz einfach da die Einer zusammen 10 ergäben. Ein Mädchen ergänzte, dass man ja nicht immer richtig runden müsse, sondern ungefähr rechnen könnte und darauf achten sollte, wenn man viele Dinge abgerundet hätte, diese durch aufrunden anderer Angaben wieder auszugleichen, zum Beispiel würde man das Gewicht von Herrn (72kg) und Frau Reisefroh (63kg) jeweils abrunden auf 70kg bzw. 60kg, dafür könne man dann aber Frau Reisfrohs Fahrrad (24kg) auf 30 kg aufrunden.
Nachdem die Klasse bereits gemeinsam diese zwei Methoden gefunden hatte, ließ ich nun in Partnerarbeit herausfinden, ob denn nun das Auto überladen sei oder nicht. Nach kurzer Arbeitszeit ließ ich verschieden Ergebnisse und Lösungswege vorstellen:

- Die meisten Kinder hatten eine der beiden oben genannten Methoden angewendet, also entweder Paare gesucht, deren Einerstellen jeweils 10 oder in etwa 10 ergaben und somit mit vollen Zehnern weiterrechnen konnten, oder hatten versucht ausgleichend zu runden.
- Vier Paare hatten zunächst einmal Kategorien wie „Familie“, „Fahrräder“ oder „Möbel“ gebildet und erst deren Gewicht überschlagen, um die gewonnenen Ergebnisse nochmals zu gerundet und anschließend zum Gesamtgewicht zu addieren.
- Zwei Mädchen hatten sich noch eine weitere Möglichkeit überlegt: „Wir haben zuerst mal nur die Zehner zamgezählt, also zum Beispiel wiegen dann die Menschen 70kg + 60kg + 20kg + 30kg und des waren dann 180kg. Und dann haben wir uns die Einer angeschaut was des ungefähr is, des sin dann wen ma des so grob anschaut bissi mehr als 10kg aber wir haben dann 10kg genommen, dann waren es insgesamt 190kg.“

Insgesamt hatten alle Kinder als Ergebnis, dass das Auto noch nicht überladen sei, die Überschlagsergebnisse bewegten sich im Bereich von 450kg bis 530kg.

Nach dieser Feststellung fuhr ich mit meiner Geschichte fort:
„Da ist Herr Reisefroh aber erleichtert und die Familie kann losfahren. Sie fahren an einen See der eine Insel hat auf der es erlaubt ist, zu Zelten. Allerdings führt keine Brücke auf die Insel, das heißt, man muss mit dem Boot hinüberfahren. Zum Glück hat Familie Reisefroh ihr Schlauchboot mitgenommen. Mit ihrem Boot dürfen sie maximal 150 kg mitnehmen. Da Rudern

sehr anstrengend ist, erklärt sich Herr Reisefroh bereit, dies für jede Strecke zu übernehmen. Wie müssen sie ihre gesamte Fracht (ihr gesamtes Gepäck und die Familienmitglieder) auf den nötigen Überfahrten verteilen, sodass am Ende alles auf der Insel ist und das Schlauchboot nicht aufgrund Überladung untergeht?“

Da diese Aufgabe gewisse Tücken birgt, wollte ich zunächst einmal zusammen mit der Klasse über die Aufgabe sprechen. Nachdem wir die Sachlage noch einmal kurz wiederholt hatten, kamen bereits erste Vorschläge:

„Ja dann müss ma jetz immer 150 kg-Pakete machen. Zum Beispiel Frau Reisefroh, Herr Reisefroh und Jan. Und dann Sven, die Taucherausrüstung, des sin dann 80 plus die Koffer 130, dann geht zum Beispiel noch Svens Fahrrad, dann ham ma ungefähr 150.“

Nach dieser Rechnung warf ein Junge verwundert ein: „Ja aber wer rudert denn dann? Also erstmal muss ja des Boot irgendwer wieder zurück bringen, und der Herr Reisefroh wollte doch immer rudern, dann muss der au immer dabei sein.“

„Ja dann fährt der halt zurück und läd dann des alles auf.“

Hier wurden nun auch andere Kinder stutzig: „Wenn der immer mitfährt, dann nimmt der ja auch immer schon nen Teil von dem Gewicht was ma mitnehmen kann schon weg.“

Diese Bemerkung war ausschlaggebend dafür, dass nun auch den anderen Klassenkameraden die eigentlich zu lösende Aufgabe klar wurde: „Dann könnt ma eigentlich gleich sagen man zieht die 70kg vom Herrn Reisefroh von den 150kg Gesamtgewicht ab, dann hat ma noch 80kg, und die kann ma jetzt immer vollmachen.“

Nun ließ ich die Klasse wiederum in Partnerarbeit mögliche Kombinationen von Gewichten zusammenstellen.

Nach etwa 10 Minuten Arbeitszeit durften diese vorgestellt werden, indem jeweils ein Paar eine mögliche Kombination an Dingen mit den jeweils exakten Gewichtsangaben vorlas, die übrige Klasse diese durch Überschlag auf ihre Richtigkeit hin überprüfte.

Diese Aufgabe lässt sich im Übrigen auch noch sehr gut als Knobelaufgabe oder als Differenzierungsangebot weiter ausbauen beziehungsweise umändern, zum Beispiel in folgender Weise:

„Da Rudern sehr anstrengend ist, ist Jan noch zu schwach dafür, sein großer Bruder Sven schafft eine Strecke, Frau Reisefroh zwei, die restlichen muss Herr Reisefroh rudern. Wie könnten die möglichen Überfahrten nun aussehen?“

Hier müssten nicht immer die gleichen 80kg-Zusammenstellungen gefunden werden, sondern die Zuladung wäre abhängig vom jeweiligen Gewicht des Ruderers und würde somit variieren.

Zum Abschluss der Stunde gab es noch ein kleines Arbeitsheft[54] mit Aufgaben rund um das Thema Überschlagen von Gewichten. Eingebettet hatte ich dieses ins Thema „Einkaufen", da hier auch in der Realität Überschlagen oft ein sehr brauchbares Hilfsmittel ist.
Auch diese Arbeitsblätter waren eigentlich für die morgendliche Freiarbeit gedacht, mussten nun aber wegen Fachunterricht am Morgen in der restlichen Stunde und als Hausaufgabe erledigt werden.

Aufgabe 1:
Bei der ersten Aufgabe ging es mir darum, dass Gewichtsangaben richtig zugeordnet werden sollten.

1. Ordne den Gegenständen das passende Gewicht zu:

Sack Kartoffeln
Butter
Glas Marmelade
Getränkedose
Laib Brot
Tafel Schokolade
Flache Wasser
Packung Backpulver
Packung Milch

Abbildungen konnten aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

[54] Arbeitsblätter im Original befinden sich in Anhang 4

Am besten gelöst wurde die Zuordnung von 10g zu der Packung Backpulver, das hatte jedes Kind richtig. Dies liegt möglicherweise daran, dass die 10g mit Abstand das kleinste Gewicht waren und somit gut dem kleinen Päckchen zugeordnet werden konnten.
Jeweils 29 Kinder wählten für den Sack Kartoffeln (25kg) sowie für die Tafel Schokolade (100g) die richtige Gewichtszahl, 26 Schüler schätzen das Gewicht der Butter richtig auf 250g. Ich denke gerade das Gewicht einer Tafel Schokolade beziehungsweise einer Packung Butter sind Größen, die die Kinder bereits als Repräsentanten bei der Einführung von Gewichten kennen gelernt haben und scheinbar schon recht gut im Wissen verankert wurden.
Streicht man die unteren Gewichtsangaben nach der jeweiligen Zuordnung durch, so wäre für den Laib Brot 1kg übrig geblieben, da es aber sehr unterschiedlich schwere Brote gibt, kam es mir hierbei lediglich um einen sinnvolle Zuordnung an, somit ließ ich auch 750g gelten. 21 Kinder entschieden sich für 1kg, weitere sechs für 750g.
26-mal wurde der Milch das richtige Gewicht von einem Kilogramm zugewiesen.
Bei der Flasche Wasser entschieden sich 20 Kinder für 750g, weitere acht für 1kg. Beide Angaben ließ ich gelten, da beide handelsüblichen Mengen sind.
Auch dem Marmeladenglas konnten verschiedene Gewichte zugeordnet werden:
13 Kinder schätzen es auf 500g, acht auf 350g, außerdem drei auf 750g.
Am schlechtesten schnitt die Getränkedose (350g) ab, dies hatten lediglich 16 Kinder richtig, was wohl auch hauptsächlich daran liegt, dass seit der Einführung des Dosenpfands in Deutschland nur noch eine geringe Menge an Dosen gekauft wird, somit nicht unbedingt vorausgesetzt werden kann, dass die Schülerinnen und Schüler hiermit bereits häufig Kontakt hatten.
Insgesamt wurde die Aufgabe gut bearbeitet.

<u>2. Aufgabe:</u>

Hierbei geht es schon ums Überschlagen, allerdings sind die meisten Gewichte bereits gerundet. Es geht darum, aus den gegebenen Wurstsorten jeweils etwa 500g-Bündel zu machen.

2. Sven soll rund 500g Wurst holen. Im Kühlregal des Supermarktes findet er folgende Auswahl:

150g Salami	125g Leberkäse	350g Teewurst
200g Schinken	100g Gelbwurst	1 Wiener 80g
150g Leberwurst	250g Kochschinken	

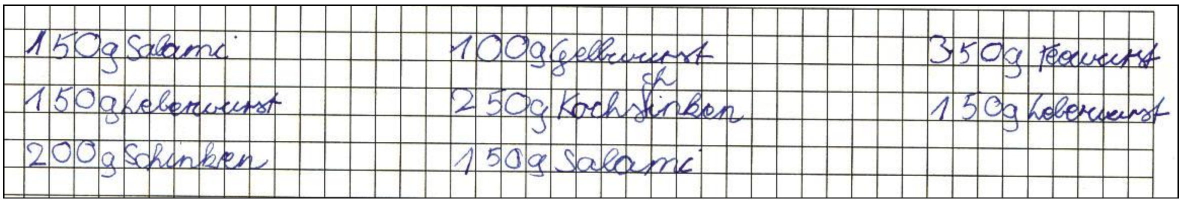
Was könnte er nehmen, wenn er möglichst viele Sorten Wurst kaufen möchte?
Suche 3 verschiedene Möglichkeiten.

Diese Fragestellung ist sehr gut gelöst worden.

Bei dieser Aufgabe wird zunächst einmal im Kopf überschlagen, welche Gewichtsangaben in etwa 500g entsprechen, somit dient diese Rechnung als Einstieg in das Thema Überschlagen.

Auch wenn viele Kinder bei dem Aufschreiben der Lösung exakt gerechnet haben, so wurde dennoch zuvor im Kopf überschlagen, um zunächst einmal diejenigen Wurstsorten auszuwählen, die in etwa 500g ergeben würden.

Insgesamt versuchten 15 Kinder jeweils genau 500g zu erreichen.

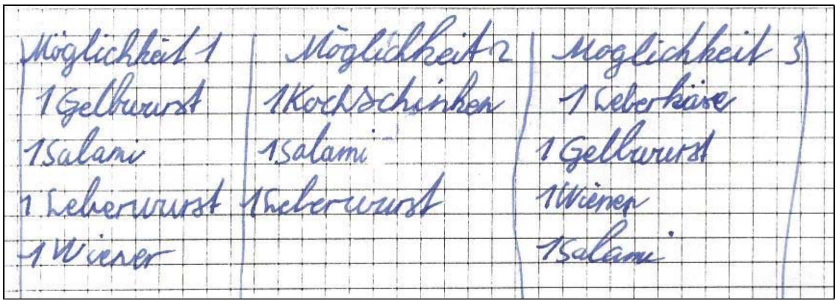

150g Salami
150g Leberwurst
200g Schinken

100g Gelbwurst
250g Kochschinken
150g Salami

350g Teewurst
150g Leberwurst

Exakte Zusammenstellung von jeweils 500g

Die restlichen 17 Schülerinnen und Schüler ließen auch abweichende Mengen zu.

