

Analyse und Optimierung des innerbetrieblichen Patiententransports im Krankenhaus mit Hilfe von quantitativen Verfahren

Alexander Horn

Angaben zur Veröffentlichung / Publication details:

Horn, Alexander. 2025. "Analyse und Optimierung des innerbetrieblichen Patiententransports im Krankenhaus mit Hilfe von quantitativen Verfahren." Augsburg: Universität Augsburg.

Nutzungsbedingungen / Terms of use:

licgercopyright

Dieses Dokument wird unter folgenden Bedingungen zur Verfügung gestellt: / This document is made available under these conditions:

Deutsches Urheberrecht

Weitere Informationen finden Sie unter: / For more information see:

<https://www.uni-augsburg.de/de/organisation/bibliothek/publizieren-zitieren-archivieren/publiz/>





Analyse und Optimierung des innerbetrieblichen Patiententransports im Krankenhaus mit Hilfe von quantitativen Verfahren

Dissertation (Monographie)

Der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät

der Universität Augsburg

zur Erlangung des Grades eines

Doktors der Wirtschaftswissenschaften

(Dr. rer. pol.)

Vorgelegt von

Alexander Horn

(M. Sc. Informatik und Informationswirtschaft)

Augsburg, im März 2025

Erstgutachter: Prof. Dr. Jens O. Brunner

Zweitgutachter: Prof. Dr. Sebastian Schiffels

Vorsitzender der mündlichen Prüfung: Prof. Dr. Axel Tuma

Tag der mündlichen Prüfung: 06.10.2025

Inhaltsverzeichnis

Inhaltsverzeichnis	I
Abbildungsverzeichnis	III
Tabellenverzeichnis	V
Abkürzungsverzeichnis	IX
Symbolverzeichnis	XII
1 Einleitung	1
1.1 Grundlegende Begriffe und Annahmen	3
1.2 Logistik.....	15
1.3 Logistische Prozesse im Krankenhaus	18
1.4 Tourenplanungsproblem	20
1.4.1 Kapazitätsbeschränktes Tourenplanungsproblem.....	21
1.4.2 Arten von Transportaufträgen	23
1.4.3 Restriktionen innerhalb der Routen	28
1.4.4 Merkmale der Fahrzeugflotte.....	30
1.4.5 Restriktionen zwischen den Routen	31
1.4.6 Ziele.....	31
1.4.7 Andere Erweiterungen	33
1.5 Methodik.....	33
1.5.1 Exakte Lösungsmethoden	34
1.5.2 Heuristische Lösungsmethoden.....	35
1.5.2.1 Traditionelle Nachbarschaften	36
1.5.2.2 Single Trajectory Suche.....	38
1.5.2.3 Populationsbasierte Suche	40
1.5.3 Hybride Ansätze	41
1.6 Forschungsfrage und Aufbau der Arbeit	41
2 Literaturüberblick.....	43
2.1 Tourenplanung allgemein	43
2.2 Tourenplanung im Gesundheitssektor	44
2.3 Spaltengenerierung.....	45
2.4 Fairness	46
2.5 Pausenplanung	47
2.6 Zusammenfassung	48
3 Problembeschreibung.....	49
3.1 Beschreibung des Realproblems	49
3.2 Modellformulierung.....	50
3.2.1 Formulierung als kompaktes Modell.....	51
3.3 Spaltengenerierungsheuristik	58
3.3.1 Phase 1 – Spaltengenerierung	58
3.3.1.1 Master Problem und Restricted Master Problem	60
3.3.1.2 Subproblem	63

3.3.2	Phase 2 – Randomisierter Algorithmus	68
3.3.3	Phase 3 – Reparatur der Überdeckung.....	69
3.3.4	Phase 4 – Reparatur der Unterdeckung.....	72
4	Rechenstudie.....	73
4.1	Generierung von Testinstanzen zur Auswertung des kompakten Modells und der Spaltengenerierungsheuristik.....	74
4.2	Analyse der zurückgelegten Zeit im Vergleich zu der Anzahl an Patienten	80
4.3	Abbruchkriterium für Subproblem-Lösungen.....	89
4.4	Evaluation der Instanzen hinsichtlich der Spaltengenerierungsheuristik	96
4.5	MP als IP vs. randomisierter Algorithmus.....	102
4.6	Spaltengenerierungsheuristik mit und ohne randomisierten Algorithmus.....	108
4.7	Flexibilität des Bestrafungsparameters Cout im MP bzw. RMP	114
4.8	Pausenplanung vs. keine Pausenplanung.....	119
4.9	Flexibilität der Pausenplanung	123
4.9.1	Maximale Anzahl an Transporteuren in Pause	123
4.9.2	Zeitraum der Pausenzuordnung.....	128
4.10	Technische Details der Rechenstudie.....	132
4.11	Limitationen der Methodik.....	132
4.12	Kernergebnisse	134
5	Fazit.....	134
A	Anhang.....	138
A.1	Gesundheitsausgaben weltweiter Krankenhäuser.....	138
A.2	Vollständige Modellformulierungen	140
A.3	Explizite Werte der Parameter und Entscheidungsvariablen für die Testinstanz.....	147
A.4	Ergebnisse der SGH mit den Solution Limits 1, 2, 3, 4, 5 für alle vier Problemgrößen	203
A.5	Ergebnisse der einzelnen vier Phasen der SGH für die Problemgrößen 100 – 5, 150 – 10 und 200 – 10.....	213
A.6	Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 der SGH – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus – für die Problemgrößen 100 – 5, 150 – 10 und 200 – 10.....	219
A.7	Ergebnisse der SGH mit Bestrafungsparameter Cout = 100, 1.000, 10.000 für die Problemgrößen 100 – 5, 150 – 10 und 200 – 10	220
A.8	Ergebnisse der SGH mit der Variabilität des Parameters b für die maximale Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in Pause sein dürfen.....	223
	Literaturverzeichnis.....	227

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1.1: Gerichteter Graph	3
Abbildung 1.2: Ungerichteter Graph	4
Abbildung 1.3: Mehrfachkante	5
Abbildung 1.4: Schleife	5
Abbildung 1.5: Teilgraph	5
Abbildung 1.6: Bedingter Teilgraph	6
Abbildung 1.7: Aufspannender Teilgraph	6
Abbildung 1.8: Weg	7
Abbildung 1.9: Gerichteter Weg	7
Abbildung 1.10: Pfad	7
Abbildung 1.11: Gerichteter Weg vs. gerichteter Pfad	8
Abbildung 1.12: Zyklus	8
Abbildung 1.13: Gerichteter Zyklus	9
Abbildung 1.14: Verbundener Graph vs. unverbundener Graph	9
Abbildung 1.15: Stark verbundener Graph vs. nicht stark verbundener Graph	10
Abbildung 1.16: Schnitt bzw. s-t Schnitt	10
Abbildung 1.17: Baum	11
Abbildung 1.18: Wald	11
Abbildung 1.19: Wurzelbaum mit Wurzelknoten 1	12
Abbildung 1.20: Wurzelbaum mit Wurzelknoten 3	12
Abbildung 1.21: Gerichteter In-Baum vs. gerichteter Aus-Baum	13
Abbildung 1.22: Spannbaum	13
Abbildung 1.23: Beispiel Spannbaum für fundamentalen Schnitt	14
Abbildung 1.24: Bipartiter Graph aus Ahuja et al. (1993)	15
Abbildung 1.25: Logistik als funktionsübergreifende Querschnittsfunktion (in Anlehnung an (Günther & Tempelmeier, 2011))	16
Abbildung 1.26: Vollständig ungerichteter Graph vs. vollständig gerichteter Graph	23
Abbildung 1.27: Beispiel einer 2-opt Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))	36
Abbildung 1.28: Beispiel einer Or-opt Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))	37
Abbildung 1.29: Beispiel einer 2-opt* Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))	37
Abbildung 1.30: Beispiel einer Cross Exchange Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))	37
Abbildung 1.31: Beispiel einer Path Relocation Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))	38
Abbildung 3.1: Alle Knotenkombinationen	49
Abbildung 3.2: Beispiel für eine Subtour	55
Abbildung 3.3: Spaltengenerierungsheuristik	58
Abbildung 3.4: Veränderung der Nebenbedingungen (RMP-2), (RMP-3), (RMP-4) und (RMP-5) durch Hinzukommen einer neuen Spalte für den Transporteur 1	66
Abbildung 4.1: Durchschnittliche SP Rechenzeiten für die Instanzen (75-5) in Sek.	90
Abbildung 4.2: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (75-5) in Sek.	90
Abbildung 4.3: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (100-5) in Sek.	92

Abbildung 4.4: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (150-10) in Sek.	93
Abbildung 4.5: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (200-10) in Sek.	94

Tabellenverzeichnis

Tabelle 3.1: Mengen des ganzzahligen Optimierungsmodells	52
Tabelle 3.2: Parameter des ganzzahligen Optimierungsmodells	52
Tabelle 3.3: Entscheidungsvariablen des ganzzahligen Optimierungsmodells	53
Tabelle 3.4: Neu definierte Parameter des MP bzw. RMP	60
Tabelle 3.5: Neu definierte Entscheidungsvariablen des MP bzw. RMP	61
Tabelle 4.1: Mengen des ganzzahligen Optimierungsmodells mit expliziten Werten der Testinstanz.....	76
Tabelle 4.2: Explizite Werte für die Patientenzeitenfenster der Testinstanz	77
Tabelle 4.3: Weitere Parameter des ganzzahligen Optimierungsmodells mit expliziten Werten der Testinstanz ..	78
Tabelle 4.4: Aufbau einer Spalte (aus Phase 1 der SGH)	78
Tabelle 4.5: Darstellung der ersten erzeugten Spalte der Testinstanz mit expliziten Werten	79
Tabelle 4.6: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (75-5) – ZFW: Min C	81
Tabelle 4.7: Durchschnittliche Transport-, Weg-, Gesamtzeit der Transporteure für einen Patienten	82
Tabelle 4.8: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (75-5) – ZFW: Min P	83
Tabelle 4.9: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (100-5) – ZFW: Min P	86
Tabelle 4.10: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (150-10) – ZFW: Min P	87
Tabelle 4.11: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (200-10) – ZFW: Min P	88
Tabelle 4.12: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der SLs = {1, 2, 3, 4, 5} für die Instanzgröße (75-5)	91
Tabelle 4.13: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der SLs = {1, 2, 3, 4, 5} für die Instanzgröße (100-5)	93
Tabelle 4.14: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der SLs = {1, 2, 3, 4, 5} für die Instanzgröße (150-10)	94
Tabelle 4.15: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der SLs = {1, 2, 3, 4, 5} für die Instanzgröße (200-10)	95
Tabelle 4.16: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (75-5)	96
Tabelle 4.17: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (75-5)	97
Tabelle 4.18: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (75-5)	98
Tabelle 4.19: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (75-5)	99
Tabelle 4.20: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (75-5)	103
Tabelle 4.21: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (100-5)	104
Tabelle 4.22: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (150-10)	104
Tabelle 4.23: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (200-10)	105
Tabelle 4.24: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (75-5)	106
Tabelle 4.25: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (75-5)	108
Tabelle 4.26: Detailliertes Ergebnis der SGH ohne randomisierten Algorithmus für die Instanz 07 der Problemgröße (75-5)	109
Tabelle 4.27: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (100-5)	110
Tabelle 4.28: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (150-10)	111
Tabelle 4.29: Detailliertes Ergebnis der SGH ohne randomisierten Algorithmus für die Instanz 07 der Problemgröße (150-10)	112
Tabelle 4.30: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (200-10)	113
Tabelle 4.31: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (75-5)	115
Tabelle 4.32: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (75-5)	116

Tabelle 4.33: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit $\{100, 1.000, 10.000\}$ für die Instanzgröße (75-5).....	116
Tabelle 4.34: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit $\{100, 1.000, 10.000\}$ für die Instanzgröße (100-5).....	117
Tabelle 4.35: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit $\{100, 1.000, 10.000\}$ für die Instanzgröße (150-10).....	117
Tabelle 4.36: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit $\{100, 1.000, 10.000\}$ für die Instanzgröße (200-10).....	118
Tabelle 4.37: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (75-5)	119
Tabelle 4.38: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (100-5)	121
Tabelle 4.39: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (150-10)	121
Tabelle 4.40: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (200-10)	122
Tabelle 4.41: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $b = \{1, 2, 3\}$ für die Instanzgröße (75-5)	124
Tabelle 4.42: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $b = \{1, 2, 3\}$ für die Instanzgröße (100-5)	125
Tabelle 4.43: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $b = \{1, 2, 3\}$ für die Instanzgröße (150-10)	126
Tabelle 4.44: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $b = \{2, 3\}$ für die Instanzgröße (200-10)	127
Tabelle 4.45: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (75-5)	128
Tabelle 4.46: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (100-5)	129
Tabelle 4.47: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (150-10)	130
Tabelle 4.48: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (200-10)	131
Tabelle A.1: Aktuelle Gesundheitsausgaben nach Gesundheitsfunktionen der Jahre 2016-2023 in Mio. US-Dollar	139
Tabelle A.2: Explizite Werte für den Distanz-Parameter der Testinstanz.....	155
Tabelle A.3: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij1} der Testinstanz für den Transporteur 1	163
Tabelle A.4: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij2} der Testinstanz für den Transporteur 2	171
Tabelle A.5: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij3} der Testinstanz für den Transporteur 3	179
Tabelle A.6: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij4} der Testinstanz für den Transporteur 4	187
Tabelle A.7: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij5} der Testinstanz für den Transporteur 5	195
Tabelle A.8: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable a_{ik} der Testinstanz	198
Tabelle A.9: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable z_{sk} der Testinstanz	200
Tabelle A.10: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable $z_{skstart}$ der Testinstanz.....	202
Tabelle A.11: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (75-5)	203
Tabelle A.12: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (75-5)	203
Tabelle A.13: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (75-5)	204
Tabelle A.14: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (75-5)	204
Tabelle A.15: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (75-5)	205
Tabelle A.16: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (100-5)	205
Tabelle A.17: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (100-5)	206
Tabelle A.18: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (100-5)	206

Tabelle A.19: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (100-5)	207
Tabelle A.20: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (100-5)	207
Tabelle A.21: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (150-10)	208
Tabelle A.22: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (150-10)	208
Tabelle A.23: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (150-10)	209
Tabelle A.24: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (150-10)	209
Tabelle A.25: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (150-10)	210
Tabelle A.26: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (200-10)	210
Tabelle A.27: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (200-10)	211
Tabelle A.28: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (200-10)	211
Tabelle A.29: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (200-10)	212
Tabelle A.30: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (200-10)	212
Tabelle A.31: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (100-5)	213
Tabelle A.32: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (100-5)	213
Tabelle A.33: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (100-5)	214
Tabelle A.34: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (100-5)	214
Tabelle A.35: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (150-10)	215
Tabelle A.36: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (150-10)	215
Tabelle A.37: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (150-10)	216
Tabelle A.38: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (150-10)	216
Tabelle A.39: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (200-10)	217
Tabelle A.40: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (200-10)	217
Tabelle A.41: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (200-10)	218
Tabelle A.42: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (200-10)	218
Tabelle A.43: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (100-5)	219
Tabelle A.44: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (150-10)	219
Tabelle A.45: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (200-10)	220
Tabelle A.46: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (100-5)	220
Tabelle A.47: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (100-5)	221
Tabelle A.48: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (150-10)	221
Tabelle A.49: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (150-10) ...	222
Tabelle A.50: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (200-10)	222
Tabelle A.51: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (200-10) ...	223
Tabelle A.52: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal ein vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (75-5)	223
Tabelle A.53: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (75-5)	224
Tabelle A.54: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal ein vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (100-5)	224
Tabelle A.55: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (100-5)	225

Tabelle A.56: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal ein vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (150-10)	225
Tabelle A.57: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (150-10)	226
Tabelle A.58: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (200-10)	226

Abkürzungsverzeichnis

ØGZ	durchschnittliche Gesamtzeit
ØTZ	durchschnittliche Transportzeit
ØWZ	durchschnittliche Wegzeit
2L-CVRP	Capacitated Vehicle Routing Problem with 2-dimensional Loading constraints (dt. kapazitätsbeschränktes Tourenplanungsproblem mit zweidimensionalen Kapazitätsbeschränkungen)
3L-CVRP	Capacitated Vehicle Routing Problem with 3-dimensional Loading constraints (dt. kapazitätsbeschränktes Tourenplanungsproblem mit dreidimensionalen Kapazitätsbeschränkungen)
abs.	absolut
allg.	allgemein
bspw.	beispielsweise
bzgl.	bezüglich
bzw.	beziehungsweise
ca.	circa
CluVRP	Clustered Vehicle Routing Problem (dt. Gruppen Tourenplanungsproblem)
ConVRP	Consistent Vehicle Routing Problem (dt. konsistentes Tourenplanungsproblem)
CT	Computertomografie
CVRP	Capacitated Vehicle Routing Problem (dt. kapazitätsbeschränktes Tourenplanungsproblem)
d. h.	das heißt
DARP	Dial-a-Ride Problem
DRG	Diagnosis Related Groups (dt. diagnosebasierte Fallpauschalen)
dt.	deutsch
DWD	Dantzig-Wolfe Dekomposition
eig.	eigentlich
engl.	englisch
et al.	et alii
etc.	et cetera
evtl.	eventuell
ggf.	gegebenenfalls
GRASP	Greedy Randomized Adaptive Search Procedure (dt. Greedy randomisiertes, adaptives Suchverfahren)
HFVRP	Heterogeneous or mixed Fleet Vehicle Routing Problem (dt. Tourenplanungsproblem mit heterogener oder gemischter Fahrzeugflotte)
i. Allg.	im Allgemeinen

i. d. R.	in der Regel
insb.	insbesondere
IP	Integer Program (dt. ganzzahliges Optimierungsproblem)
IRP	Inventory Routing Problem (dt. Inventar Routenplanungsproblem)
kg	Kilogramm
LIFO	Last-In-First-Out
LP	Lineares Programm
LRP	Location Routing Problem (dt. Standort Routenplanungsproblem)
MDVRP	Multi-Depot Vehicle Routing Problem (dt. Tourenplanungsproblem mit mehreren Depots)
MIP	Mixed Integer Program (dt. gemischt ganzzahliges Optimierungsproblem)
MP	Master Problem
Mrd.	Milliarden
MTSP	Multiple Traveling Salesman Problem
MTVRP	Multi-Trip Vehicle Routing Problem (dt. Tourenplanungsproblem mit Mehrfachfahrten)
MVCTP	Multi-Vehicle Covering Tour Problem (dt. Tourenabdeckung mit mehreren Fahrzeugen)
MVRPB	Mixed Vehicle Routing Problem with Backhauls (dt. gemischtes Tourenplanungsproblem mit Rücktransporten)
Nr.	Nummer
OL	Optimierungslücke
OP	Operationssaal
PDP	Pickup and Delivery Problem (dt. Abhol- und Lieferproblem)
PPVRP	Pallet-Packing Vehicle Routing Problem (dt. Tourenplanungsproblem mit Paletten Verpackungen)
PRP	Production Routing Problem (dt. Routenplanungsprobleme in der Produktion)
PVRP	Periodic Vehicle Routing Problem (dt. periodisches Tourenplanungsproblem)
RFID	radio frequency identification (dt. Radiofrequenzidentifikation)
RMP	Restricted Master Problem
s.	siehe
SDVRP	Split Delivery Vehicle Routing Problem (dt. Tourenplanungsproblem mit aufgeteilten Lieferungen)
Sek.	Sekunde
SG	Spaltengenerierung
SGH	Spaltengenerierungsheuristik
SL	Solution Limit (dt. Abbruchkriterium für die Subproblem- Lösungen)

sog.	sogenannt
SP	Subproblem
TSP	Traveling Salesman Problem
TTRP	Truck-and-Trailer Routing Problem (dt. Routenplanungsproblem mit Lastwagen und Anhängern)
u. a.	unter anderem
vgl.	vergleiche
VRP	Vehicle Routing Problem (dt. Tourenplanungsproblem)
VRPB	Vehicle Routing Problem with Backhauls (dt. Tourenplanungsproblem mit Rücktransporten)
VRPC	Vehicle Routing Problem with Compartments (dt. Tourenplanungsproblem mit Abteilen)
VRPDDP	Vehicle Routing Problem with Divisible Deliveries and Pickups (dt. Tourenplanungsproblem mit teilbaren Lieferungen und Abholungen)
VRPM	Vehicle Routing Problem with Multiple use of vehicles (dt. Tourenplanungsproblem mit mehrfach genutzten Fahrzeugen)
VRPRB	Vehicle Routing Problem with Route Balancing (dt. Tourenplanungsproblem mit Gleichverteilung der Routen)
VRPRBTW	Vehicle Routing Problem with Route Balancing and Time Windows (dt. Tourenplanungsproblem mit Gleichverteilung der Routen und Berücksichtigung von Zeitfenstern)
VRPSPD	Vehicle Routing Problem with Simultaneous Pickup and Delivery (dt. Tourenplanungsproblem mit gleichzeitiger Abholung und Lieferung)
VRPTT	Vehicle Routing Problem with Trailers and Transshipments (dt. Tourenplanungsproblem mit Anhängern und Umladungen)
VRPTW	Vehicle Routing Problem with Time Windows (dt. Tourenplanungsproblem mit Zeitfenstern)
vs.	versus
z. B.	zum Beispiel
ZFW	Zielfunktionswert

Symbolverzeichnis

Allgemeingültige Symbole

$ A $	Mächtigkeit der Menge A
$\lfloor a \rfloor$	Größte ganze Zahl kleiner oder gleich a
$(i, j) \in A$	Gerichtete Kante (i, j) ist Element der Menge A
$(i, j) \notin A$	Gerichtete Kante (i, j) ist nicht Element der Menge A
$\mathbb{N}_0$	Menge der natürlichen Zahlen einschließlich 0
$\leftarrow$	Wertzuweisung
$\forall$	Allquantor
$\exists$	Existenzquantor
$\Rightarrow$	Folgepfeil
$A(i) = \{j \in N: (i, j) \in A\}$	Nachbarschaftsliste
$A' \subseteq A$	A' ist Teilmenge der Menge A
$a < b$	a ist (echt) kleiner als b
$A = \{(i, j): i, j \in V\}$	Menge aller Kanten
$a = b$	a ist gleich b
$a \neq b$	a ist ungleich b
$a > b$	a ist (echt) größer als b
$a \leq b$	a ist kleiner als oder gleich b
$a \geq b$	a ist größer als oder gleich b
h	Stunden
km	Kilometer
m	Meter
min	Minuten
$N \setminus \{n + 1\}$	Menge N ohne Element $n + 1$

Symbole im Kontext des kapazitätsbeschränkten Tourenplanungsproblems (s. Kapitel 1.4.1)

$A = \{(i, j) \in V \times V: i \neq j\}$	Asymmetrische Kantenmenge
c_{ij}	Fahrtkosten vom Depot bzw. Kunden i zum Depot bzw. Kunden j
$E = \left\{ \begin{array}{l} e = (i, j) = (j, i): \\ i, j \in V, i \neq j \end{array} \right\}$	Symmetrische Kantenmenge
$G = (V, A, c_{ij}, q_i)$	Vollständig, gerichteter und gewichteter Graph
$G = (V, A)$	Vollständig, gerichteter Graph
$G = (V, E, c_{ij}, q_i)$	Vollständig, ungerichteter und gewichteter Graph
$G = (V, E)$	Vollständig, ungerichteter Graph
$K = \{1, 2, \dots, K \}$	Menge der Fahrzeugflotte
$N = \{1, 2, \dots, n\}$	Menge der Kunden
Q	Fahrzeugkapazität
q_i	Nachfrage des Kunden $i \in N$ (für $q_0 = 0$)

$r = (i_0, i_1, i_2, \dots, i_s, i_{s+1})$	Sequenz einer Route
$S \subseteq N$	Kundenteilmenge
$V = \{0\} \cup N$	Menge aller Knoten

Symbole im Kontext der Herleitung der reduzierten Kosten (s. Kapitel 3.3.1.2)

A_B^{-1}	Zur Basis B gehörende inverse Basismatrix bzw. inverse Matrix zu A_B
A_B	Zur Basis B gehörende Basismatrix
A_N	Nichtbasismatrix
B	Basis
c	Kosten der Zielfunktion (cx)
c_B	Kosten der Basisvariablen
c_N	Kosten der Nichtbasisvariablen
N	Nichtbasis
r_N	Reduzierte Kosten
x_B	Basisvariablen
x_N	Nichtbasisvariablen
z^*	Optimaler Zielfunktionswert

Symbole im Kontext des kompakten Modells und der Spaltengenerierungsheuristik (s. Kapitel 3.2 und 3.3)

$[e_j, l_j]$	Zeitfenster mit frühestem e_j und spätestem l_j Zeitpunkt für den Transport eines Patienten $j \in N \setminus \{n+1\}$
a_{ik}	Ankunftszeit des Transporteurs $k \in K$ am Knoten $i \in V$
b^{len}	Länge der Pause
b^{no}	Zeitlänge, in denen keine Pause gestartet werden darf
$\bar{b}$	Maximale Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in der Pause sein dürfen
C_f	Laufzeit des Transporteurs $k \in K$, der die Route $f \in F_k$ bedient
c_{ij}	Laufzeit vom Knoten bzw. Auftrag $i \in V$ zum Knoten bzw. Auftrag $j \in V$ inkl. der Servicezeit von $i \in N \setminus \{n+1\}$
C^{out}	Strafparameter, wenn ein Patient nicht transportiert wird
$\bar{c}$	Maximale Wegstrecke der Transporteure
d	Umrechnungsfaktor von Minuten in Zeitfenster für die Pausen
$F_k = \{1, \dots, F_k \}$	Menge der zulässigen Touren für Transporteur $k \in K$
$G = (V, A)$	Ungerichteter Graph
$K = \{1, \dots, K \}$	Menge der Transporteure
M	Big-M mit $M = d \cdot S $
Min	Minimiere (Zielfunktion)