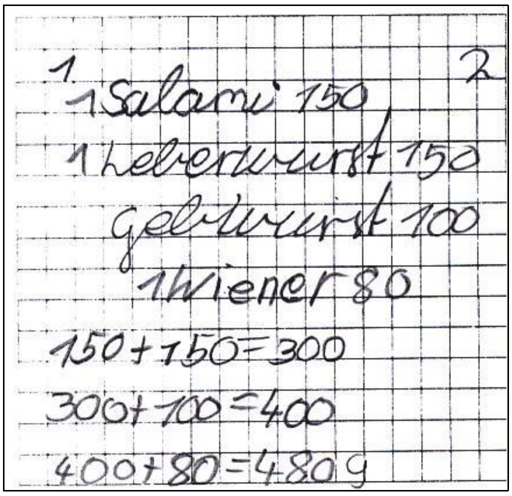

Möglichkeit 1
1 Gelbwurst
1 Salami
1 Leberwurst
1 Wiener

Möglichkeit 2
1 Kochschinken
1 Salami
1 Leberwurst

Möglichkeit 3
1 Leberkäse
1 Gelbwurst
1 Wiener
1 Salami

Zusammenstellung von circa 500g

Einige rechneten schrittweise, dass heißt sie wählten erst einmal zwei beliebige Wurstsorten aus und addierten diese. Dann wurde überlegt, wie viel noch auf 500g in etwa fehle und durch welche Wahl man dieses fehlende Gewicht auffüllen könnte.


1. 2
1 Salami 150
1 Leberwurst 150
Gelbwurst 100
1 Wiener 80
150+150=300
300+100=400
400+80=480g

schrittweises Vorgehen

3. Aufgabe:

Hier beginnt nun das tatsächliche Überschlagen von ungerundeten Werten.

3. Herr Reisefroh besorgt noch einiges für den Wochenendausflug.

Beim Metzger bekommt er:

Überschlage:

Grillfleisch	553g
Bratwürstchen	409g
Knochen für Wasti	412g

Für den Salat:

1 Gurke	387g
1 Kopf Salat	311g
Tomaten	293g
Paprika	489g

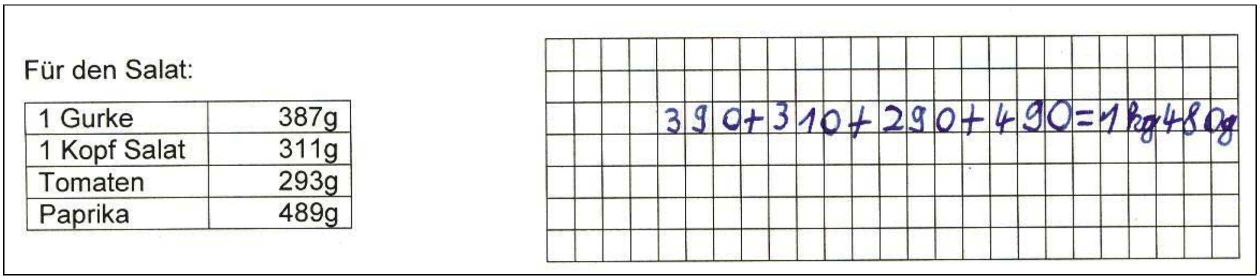
Für den Obstsalat:

3 Orangen	307g
2 Bananen	419g
3 Äpfel	343g
Trauben	298g
1 Schale Erdbeeren	256g
4 Kiwis	194g

Wie viel wiegt alles in etwa zusammen?

Hier gab es verschiedene Lösungsmöglichkeiten der Kinder:

- Die Mehrzahl rundete die Gewichtsangaben auf Zehner und addierte diese dann:

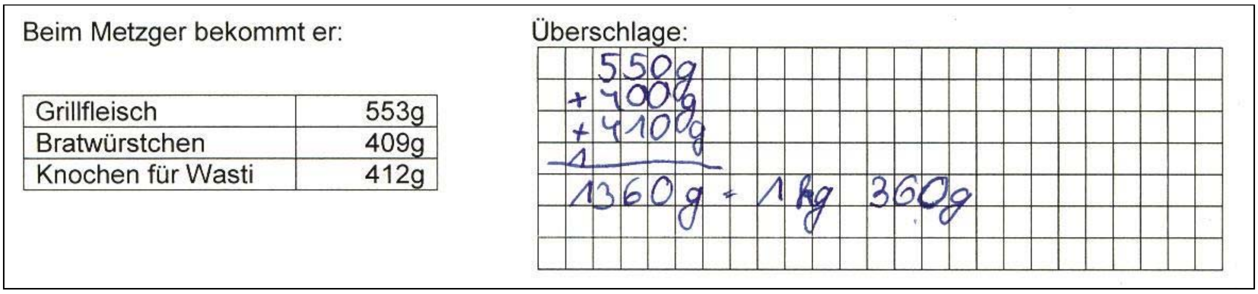


Für den Salat:

1 Gurke	387g
1 Kopf Salat	311g
Tomaten	293g
Paprika	489g

390+310+290+490=1kg480g

- Eine Schülerin nahm einfach nur die Hunderter und Zehner der Angaben, die Einer setzte sie Null und hatte somit beispielsweise folgenden Überschlag:



Beim Metzger bekommt er:

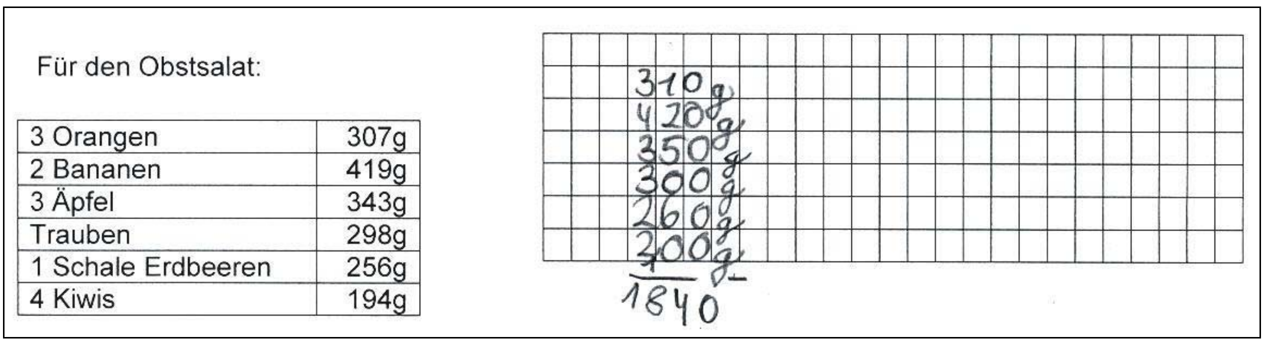
Grillfleisch	553g
Bratwürstchen	409g
Knochen für Wasti	412g

Überschlage:

550g
+ 400g
+ 410g
1
1360g = 1kg 360g

Auch bei den anderen Überschlagsrechnungen dieser Aufgabe ging sie so vor, abgesehen von zwei Zahlen, die sie rundete, zum Beispiel nahm sie für 489g Paprika nicht die ihrer Methode üblichen 480g sondern rundete diese auf 490g.

- Nathalie füllte jede Gewichtsangabe auf den nächsten vollen Zehner auf:



Für den Obstsalat:

3 Orangen	307g
2 Bananen	419g
3 Äpfel	343g
Trauben	298g
1 Schale Erdbeeren	256g
4 Kiwis	194g

310g
420g
350g
300g
260g
200g
1840

- Drei Kinder rundeten auf volle 50er. Dies halte ich bei dieser Aufgabenstellung und im Bezug auf diese Situation im Alltag als sehr sinnvolle Lösung. Dadurch entstehen Zahlen, die ich schnell im Kopf addieren kann.

Für den Obstsalat:

3 Orangen	307g
2 Bananen	419g
3 Äpfel	343g
Trauben	298g
1 Schale Erdbeeren	256g
4 Kiwis	194g

300g + 400g + 350g + 300g + 250g +
+ 200g = 1800g

Bei der anschließenden Frage, wie viel Gewicht denn nun alles zusammen habe, benutzen die meisten Kinder die Überschlagsergebnisse der Teilaufgaben und addierten diese ohne weitere Vereinfachung. Nur drei Schüler kamen auf die Idee, die zuvor errechneten Beträge nochmals zu vereinfachen.

- Ein Mädchen, das zuerst sogar statt zu überschlagen die Gewichte exakt addiert hatte, rundete auf ganze Kilos, erhielt somit 1kg + 1kg + 2kg = 4kg.

Wie viel wiegt alles in etwa zusammen?

1kg + 1kg + 1kg = 3kg + 374 g + 480 + 817 = 4 kg 671
1kg + 1kg + 2kg = 4kg

- Jens hatte zuvor die einzelnen Gewichtsangaben auf Zehner gerundet, als Ergebnis für den Einkauf beim Metzger erhielt er somit 1370 g, welche er nun zum Überschlag der Gesamtmasse auf 1,4 kg rundete. Die anderen zwei Teilergebnisse für Salat und Obstsalat ergaben sowieso ganze 100g-Zahlen.
  Folglich hatte er nun noch als Überschlag
  1,4kg + 1,5kg + 1,8kg = 4,7kg
  zu berechnen.

Insgesamt hätte ich mir bei dieser Aufgabe von den Kindern noch mehr Wagnis beim Überschlagen gewünscht. Auch wenn bereits gerundet wurde, so doch meist nur auf Zehner, nicht aber etwa auf Hunderter. Durch das Runden auf Zehner wurden zwar die Aufgaben leichter, dennoch benutzten viele Kinder beim Addieren dann doch noch den schriftlichen Weg des Untereinanderschreibens, was ja eigentlich beim Überschlagen vermieden werden sollte, sondern eine Rechnung im Kopf ermöglichen sollte. Ursachen sehe ich hier vor allem darin, das Überschlagen im sonstigen Unterricht wie auch in den Schuljahren zuvor wenn überhaupt nur am Rande thematisiert wurde und die Schüler gewohnt sind, exakt zu rechnen. Somit entsteht eine gewisse Scheu, Zahlen etwa auf Hunderter zu vereinfachen.

Einzelne Schüler addierte die Gewichtsangaben sogar exakt, ich vermute sie bearbeiteten die Aufgabe ohne die Arbeitsanweisung gelesen zu haben.

Aufgabe 4:

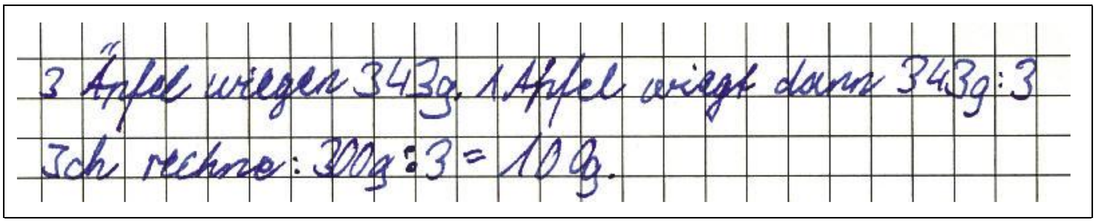
4. Wie viel wiegt etwa

1 Orange?	*Beispiel:* *3 Orangen wiegen 307g. 1 Orange wiegt dann 307g : 3* *Ich rechne: 300g : 3 = 100g.*
1 Banane?	
1 Apfel?	
1 Kiwi?	

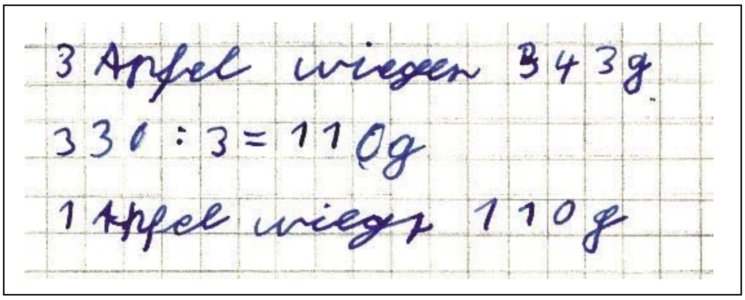
Benutze die Angaben aus Aufgabe 3.