$N = \{1, \dots, n, n + 1\}$	Menge der Patiententransportaufträge ($\{1, \dots, n\}$) und der Pause ($\{n + 1\}$)
P_f	Anzahl an Patienten auf einer Tour $f \in F_k$ ($\forall k \in K$)
$\overline{P}$	Maximale Anzahl an zu transportierenden Patienten aller Transporteure
$S = \{1, \dots, S \}$	Menge der Zeitfenster für die Pausen
t^{end}	Schichtende eines Transporteurs
t^{start}	Schichtbeginn eines Transporteurs
$V = \{0, 1, \dots, n, n + 1, n + 2\}$	Menge der Patiententransportaufträge ($\{1, \dots, n\}$), der Pause ($\{n + 1\}$) und des Start- ($\{0\}$) bzw. Enddepots ($\{n + 2\}$)
X_{if}	1, falls der Knoten $i \in V$ auf der Route $f \in F_k$ ($\forall k \in K$) bedient wird, 0 sonst
x_{ijk}	1, falls Transporteur $k \in K$ den Knoten bzw. Auftrag $j \in V$ direkt nach dem Knoten bzw. Auftrag $i \in V$ besucht, 0 sonst
Z_{sf}	1, falls der Transporteur $k \in K$ auf der Route $f \in F_k$ zum Zeitfenster $s \in S$ in der Pause ist, 0 sonst
z_{sk}^{start}	1, falls Transporteur $k \in K$ im Zeitfenster $s \in S$ die Pause beginnt, 0 sonst
z_{sk}	1, falls Transporteur $k \in K$ im Zeitfenster $s \in S$ in Pause ist, 0 sonst
λ_{kf}	1, falls die f -te Tour von Transporteur $k \in K$ in der aktuellen Lösung verwendet wird, 0 sonst
$\mu_i^{patient}$	1, falls der Patient $i \in N \setminus \{n + 1\}$ auf keiner Route bedient wird, 0 sonst
π^*	Vektor der Dualvariablen $\pi^* = (\sigma_1, \dots, \sigma_n, \tau_1, \dots, \tau_{ S }, \psi_1, \dots, \psi_{ K }, \pi_1, \dots, \pi_{ K })$
π_k	Dualvariablen der Nebenbedingungen (MP – 5) bzw. (RMP – 5) mit $k \in K$
σ_i	Dualvariablen der Nebenbedingungen (MP – 2) bzw. (RMP – 2) mit $i \in N \setminus \{n + 1\}$
τ_s	Dualvariablen der Nebenbedingungen (MP – 3) bzw. (RMP – 3) mit $s \in S$
ψ_k	Dualvariablen der Nebenbedingungen (MP – 4), (MP – 4a), (RMP – 4a) bzw. (RMP – 4a) mit $k \in K$

1 Einleitung

Die Gesundheitsausgaben von Krankenhäusern weltweit nehmen von Jahr zu Jahr zu. Bei Betrachtung der größten Länder (s. Anhang A.1) nehmen die Kosten durchschnittlich um 36,346 Mrd. US-Dollar bzw. um 36% jährlich zu. Allerdings muss hier erwähnt werden, dass Länder wie bspw. Bahrain und Iran in dieser Statistik nicht in Betracht gezogen wurden, da lediglich Daten eines Jahres vorhanden waren und keine Aussage zur Veränderung gemacht werden kann. Außerdem sind diese Daten leider nicht vollständig, sodass manche Länder lediglich Ausgaben von bspw. vier Jahren (z. B. Brasilien für den Zeitraum 2016 bis 2019) vorweisen, während von anderen Ländern der gesamte Zeitraum von 2016 bis 2023 vorhanden ist (z. B. Kanada). Jedoch kann trotz der lückenhaften Daten festgestellt werden, dass die Ausgaben jährlich im Durchschnitt zu nehmen. Insb. gilt dies für wirtschaftsstarke Länder wie die USA, China, Deutschland, Kanada und Großbritannien. (World Health Organization, 2023)

Die Personalkosten deutscher Krankenhäuser sind in den letzten Jahren sehr stark angestiegen und haben sich in den Jahren von 2000 bis 2022 mit einem Anstieg von 35,2 Mrd. Euro auf 80,8 Mrd. Euro mehr als verdoppelt (Statistisches Bundesamt, 2023b). Diese Entwicklung korreliert positiv mit der Entwicklung der Anzahl des Krankenhauspersonals in Deutschland im Zeitraum von 2018 (910.367 Mitarbeiter) bis 2022 (965.240 Mitarbeiter) (Statistisches Bundesamt, 2023a). Dies entspricht einem Zuwachs von ca. 6%. Bei Betrachtung des gleichen Zeitraumes liegt der Anstieg der Personalkosten deutscher Krankenhäuser bei ca. 21,5% (66,5 Mrd. Euro im Jahr 2018) (Statistisches Bundesamt, 2023b). Die Hälfte der Berufsgruppen im Jahr 2022 weist mehr Personal auf als noch im Jahr 2018. Der Funktionsdienst, der auch den Krankentransportdienst enthält (Statistisches Bundesamt, 2023a) und somit den innerklinischen Patiententransport berücksichtigt, zeigt in den vier Jahren zwar eine Abnahme, allerdings ist diese relativ gering (ca. 2,7%). 2018 waren es noch 112.386 Mitarbeiter, wohingegen es 2022 109.360 Mitarbeiter waren. Wenn zusätzlich die Anzahl an Krankenhäusern in Deutschland betrachtet wird, ist deutlich zu erkennen, dass diese geringe Abnahme des Personals nicht repräsentativ auf die allg. Situation zu betrachten ist. Denn 1991 gab es in Deutschland noch 2.411 Krankenhäuser, während es 2022 lediglich 1.893 sind (Statistisches Bundesamt, 2023c). Das entspricht einem Rückgang von 21,5%. Um dies nun mit dem Personal, insbesondere dem Funktionsdienst zu vergleichen, wird der Zeitraum von 2018 bis 2022 genauer betrachtet. Hier ist zu erkennen, dass es einen Rückgang der Anzahl der Krankenhäuser in Deutschland von 1,7% gab. Dies ist vergleichbar mit dem Rückgang des Funktionsdienstes. Der innerklinische Transport wird auch als Intrahospitaltransport bezeichnet und bestimmt nach Hecker & Meier

(2017) den „Vorgang, bei dem Personen (Patienten) auf einem bestimmten Weg (innerhalb der Klinik) mit einem Fahrzeug (Bett, Rollstuhl, etc.) von einem Ort (z. B. Station) zu einem bestimmten Ziel (z. B. CT, Röntgen) gebracht werden“. Gründe für diesen Transport von Patienten innerhalb eines Krankenhauses sind zumeist (geplante) Operationen oder Untersuchungen sowie die Verlegung zwischen Stationen. Generell gibt es dabei drei Möglichkeiten, einen Patienten zu transportieren: gehend (bei entsprechender Mobilität des Patienten), sitzend im Rollstuhl oder liegend im Krankbett bzw. auf einer Lafette (Hecker & Meier, 2017). Allerdings zählen hierbei nur die gehenden Patienten in den Patiententransport, die auf eine Begleitperson angewiesen sind. Weiter geben die Autoren an, dass je nach Transport und Zustand des Patienten geringer oder höher qualifiziertes Personal sowie ggf. mehr als ein Mitarbeiter benötigt wird. Zudem wird das Personal bzw. die Transporteure in verschiedene Schichten eingeteilt, um einen 24-Stunden-Service zu ermöglichen.

Eine ähnliche Problematik wurden in einem Projekt mit einem großen deutschen Krankenhaus behandelt. Hierbei war das Problem der langen Wartezeiten der Patienten, um auf die nächste Station gebracht zu werden. Dafür gibt es Personal, die ausschließlich solche Transporte durchführen. Diese werden im weiteren Verlauf der Arbeit als Transporteure bezeichnet. Durch die Zusammenarbeit mit dem Krankenhaus konnte auf Realdaten zugegriffen werden. Im Kapitel 4.1 wird dieser Datensatz bzw. die Anpassung dessen und die Verwendung für die Rechenstudie dieser Arbeit genauer erläutert.

Landry & Philippe (2004) erklären in ihrer Arbeit, dass 46% des Betriebsbudgets eines Krankenhauses für logistikbezogene Aktivitäten ausgegeben werden. Davon werden 27% für Verbrauchsmaterial und Ausrüstung und 19% für Arbeitskräfte berechnet. Trotz dieses nicht geringen Anteils ist der Patiententransport in vielen großen deutschen Krankenhäusern relativ schlecht organisiert (Hanne et al., 2009). Das führt zu vielerlei negativen Auswirkungen, wie bspw. die Einstellung von mehr Personal als theoretisch nötig wäre und damit höhere Personalkosten für das entsprechende Krankenhaus. Zudem kann aus einer schlechten Organisation folgen, dass die Transporteure bei gleicher Arbeitszeit längere Strecken zurücklegen müssen und somit einem höheren Stresslevel ausgesetzt sind. Dies wiederum kann sich sowohl auf die Stimmung des Personals als auch auf die Servicequalität negativ auswirken, da den Mitarbeitern unter Stress i. d. R. mehr Flüchtigkeitsfehler unterlaufen und weniger bis keine Zeit bleibt, um auf individuelle Bedürfnisse einzelner Patienten einzugehen. Eine schlechtere Servicequalität und ggf. hinzukommende lange Wartezeiten für die Patienten wirken sich generell negativ auf die Zufriedenheit und das Wohlbefinden der Patienten aus (Hanne et al., 2009). Darüber hinaus beschreiben Hecker & Meier (2017), dass die negativen

Auswirkungen eines verspäteten Patiententransports insbesondere in den kostenintensiven Bereichen eines Krankenhauses, wie z. B. im Operationsbereich, gravierend sind. Stillstands- oder Verzögerungszeiten im OP führen demnach dazu, dass sich alle folgenden Operationen nach hinten verschieben bzw. neu geplant werden müssen. Aus ökonomischer Sicht bedeutet das, dass weniger Erträge erwirtschaftet werden als theoretisch möglich wäre. Eine solche Neu-Organisation des OP-Plans ist einerseits sehr ärgerlich für die betroffenen Patienten und das Personal und andererseits durch die nicht optimale Ausnutzung der Ressourcen sehr teuer für das Krankenhaus. Das mögliche Einsparpotential an Zeit und somit Kosten wird in einer Studie von Schuster et al. (2007) hervorgehoben, wonach der quantitativ wichtigste Grund für die Wartezeit im OP der verzögerte Transport des Patienten in den OP war. Dies entspricht 25% der Gesamtwartezeit.

Zusammenfassend kann durch die Verbesserung des Patiententransports in Krankenhäusern das Personal entlastet, die Servicequalität für die Patienten verbessert und zudem Kosten eingespart werden.

1.1 Grundlegende Begriffe und Annahmen

In diesem Kapitel werden die grundlegenden Begriffe definiert und Annahmen getroffen, worauf die Modelle in den späteren Kapiteln basieren. Hierfür wird die Arbeit von Ahuja et al. (1993) zu Rate gezogen.

Ein **Graph** besteht aus einer Menge $G = (N, A)$, wobei N die Menge an Knoten und A die Menge an Kanten ist. A beinhaltet Elemente geordneter Paare von verschiedenen Knoten. In Abbildung 1.1 ist beispielhaft ein **gerichteter Graph** aufgezeichnet, der aus fünf Knoten besteht. Somit gilt $N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ und $A = \{(1, 2), (1, 3), (2, 3), (2, 4), (3, 4), (3, 5), (4, 5)\}$.

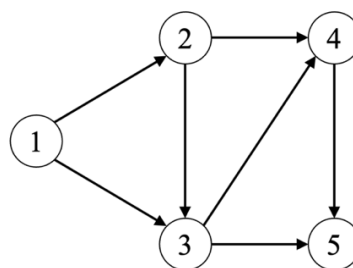


Abbildung 1.1: Gerichteter Graph

Das Gegenstück zum gerichteten Graphen ist der **ungerichtete Graph**. Hier ist zu erkennen, dass keine Pfeile vorhanden sind. Dies bedeutet, dass die Kante $(i, j) \in A$ sowohl vom Knoten i nach Knoten j als auch umgekehrt gehen kann. Somit verändert sich der ungerichtete Graph

aus Abbildung 1.1 in der Hinsicht, dass die Kanten zwischen den Knoten keine Pfeile mehr enthalten (s. Abbildung 1.2). Dementsprechend ist die Anzahl an Knoten unverändert ($N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$), jedoch verdoppelt sich in diesem Beispiel die Anzahl an Kanten, da es keine Pfeile gibt, die sowohl von einem Knoten i zu einem Knoten j zeigt und wieder zurück. Daher lautet die Menge $A = \{(1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (2,4), (3,1), (3,2), (3,4), (3,5), (4,2), (4,3), (4,5), (5,3), (5,4)\}$. Aus den sieben Kanten zuvor wurden es nun 14. Wie erwähnt, ist dies ein Sonderfall. Wenn in einem gerichteten Graphen ein Pfeil sowohl von bspw. Knoten 1 zu Knoten 3 und von Knoten 3 zu Knoten 1 zeigt, würde sich die Anzahl an Kanten nicht verdoppeln. In diesem Fall existiert bereits die entgegengesetzte Kante und muss nicht hinzugefügt werden.

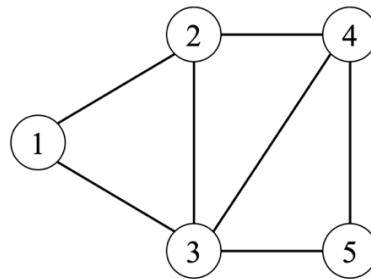


Abbildung 1.2: Ungerichteter Graph

In dieser Arbeit wird im späteren Verlauf der Fokus auf gerichtete Graphen gesetzt. Daher werden nun spezifische Eigenschaften und Notationen, die sich auf gerichtete Graphen beziehen, eingeführt und erklärt.

Eine Kante in einem gerichteten Graphen wird als **gerichtete Kante** (i, j) bezeichnet. Diese hat zwei Punkte: den **Startpunkt** i und den **Endpunkt** j . Dementsprechend wird definiert, dass die Kante (i, j) im Knoten i beginnt bzw. von diesem ausgeht und am Knoten j endet. Daraus folgt zusätzlich, dass die Knoten i und j **benachbart** sind. Aus dieser Eigenschaft kann eine **Nachbarschaftsliste** $A(i)$ erstellt werden, die von jedem Knoten i abhängig ist. Die Definition einer solchen Liste lautet: $A(i) = \{j \in N : (i, j) \in A\}$. In dem Beispiel aus Abbildung 1.1 ist für den Knoten $i = 1$ die Nachbarschaftsliste $A(1) = \{2, 3\}$ und somit hat der Knoten 1 die Nachbarn 2 und 3. Dies ist daran zu erkennen, dass es sowohl zwischen den Knoten 1 und 2 als auch den Knoten 1 und 3 jeweils eine Kante gibt. Dieses Vorgehen kann für alle Knoten fortgeführt werden, um eine Nachbarschaftsliste aller existierenden Knoten zu erhalten.

Der **Grad** eines Knoten i kann bestimmt werden, indem alle eingehenden Kanten zum Knoten i und alle ausgehenden Kanten aus dem Knoten i aufsummiert werden. Der Grad der eingehenden Kanten wird in der englischen Literatur auch als „**indegree**“ (**Eingangsgrad**)

bezeichnet und dementsprechend wird der Grad der ausgehenden Kanten als „**outdegree**“ (**Ausgangsgrad**) betitelt. Wird wiederum das Beispiel aus Abbildung 1.1 betrachtet, hat der Knoten 1 keine eingehenden Kanten. Somit ist der Eingangsgrad gleich null. Allerdings führen zwei Kanten aus dem Knoten 1, daher ist der Ausgangsgrad gleich zwei. Die Summe der beiden Werte stellt den Grad des Knoten 1 dar und ist in diesem Beispiel gleich zwei. Zudem gilt, dass die Summe aller Eingangsgrade gleich der Summe aller Ausgangsgrade ist. Dies ist ebenfalls am Beispiel von Abbildung 1.1 zu erkennen. Die Eingangsgrade von Knoten 1, ..., 5 sind 0, 1, 2, 2, 2. Die Summe entspricht dem Wert 7. Bei Betrachtung der Ausgangsgrade von Knoten 1, ..., 5 verhält es sich wie folgt: 2, 2, 2, 1, 0. Hier hat die Summe ebenfalls den Wert 7.

Mehrfachkanten sind mindestens zwei Kanten, deren Startknoten und Endknoten derselbe sind (s. Abbildung 1.3). Eine **Schleife** wiederum ist derart definiert, dass der Startknoten gleichzeitig auch der Endknoten ist. Ein Beispiel ist in Abbildung 1.4 zu sehen.

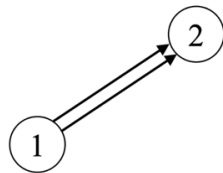


Abbildung 1.3: Mehrfachkante

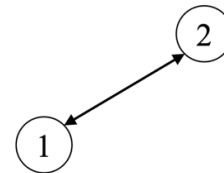


Abbildung 1.4: Schleife

Ein **Teilgraph** $G' = (N', A')$ ist derart definiert, dass die Anzahl an Knoten des Teilgraphen G' eine Teilmenge der Anzahl an Knoten des ursprünglichen Graphen G ist ($N' \subseteq N, A' \subseteq A$). Ein Beispiel für einen Teilgraphen zu Abbildung 1.1 kann der Abbildung 1.5 entnommen werden.

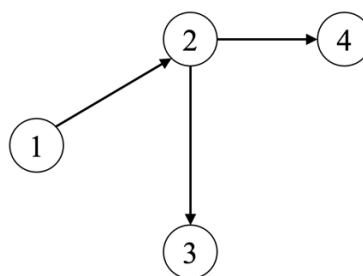


Abbildung 1.5: Teilgraph

Der Unterschied zu einem **bedingten Teilgraphen** ist derjenige, dass zwar ebenfalls nur eine Teilmenge der Knoten (wie beim Teilgraphen) betrachtet wird ($N' \subseteq N$), allerdings müssen alle Kanten, die auch im ursprünglichen Graphen G zwischen den zu betrachtenden Knoten sind, vorhanden sein. Ein Beispiel hierfür ist in der Abbildung 1.6 zu sehen.

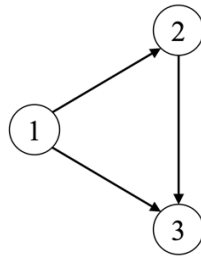


Abbildung 1.6: Bedingter Teilgraph

Zudem existiert ein **aufspannender Teilgraph** $G' = (N', A')$, der dermaßen definiert ist, dass dieser alle Knoten des ursprünglichen Graphen G enthält ($N' = N$) und aber nur eine Teilmenge an Kanten des ursprünglichen Graphen enthalten muss ($A' \subseteq A$). Es ist jedoch zu erwähnen, dass der aufspannende Teilgraph G' genau gleich zum ursprünglichen Graphen G aussehen kann, da es keine echte Teilmenge sein muss. In Abbildung 1.7 ist ein Beispiel eines aufspannenden Teilgraphen zum Graphen aus Abbildung 1.1 dargestellt.

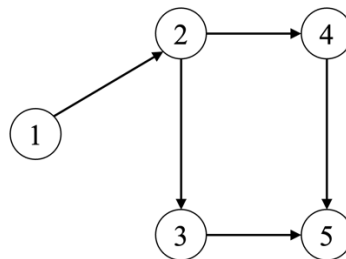


Abbildung 1.7: Aufspannender Teilgraph

Ein **Weg** entspricht einem Teilgraphen eines gerichteten Graphen $G = (N, A)$ und ist eine Sequenz aus Knoten und Kanten $i_1 - a_1 - i_2 - a_2 - \dots - i_{r-1} - a_{r-1} - i_r$, wobei die folgende Eigenschaft erfüllt ist, dass für alle $1 \leq k \leq r - 1$ entweder $a_k = (i_k, i_{k+1}) \in A$ oder $a_k = (i_{k+1}, i_k) \in A$. Das bedeutet, dass die Pfeile in der Hinsicht nicht relevant sind, um eine Richtung anzugeben, sondern lediglich um zu zeigen, ob eine Verbindung zwischen den zwei betrachteten Knoten existiert. Ist diese vorhanden, so ist es nicht ausschlaggebend, ob vom Knoten i_k zum Knoten i_{k+1} oder umgekehrt der Weg zurückgelegt wird. Ein Beispiel $(3 - 1 - 2 - 3 - 4)$ für einen Weg zum Graphen aus Abbildung 1.1 wird in der Abbildung 1.8 verdeutlicht.

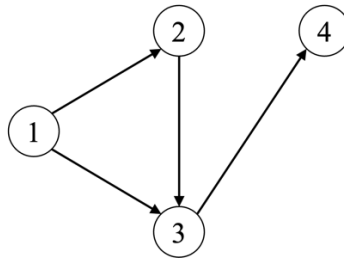


Abbildung 1.8: Weg

Ein **gerichteter Weg** in einem gerichteten Graphen ist eine Sequenz von Knoten und Kanten, bei der jede Kante in der Sequenz die Richtung beachtet. Somit ist der Weg in Abbildung 1.8 kein gerichteter Weg. Jedoch ist in Abbildung 1.9 ein gerichteter Weg zum Graphen aus Abbildung 1.1 dargestellt.

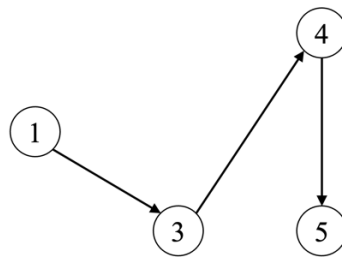


Abbildung 1.9: Gerichteter Weg

Ein **Pfad** ist ein Weg, jedoch besitzt dieser keine Wiederholung von Knoten. Das bedeutet, der Weg aus Abbildung 1.8 ist kein Pfad, da der Knoten 3 zweimal durchlaufen wird. Ein Beispiel für einen Pfad aus dem ursprünglichen Graphen G ist in Abbildung 1.10 dargestellt. Hier ist zu erkennen, dass wenn der Pfad in Knoten 1 startet und in Knoten 4 endet ($1 - 3 - 2 - 4$), existieren zwei **Vorwärtskanten** $(1, 3)$ und $(2, 4)$ und eine **Rückwärtskante** $(2, 3)$. Bei Betrachtung einer Kante von Knoten i nach Knoten j ist eine Vorwärtskante als (i, j) und eine Rückwärtskante als (j, i) definiert (s. Abbildung 1.10).

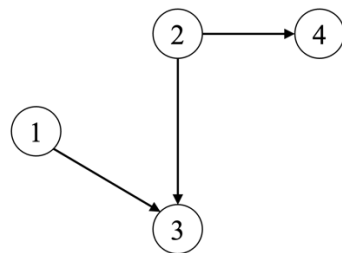


Abbildung 1.10: Pfad

Ein **gerichteter Pfad** ist ein gerichteter Weg, allerdings sind nur Vorwärtskanten enthalten und keine Knoten dürfen mehr als einmal durchlaufen werden. Das Beispiel aus Abbildung 1.9 ist

somit ebenso ein gerichteter Pfad. Es ist ebenfalls geläufig, einen Vorgängerindex ($pred(j)$) für jeden Knoten j anzulegen. Derjenige Knoten, der keinen Vorgänger besitzt, ist der Startknoten eines Pfads und erhält den Wert null. In der Literatur werden die Vorgänger meist mit $pred$ bezeichnet, das sich aus dem Englischen (*predecessor*) herleitet. Für das Beispiel $(1 - 3 - 4 - 5)$ aus Abbildung 1.9 lautet dies wie folgt: $pred(5) = 4$, $pred(4) = 3$, $pred(3) = 1$ und $pred(1) = 0$. Um den Unterschied zwischen einem gerichteten Weg und einem gerichteten Pfad visuell zu verdeutlichen, kann hierfür die Abbildung 1.11 betrachtet werden. Der linke Graph ist ein gerichteter Weg, da hier der Knoten 3 zweimal durchlaufen wird und der rechte Graph entspricht einem gerichteten Pfad. Wobei zu erwähnen ist, dass ein gerichteter Pfad gleichzeitig ein gerichteter Weg ist, aber nicht umgekehrt.

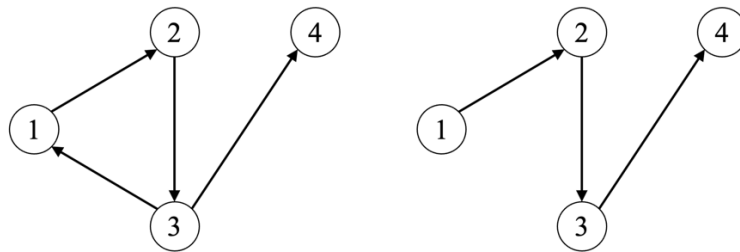


Abbildung 1.11: Gerichteter Weg vs. gerichteter Pfad

Ein **Zyklus** ist ein Pfad $(i_1 - i_2 - \dots - i_r)$, wobei entweder die Kante (i_r, i_1) oder (i_1, i_r) hinzukommt. Somit kann die folgende Notation verwendet werden: $i_1 - i_2 - \dots - i_r - i_1$. Wie auch bei Pfaden gibt es hier Vorwärts- und Rückwärtskanten. So hat der Zyklus $(1 - 2 - 4 - 3)$ in Abbildung 1.12 sowohl zwei Vorwärtskanten $(1, 2)$ und $(2, 4)$ als auch zwei Rückwärtskanten $(4, 3)$ und $(3, 1)$.

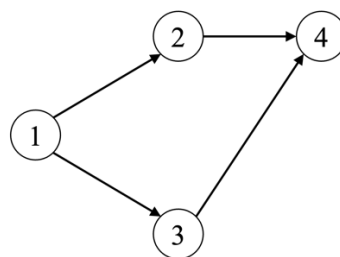


Abbildung 1.12: Zyklus

Ein **gerichteter Zyklus** ist ein Zyklus, der nur Vorwärtskanten enthält. Wenn im Graphen aus Abbildung 1.12 die Rückwärtskanten $(4, 3)$ und $(3, 1)$ umgedreht werden, sodass diese Vorwärtskanten sind, ist dieser ein gerichteter Zyklus (s. Abbildung 1.13).