Diese Aufgabe hat das Überschlagen mit Division zum Thema. Aus den Angaben aus Aufgabe 3 sollen nun in etwa die Gewichte für eine Banane, eine Apfel und eine Kiwi ermittelt werden. Diese Problematik passte auch zum sonstigen Mathematikunterricht, da hier gerade Teilen durch Zehnerzahlen mit Rest das Thema war. Hier ist also zunächst mal zu ermitteln, durch welche Anzahl ich die exakt gegebene Gewichtsmenge zu teilen hab, also zum Beispiel: Wenn zwei Bananen 419g wiegen, dann muss ich die Hälfte von 419g nehmen, um das Gewicht einer Banane zu erhalten. Im nächsten Schritt mussten sich die Schüler überlegen, welche Vielfachen des Divisors (hier die 2) in der Nähe der exakten Gewichtsangabe (419g) liegt.

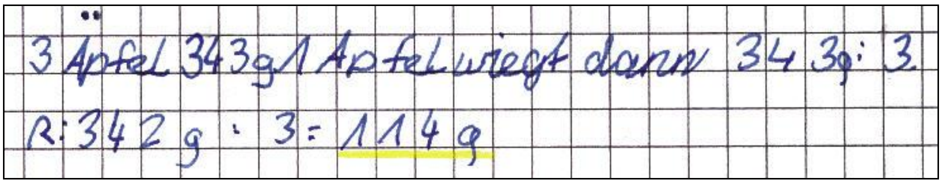
- Acht Kinder ermittelten den nächsten vollen Hunderter, der ein Vielfaches des Divisors darstellte und nahmen diesen als Grundlage für ihre Berechnungen:



- 16 Schülerinnen und Schüler entschieden sich dafür, einen nahe gelegenen vollen Zehner-Vielfachen zu wählen, somit ergab sich beispielsweise folgender Überschlag:



- Rebecca versuchte sogar, den unmittelbaren Vielfachen zu finden.



Beim Überschlagen einer Divisionsrechnung ist dies natürlich eine durchaus akzeptable Möglichkeit, allerdings muss man hier schon extrem fit im Einmaleins sein. Ansonst dauert diese Variante deutlich länger als die beiden vorhergehenden Lösungen und es ist situationsabhängig auch zu prüfen, ob eine solche Genauigkeit beim Überschlag überhaupt nötig ist. Somit halte ich diesen Weg vor allem für den Bereich des kleinen Einmaleins sinnvoll, den die Kinder vollständig beherrschen, nicht aber in Zahlendimensionen über 100.

5. Stunde: Wir laufen einen Kilometer

Während einer Pause hatte ich eine Gruppe von drei Kindern beiläufig gefragt, wie hoch sie denn den Kirchturm der Gemeindekirche schätzen würden.

„Der ist schon hoch, so 500 oder 600 Meter oder so."

Wie ich bereits vermutet hatte, hatten die Kinder was größere Höhen oder Längen angeht wenig bis keinerlei Erfahrung.

Deswegen beschloss ich, zwei Tage vor meiner Stunde zu Längen und Höhen eine Wanderung von einem Kilometer mit der Klasse zu unternehmen, zum einen weil die Erfahrung, was ein Kilometer ist, im Lehrplan der dritten Klasse verankert ist[55], zum anderen wollte ich damit erreichen, dass die Kinder in ihrem eigenen Dorf eine Vergleichsstrecke kennen lernen, von der sie dann wissen, dass sie ungefähr ein Kilometer lang ist. Der Weg, den wir abliefen, führte uns von der Schule bis zum etwa 500 Meter entfernten Sportheim der Gemeinde, somit ergaben Hin- und Rückweg circa einen Kilometer.

Auf dem Hinweg diente ein 100 Meter langes Messband aus dem Sportunterricht als Hilfsmittel, welches wir immer wieder aneinander legten und somit feststellten, dass es fünfmal aneinander gelegt bis zum Fußballplatz reichte.

Abwechselnd sollte auch immer ein Teil der Kinder die Schritte zählen, die sie für 100 Meter benötigten, um einen Kilometer noch durch andere Mittel weiter zu verdeutlichen.

Die meisten Kinder kamen hierbei auf circa 300 Schritte.

Als wir an der Sportanlage angekommen waren, durften die Kinder Brotzeit machen und etwas auf dem Fußballplatz oder dem nahe gelegenen Spielplatz spielen. Während dieser Zeit unterhielt ich mich mit einigen Schülerinnen und Schülern. Als ich ein Mädchen fragte, ob sie nun einen Kilometer weit zu laufen fände, meinte sie, sie hätte es sich eigentlich länger vorgestellt. Ihre Freundin meinte: „Also wenns jetz von der Schule bis hier ein halber Kilometer is, dann is es doch von mir zu dir auch ungefähr so, weil des is doch ungefähr gleich wenn man statt jetzt zum Sportplatz abzubiegt in die andere Richtung zu dir geht." Als ich fragte, wo die beiden wohnen, stellte sich heraus, dass das Mädchen wirklich Recht hatte.

[55] Vgl. Lehrplan S. 188

6. Stunde: Ein mathematischer Rundgang durchs Dorf - Schätzen und Überschlagen von Längen und Höhen

Meine eigentliche Stunde zum Einschätzen von Längen und Höhen fand dann zwei Tage später statt. Als kleine Einstimmung zu diesem Thema spielte ich mit den Kindern das Ratespiel „Ich sehe was, was du nicht siehst“ in einer kleinen Abwandlung: Ich nannte jeweils eine Länge, zu der die Kinder entsprechende Gegenstände finden sollten.
„Ich sehe was, was du nicht siehst und das ist einen Meter breit.“ Antworten der Kinder waren hier zum Beispiel ein Flügel der Tafel oder ein Fenster. Durch dieses Spiel sollten die Kinder ihre bereits erworbenen Repräsentanten für die verschiedenen Längen nochmals wiederholen und auffrischen beziehungsweise aktivieren.

Um nochmals auf unsere Ein-Kilometer-Wanderung einzugehen, bat ich die Kinder um Eindrücke, die sie dabei gesammelt hatten. Die meisten Kinder meinten, sie hätten sich einen Kilometer eigentlich länger vorgestellt, waren aber andererseits erstaunt, wie viele Schritte man machen müsse, wenn man so weit läuft. Mithilfe der Zählungen, die die Kinder während der Wanderung gemacht hatten, kamen wir in etwa auf 300 Schritte pro 100 Meter, für den gesamten Weg folglich 3 000 Schritte. Auf meine Frage hin, wie groß dann in etwa ein Kinderschritt sei, herrschte kurze Ratlosigkeit bis zwei Jungs auf den Gedanken kamen:
„Ja also wenn 300 Schritte 100 Meter sind, dann kam man ja au… also des is ja des gleiche wie wenn i sag dass i in drei Schritte ein Meter lauf. Und dann sind ein Schritt ein Meter durch drei.“
Ein Mädchen schaltet sich ein, und meinte, man könne ja eins nicht durch drei teilen, aber ein Meter wären ja 100 Zentimeter und da gehe drei 33-mal rein.
Um dieses Ergebnis zu überprüfen, bat ich drei Kinder zu mir heraus denen jeweils ein Assistent zugeteilt wurde. Ein Kind sollte jeweils einen normalen Schritt machen, das andere markierte Start- und Endpunkt und maß die Länge grob aus. Und tatsächlich bewegte sich ein Kinderschritt in etwa im Bereich von 30 – 40 cm.
Im weiteren Verlauf ließ ich die Klasse verschiedene Entfernungen innerhalb des Dorfes schätzen. Die Kinder erwiesen sich hier als sehr geschickt und versuchten mithilfe Entfernungen, die sie kannten, vor allem der 500 Meter langen Strecke vom Schulhaus bis zum Sportheim, unbekannte Längen abzuschätzen. So stellten sie fest, dass es von der Schule bis zur Turnhalle etwa 250 Meter sein müssten, da sie auf der Hälfte der Strecke lag. Die Entfernung Schulhaus – Kirche wurde auf etwas mehr als die Hälfte geschätzt, man einigte sich auf 350 bis 400 Meter, was der Realität sehr nahe kommt. Die Kinder entwickelten sehr schnell ein Gefühl dafür, wie man sich aus bekannten Längen neue Strecken erschließen kann.

Den Rest der Stunde widmete ich vor allem dem Schätzen von Höhen. Hierzu versammelte ich die Klasse im Pausenhof um einen Baum: „Wie könnte ich jetzt feststellen, wie hoch der Baum ist?“

Ferdinand machte den ersten Vorschlag, indem er den Schatten des Baumes abmessen beziehungsweise durch Zählen der Schritte dessen Länge in etwa bestimmen wollte. Diese Idee stieß recht schnell auf Widerstand, da einige Kinder meinten, der Schatten würde ja über den Tag verteilt unterschiedlich lang sein und dann müsse man schon grad Glück haben oder zum richtigen Zeitpunkt da sein, wenn der Schatten gerade der Höhe des Baumes entspräche.

Ein Mädchen schlug vor, dass wenn neben dem Baum etwas stehen würde, von dem man wisse, wie hoch es sei, dann könne man vielleicht auf die Höhe des Baumes schließen, genauso wie wir es bei den Strecken gemacht hatten. Ein Klassenkamerad warf ein, dass wir aber im Moment noch gar keine Höhe kennen würden, folglich uns diese Methode hier nichts helfen würde. Juliane fragte in die Klasse hinein, was wir denn überhaupt als Hilfsmittel hätten wies ich die Kinder nochmals daraufhin, dass wir nur uns hätten.

Jens: „Ja, man könnte…, also man weiß ja vielleicht wie groß ma selber is, und vielleicht könnt ma dann gucken, wie viel mal ma selber in den Baum gehen würd, man könnt ja wenn einer da bleibt und einer weiter weg geht, dann könnt ma ja zählen, die oft des ungefähr reingehen würd, und dann hat ma die Höhe wenn mas mal nimmt.“ Dieser Vorschlag leuchtete den restlichen Schülern schnell ein. Es wurde ein Schüler, Michael, abgestellt, der wusste, dass er 1,30 Meter groß ist. Ich stellte mich zusammen mit der Klasse in einiger Entfernung auf, sodass wir den gesamten Baum gut im Blick hatten. Nun versuchten die Schülerinnen und Schüler abzuzählen, wie oft Michaels Höhe in etwa in den gesamten Baum hineingehe. Dies bereitete einigen Kindern größere Schwierigkeiten, weil sie sich schlecht merken konnten, wo sie für eine weitere Höhe ansetzen mussten. David kam auf den Idee, man könne die Höhe von Michael nicht nur zwischen Daumen und Zeigefinger der rechten Hand nehmen, sondern auch zwischen die der linken Hand und so abwechselnd die rechte an die linke Hand und umgekehrt setzten, somit wüsste man immer genau, wo die letzte Höhe aufgehört hatte und wo man wieder mit der nächsten anzufangen hatte. Diese Idee erleichterte das Zählen für die meisten Kinder und wir kamen alle in etwa auf die gleiche Anzahl, nämlich 6-7-mal. Somit ergab sich die Höhe des Baumes auf etwa 8 bis 9 Meter.

Armin hatte noch mal eine ganz andere Idee: „Wenn man sich jetz überlegen würd, wo der Baum hinfallen würd, wenn ma ihn fällen würd, dann könnte man sich ja merken, wo dann die Spitze ungefähr is, und dann kann ma des mit den Schritten ablaufen.“

Aus der Entfernung, in der wir zum Baum standen, war dieser etwa einen Kinderdaumen hoch. Dieser Kinderdaumen wurde nun statt in die Höhe um 90° nach links gedreht, sodass man in etwa abschätzen konnte, wo sich die Spitze des Baumes befinden würde, würde man ihn fällen. Damit man sich den Punkt besser merken konnte, wurde ein Kind losgeschickt um sich genau an diesem per Daumen bestimmten Punkt hinzustellen.