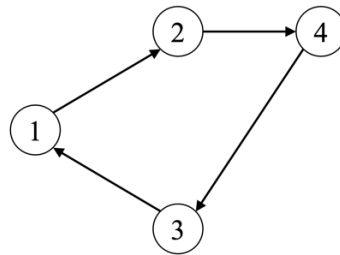


Abbildung 1.13: Gerichteter Zyklus

Ein Graph wird als **azyklisch** bezeichnet, wenn dieser keinen gerichteten Zyklus enthält. Dies bedeutet, dass der Graph aus Abbildung 1.12 ein azyklischer und aus Abbildung 1.13 kein azyklischer Graph ist.

Der Begriff **Konnektivität** wird verwendet, wenn der betrachtete Graph ein **verbundener** ist. Das bedeutet, jedes Knotenpaar i und j ist durch einen Pfad miteinander verbunden. Ist dies nicht der Fall, so existiert ein **unverbundener** Graph. In Abbildung 1.14 ist zu erkennen, dass im linken Graphen alle Knoten durch mindestens einen Pfad miteinander verbunden sind. Im rechten Graphen ist dies nicht möglich, da es bspw. keinen Pfad vom Knoten 2 zum Knoten 5 gibt.

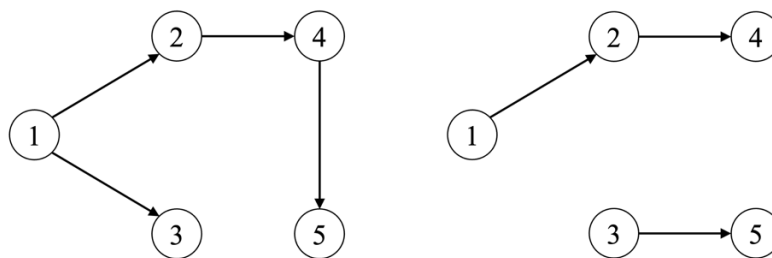


Abbildung 1.14: Verbundener Graph vs. unverbundener Graph

Der Begriff **starke Konnektivität** bedeutet, der betrachtete Graph ist **stark verbunden**. Dies wiederum heißt, von jedem Knoten i zu jedem Knoten j existiert ein gerichteter Pfad. Dies ist im linken Graphen in Abbildung 1.15 zu erkennen. Das Knotenpaar $(1, 2)$ hat einen gerichteten Pfad $(1 - 2)$. Wenn nun weitere Kombinationen betrachtet werden, wird dies deutlicher. Die Knotenpaare $(1, 3)$, $(1, 4)$, $(1, 5)$ haben die folgenden gerichteten Pfade: $(1 - 2 - 4 - 5 - 3)$, $(1 - 2 - 4)$, $(1 - 2 - 4 - 5)$. Werden alle weiteren Knotenpaare betrachtet, ist festzustellen, dass immer mindestens ein gerichteter Pfad existiert. Leichter und schneller zu erkennen, ist i. d. R. ein **nicht stark verbundener** Graph. Denn hier muss lediglich ein Knotenpaar gefunden werden, das keinen gerichteten Pfad aufweist. Im rechten Graphen in Abbildung 1.15 existiert bspw. kein gerichteter Pfad vom Knoten 1 zum Knoten 2. Dies kann auch daran erkannt werden, dass Knoten 2 nur ausgehende Kanten besitzt. Es ist anzumerken, dass die Richtung der Kanten

für die Konnektivität keine Rolle spielen, jedoch ist diese relevant für die Betrachtung der starken Konnektivität.

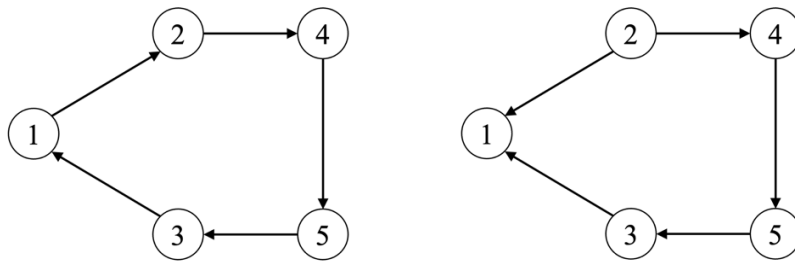


Abbildung 1.15: Stark verbundener Graph vs. nicht stark verbundener Graph

Ein **Schnitt** ist die Aufteilung der Knotenmenge N in zwei Teilmengen $S \subset N$ und $\bar{S} = N - S$. Die Definition hierfür ist so festgehalten, dass ein Schnitt aus denjenigen Kanten besteht, die einen Punkt in S und einen Punkt in $\bar{S}$ haben. Die Richtung der Kanten ist nicht relevant für einen Schnitt. Somit kann ein Schnitt sowohl für einen gerichteten als auch einen ungerichteten Graphen erstellt werden. Der Graph in Abbildung 1.16 besitzt bspw. einen Schnitt mit der Kantenmenge $\{(2, 4), (4, 3), (3, 5)\}$ und den dazugehörigen Mengen $S = \{1, 2, 3\}$ und $\bar{S} = \{4, 5\}$. Selbst der ursprüngliche Graph G aus Abbildung 1.1 hat die gleichen Mengen S und $\bar{S}$. Lediglich eine Kante ist umgedreht, sodass die Kantenmenge $\{(2, 4), (3, 4), (3, 5)\}$ lautet. Jedoch ändert dies nichts an dem Schnitt des Graphen.

Wenn nun der **$s - t$ Schnitt** betrachtet wird, muss dies genauer analysiert werden. Die Knoten s und t dürfen nicht in derselben Teilmenge sein. Somit gilt $s \in S$ und $t \in \bar{S}$. Sind z. B. $s = 1$ und $t = 5$, so existiert in Abbildung 1.16 ein $s - t$ Schnitt mit der bereits zuvor genannten Kantenmenge. Ist jedoch $t = 3$, so ist dieser Schnitt kein $s - t$ Schnitt, da sowohl $s \in S$ als auch $t \in S$ und keiner der beiden ein Element der Menge $\bar{S}$ sind ($s \notin \bar{S}, t \notin \bar{S}$).

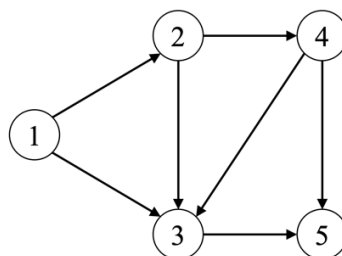


Abbildung 1.16: Schnitt bzw. $s - t$ Schnitt

Ein **Baum** ist ein verbundener Graph, der keinen Zyklus enthält. Es gelten die folgenden Eigenschaften für die Definition eines Baumes: ein Baum mit n Knoten besitzt exakt $n - 1$

Kanten, ein Baum hat mindestens zwei **Blattknoten** (d. h. die Knoten haben den Grad 1 und somit nur eine Kante), jede zwei Knoten eines Baumes sind durch einen eindeutigen Pfad verbunden. Wie ein Baum aussehen kann, ist Abbildung 1.17 zu entnehmen. Blattknoten sind in diesem Beispiel die Knoten 4, 3 und 5. Zudem gilt, dass ein verbundener Teilgraph eines Baumes ein **Teilbaum** ist. Wichtig ist allerdings, dass der Graph aus Abbildung 1.17 kein Baum des Graphen aus Abbildung 1.1 ist, denn bspw. die Kante (5, 1) ist nicht im ursprünglichen Graphen enthalten. Obwohl die Eigenschaften erfüllt sind, muss zusätzlich gelten, dass alle Kanten auch aus dem ursprünglichen Graphen stammen müssen.

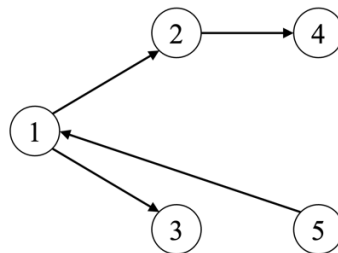


Abbildung 1.17: Baum

Enthält ein Graph keinen Zyklus, so wird dieser auch als **Wald** bezeichnet. Ebenfalls ist ein Wald eine Sammlung von Bäumen. Jedoch ist bereits ein Baum auch ein Wald und somit kann ein Baum als ein Spezialfall eines Waldes betrachtet werden, der aus einer einzigen verbundenen Komponente ohne Zyklus besteht. Selbst der Knoten 1 in Abbildung 1.18, der keine Kanten besitzt, ist ein Baum bzw. ein Wald. Dies ist der Fall, da es nur einen Knoten gibt, ist dieser trivialerweise verbunden und da dieser keine Kanten hat, existiert auch kein Zyklus. Jeder Teilgraph aus Abbildung 1.18 kann als Baum bzw. Wald gesehen werden. Jedoch ist der gesamte Graph in Abbildung 1.18 eine Sammlung von Bäumen, das wiederum ein Wald ist.

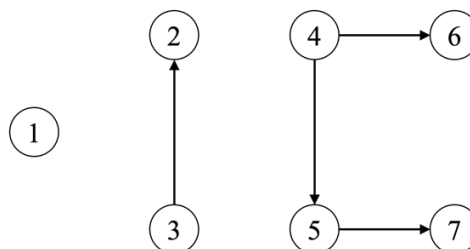


Abbildung 1.18: Wald

Ein **Wurzelbaum** ist ein Baum mit einem speziell ausgewählten **Wurzelknoten**. Die Darstellung eines Wurzelbaumes erfolgt i. d. R. so, als würde dieser an seinem Wurzelknoten hängen. In Abbildung 1.19 ist ein Wurzelbaum zu erkennen, bei dem der Knoten 1 als Wurzelknoten gewählt ist.

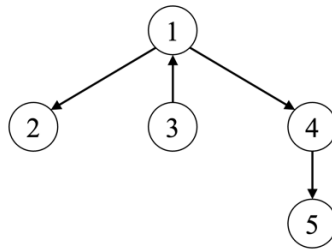


Abbildung 1.19: Wurzelbaum mit Wurzelknoten 1

Wird bspw. der gleiche Graph wie in Abbildung 1.19 betrachtet, jedoch der Wurzelknoten auf Knoten 3 festgelegt, ändert sich die Darstellung. Dieser geänderte Graph bzw. der entsprechende Wurzelbaum ist in Abbildung 1.20 dargestellt.

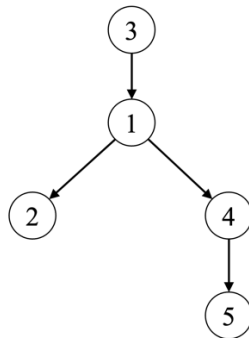


Abbildung 1.20: Wurzelbaum mit Wurzelknoten 3

In Wurzelbäumen werden meist Vorgänger-Nachfolger bzw. Eltern-Kind Beziehungen verwendet. In Abbildung 1.20 ist bspw. der Knoten 1 der Vorgänger von Knoten 2 und 4. Jeder Knoten hat genau einen Vorgänger, allerdings trifft dies beim Wurzelknoten nicht zu. Dieser hat keinen Vorgänger. Knoten 2 und 4 werden dementsprechend als Nachfolger des Knotens 1 bezeichnet. Somit kann mit dem Ausdruck, der zuvor erwähnt wurde, folgendes ausgesagt werden: Wenn $j = \text{pred}(i)$, dann bedeutet das, dass der Knoten j der Vorgänger von Knoten i und Knoten i der Nachfolger von Knoten j ist. Wäre z. B. eine weitere Kante von Knoten 2 zu 5, hätte der Knoten 5 zwar zwei Vorgänger, aber der Graph wäre kein Baum mehr, da nun ein Zyklus vorhanden wäre.

Zusätzlich werden zwei spezielle Arten von Wurzelbäumen definiert: der **gerichtete In-Baum** (engl. Directed-In-Tree) und der **gerichtete Aus-Baum** (engl. Directed-Out-Tree). Beim gerichteten In-Baum werden alle Kanten in Richtung des Wurzelknotens dargestellt, sodass von allen Knoten (außer dem Wurzelknoten) jeweils gerichtete Pfade zum Wurzelknoten führen. Das bedeutet, die Kanten sind derart festgelegt, dass alle vom Nachfolger zum Vorgänger zeigen. Dies ist im linken Graphen der Abbildung 1.21 zu erkennen. Dementsprechend

umgekehrt erfolgt es beim gerichteten Aus-Baum. Hier werden alle Kanten vom Wurzelknoten weg dargestellt, sodass alle existierenden Pfade zu den Blattknoten gerichtet sind. D. h. alle Kanten zeigen vom Vorgänger zum Nachfolger. Ein Beispiel hierfür ist im rechten Graphen in der Abbildung 1.21 zu erkennen.