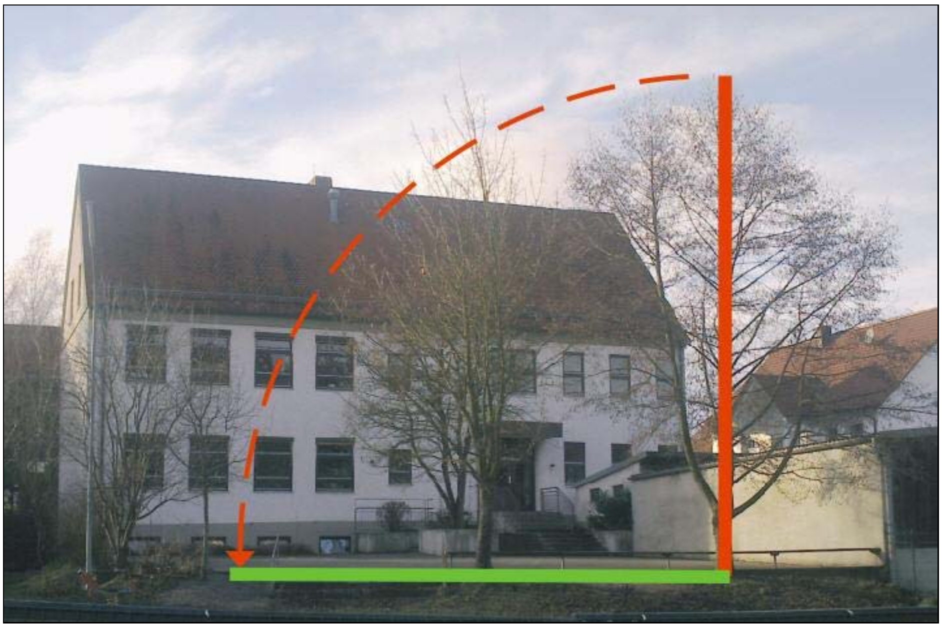


Abb. 28

Sobald das Kind den Platz eingenommen hatte, liefen die anderen Kinder zum Baum, um die Schritte vom Stamm bis zum Kind zu zählen, die meisten kamen hierbei auf etwa 25 normale Schritte, was mit der am Anfang der Stunde ermittelten Schrittlänge von etwa 30 Zentimeter eine Höhe von 7,5m ergibt. Das Ergebnis lässt sich gut in Einklang mit der ermittelten Höhe mithilfe der vorhergehenden Methode bringen.

Als nächstes bat ich die Klasse Schätzungen bezüglich der Höhe des Schulhauses zu machen. Schnell wurde Bezug auf den eben geschätzten Baum genommen und festgestellt, dass das Schulhaus schon etwas höher sei. Als Maxi die erste Schätzung mit 20 Meter abgab, wurde er schnell von Klassenkameraden darauf hingewiesen, dass dies nicht sein könne, denn dann müsse ja das Haus mehr als doppelt so hoch wie der Baum sein, woraufhin der Junge seine Aussage auf 14 Meter reduzierte. Einige Kinder kamen beim Vergleichen der Höhe des Baumes mit der Schulhaushöhe auf etwa das Eineinhalbfache.
Eine andere Gruppe von sechs Jungs versuchte, auch hier von der Ferne abzuzählen, wie oft ein Klassenkamerad in die Höhe des Gebäudes hineinging, das überschlagene Ergebnis belief sich auf circa 12 Meter.
Einen weiteren interessanten Vorschlag brachte Anne: “Wenn man jetz wüsste, wie viel hoch ein Stockwerk is, dann wärs eigentlich ganz leicht, weil es sind drei Stockwerke und dann noch oben des unterm Dach.” Ich stellte die Frage, wie hoch ein Stockwerk sei in den Raum.

Um die Stockwerkseinteilung des Hauses besser zu sehen, begaben wir uns an die Querseite des Gebäudes.
Der erste Vorschlag war, man könne ja von außen einfach mal nur schauen wie viele "kinder-hoch" ein Stockwerk sei. Bevor das allerdings geklärt werden konnte, musste erst noch festgelegt werden, wo eigentlich ein Stockwerk aufhört und wo das nächste beginnt. Schnell wurde sich darauf geeinigt, dass die Decke immer kurz über dem obersten Rand des Fensters anfange. Als wir gerade dabei waren, uns zu überlegen, die hoch denn nun ein Stockwerk sei, kam zufällig ein Passant vorbei. Einige der Kinder reagierten schnell und nahmen seine Höhe zwischen Daumen und Zeigefinger. Mithilfe dieser Länge schätzen sie nun ab: "Also bei mir wärn des jetz mehr als ein mal, also vielleicht einmal ganz und einmal halb."
Ein anderer Junge bestätigte diese Aussage, indem er feststellte, dass "dreimal der Mann sin genau zwei Stockwerke." Die Höhe eines Erwachsenen schätzen die Kinder auf grob zwei Meter, was für unsere Zwecke durchaus ausreichte. Da der Passant der Onkel einer Schülerin war, gab er ihrer Anfrage nach seiner Größe gerne Auskunft, die sich auf 1,87m belief und stellte sich nochmals kurz zur Verfügung, damit alle Kinder der Klasse selbst noch einmal nachmessen konnten, was einige Klassenkameraden zuvor ermittelt hatten.

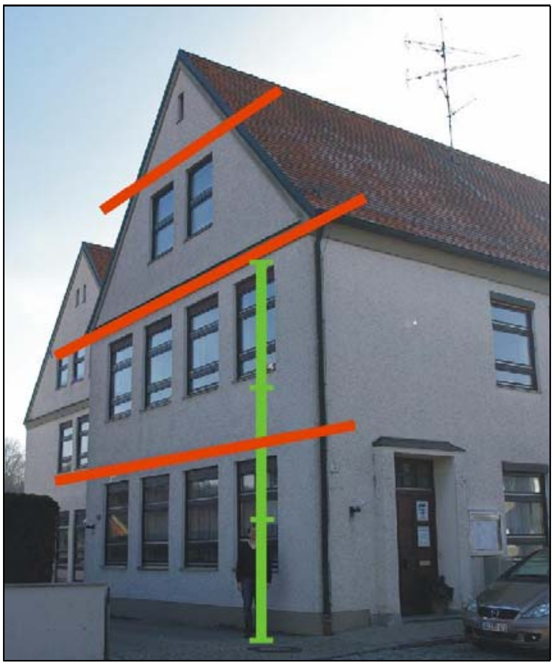


Abb. 29: Bestimmung der Höhe des Schulhauses mit Hilfe eines Erwachsenen

Mithilfe unserer Schätzung von zwei Meter für einen Erwachsenen und den Messungen ergab dies eine Höhe von etwa drei Meter pro Stockwerk.
Eine Gruppe von vier Kindern vergewisserte sich nochmals über das Ergebnis indem sich ein Junge, der 1,50 Meter groß war, an die Hauswand stellte, die restlichen Kinder maßen mit ihren Fingern ab, dass ein Stockwerk in etwa doppelt so hoch sei wie der Mitschüler.

Thomas schlug nun vor, 3 Meter mal 4 zu errechnen, da es ja vier Stockwerke seien. Einige Kinder meinten hierzu allerdings, dass es ja eher nur drei "richtige" Stockwerke seien, das vierte sei ja nur der Dachboden, und der sei ja nicht so hoch wie die anderen Stockwerke. Man einigte sich darauf, für das Dachgeschoss nur 2 Meter zu veranschlagen. Folglich wurde für die Höhe der Schule etwa $3 \bullet 3m + 2m = 11m$ ermittelt.
Laura drehte sich nach dieser Feststellung um, zeigte auf ein Einfamilienhaus gegenüber der Schule und meinte: "Eigentlich könnt ma doch jetz da (für dieses Haus) sagen, des sind 5

Stockwerke, da braucht ma ja keinen mehr hinstellen sondern einfach sagen 5 mal 3 Meter weil a Stockwerk is ja immer so ungefähr so wie in der Schule." Als ich ihr diesbezüglich Recht gab, war die Klasse ganz begeistert. Einige Kinder meinten, dass sei ja dann eigentlich ganz einfach. Steffen bemerkte noch: "Ja des is ja dann au wie bei der Länge wo wir gmacht haben, wennst ja mal eins weißt, dann kannst dir andere ganz leicht überlegn."

Natürlich relativierte ich die Aussage ‚jedes Gebäude hätte ungefähr gleich hohe Stockwerke' noch etwas, und wies die Kinder darauf hin, dass diese Maße vor allem für Wohnhäuser gelten würden. Ein Junge meinte hierzu auch, dass zum Beispiel im Supermarkt ein Stockwerk höher sei. Manuel warf ein, es gäbe ja auch Häuser, die kleinere Stockwerke hätten, zum Beispiel müsse sein Vater sich immer "ducken wenn er bei Opa durch die Türen gehn will". Da diese Schule auf dem Land liegt, kannten einige Kinder noch diese älteren Bauernhöfe entweder von zuhause oder ihre Großeltern wohnten darin, bei denen die Decken tiefer sind als im Klassenzimmer.

Zwei Mädchen brachten noch eine weitere Möglichkeit ein: "Wenn ma in des Haus rein gehen darf des ma schätzen soll, dann kann ma ja auch des über die Treppen machen: weil a Treppe fängt ja am Boden vom einen Stockwerk an und endet genau aufm Boden vom nächsten Stockwerk. Wenn ma jetzt einmal die Treppe vom einen in das nächsten Stockwerk hochgeht und die Stufen zählt und dann schätzt, wie hoch eine Stufe is, dann weiß ma ja wie hoch ein Stockwerk is. Dann muss ma des nur noch mal wie viele Stockwerke des Haus hat mal nehmen."

Als die Kinder einschätzen sollten, wie hoch denn wohl eine Treppenstufe sei, versuchten einige, sich eine Stufe vorzustellen, indem sie ein Bein hochhoben und somit überlegten, wie hoch man wohl bei einer Stufe steigen würde. Erst Schätzungen ergaben "vielleicht so a langes Lineal, des hat 30 cm." Diese Angabe hielten mehrer Kinder aber dann doch für zu hoch als sie für die Bestimmung der Anzahl der Stufen im Treppenhaus standen. "Des sin glaub doch weniger, vielleicht nur so 10cm oder 15cm." Mit dieser korrigierten Angabe erhielten wir auf diesem Wege für die Höhe eines Stockwerkes auch wieder in etwa 3 Meter:

15cm	•	20 Stufen	= 300 cm
(geschätzte Höhe einer Stufe)		(geschätzte Anzahl an Treppenstufen)	

Als weiteres Schätzobjekt hatte ich mir noch die Kirche und den Maibaum herausgesucht. Zunächst einmal sollten die Kinder erste Schätzungen bezüglich der Kirche abgeben. Schnell war man sich einig, dass "die schon sehr viel größer is als des Schulhaus". Weitere Äußerungen waren "mindestens doppelt so hoch", die meisten Kinder waren aber eher für noch größer. Ein Junge meinte "100 Meter", wurde dann aber schnell von zwei Freunden davon überzeugt, dass das nicht sein könne weil "dann wärs ja fast 10mal so hoch wie die Schule und 10mal, des is glaub echt a bissi viel.” Man einigte sich auf etwa 50 Meter. Als ich die Klasse bat, ihre Schätzungen durch geeignete Überschläge zu überprüfen bildeten sich wiederum einzelne Gruppen, die verschiedene Möglichkeiten fanden.

Einige Kinder versuchten die altbewährte Methode anzuwenden und zählten ab, wie oft die Länge eines Klassenkameraden in den Kirchturm hineingehe. Dabei stellten sie rasch fest, dass es hierbei sinnvoll sei, ein gutes Stück vom Kirchturm wegzugehen, da man sonst die Spitze gar nicht richtig sehen konnte, aus einiger Entfernung fiel das Zählen wesentlich leichter. Als Ergebnis wurden etwas mehr als 20 Kinderlängen festgestellt, bei der Größe des Kindes, das sich zur Verfügung gestellt hatte, wurde der Kirchturm somit auf “20 • 1,50 Meter, des sin dann 30 Meter, also vielleicht so 33 bis 35 Meter insgesamt, weil es waren ja mehr als 20 mal der Ralph.”

Eine Mädchengruppe hatte nicht bis zur Spitze gezählt, sondern nur, wie oft Ralphs Höhe bis zum Anfang vom Dach reichte und überschlugen somit etwa 20 Meter (13 • 1,50 Meter). Dann hatten sie sich überlegt, dass es vom Dachbeginn bis zur Spitze fast nochmal genauso hoch ist wie vom Boden zum Dach, also nahmen sie das Doppelte für die gesamte Höhe der Kirche, somit etwa 40 Meter. Bianca ergänzte allerdings noch: “40 Meter, oder also eher a bissi weniger weil des Dach, des is glaub nur fast so hoch wie der Rest.”

Diese Methode hat den Vorteil, dass man sich auch mal der Proportionen eines Gebäudes bewusst wird und diese Einteilung zunächst einschätzt, um sie dann sinnvoll in den Überschlag mit einzubauen.

Drei Jungs und vier Mädchen hatten noch etwas interessantes entdeckt, was einem beim Überschlag helfen kann: an einer Gebäudeecke verlief der Blitzableiter, der in regelmäßigen Abständen an der Wand angebracht war. Da man sich an der Stelle, an welcher dieser in die Erde verschwand, direkt daneben hinstellen konnte, ließ sich der Abstand zwischen zwei Halterungen sehr gut abschätzen. Diese waren genauso groß wie Michael, der wusste, dass er genau 1,30 Meter groß ist. Der Vorteil war nun, dass man ohne Probleme die Anzahl der Halterungen abzählen konnte, bis zum Dach waren es 15, bis zur obersten Spitze 30. Zunächst einmal errechneten wir aus 30 • 1,30 Meter eine Gesamthöhe von 39 Metern.

Kim meldete sich und ergänzte, dass es doch eigentlich, wenn man genau sei, weniger sein müsse, da sie glaube, dass die Abstände am Dach kleiner wären als an der Hauswand entlang. Sie schlug vor, für die an der Hauswand entlanglaufenden Halterungen einen Abstand von 1,30 Meter und für die am Dach einen Meter zu veranschlagen und erhielt somit mit

15 • 1,30 Meter + 15 • 1 Meter in etwa 35 Meter Gesamthöhe.

Insgesamt lässt sich sagen, dass die Schätzungen wie auch die Überschläge der Kinder sehr erfreulich waren und durchaus im realen Bereich lagen. Die tatsächliche Kirchturmhöhe hatte ich noch am gleichen Tag beim Bürgermeister erfragen lassen, sie beläuft sich auf 38 Meter, somit lagen die Rechnungen der Kinder in einem relativ engen Bereich um den tatsächlichen Wert.

Ich denke ein wichtiger Schritt bevor wir diese Schätzungen gemacht haben war, dass wir den Kilometer abgelaufen sind. Denn oftmals haben Kinder nur schlechte Vorstellungen von größeren Entfernungen oder Höhen. Nun war aber die Gefahr von vornherein gebannt, dass ein Kind für die Höhe des Kirchturms einen Kilometer oder ähnliches angeben würde.

Auch beim Maibaum waren die Kinder sehr kreativ, für die erstens Einschätzungen wurden obere und untere Grenzen genannt: "Also er is auf alle Fälle höher als die Schule und kleiner als die Kirche."

"Also vielleicht doppelt so hoch wie die Schule, des sin dann... so 20 Meter." Hier zeigt sich, dass durch die paar Schätzungen, die wir bisher gemacht hatten, die Kinder bereits ein recht gutes Gespür für neue Höhen entwickelt hatten. Auffällig war auch, dass stets versucht wurde, auf bereits Bekanntes zurück zuschließen, so wurde hier zum Beispiel der Maibaum mit dem Kirchturm verglichen.

Neben der bereits mehrfach bewährten Methode zu ermitteln, wie oft in etwa ein Kind in die Länge des gesamten Maibaums hineingeht, wurden auch hier andere Strukturierungsmethoden gefunden und genutzt. Der Maibaum besteht aus einem unteren Teil, einem oberen Teil und einem Zwischenteil, der in regelmäßigen Abständen Halterungen für die Schilder hat.

Ferdinand schlug vor, man könne ja mithilfe der Höhe eines Kindes bestimmen, in welchem Abstand die Halterungen angebracht waren. Die Schätzungen hierfür ergaben, dass drei Abstände etwa zwei mal so groß waren wie Ralph, somit kam auf einen Abstand etwa ein Meter. Insgesamt bestand der Mittelteil aus 13 solcher Abstände, somit ergaben sich etwa 13 Meter für diesen Teil des Maibaums. Nach dieser Feststellung herrschte kurz Ratlosigkeit, wie man nun noch die Länge des oberen und die des unteren Teiles bestimmen könnte, bis zwei Jungs entdeckten, dass diese beiden Teile ungefähr gleich groß waren. Einige Kinder maßen dies per Finger nach und stellten dabei fest, dass drei untere Teile in etwa dem Zwischenteil entsprachen.

"Dann könnt ma doch jetz 13 Meter durch 3 ,dann ham ma zum Beispiel des obere und des is dann gleich wie des untere, dann müsst ma 13 plus des und dann nommal plus des gleiche weil einmal für oben und einmal für unten." Bei der Berechnung von 13 Meter : 3 kamen schnell der Vorschlag, man könne hier doch überschlagen und nicht 13 : 3 rechnen sondern 12 : 3, das wären dann nämlich 4 Meter. Als Endergebnis erhielten wir

13 Meter	+	4 Meter	+	4 Meter	=	21 Meter
(Zwischenteil)		(oberer Teil)		(unterer Teil)		(Gesamtlänge)

was dem tatsächlichen Wert von 23 Meter schon sehr nahe kommt.

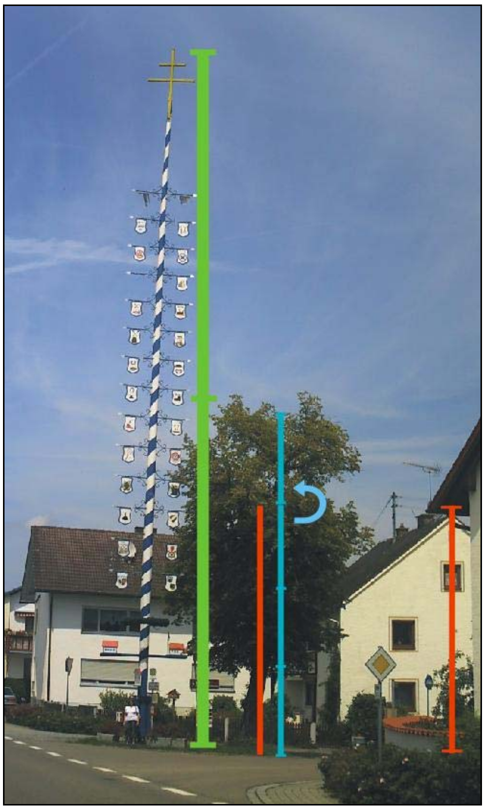


Abb. 30

Eine Gruppe Mädchen versuchte, den Maibaum mithilfe anderer Höhen zu überschlagen, die sich in der Nähe des Maibaums befanden: einem Baum und einem Wohnhaus.

Als erstes ermittelten die Schülerinnen die Höhe des Wohnhauses auf etwa 9 Meter, da es drei Stockwerke hatte. “Der Baum is ja etwa so wie des Haus, nur mit nochmal nem Stockwerk, des sind dann 9 plus 3, des sin dann 11. Und der Baum, der geht da zweimal rein in den Maibaum, des sin dann 11 und 11, also 22 Meter.”

Armin versuchte seine Methode, die er beim Baum im Pausenhof gefunden hatte, scheiterte hier allerdings schnell, da der Maibaum mitten im Dorf stand und somit von Häusern so umringt war, dass man keinen geeigneten Platz finden konnte, um sich die Stelle zu merken, wo der Baum hinfallen würde, würde man ihn absägen.

Sabine schlug vor, man könne ja, wenn es nur um eine grobe Schätzung gehe, vielleicht auch einfach den Kirchturm mit dem Maibaum vergleichen. Da sich diese allerdings sehr nahe beieinander befinden, ließ sich dies aus der Nähe nicht besonders gut bewerkstelligen. Deswegen machten wir auf dem Rückweg zur Schule einen kleinen Umweg um uns Maibaum und Kirche nochmals aus der Ferne anzusehen.

Abb. 31

Hier ergibt sich, dass der Kirchturm etwas weniger als doppelt so hoch wie der Maibaum ist. Nimmt man nun den Maibaum mit etwas über 20 Meter an, so erhält man für die Kirche circa 40 Meter. Für die ersten groben Annäherungen sind dies bereits sehr gute Werte.

Fazit:

Diese Doppelstunde hat gezeigt, dass die Kinder sehr schnell Ideen entwickeln können, wenn es darum geht, Höhen und Längen in ihrer Umwelt zu schätzen, sobald man ihnen erste Anstöße gegeben hat. Schon nach wenigen Schätzungen hatte die Klasse bereits ein relativ gutes Gefühl für neue Höhen und Längen entwickelt und griffen intuitiv auf ihnen bereits gekannte Dinge zurück, um auf neues zu schließen.

Sehr erfreulich war auch, dass wirklich jede Schülerin und jeder Schüler Beiträge zu Ideen gebracht hatte und sich gerne über neue Möglichkeiten Gedanken gemacht hatte. Die Kinder waren sichtlich gerne bei der Sache und ich hoffe, dass auch gerade durch unsere Wanderung durchs Dorf manches in Erinnerung bleibt und sich hier neue Repräsentanten in den Köpfen der Kinder verankert haben, zum Beispiel was in etwa ein Kilometer ist oder dass ein Stockwerk eines Wohnhauses grob mit drei Meter[56] veranschlagt werden kann.

[56] Die Zimmerhöhe eines Wohnhauses wird normalerweise auf etwa 2,50 Meter veranschlagt, zusammen mit einer Deckendicke von ca. 20cm würde dies für die Höhe eines Stockwerkes etwa 2,70 Meter machen. Somit ist unsere grobe Einschätzung mit 3 Meter pro Etage für unsere Zwecke durchaus ausreichend.

7. Stunde: Fragen rund um unsere Schule - Probleme in Anlehnung an Fermiaufgaben

In meiner letzten Stunde zur Thematik des Schätzens und Überschlagens standen nun Probleme in Anlehnung an Fermiaufgaben auf dem Programm. Eingebettet waren diese in "Fragen rund um unsere Schule". Zunächst hatte ich mir überlegt, für die Kinder Arbeitsblätter zu entwerfen, im Laufe meiner Arbeit mit den Kindern entschloss ich mich aber dann aufgrund der hohen Diskussionsfreudigkeit der Klasse dazu, diese Stunde in Form einer Klassendiskussion durchzuführen. Um dennoch jedem Kind erst einmal Zeit zu geben über die gestellten Probleme nachzudenken, gab es jedes Mal zwischen Fragestellung und Lösungsvorschlägen einige Minuten Bedenkzeit, die entweder alleine oder zusammen mit dem Banknachbarn genutzt werden konnte.
Um die Kinder nicht zu lenken, legte ich zunächst einmal nur die erste Frage ohne weiteren Kommentar auf den Tageslichtprojektor:

Alle Kinder unserer Schule nehmen sich an der Hand. Können wir damit das Schulhaus umarmen? Den Fußballplatz? Ganz Schiltberg?