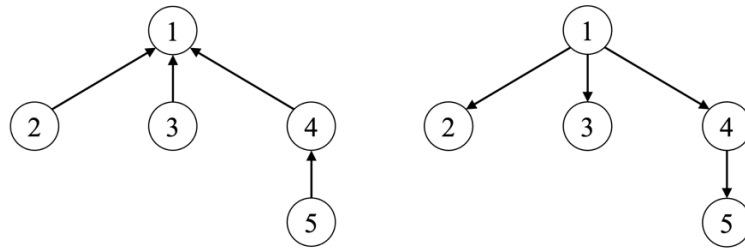


Abbildung 1.21: Gerichteter In-Baum vs. gerichteter Aus-Baum

Ein **Spannbaum** ist ein Baum eines Graphen. Dieser enthält n Knoten und $n - 1$ Kanten. Somit gilt das gleiche wie bei Bäumen, dass bspw. kein Zyklus enthalten ist, allerdings sind alle Knoten des ursprünglichen Graphen vorhanden. Der Baum in Abbildung 1.17 ist z. B. kein Spannbaum des Graphen aus Abbildung 1.1. Das liegt daran, dass nicht alle Kanten aus dem ursprünglichen Graphen stammen. Z. B. ist die Kante $(5, 1)$ in Abbildung 1.1 nicht vorhanden. Doch der Graph in Abbildung 1.22 ist ein Spannbaum des ursprünglichen Graphen aus Abbildung 1.1. Demnach bildet der Spannbaum eine minimal verbundene Struktur, die die ursprüngliche Konnektivität des Graphen beibehält, jedoch ohne „überflüssige“ Kanten. Die Kanten, die im Spannbaum enthalten sind, werden i. d. R. als **Baumkanten** und diejenigen, die nicht enthalten sind, als **Nicht-Baumkanten** bezeichnet. Das bedeutet für das Beispiel aus Abbildung 1.22, dass die Kanten $\{(1, 2), (2, 3), (3, 4), (3, 5)\}$ Baumkanten und dementsprechend die Kanten $\{(1, 3), (2, 4), (4, 5)\}$ Nicht-Baumkanten sind.

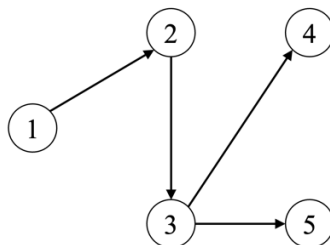


Abbildung 1.22: Spannbaum

Bei der Annahme, dass T ein Spannbaum eines Graphen G ist, entsteht beim Hinzufügen einer Nicht-Baumkante ein **fundamentaler Zyklus** von G in Bezug auf den Baum T . Zudem kann exakt berechnet werden, wie viele fundamentale Zyklen möglich sind. Da zuvor definiert wurde, dass ein Spannbaum $n - 1$ Kanten bzw. Baumkanten hat, wobei n die Anzahl an Knoten

ist, kann mit der Formel $m - n + 1$ die Anzahl an Nicht-Baumkanten berechnet werden. Dies entspricht ebenfalls der Anzahl an fundamentalen Zyklen. Bei Betrachtung des Spannbaums aus Abbildung 1.22 ist zu erkennen, dass hier vier (Baum-)Kanten bei fünf Knoten vorhanden sind. Die Anzahl an Kanten aus dem ursprünglichen Graphen aus Abbildung 1.1 enthält sieben Kanten. Somit ist nach der obigen Formel $m - n + 1$ die Anzahl an Nicht-Baumkanten drei. Dies ist exakt die gleiche Anzahl an fundamentalen Zyklen.

Wird nun aus einem Spannbaum eine Kante gelöscht, so entsteht ein unverbundener Graph, der zwei Teilbäume T_1 und T_2 enthält. Kanten, die Knoten aus beiden Teilbäumen verbinden, bilden einen Schnitt. Dies wird als **fundamentaler Schnitt** von G in Bezug auf den Baum T bezeichnet. Da der Spannbaum $n - 1$ Kanten besitzt, besitzt der Baum T ebenfalls $n - 1$ fundamentale Schnitte. Wird eine beliebige Kante, die im ursprünglichen Graphen G enthalten ist, und die eine Verbindung der beiden Teilbäume T_1 und T_2 darstellt, so ist dieser Graph erneut ein Spannbaum. In Abbildung 1.23 ist ein Spannbaum T des Graphen G aus Abbildung 1.1 zu sehen. Wird die Kante $(3, 4)$ entfernt, so entstehen zwei Teilbäume $T_1 = \{(1, 2), (2, 3)\}$ und $T_2 = \{(4, 5)\}$. Der fundamentale Schnitt wird durch all die Kanten dargestellt, die Start- bzw. Endpunkte sowohl in T_1 als auch in T_2 haben. D. h. in diesem Beispiel sind es die Kanten $\{(2, 4), (3, 4), (3, 5)\}$. Wichtig ist hierbei zu erwähnen, dass die entfernte Kante $(3, 4)$ ebenfalls zum fundamentalen Schnitt gehört.

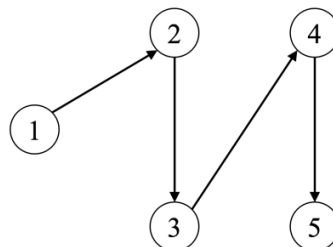


Abbildung 1.23: Beispiel Spannbaum für fundamentalen Schnitt

Ein Graph $G = (N, A)$ wird als **bipartiter Graph** bezeichnet, wenn die Knotenmenge in zwei Teilmengen N_1 und N_2 aufgeteilt werden kann und zudem für jede Kante $(i, j) \in A$ entweder $i \in N_1$ und $j \in N_2$ oder $i \in N_2$ und $j \in N_1$ gilt. Das bedeutet zum einen, dass für jeden Knoten aus der Teilmenge N_1 kommen alle eingehenden und gehen alle ausgehenden Kanten zu Knoten aus der Teilmenge N_2 . Zum anderen gilt ebenso der umgekehrte Fall. Für jeden Knoten aus der Teilmenge N_2 kommen alle eingehenden und gehen alle ausgehenden Kanten zu Knoten aus der Teilmenge N_1 . Der Graph aus Abbildung 1.23 ist bipartit, wenn bspw. die Knoten in folgende Teilmengen aufgeteilt werden: $\{1, 3, 5\} \in N_1$ und $\{2, 4\} \in N_2$. So verbindet jede Kante jeweils einen Knoten aus N_1 mit einem Knoten aus N_2 . In Ahuja et al. (1993) ist ein hierzu ein

interessantes Beispiel aufgeführt, welches hier ebenfalls zum besseren Verständnis beschrieben wird. Dieser Graph ist in Abbildung 1.24 nachgestellt. Auf den ersten Blick ist schwer zu erkennen, ob dieser Graph bipartit ist. Jedoch wenn die eben erwähnte Erklärung für das Beispiel aus Abbildung 1.23 betrachtet wird, ist nachvollziehbar, dass dieser Graph bipartit ist. Es können bspw. alle Knoten mit ihren zugehörigen Kanten nacheinander analysiert werden, um dies festzustellen. Wenn der Knoten 1 betrachtet wird, der in der Teilmenge N_1 enthalten ist, ist zu erkennen, dass es eine eingehende Kante $(6, 1)$ gibt, wobei der Knoten 6 aus der Teilmenge N_2 ist. Zudem besitzt der Knoten 1 zwei ausgehende Kanten $\{(1, 5), (1, 7)\}$, die mit den Knoten 5 und 7, die aus der Teilmenge N_2 sind, verbunden ist. Auch bei Betrachtung eines Knotens aus der Teilmenge N_2 (z. B. Knoten 7), sind die gleichen Eigenschaft festzustellen. Es gibt eine eingehende Kante $(1, 7)$ und zwei ausgehende Kanten $\{(7, 3), (7, 4)\}$, die mit Knoten verbunden sind, die aus der Teilmenge N_1 sind.

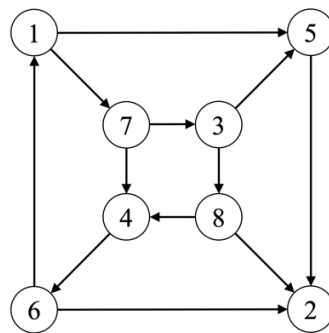


Abbildung 1.24: Bipartiter Graph aus Ahuja et al. (1993)

1.2 Logistik

Der Begriff **Logistik** ist eng mit dem der **Produktion** verbunden. Während es in der Produktion um die Herstellung von Ausbringungsgütern (bzw. Produkten) aus materiellen und nichtmateriellen Einsatzgütern (bzw. Produktionsfaktoren) geht, die nach bestimmten technischen Verfahren erfolgen, behandelt die Logistik (in der Betriebswirtschaftslehre) die Optimierung des Material- und Erzeugnisflusses, wobei zusammenhängende Informationsströme mit in die Betrachtung gezogen werden (Günther & Tempelmeier, 2011). In diesem Kapitel wird der Fokus auf den Bereich der Logistik gesetzt, da dieser in der späteren Arbeit von Bedeutung und die Produktion nur am Rande wichtig ist. Jedoch soll erwähnt werden, dass Entscheidungen im Bereich der Produktion Auswirkungen auf die Logistik haben (Günther & Tempelmeier, 2011). Wird z. B. ein Produkt verspätet hergestellt, da es bspw. zu Lieferengpässen aufgrund von unvorhergesehen Ereignissen kam, wirkt sich dies ebenso auf

die Logistik aus, indem sich bspw. der Transport dieses Produktes ebenfalls verzögert und somit evtl. geplante Zeitpläne verändern kann.

Günther & Tempelmeier (2011) erwähnen für die Logistik typische Aufgaben. Hierzu gehören die Anlieferung, der Weitertransport und die Auslieferung. Die Anlieferung von Fertigungsmaterial an ein Arbeitssystem bzw. Beschaffungslager durch einen Lieferanten wird als physische Materialbeschaffung oder auch als Beschaffungslogistik bezeichnet. Der Weitertransport einer Palette mit Werkstücken zwischen Produktionsabteilungen kann als innerbetriebliche Logistik, als Produktions- oder auch als Intralogistik benannt werden. Die Auslieferung von bestellter Ware an die Kunden wird als physische Distribution oder Marketing-Logistik definiert. Des Weiteren beschreiben die Autoren, dass alle Prozesse des Transports, der Lagerung, der Materialhandhabung und der Verpackung zur Logistik zählen.

Der Begriff Logistik wird zudem in der Betriebswirtschaftslehre ebenso als eine Querschnittsfunktion gesehen, da sie über mehrere Bereiche agiert. In Abbildung 1.25 ist zu erkennen, dass die Logistik die Funktionen Beschaffung, Produktion und den Absatz miteinander verbindet. Hierbei überbrückt sie die räumlichen, zeitlichen und mengenmäßigen Differenzen zwischen Angebot und Nachfrage. Als Angebot kann ein Lieferant, ein Wareneingangslager, ein Zwischenlager, eine Produktionsstelle (bzw. Arbeitssystem) oder ein Fertigwarenlager verstanden werden. Bei der Nachfrage kann es ein Wareneingangslager, eine Produktionsstelle, ein Fertigwarenlager oder ein Kunde sein.

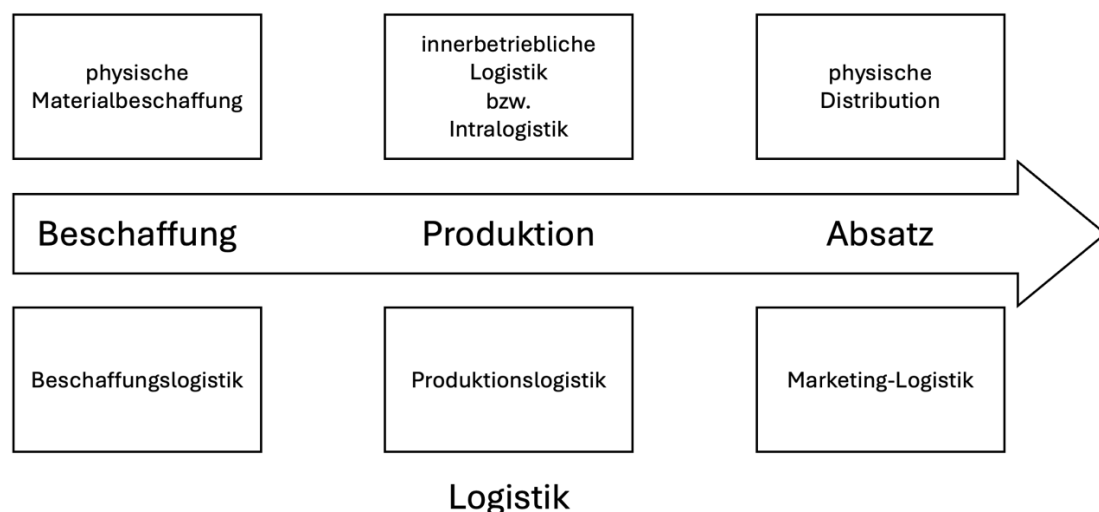


Abbildung 1.25: Logistik als funktionsübergreifende Querschnittsfunktion (in Anlehnung an (Günther & Tempelmeier, 2011))

Ein Logistiksystem hat die Aufgabe, dass der bestimmte Bedarf hinsichtlich Menge, Zeitpunkt, Ort und Qualität für ein gewisses Erzeugnis für jede Nachfrage gedeckt ist. Um diese Aufgaben bewältigen zu können, müssen nicht nur die anderen Wertschöpfungsprozesse wie z. B. die

Produktion, sondern auch die logistischen Prozesse geplant, gesteuert und kontrolliert werden. Darunter gehört das Transportieren, Umschlagen und Lagern. Diese werden auch als TUL-Prozesse bezeichnet. Mit Hilfe eines Informationssystems werden alle mit den Prozessen der Logistik verbundenen Informationen (d. h. Entscheidungs-, Durchsetzungs- und Kontrollinformationen) übermittelt, gespeichert und verarbeitet. (Günther & Tempelmeier, 2011)

Die nachfolgenden Aspekte in diesem Kapitel können ebenfalls von Günther & Tempelmeier (2011) entnommen werden. Strukturentscheidungen betreffen das Logistiksystem. Solche Entscheidungen beziehen sich auf die Standortwahl von Produktionsstätten. Ist diese festgelegt, so müssen Entscheidungen über die logistischen Prozesse getroffen werden. Hierunter gehören Entscheidungen über die Höhe der Lagerbestände, der Transportwege, den Einsatz der Transportmittel und Entscheidungen über die Materialhandhabung und Verpackung.