Nachdem ein Kind die Frage laut vorgelesen hatte, fing in der Klasse eine Diskussion an. Schnell war man sich einig, dass alle Kinder an einer Kette auf alle Fälle nicht das ganze Dorf umarmen könnten, bei den anderen zwei Vorschlägen gab es allerdings unterschiedliche Meinungen. Armin schlug vor, erst einmal zu überlegen, wie lange wohl diese Schülerkette sei. Dazu benötige man zuerst einmal die Anzahl aller Schüler der Grundschule, welche auf 100 überschlagen wurde (fünf Klassen zu etwa jeweils 20 Schülern). Als es nun darum ging, wie lange dann wohl die Kette sei, wenn sich alle an der Hand nehmen, brachten zwei Schüler die Idee ein, man könne ja mal ein paar Schüler der Klasse eine Kette bilden lassen, schauen wie lange diese Kette sei und mithilfe dieses Ergebnisses die Länge auf 100 Kinder hochrechnen. Auf meine Frage hin, ob es egal sei, welche Kinder wir nehmen, kamen einige auf den Gedanken, man könne ja vielleicht die Kinder von der Größe her mischen, "weil wenn ma jetz nur große nimmt, des is ja dann länger als wie dann in echt wenn ma alle hätte, weil die Erstklässler sin ja zum Beispiel kleiner und dann nehmen die au ned so viel Platz ein. Und dann vielleicht no a großer, weil der steht dann für die Viertklässler." Nach dieser Feststellung einigte sich die Klasse auf vier Kinder, die als repräsentativ empfunden wurden: Zwei eher kleinere, ein "normaler" Drittklässler und ein größerer Junge. Diese stellten sich nebeneinander auf und nahmen sich an der Hand. Ferdinand machte hierbei eine wichtige Entdeckung: "Ja wie is des eigentlich gmeint, mit an der Hand halten, is des da so locker gemeint oder scho ganz ausgestreckt oder wie is des gmeint?"

“Was steht denn in der Frage?”
“Eigentlich nix.”
“Und was machen wir jetzt?”
“Ja also wenn da nix steht, dann kömm ma uns des vielleicht selbst überlegen. Also ich würd sagen des is, wenn ma sich locker die Händ gibt, so wie im Morgenkreis oder so.”
Nachdem dieses Problem geklärt war, wurde mit Hilfe eines Maßbandes die Länge der Kette der vier Schüler in etwa auf vier Meter vermessen.
“Also wenn vier Kinder vier Meter sind, dann is ein Kind ein Meter, also so ungefähr jetzt, und dann mal 100, dann sin des 100 Meter bei allen.”

Ein Mädchen meldete sich und fragte, wie groß denn eigentlich ein Fußballfeld sei. Da die meisten Jungen aus der Klasse im Fußballverein waren, wussten diese schon einiges über Fußballplätze:
“In der E-Jugend, da spielt ma ja auf dem kleinen also halt quer, aber die Großen, die spieln aufm ganzen. Aber des is garned so fest glaub i, also wie lang und wie breit des jetz genau sein muss.”
Mit dieser Aussage hatte der Junge Recht: Da die Größe eines Feldes in den offiziellen Spielregeln gar nicht exakt festgelegt ist, sondern lediglich zwischen 45 und 90 Meter Breite und 90 bis 120 Meter Länge liegen muss, legten wir unser Vergleichsfußballfeld auf die für ein Stadion üblichen 68 Meter auf 105 Meter fest.[57] Überschlagen ergaben diese Maße einen Gesamtumfang von etwa 340 Meter (2 • 70m + 2 • 100m).

Folglich stellte die Klasse fest, dass man mit allen Kinder an einer Kette zumindest schon mal kein Fußballfeld umarmen könne. Dass 100 Meter ausreichten, um das Schulhaus zu umkreisen, war den Schülern recht schnell klar.[58]

Nach Lösung dieses Problems legte ich wiederum ohne Kommentar die nächste Frage auf den Tageslichtprojektor:

Wie viel Kopierpapier verbraucht unsere Schule in einem Monat?

Schnell war man sich einig, dass zunächst einmal festgestellt werden musste, wie viel Blätter eine Klasse an einem Tag verbrauchen würde:

---

57 http://de.wikipedia.org/wiki/Fu%C3%9Fballregeln#Spielfeld (12.10.2007)
58 Nach der großen Pause, die im Anschluss an meine Stunde war, kamen zwei Mädchen nochmals zu mir um mir mitzuteilen, sie hätten mithilfe von Schritten vermessen, dass es einmal um das Schulhaus etwa 40 Meter seien, also würde die Schülerkette sogar zweimal um das Schulhaus reichen.

“Ich glaub jeder bekommt so zwei am Tag.”
“Ne, des sin auf alle Fälle mehr weil da hast ja erstmal für die Hausaufgabe, da bekomm ma so eins für Deutsch und eins für Mathe, meistens zumindest.”
Zu diesen zwei Blätter wurden nochmals drei dazuaddiert, die die Kinder während des Unterrichts bekämen: “Dann sin des insgesamt fünf pro Tag, mal sieben, dann sin es 35 Blätter in der Woche.”
Nach dieser Äußerung warf mehrere Kinder ihren Protest ein, da man ja nicht am Wochenende auch noch in die Schule gehe, also müsse man die fünf Blätter pro Tag nur mal fünf (Schul-) Tagen nehmen, was 25 Arbeitsblätter pro Woche und Kind ergab.
Ralph merkte weiterhin an, dass man ja pro Woche nochmals durchschnittlich ein bis zwei Elternbriefe wegen Unterrichtsausfall oder Veranstaltungen bekäme, somit wären es also 27 Blätter.
Mit Hilfe dieses Ergebnisses wurde nun ermittelt, dass somit die gesamte Schule, die aus etwa 100 Kindern besteht, pro Woche $27 \bullet 100 = 2\,700$ Blätter bräuchte, was hochgerechnet auf einen Monat etwa 12 000 Kopien ergäbe (Die eigentliche Rechnung von $2\,700 \bullet 4$ wurde auf $3\,000 \bullet 4$ überschlagen, da man hier ruhig noch etwas aufrunde könne, weil ja zum Beispiel die erste Klasse wesentlich mehr Blätter im Laufe eines Tages bekäme.).
Dieses Endergebnis erstaunte die meisten Schüler schon sehr.
Ein Schüler äußerte: “Des hätt ich jetz ned dacht, des is ja schon a recht hoher Stapel wennst dir des mal überlegst.”

Angeregt von dieser Äußerung stellte ich nun die daran anschließende Frage in den Raum:

Wie hoch wäre der Papierturm, wenn ich das ganze Kopierpapier stapeln würde?

Einige Kinder erinnerten sich schnell daran, dass wir erst vor kurzem bereits mit einem Stapel Papier gearbeitet hatten, von dem wir herausgefunden hatten, dass er 500 Blatt enthielt.
Um die Höhe der Packung bestimmen zu können, holte ich diese aus dem Nebenzimmer und ließ die Kinder zunächst einmal Schätzen. Da die Kinder in diesem Bereich recht fit waren, lagen die Schätzungen bei etwa fünf bis sieben Zentimeter.
Michaela, das Mädchen, dass bei der Papier-Station die Menge mit Hilfe ihres kleinen Fingers bestimmt hatte, erinnerte sich daran, dass der Stapel fünfmal so hoch gewesen war wie ihr kleiner Finger. Diesen maß sie schnell mit einem Lineal auf etwa einen Zentimeter aus, somit bestimmte sie die Höhe der 500-Blatt-Packung auf fünf Zentimeter. Ein kurzes Nachmessen bestätigte diesen Wert.

Den weiteren Lösungsweg entwickelte die Klasse selbstständig anhand eines Dreisatzes:

“500 Blätter sin fünf Zentimeter, dann sin 1 000 ja des doppelte, des sin dann zehn Zentimeter. Und 12 000, des sin dann ja zwölf mal so viele also $10 \bullet 12 = 120$ Zentimeter.”
“Das wären ja ein Meter und zwanzig Zentimeter, das is ja fast so hoch wie ich.”
Diese Bemerkung erfreute mich sehr, denn hier wird deutlich, dass sich die Kinder über das Ergebnis weitere Gedanken machten und versuchten, sich darunter etwas vorzustellen, indem sie es in ihnen bekannten Repräsentanten umwandelten.

Wie lange ist die Strecke, wenn ich alle Stifte, die sich gerade im Schulhaus befinden, aneinander lege?

Ein Großteil der Klasse fing erst einmal an, das eigene Federmäppchen zu untersuchen und die darin befindlichen Stifte in etwa zu bestimmen. Die Kinder hatten also damit begonnen, Stichproben zu machen, um daraus einen geeigneten Durchschnittswert zu ermitteln. Nachdem einige Schülerinnen und Schüler die Anzahl ihrer Stifte laut genannt hatte, stellten sie fest, dass jedes Kind rund 30 Stifte besaß, bei 100 Kindern ergab dies eine Gesamtanzahl an Stiften von 3 000.
Als es nun darum ging, die Stifte aufzureihen, meldete sich Martin zu Wort: “Wie legt man die Stifte denn jetz eigentlich aneinander? Immer Spitze an Spitze oder so längs nebeneinander?”
Ein anderer Schüler erwiderte: “Ich glaub des is so Spitze an Spitze gemeint.” wofür auch der Rest der Klasse war.
Da innerhalb der Fragestellung dies nicht festgelegt war, schlug ich Martin vor, er könne auch gerne ausrechnen, wie lange die Strecke wäre, wenn er alle Stifte längs aneinander lege. Von dieser Idee angestachelt arbeitet er zusammen mit seinem Nachbarn an dieser Interpretation der Frage weiter: Sie vermaßen die Breite eines Stiftes auf acht Millimeter, bei 3 000 Stiften ergab dies eine Gesamtlänge von $3\,000 \bullet 8mm = 24\,000mm = 24m$. Martin ergänzte noch: “Man hätt jetz au sagen können wenn ma rundet, ein Stift is etwa ein Zentimeter dick, dann wärns halt 30 Meter gewesen.”

Der Rest der Klasse verfolgte weiter die Vorstellung, man lege alle Stifte jeweils Ende an Ende aneinander.
Da die meisten Kinder Fineliner-Stifte besaßen, wurden diese zunächst einmal ausgemessen (18 cm)
Als einige Schüler aber diese Länge als repräsentativ empfanden und diese für alle 3 000 Stifte ansetzen wollten, meldete sich Jens zu Wort:
“Aber es sin doch ned alle Stifte so lang. Weil bei den 30 Stiften, des sin ja auch die Holzer und die sin ja meistens scho kleiner, außer die sin grad ganz neu, aber meine sin zum Beispiel scho ziemlich kleiner geworden.”

Innerhalb der Diskussion entstanden zwei Lösungsmöglichkeiten:
Der größere Teil der Klasse versuchte, eine durchschnittliche Länge für einen Stift zu ermitteln.
Ein Stift, mit dem man noch richtig schreiben könne, müsse mindestens sechs Zentimeter haben, die meisten Holzstifte hatten eine Länge von zehn Zentimeter. Eine durchschnittliche Länge müsse also zwischen 10 und 18 Zentimeter liegen. Da die meisten Kinder aber mehr Filzstifte mit der konstanten Länge 18 Zentimeter als Holzstifte mit variabler und kürzerer Länge besaßen, einigte man sich beim Mittelwert auf 15 Zentimeter.

3 000 • 15 cm = 45 000 cm = 450 m

Der andere Teil der Schüler entwickelte einen anderen Weg:
Sie untersuchten ein komplettes Federmäppchen, das als “normal” anerkannt wurde, da hier sowohl lange wie auch kurze Stifte vertreten waren.
Alle Stifte des Schülers wurden in eine Reihe gelegt und die Gesamtlänge vermessen. Diese belief sich auf 380 Zentimeter.
Um die Gesamtlänge aller Stifte der Schule zu erhalten, wurde das gewonnene Ergebnis aus der Stichprobe mit 100 multipliziert, was 380 Meter ergab.