Die Höhe der Lagerbestände richtet sich danach, dass die Notwendigkeit der Lagerung von Produkten immer dann vorgenommen werden muss, wenn das Produkt bereits fertiggestellt ist und dies vor dem Bedarfszeitpunkt liegt. Um solch ein Lagerhaltungssystem möglichst effizient zu nutzen, bedarf es einer geeigneten Lagerhaltungspolitik. In der Realität kommt es zu möglichen Ursachen der Unsicherheiten, die durch verschiedene stochastische Lagerhaltungspolitiken eingeschränkt werden können. Solche Unsicherheiten könnten bspw. unsichere Nachfragemengen pro Periode, die Abweichung der Lagerzugangsmenge von der Bestellung und die Nicht-Übereinstimmung der Aufzeichnungen von Lagerbestandsführungen mit den vorhandenen Beständen sein. Es existieren, wie bereits erwähnt, mehrere Lagerhaltungspolitiken, wobei in dieser Arbeit drei als Beispiele davon genannt werden. Es gibt die (s, q) -Politik, bei der der Bestellzyklus variabel und die Bestellmenge konstant ist. Bei der (r, S) -Politik ist der Bestellzyklus konstant und die Bestellmenge variabel. Somit genau der umgekehrte Fall der (s, q) -Politik. Das dritte Beispiel ist die (s, S) -Politik. Hierbei ist sowohl der Bestellzyklus als auch die Bestellmenge variabel. Für genauere Informationen zu den Lagerhaltungspolitiken wird an dieser Stelle auf die Kapitel 10.1 bis 10.3 der Arbeit von Günther & Tempelmeier (2011) verwiesen.

Die eben besprochenen Lagerhaltungssysteme berücksichtigen die logistische Funktion für die Überbrückung zeitlicher Differenzen zwischen Angebot und Nachfrage. Die Transportplanung und die Tourenplanung befassen sich hingegen mit der Überbrückung räumlicher Differenzen. Ersteres stellt das Entscheidungsproblem dar, wenn ein gewisses Produkt an mehreren Standorten hergestellt und an unterschiedlichen Abnehmerzentren ausgeliefert wird. Hierbei ist das Ziel zu entscheiden, welcher Produktionsstandort welchen Abnehmer mit welcher

Produktmenge beliefern soll. D. h. die Transportwege und -mengen sind von Belang. Für die Transportplanung können i. d. R. entweder feste Zuordnungen gewählt oder jeweils in Abhängigkeit von der Bedarfssituation eine transportkostenminimale Belieferung bestimmt werden. Diese Entscheidungen, die bei der Transportplanung getroffen wurden, bilden den Rahmen für die Tourenplanung. Da diese eine wichtige Komponente dieser Arbeit darstellt, wird sie im Kapitel 1.4 genauer beschrieben und diskutiert.

Entscheidungen über die Materialhandhabung und Verpackung fällt unter die Bezeichnung Lagerbetrieb und Güterumschlag. In diesen logistischen Prozessen führte die Umsetzung von Just-in-Time Konzepten nicht nur zu kleineren Bestell- und Liefermengen, sondern auch zu kürzeren Lieferzyklen. Zudem kommt hinzu, dass sowohl private als auch industrielle Kunden immer kürzere Lieferzeiten erwarten. Durch diese gestiegenen Anforderungen haben sich die logistischen Prozesse im Lagerbetrieb und Güterumschlag deutlich verbessert. Als Beispiele sind hier die Beladungsplanung, wobei es sich um die effiziente Stauraumausnutzung insb. von Paletten handelt, und die Weiterentwicklung von automatisierten Lagersystemen zu nennen. Da diese Themen jedoch keinen weiteren Fokus in dieser Arbeit einnehmen, wird an dieser Stelle an die Kapitel 12.1 bis 12.3 der Arbeit von Günther & Tempelmeier (2011) verwiesen.

Die Entscheidungen über die Produktions- und Lagerstandorte gehören zu den wichtigsten Aspekten, die in der Gründungs- und Aufbauphase eines Unternehmens zu treffen sind. Doch auch während der Unternehmensentwicklung muss die räumliche Struktur des Logistiksystems in regelmäßigen Abständen geprüft und ggf. an veränderte Marktsituationen angepasst werden. So ein Logistiksystem umfasst i. d. R. regionale und zentrale Beschaffungs- und Absatzlager, mehrere Produktionsstätten und Lieferantenzentren. Diese sind durch verschiedene Transportbeziehungen miteinander verknüpft. Generell ist die optimale Standortwahl das Ziel, jedoch können Probleme bei der Standortbestimmung auftreten. Z. B. kann ein Großabnehmer einige seiner bisherigen Produktionsstätten schließen und neue modernere Werke an anderen Standorten eröffnen. Dadurch wird die Struktur des Logistiksystems beeinflusst und es muss ggf. angepasst werden.

1.3 Logistische Prozesse im Krankenhaus

Im Krankenhaus stehen die Einrichtungen aufgrund von Reformen unter starkem Kosten- und Wettbewerbsdruck. Mit der Einführung von diagnosebasierten Fallpauschalen (engl. Diagnosis Related Groups, kurz: DRG) wurde das Prinzip der Selbstkostendeckung abgeschafft, um wirtschaftliches Verhalten zu fördern und die Qualität, Transparenz sowie Wirtschaftlichkeit von Krankenhausleistungen zu verbessern (Karlsruher Institut für Technologie, 2024). Es

existieren Methoden aus dem Bereich Operations Research, um Prozesse zu analysieren und effizienter zu gestalten, wie z. B. durch die Verkürzung der Verweildauer. Aber auch die Behandlungsqualität und die Patientenzufriedenheit können hierbei berücksichtigt werden.

Um die Abläufe zu koordinieren, an denen Patienten, Materialien und Informationen innerhalb eines Krankenhauses beteiligt sind, kommt die Krankenhauslogistik ins Spiel. Durch die Optimierung dieser logistischen Prozesse werden Ressourcen geschont. Laut dem Karlsruher Institut für Technologie (2024) umfassen die krankenhausspezifischen Einsatzgebiete des Operations Research die Lagerhaltung, Layoutplanung, OP-Planung und Transportplanung. In der Lagerhaltung existieren verschiedene Lagerstufen für Verbrauchsmaterialien, Medikamente und Blutkonserven, die überwacht werden müssen. Die Layoutplanung für Krankenhäuser wird häufig durch spezialisierte Architekten vorgenommen, ohne die operativen Kosten, wie lange Wege für Personal und Patienten, ausreichend zu berücksichtigen. OP-Planung umfasst die kurz-, mittel- und langfristige Nutzung der Operationssäle, die den größten Kostenfaktor und gleichzeitig die größte Einnahmequelle im Krankenhaus darstellen. Transportplanung betrifft den Patienten- und Materialtransport innerhalb des Krankenhauses, der oft dynamischen Anforderungen unterliegt.

Volland et al. (2017) gehen spezifischer auf die Materiallogistik ein, die eine zentrale Rolle für die Effizienz und Kosteneffektivität im Krankenhausbetrieb spielen. Sie umfassen eine Vielzahl von Aktivitäten, die sicherstellen, dass benötigte Materialien rechtzeitig verfügbar sind und optimal genutzt werden können. Materiallogistik in Krankenhäusern deckt dabei verschiedene Prozesse ab, die von der Beschaffung bis zur Lagerung und Verteilung reichen. Laut Volland et al. (2017) stellen logistikbezogene Kosten über 30% der Gesamtausgaben eines Krankenhauses dar und sind damit der zweitgrößte Kostenblock nach den Personalkosten.

Die Materiallogistik in einem Krankenhaus umfasst alle Aktivitäten, die mit der Versorgung des Krankenhauses mit Gütern verbunden sind, die zur Patientenversorgung notwendig sind, darunter gehören Medikamente, sterile Materialien, Verbrauchsgüter, Lebensmittel und medizinische Geräte. Ein optimales Management der Materiallogistik kann erhebliche Kosteneinsparungen ermöglichen, indem es nicht nur den Materialfluss verbessert, sondern auch Engpässe und Überbestände vermeidet. Laut Volland et al. (2017) kann durch effizientere Materiallogistik etwa die Hälfte der logistikbezogenen Kosten eingespart werden.

Die Beschaffungslogistik bezieht sich auf die Versorgung des Krankenhauses mit allen notwendigen Materialien und Geräten. Eine zentrale Aufgabe ist es, den Beschaffungsprozess zu optimieren und dabei Kosten zu senken, bspw. durch die Bündelung von Bestellungen oder die Zusammenarbeit mit Lieferanten im Rahmen von Gruppeneinkäufen (Burns & Lee, 2008).

Ein gängiges Modell in den USA sind Einkaufsgemeinschaften, in denen Krankenhäuser ihre Kaufkraft durch gemeinsame Bestellungen erhöhen. Dies ermöglicht es, Preise zu drücken und Rahmenverträge mit besseren Konditionen abzuschließen (Burns & Lee, 2008).

Darüber hinaus gewinnen Outsourcing-Strategien im Krankenhaussektor an Bedeutung, bei denen logistische Aktivitäten an externe Dienstleister vergeben werden. Beispiele hierfür sind "vendor managed inventory" Modelle, bei denen der Lieferant die Lagerbestände im Krankenhaus verwaltet und für deren rechtzeitige Auffüllung sorgt (Iannone et al., 2014).

Die Lagerlogistik in einem Krankenhaus umfasst die Verwaltung und Organisation der Bestände. Krankenhäuser nutzen typischerweise ein „multi-echelon inventory system“, bei dem Materialien zunächst in einem zentralen Lager aufbewahrt und dann in kleinere, dezentrale Lager in den jeweiligen Abteilungen verteilt werden (Volland et al., 2017). Diese Struktur ermöglicht es, Materialien in der Nähe der Patienteneinheiten bereitzuhalten, um die Zugriffszeiten zu minimieren. Eine Herausforderung ist die begrenzte Lagerfläche in den Abteilungen, die eine genaue Bestandsplanung und regelmäßige Auffüllung erforderlich macht (Volland et al., 2017).

Ebenso zu erwähnen ist in diesem Zusammenhang, dass die Herausforderungen bei der Beschaffung von Arzneimitteln und medizinischen Materialien in Zusammenarbeit mit Zulieferern die steigenden Kosten und die Entsorgung von medizinischem Abfall zu bewältigen sind. Die steigende Bedeutung dieser Themen ist in der Arbeit von Božić et al. (2022) zu erkennen.

Coustasse et al. (2013) und Fosso Wamba et al. (2013) betonen, dass durch die Anwendung moderner Technologien wie Radiofrequenzidentifikation (engl. radio frequency identification, kurz: RFID) die Effizienz der Lagerlogistik signifikant verbessert werden kann. Dabei handelt es sich um ein drahtloses System, um Daten zur Verfolgung und Identifizierung von Artikeln zu erhalten. Solche RFID-Geräte ermöglichen das Scannen eines Artikels oder Gerätes, sodass Inhalt, Standort, Herstellungsdatum, Bestellnummern und Versanddaten an die richtige Person zur Verwendung im Unternehmen übermittelt werden können (Coustasse et al., 2013).

Eine effiziente Logistik ist somit ein entscheidender Hebel zur Senkung der Betriebskosten, ohne die Qualität der Patientenversorgung zu beeinträchtigen.

1.4 Tourenplanungsproblem

Die Tourenplanung handelt davon, dass Transportaufträge für einen kurzfristigen Zeitraum, der oftmals nur einem Tag entspricht, zum Ziel haben, den Fahrweg zu optimieren. Hierbei gibt es die folgenden beiden Arten: Einzelbelieferung und Gruppenbelieferung. Bei der

Einzelbelieferung wird lediglich ein einzelner Auftrag zu seinem Zielort transportiert. Dies ist jedoch meist nicht ökonomisch sinnvoll, außer dieser eine Auftrag umfasst die gesamte Fahrzeugkapazität, sodass keine weiteren Waren Platz haben. In den meisten Fällen sind die Waren allerdings im Verhältnis zur Fahrzeugkapazität so klein, dass mehrere Waren Platz haben und somit mehrere Transportaufträge mit einem Fahrzeug durchgeführt werden können. In diesem Fall muss für die Aufträge eine Reihenfolge bestimmt werden. Diese Problemstellung entspricht dem Traveling Salesman Problem (TSP). Ist das zu befördernde Transportvolumen so groß, dass ein Fahrzeug für eine Tour nicht ausreicht, entsteht ein Tourenplanungsproblem. (Günther & Tempelmeier, 2011)

Das Tourenplanungsproblem wird in der engl. Literatur als Vehicle Routing Problem (VRP) bezeichnet und wurde durch Dantzig & Ramser (1959) eingeführt. Sie bezeichneten es damals als „Truck Dispatching Problem“. In dieser Problemstellung geht es darum, dass eine Menge an Transportaufträgen zusammen mit einer Flotte an Fahrzeugen gegeben ist. Die Aufgabe besteht darin, eine Menge an Fahrzeugrouten zu bestimmen, um alle (oder einige) Transportaufträge mit der gegebenen Flotte an Fahrzeugen zu minimalen Kosten ausführen zu können. (Toth & Vigo, 2014)

Toth & Vigo (2014) erwähnen, dass das Thema VRP immer mehr Aufmerksamkeit erlangt. Das ist auch daran festzustellen, dass wissenschaftliche Arbeiten, die diese Thematik behandeln, in vielen international bekannten und hochrangigen wissenschaftlichen Zeitschriften veröffentlicht werden. Zudem gibt es zahlreiche Varianten, die in den folgenden Unterkapiteln erklärt und sich auf die Arbeit von Toth & Vigo (2014) beziehen werden.