Eine Schülerin äußerte: “Aber wenn da jetzt alle Stifte in der Schule gemeint sin, dann ja auch die von den Lehrern. Und da hab ich mir jetz überlegt, so a Lehrer hat ja ned so viele, also vielleicht so fünf. Und sechs Lehrer sinds, dann ham ma insgesamt 30 Stifte noch mehr.”
“Des sin quasi nommel ein Schüler mehr.”
“Also nehm ma alles nich mal 100 sondern mal 101?”
“Ja also ich glaub des kommt doch jetzt nich auf einen mehr oder weniger an. Is ja alles bloß ungefähr. Sonst muss ma ja auch bei der Zahl von den Kindern der ganzen Grundschule ganz genau sein.”
“Genau, kannst ja ned erst sagen es is wurscht wie viele es genau sin und dann tust auf einmal doch nommal einen dazu.”

Durch diese Argumente ließ sich das Mädchen, das den Vorschlag unterbreitet hatte, davon überzeugen, dass ihr Gedanke zwar durchaus wichtig war, allerdings in der Gesamtrechnung vernachlässigt werden konnte.

Dieses Gespräch lässt erkennen, dass die Schüler bereits ein gewisses Gefühl für relevante und irrelevante Dinge innerhalb einer Fragestellung entwickelt hatten.

Auch dies ist Teil eines mathematischen Verständnisses: Wenn ich zuerst die Schülerzahl grob runde, kann später nicht ein einziger Schüler so große Bedeutung haben, als dass ich ihn noch dazuaddieren müsste.

Dieses Verständnis ist auch später in anderen Naturwissenschaften wichtig, zum Beispiel wenn es in Physik darum geht, wie viele gültige Ziffern ein Ergebnis haben kann: Ein Ergebnis einer Berechnung kann nicht genauer sein als die ungenaueste Angabe (in unserem Fall die Anzahl der Schüler).

Nach endgültiger Festlegung der Endlänge bei diesem Weg auf 380 Meter stellte Lukas fest:
“Des is ja ungefähr so lang wie einmal ums Fußballfeld.”

Für die verbliebenen zehn Minuten der Stunde durften sich die Kinder alleine oder in Gruppen eigene Fragestellungen überlegen und diese am Ende der Klasse laut vorlesen.
Hierbei entstanden folgende Fragen:

- Kann Frau Ripley[59] die Lieferung Papier für einen Monat auf einmal ins Lehrerzimmer tragen?
- Wie oft kann man den Pausenhof mit dem Kopierpapier von einem Schuljahr zudecken?
- Wie viele Gänseschritte bräuchte man für einen Kilometer?
- Wie viele Rotstifte braucht unsere Lehrerin in ihrem ganzen Leben?
- Wie oft (wie viele Tage) geht man im Leben zur Schule?
- Wie viel Blätter Papier beschreibe ich in einem Schuljahr?
- Wie viele Patronen verschreibe ich in meiner Grundschulzeit?
- Wie oft trete ich in einem Schuljahr ins Pedal auf dem Hin- und Rückweg von der Schule?
- Wie lange ist die Strecke, wenn man alle Spaghettinudeln, die man im Leben isst, aneinander legen würde?

Diese sammelte ich ein, tippte sie mit dem PC und laminierte sie, um sie dann in einer kleinen Box der Klasse zur Verfügung zu stellen. Meine Idee war, dass Kinder während der Freiarbeit oder wenn sie mit anderen Aufgaben frühzeitig fertig sind, sich eine Frage herausnehmen können, um diese zu lösen. Mit Absicht habe ich keinerlei Lösungen auf die Rückseite zur Selbstkontrolle gesetzt, da es ja hier bekanntlich keine eindeutige Lösung gibt, schon alleine deswegen, weil manche Fragestellungen erst einmal interpretiert werden müssen, somit würde noch nicht mal jeder die exakt gleiche Fragestellung bearbeiten. Würde man dennoch eine Lösung als Selbstkontrolle abgedruckt, könnte dies als einzig gültige empfunden werden.

[59] Schulleiterin

Haben nun ein oder mehrer Kinder einen möglichen Lösungsweg gefunden, kann dieser entweder von der Lehrkraft korrigiert werden, die schönere Variante finde ich aber, dass das Kind beziehungsweise die Gruppe ihre Lösung vor der Klasse vorstellen darf und diese hier zusammen mit allen diskutiert wird.
Natürlich kann und soll diese Sammlung an Fragen beliebig erweitert werden.

Fazit zur Bearbeitung von Fermiaufgaben:

Die Klasse war für solche Aufgaben sehr gut geeignet, da hier gerne zusammen über Fragestellungen sachlich und zielgerichtet diskutiert wurde, Ideen anderer wurden aufgenommen und weiterentwickelt oder überdacht.
Gelerntes aus allen vorausgehenden Stunden konnte nochmals eingesetzt und praktisch angewendet werden, sei es um Dinge abzuschätzen, Stichproben zu machen oder durch Überschläge Hochrechnungen durchzuführen.
Die Kinder haben sich sichtlich mit der jeweiligen Sachsituation geistig auseinander gesetzt und sich auch nach Feststellung des Ergebnisses nochmals darüber Gedanken gemacht, zum Beispiel indem sie versucht haben, sich das errechnete Ergebnis durch Verbildlichung vorzustellen: Unsere Schule braucht etwa jeden Monat einen Papierturm, der fast so hoch ist wie ich. Alle Stifte der Schule an einer Reihe gehen mehr als einmal um ein ganzes Fußballfeld herum.

IV Gesamtfazit

Insgesamt lässt sich sagen, dass meine durchgeführten Unterrichtsversuche für mich zufrieden stellend verlaufen sind. Bezüglich der Entwicklung der Klasse während dieser Zeit stelle ich fest: Die Kinder haben wichtige Erfahrungen mit großen Anzahlen gemacht, sei es auf Bildern oder an realen Gegenständen. Der Großteil der Klasse konnte im Verlauf meiner drei Unterrichtseinheiten hierzu solche Anzahlen relativ gut einschätzen und wandte gelernte Methoden zum Überschlagen an oder entwickelte selbstständig neue Lösungswege. Natürlich muss man bedenken, dass ein sicheres Gefühl für Zahlen nicht innerhalb drei Unterrichtsstunden aufgebaut werden kann, dies benötigt einen kontinuierlichen Prozess, indem immer wieder solche oder ähnliche Übungen mit einfließen. Dennoch halte ich meine Stunden für einen wichtigen Anstoß in diese Richtung.

Zum Überschlagen muss ich sagen, dass die Klasse hier ein sehr gutes Gefühl für sinnvolles Runden hatte, speziell bei den Aufgaben, die wir mündlich besprachen. Sobald Überschläge allerdings schriftlich gefordert wurden, verfielen viele Kinder leider wieder einem zu genauen Rechnen, was wohl vor allem daran liegt, dass sie ja nun wieder die Möglichkeit hatten, schriftlich zu rechnen. Deswegen würde ich empfehlen, wie es ja auch im Alltag der Fall ist, Überschläge grundsätzlich mündlich durchzuführen, denn hier sind die Kinder sozusagen gezwungen, sehr grob zu runden um die Rechnungen im Kopf bewältigen zu können.

Im Gegensatz zu der Vorstellung von großen Zahlen lassen sich Vorstellungen von Längen und Höhen relativ schnell aneignen: Sobald die Kinder ein oder zwei Repräsentanten in diesen Größenordnungen kannten, konnten sie sich neue Längen und Höhen innerhalb ihrer Umgebung relativ schnell herleiten. Natürlich wäre es hier noch wichtig, diese Repräsentanten weiter auszubauen, neue Längen und Höhen dazu zu gewinnen und Entfernungen auch außerhalb ihrer direkten Umgebung schätzen zu lassen.

Aufgaben in Anlehnung an Fermiprobleme bieten einen gelungen Abschluss, hier werden zuvor erlernte Methoden des Schätzens und Überschlagens benötigt und angewendet. Die Kinder versuchten, sinnvolle Angaben zu gewinnen, setzen sich kritisch mit der jeweiligen Situation auseinander und überdachten ihre gewonnenen Ergebnisse noch einmal. Sie hatten hier sowohl beim Lösen als auch beim Erstellen eigener Fragestellungen sichtlich Spaß, auch ansonst eher schwächere Schüler brachten wichtige Ideen zur Lösung ein.

Die von mir entwickelten Stunden sind als Einstieg und erste Übungen zu verstehen, jede Einheit bietet aber eine Vielzahl an Möglichkeiten, um mit weiterführende Aufgaben und Vertiefungen hieran anzuknüpfen.
Für besonders wichtig halte ich, dass innerhalb dieser Stunden viel mit den Kindern diskutiert wird und man ihnen auch untereinander ausreichende Möglichkeiten zum Austausch gibt. Nur so können sie die wichtige Erfahrung machen, dass es hier nicht nur einen Lösungsweg gibt und dass selbst unterschiedliche Ergebnisse gleichberechtigt nebeneinander stehen können. Durch die kritische Auseinandersetzung mit Ideen anderer können zusammen Fehler entdeckt oder Verbesserungsvorschläge gefunden werden. Wie bereits im Theorieteil erwähnt, sollte stets darauf geachtet werden, vor allem am Anfang prozessorientiert zu arbeiten, denn nur ein guter Prozess kann schließlich zu konstant guten Ergebnissen führen.

V Anhang

1. Arbeitsmaterial zur ersten Stunde: Schätzbilder

Folie:

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

Hier siehst du eine weitere Methode, wie du die ungefähre Anzahl der Äpfel bestimmen kannst:

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

Kannst du erklären, wie dabei vorgegangen wird?

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

Bild 1

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

Auf welchem Bild kannst du schneller die Anzahl der Personen überschlagen?
Begründe deine Antwort.

Wie viele Zuschauer sind auf Bild 1 zu sehen? Überschlage.

Dieses Foto wurde von einem Hubschrauber aus gemacht.
Du siehst darauf den Parkplatz eines großen Möbelgeschäfts. Wie viele Autos sind das wohl?

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

Schätze zuerst:

Überprüfe durch geschicktes Überschlagen deine Schätzung.
Wie hast du gerechnet?

Alexander kommt von einem aufregenden Safariurlaub nach Hause und gibt vor seinen Freunden an:

„Von weitem hörte ich auf einmal ein Grollen, das immer näher kam. Ich wusste erst nicht was es war. Alles was ich sehen konnte war eine riesige Staubwolke. Das Geräusch wurde immer lauter und lauter und da erkannte ich auf einmal was es war: Eine riesige Büffelherde raste auf mich zu. Das waren über ***1 000*** *Tiere!!!!“*

Stolz zeigt er ein „Beweisfoto“:

Glaubst du ihm? Warum/ Warum nicht?

Wie viele Köpfe hat der Künstler gemalt? Schätze.

Überschlage, wie viele Augen wohl auf dem Bild sind.
Schreibe auf, wie du dabei vorgegangen bist.

Finde heraus, wie viele Kaffeebohnen in etwa auf dem Bild zu sehen sind.
Erkläre, wie du dabei vorgegangen bist.

Gib deinen Tipp ab. Wie viele denkst du sind jeweils auf den Bildern zu sehen?

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden:

Schafherde

Meine Schätzung:

Schafe

Meine Schätzung:

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

Bild konnte aufgrund von Copyrights nicht abgedruckt werden

↑

Mein Tipp:

Name: ______________
Material: ______________

Große Anzahlen bestimmen

Heute geht es darum, die Anzahl von Bohnen/Nudeln/Bonbons/Dübeln in etwa herauszufinden.

Überlege dir in deiner Gruppe, wie du das machen könntest und schreibe genau auf, wie du dabei vorgegangen bist.

Mit einer Waage:

____

____

____

____

____

____

____

____

Unser Ergebnis mit Hilfe der Waage: $\boxed{}$

Mit einem Becher:

____

____

____

____

____

____

____

____

Unser Ergebnis mit Hilfe eines Bechers:

$\boxed{}$

Mit einem Kästchenblatt:

Unser Ergebnis mit Hilfe eines Kästchenblatts:

Wir hatten auch noch andere Ideen:

Name: ____________________
Material: ____________________

Ein Becher als Hilfsmittel

Ein Becher kann dir beim Überschlagen sehr hilfreich sein:

Füll den Becher mit den Bonbons/Nudeln/Bohnen/… bis oben hin voll.

Zähle: Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… sind in etwa in einem Becher?

Wie viele Becher kannst du mit dem Rest, der noch in der Packung ist, füllen?
Probiere es aus.

Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… waren also in etwa in der gesamten Packung?
Schreibe auf, was du gerechnet hast:

Name: ____________________
Material: ____________________

Das Kästchenblatt

Erinnerst du dich noch, wie wir gestern mit Hilfe eines Kästchens die Anzahl der Äpfel auf einem Bild herausgefunden haben?

Das Kästchenblatt funktioniert genauso:

Schütte zunächst den ganzen Inhalt deiner Packung auf das Raster. Achte darauf, dass du alles möglichst gleichmäßig verteilst.

Du kannst dir bestimmt denken warum das wichtig ist?

Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… sind in etwa in einem Kästchen?

Wie viele Kästchen sind insgesamt gefüllt?

Wie viele Bonbons/Nudeln/Bohnen/… sind es dann insgesamt?

Name: ___________________

Material: ___________________

Die Waage als Hilfsmittel

Wie kann dir einen Waage beim Überschlagen helfen?

Wie viele Nudeln/Bonbons/Bohnen/… wiegen etwa 10 Gramm?

Wie viele brauchst du dann für ungefähr 20 Gramm?

Wie viele Gramm sind in der gesamten Packung?

Wie viele Nudeln/Bonbons/Bohnen… sind also in der gesamten Packung?

Name: ___________________

MEIN TIPPSCHEIN

Station 1:
Wie viele Mandeln sind in der 200g - Packung?

Station 2:
Wie viele Bonbons bekommst du **mehr**, wenn du statt einer Normalpackung eine Familienpackung kaufst?

Station 3:
Schätze oder überschlage: Wie viele „M&Ms“ sind in dieser Schachtel?

Station 4:
Wie viele Gummibärchen sind wohl in der Dose?

Station 5:
Du siehst zwei Gläser, die gleich hoch mit Bohnen gefüllt sind.
In Glas 1 sind 100 große Bohnen. Wie viele kleine Bohnen sind wohl in Glas 2?

- ☐ Doppelt so viele, also 200 kleine Bohnen
- ☐ 3mal so viele, also 300 kleine Bohnen
- ☐ 4mal so viele, also 400 kleine Bohnen
- ☐ 5mal so viele, also 500 kleine Bohnen
- ☐ 7mal so viele, also 700 kleine Bohnen
- ☐ 10mal so viele, also 1 000 kleine Bohnen?

Erkläre deine Entscheidung:

Station 6:
Welche Methode würdest du wählen, wenn du herausfinden solltest, wie viele Bleistifte in der Schachtel sind?

- ☐ Kästchenblatt
- ☐ Waage
- ☐ Becher

Warum hast du dich gerade für diese Methode entschieden?

Station 7:
Schätze: Wie viele Gummibärchen sind in einer Gummibärchentüte?

Station 8:

Wie viele Blätter Papier sind wohl in dieser Packung?
Als kleine Hilfe hast du einen Stapel von 50 Blättern.

Wie bist du auf dein Ergebnis gekommen?

Station 9:

Schätze:
Wie viele Spaghettinudeln sind in einer Packung?

Wie oft kannst du dich an einer Packung Spaghettis satt essen?

4. Arbeitsmaterial zur vierten Stunde

Folienausschnitte:

Herr Reisefroh 72kg	*Frau Reisefroh* 63kg	*Sven* 38kg	*Jan* 21kg

Fahrrad von Herrn Reisefroh
27kg

Fahrrad von Frau Reisefroh
24kg

Svens Fahrrad
17kg

Jans Fahrrad
12kg

Taucherausrüstung
37kg

Anglerausrüstung
7kg

Schlauchboot 16kg	*Grill* 3kg	*Liege* 10kg	*Klapptisch* 6kg

Grillkohle 5kg	*4 Klappstühle* 9kg	*Zelt* 16kg
großer Sonnenschirm 11kg	*2 Koffer* 48kg	*Schäferhund Wasti* 29kg

Name: ____________

1. Ordne den Gegenständen das passende Gewicht zu:

Glas Marmelade

Packung Butter

Laib Brot

Dose Cola

Flasche Wasser

Tafel Schokolade

Packung Milch

Packung Backpulver

Sack Kartoffeln

750g 250g 100g 1kg 500g 10g 1 kg 350g 25kg

---

2. Sven soll rund 500g Wurst holen. Im Kühlregal des Supermarktes findet er folgende Auswahl:

150g Salami	125g Leberkäse	350g Teewurst
200g Schinken	100g Gelbwurst	1 Wiener 80g
150g Leberwurst	250g Kochschinken	

Was könnte er nehmen, wenn er möglichst viele Sorten Wurst kaufen möchte?
Suche 3 verschiedene Möglichkeiten.

3. Herr Reisefroh besorgt noch einiges für den Wochenendausflug.

Beim Metzger bekommt er:

Überschlage:

Grillfleisch	553g
Bratwürstchen	409g
Knochen für Wasti	412g

Für den Salat:

1 Gurke	387g
1 Kopf Salat	311g
Tomaten	293g
Paprika	489g

Für den Obstsalat:

3 Orangen	307g
2 Bananen	419g
3 Äpfel	343g
Trauben	298g
1 Schale Erdbeeren	256g
4 Kiwis	194g

Wie viel wiegt alles in etwa zusammen?

4. Wie viel wiegt etwa

1 Orange?	*Beispiel:* *3 Orangen wiegen 307g. 1 Orange wiegt dann 307g : 3* *Ich rechne: 300g : 3 = 100g.*
1 Banane?	
1 Apfel?	
1 Kiwi?	

Benutze die Angaben aus Aufgabe

VI Literaturverzeichnis

Fachliteratur:

Besuden, Heinrich (1989): Handbuch mit Handlungsanweisungen für die Verwendung von Arbeitsmitteln im Anfangs-Mathematikunterricht
Osnabrück, Wenner-Verlag, Kapitel 8

Blankenagel, Jürgen (1983): Schätzen, Überschlagen, Runden
In: *Sachunterricht und Mathematik in der Primarstufe (11),* H.8 und 9
S. 278-284 und S. 315-322

Bönig, Dagmar (2001): „Das Ungefähr der richtigen Antwort" – Zur Bedeutung des Schätzens beim Umgang mit Größen
In: *Die Grundschulzeitschrift*, H. 141, S. 43-45

Bönig, Dagmar (2003): Schätzen- der Anfang guter Aufgaben
In: Ruwisch, Silke/ Peter- Koop, Andrea (2003): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule,
Offenburg: Mildenberger Verlag, S. 102- 110

Bönig, Dagmar/Ruwisch, Silke (2004): Daten gewinnen, darstellen, verarbeiten und interpretieren
In: *Die Grundschulzeitschrift*, H. 172, S. 6-9

Franke, Marianne (2003): Didaktik des Sachrechnens in der Grundschule,
Heidelberg, Berlin: Spektrum, S. 254-261

Grassmann, Marianne (2001): „Fast jede Sache auf der Welt wiegt irgendetwas" – Zum Umgang mit Gewichten
In: *Die Grundschulzeitschrift,* H. 141, S. 20-22

Grund, Karl- Heinz (1992): Größenvorstellungen- eine wesentliche Voraussetzung beim Anwenden von Mathematik
In: *Grundschule,* H. 12, S. 42-44

Paulos, John Allen (1990): Zahlenblind- Mathematisches Analphabetentum und seine Konsequenzen
München: Wilhelm Heyne Verlag, S. 9-45

Peter- Koop, Andrea (1999): „Das sind so ungefähr 30 000“ – Schätzen und Überschlagsrechnungen „aus der Sache heraus“
In: *Die Grundschulzeitschrift*, H. 125, S. 12-15

Peter- Koop, Andrea (2001): Authentische Zugänge zum Umgang mit Größen
In: *Die Grundschulzeitschrift,* H. 141, S. 6-11

Peter- Koop, Andrea (2003): „Wie viele Autos stehen in einem 3-km-Stau?“- Modellbildungsprozesse beim Bearbeiten von Fermi- Problemen in Kleingruppen
In: Ruwisch, Silke/ Peter- Koop, Andrea (2003): Gute Aufgaben im Mathematikunterricht der Grundschule,
Offenburg: Mildenberger Verlag, S. 111- 130

Selter, Christoph (1999): Geschickt Rechnen- Schätzend Rechnen
In: *Die Grundschulzeitschrift*, H. 125, S. 14-16

Winter, Heinrich (1983): Näherungskalkulationen aus dem Alltag
In: *Mathematik lehren,* H. 1 November, S. 21-24

Schulbücher:

Das Zahlenbuch, Bd. 2 (2006): Ausgabe Bayern
Hrsg. von Erich Chr. Wittmann, Gerhard N. Müller
Stuttgart: Ernst Klett Verlag

Der neue Mathemax, Bd. 2 (1995): Mathematik für Grundschulkinder, Ausgabe N
Hrsg. von Rüdiger Manthey, Udo Quak, Wilhelm Schuldt
Berlin: Cornelsen- Verlag

Zahlenreise, Bd. 3 (2001): Handreichung
Hrsg. von Uwe Beck,
Berlin (u.a.): Volk und Wissen (u.a.)

Zahlenzauber, Bd. 3 (2002): Mathematik für die Grundschule (Ausgabe Bayern)
Hrsg. von Wolfgang Gierlinger, Bettina Betz, Ruth Dolenc, Petra Ihn-Huber, Susanne Lehner
München: Oldenbourg- Verlag

<u>Sonstige:</u>

Beschlüsse der Kultusministerkonferenz- Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Primarbereich vom 15.10.2004

KMK- Bildungsstandards- Konsequenzen für die Arbeit an bayrischen Schulen vom 1.2.2005
München: Staatsinstitut für Schulqualität und Bildungsforschung

Lehrplan für die Grundschulen in Bayern (2000)

<u>Abbildungsverzeichnis</u>:

Abb. 1: www.blogtxt.de/archives/2724-Grundschule-in-Niedersachsen,-au-weia.html
Abb. 2: Der neue Mathemax, Bd. 2 (1995): Mathematik für Grundschulkinder, Ausgabe N
Hrsg. von Rüdiger Manthey, Udo Quak, Wilhelm Schuldt
Berlin: Cornelsen- Verlag
S. 42
Abb. 3: Das Zahlenbuch, Bd. 2 (2006): Ausgabe Bayern
Hrsg. von Erich Chr. Wittmann, Gerhard N. Müller
Stuttgart: Ernst Klett Verlag
S. 27
Abb. 4 bis Abb. 31: Privat

<u>Internetseiten:</u>

http://home.mathematik.uni-freiburg.de/didaktik/material/schornstein.html
www.blogtxt.de/archives/2724-Grundschule-in-Niedersachsen,-au-weia.html
http://www.lüge.de/index.php?s=zitate&seite=4
http://arbeitsblaetter.stangl-taller.at/GEDAECHTNIS/Gedaechtnisstudien.shtml
http://de.wikipedia.org/wiki/Fu%C3%9Fballregeln#Spielfeld
http://modelle.bildung.hessen.de/sinus/nov06/mate/Zitate-Folien_Sachrechnen.doc

VII Erklärung

Ich erkläre hiermit, dass ich diese schriftliche Hausarbeit ohne fremde Hilfe angefertigt und nur die im Literaturverzeichnis angeführten Quellen und Hilfsmittel verwendet habe.

Ort, Datum	Unterschrift