1.4.1 Kapazitätsbeschränktes Tourenplanungsproblem

Die bekannteste und meistuntersuchte Variante ist das Capacitated Vehicle Routing Problem (CVRP), das zu Deutsch als kapazitätsbeschränktes Tourenplanungsproblem bezeichnet werden kann. Für die gängige Nutzung in der Literatur, die i. d. R. in engl. Sprache verfasst werden, wird in dieser Arbeit ebenso die engl. Bezeichnung aller genannten Varianten verwendet. Generell sind Transportanfragen beim CVRP die Verteilung von Gütern von einem einzigen Depot zu n Punkten. Das Depot wird i. Allg. als Punkt 0 definiert. Die anderen Punkte, die beliefert werden, werden typischerweise als Kunden bezeichnet. Somit ist die Menge an Kunden als $N = \{1, 2, \dots, n\}$ definiert. Die Menge an Gütern, die an einen Kunden $i \in N$ geliefert werden muss, stellt die Nachfrage des Kunden dar und kann als ein Skalar $q_i \geq 0$ gekennzeichnet werden. Die Nachfrage kann bspw. das Gewicht des zu liefernden Gutes sein. Die Fahrzeugflotte $K = \{1, 2, \dots, |K|\}$ wird als homogen angenommen, d. h. es stehen $|K|$

Fahrzeuge zur Verfügung, die alle dieselbe Kapazität $Q > 0$ besitzen und identische Kosten aufweisen. Ein Fahrzeug, das eine Kundenteilmenge $S \subseteq N$ bedient, beginnt seine Tour im Depot, fährt anschließend zu jedem Kunden in S und beendet seine Tour erneut im Depot. Die Fahrtkosten, die vom Depot bzw. Kunden i zum Depot bzw. Kunden j entstehen, werden i. Allg. mit c_{ij} bezeichnet.

Mit diesen Informationen kann die Problemstellung sowohl als ungerichteter als auch als gerichteter Graph dargestellt werden. Die Knotenmenge $V = \{0\} \cup N$ beinhaltet alle Knoten. Das bedeutet nicht nur die Kunden N , sondern auch das Depot 0 sind enthalten ($\{0, 1, \dots, n\}$). Demnach wird ebenso die Nachfrage für das Depot definiert. Da es hier i. d. R. keine gibt, wird diesem der Wert null zugewiesen ($q_0 = 0$). Wenn die Kosten von einem Knoten i zu einem anderen Knoten j gleich zum umgekehrten Fall sind (von j zu i), d. h. die Kosten hängen nicht von der Richtung der Kanten ab, so wird i. Allg. von einem symmetrischen Fall gesprochen. Das bedeutet, der zugrunde liegende Graph $G = (V, E)$ ist vollständig und ungerichtet und besitzt die Kantenmenge $E = \{e = (i, j) = (j, i) : i, j \in V, i \neq j\}$ mit den dazugehörigen Kantenkosten c_{ij} für $(i, j) \in E$. Beim asymmetrischen Fall existiert mindestens ein Knotenpaar $(i, j) \in V$, bei dem die Kantenkosten vom Knoten i zum Knoten j nicht dieselben sind, wie im umgekehrten Fall ($c_{ij} \neq c_{ji}$). Dieser Graph $G = (V, A)$ mit der Kantenmenge $A = \{(i, j) \in V \times V : i \neq j\}$ wird als vollständig und gerichtet (in der engl. Literatur häufig als vollständiger Digraph) bezeichnet. Die Anzahl an Kanten in einem vollständig ungerichteten Graphen kann mit $|E| = \frac{n(n+1)}{2}$ und in einem vollständig gerichteten Graphen mit $|A| = n(n+1)$ berechnet werden. Dies kann anhand der Abbildung 1.26 nachvollzogen werden. In diesem Beispiel ist $n = 2$, das bedeutet, es existieren zwei Knoten und der Depot Knoten. Somit sind es drei Knoten. Bei einem vollständig ungerichteten Graphen muss jeweils genau eine Kante von einem Knoten zu einem anderen Knoten vorhanden sein. Das entspricht genau der Anzahl an Knoten. Durch die Formel $|E| = \frac{n(n+1)}{2}$ kann dies berechnet werden und in diesem Beispiel ist $|E| = \frac{2(2+1)}{2} = \frac{6}{2} = 3$. Bei einem vollständig gerichteten Graphen muss dies doppelt so viel sein, da von einem Knoten zu einem anderen genau zwei Kanten vorhanden sein müssen (jeweils in beide Richtungen). Somit kann mit Hilfe der Formel $|A| = n(n+1)$ die Anzahl an Kanten berechnet werden und in diesem Beispiel ist $|A| = 2(2+1) = 6$.

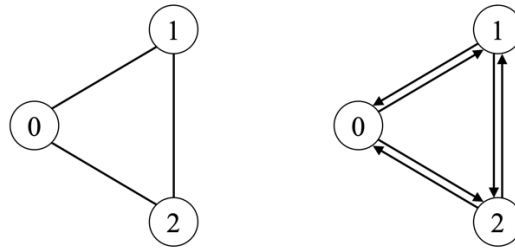


Abbildung 1.26: Vollständig ungerichteter Graph vs. vollständig gerichteter Graph

Eine CVRP-Instanz ist generell durch entweder einen vollständigen, ungerichteten und gewichteten Graphen $G = (V, E, c_{ij}, q_i)$ oder einen vollständigen, gerichteten und gewichteten Graphen $G = (V, A, c_{ij}, q_i)$ zusammen mit der Größe $|K|$ der Fahrzeugflotte K und der Fahrzeugkapazität Q eindeutig definiert. Eine Route bzw. Tour ist eine Sequenz $r = (i_0, i_1, i_2, \dots, i_s, i_{s+1})$ mit $i_0 = i_{s+1} = 0$, in der die Kundenmenge $S = \{i_1, \dots, i_s\} \subseteq N$ besucht wird. Die Route r hat Kosten in Höhe von $c(r) = \sum_{p=0}^s c_{i_p, i_{p+1}}$. Diese ist zulässig, wenn die Kapazitätsbeschränkung $q(s) = \sum_{i \in S} q_i \leq Q$ gilt und kein Kunde mehr als einmal besucht wird, d. h. $i_j \neq i_k$ für alle $1 \leq j < k \leq s$. In diesem Fall wird $S \subseteq N$ als ein zulässiges Cluster (dt. Gruppe) bezeichnet. Im Weiteren wird der engl. Begriff Cluster verwendet, da dies auch in der gängigen Literatur gebraucht wird.

Eine Lösung für ein CVRP besteht aus $|K|$ zulässigen Routen. Jedem Fahrzeug $k \in K$ wird eine zulässige Route zugeordnet. Die Routen $r_1, r_2, \dots, r_{|K|}$ und die entsprechenden Cluster $S_1, S_2, \dots, S_{|K|}$ stellen eine zulässige Lösung für das CVRP dar, falls alle Routen zulässig sind und die Cluster eine Zerlegung von N bilden.

Zusammenfassend lässt sich sagen, dass das CVRP zwei unabhängige Aufgaben betrachtet. Einerseits wird die Kundenmenge N in zulässige Cluster $S_1, S_2, \dots, S_{|K|}$ aufgeteilt und andererseits wird jedem Fahrzeug $k \in K$ eine zulässige Route zugeordnet.

1.4.2 Arten von Transportaufträgen

In diesem Kapitel werden verschiedene Arten von Transportaufträgen betrachtet. Zuvor wurden den Kunden Waren geliefert. Diese werden in der engl. Literatur **Deliveries** genannt. Aus der umgekehrten Sichtweise bedeutet dies, dass von den Kunden etwas abgeholt wird. Dies können ebenfalls Waren oder bspw. Abfälle sein, die zu einem Sammelpunkt oder zum Depot transportiert werden müssen. Diese werden in der engl. Literatur **Pickups** genannt. Solche Routing-Probleme treten häufiger entweder am Anfang einer Lieferkette auf, z. B. bei der Rohmilchsammlung (s. Sankaran & Ubgade, 1994) oder ganz am Ende, z. B. in der

Rückwärtslogistik, wo Leergut gesammelt oder Abfall entsorgt werden muss (Golden et al., 2002). Wenn sowohl Abholungen als auch Lieferungen auf einer Route erfolgen, ergeben sich daraus verschiedene Varianten des VRPs. Als Annahme gilt weiterhin, dass die Lieferungen im Depot beginnen und die Abholungen im Depot enden. Aus dieser Tatsache ergibt sich, dass Problemstellungen mit Lieferungen als eins-zu-viele VRP und Problemstellungen mit Abholungen als viele-zu-eins VRP bezeichnet werden. Eines der einfachsten Varianten ist das VRP mit Rücktransporten (engl. VRP with Backhauls, kurz: VRPB). In dieser Variante müssen bspw. durch sperrige Waren zuerst alle Lieferungen an die entsprechenden Kunden transportiert werden. Anschließend kann mit den Abholungen an einem Rücktransportkunden begonnen werden, da das Fahrzeug nun leer ist. In diesem Modell sind Routen, die von einem Rücktransportkunden zu einem zu liefernden Kunden führen, verboten, da durch die sperrigen Waren, es nicht möglich ist, die Waren nach dem Einladen neu einzuordnen. Ist diese Restriktion jedoch vermeidbar, da bspw. das Fahrzeug mehrere Türen hat, um nicht nur von einer Seite beladen zu werden, so wird hier von einem VRP mit gemischten Lieferungen und Abholungen gesprochen. Dies wird auch oft als gemischtes VRPB (engl. Mixed VRPB, kurz: MVRPB; s. Wade & Salhi, 2002) bezeichnet. Hierbei ist jedoch wichtig, dass die gegebene Fahrzeugkapazität niemals überschritten werden darf.

Während im VRPB und MVRPB jeder Kunde entweder eine Lieferung erhält oder eine Abholung benötigt, aber nicht beides, umfasst das VRP mit gleichzeitiger Abholung und Lieferung zwei Transportanfragen für jeden Kunden. Die eine ist die Lieferung vom Depot zum Kunden, wobei die andere die Abholung vom Kunden zum Depot darstellt. Beide Transportanfragen müssen von einem Fahrzeug bei einer Tour durchgeführt werden. Diese Problemstellung wird in der engl. Literatur als VRP with Simultaneous Pickup and Delivery (VRPSPD) bezeichnet (Min, 1989). Dies findet in mehreren Realbeispielen Anwendung, u. a. bei der Lieferung von Getränken und der gleichzeitigen Abholung leerer Flaschen oder dem Bustransport neu ankommender und abreisender Hotelgäste zwischen einem lokalen Flughafen und mehreren Hotels. Auch hier gilt, dass die Kapazität aller Fahrzeuge zu keiner Zeit überschritten wird. Zudem existiert ein einfaches Kriterium, wodurch geprüft werden kann, ob eine Menge an Kunden $S \subseteq N$ von einem einzigen Fahrzeug bedient werden kann. Eine für ein Fahrzeug sinnvolle Route liegt vor, wenn weder die zu liefernde noch die abzuholende Gesamtmenge die Fahrzeugkapazität übersteigt. Solch eine Route kann so aufgebaut sein, dass Kunden, bei denen die zu liefernde Menge höher als die abzuholende ist, zuerst besucht werden. Diese Problemstellung kann dermaßen abgewandelt werden, indem die Lieferung und Abholung bei einem Kunden entweder wie zuvor in einem einzigen Besuch oder in zwei

getrennten Besuchen mit demselben Fahrzeug durchgeführt werden. Dies ist das VRP mit teilbaren Lieferungen und Abholungen (engl. VRP with Divisible Deliveries and Pickups, kurz: VRPDDP).

Werden Dienstleistungen erbracht, wobei es lediglich um den Besuch beim Kunden bzw. einem Standort geht und somit weder eine Lieferung noch eine Abholung erfolgt, wird hierbei von der Klasse der Fahrzeugplanungsprobleme (Vehicle Scheduling Problems, kurz: VSPs) gesprochen. Diese Problemstellung tritt meist im öffentlichen Verkehr bei der Planung von Bussen, Straßenbahnen und Zügen in städtischen, lokalen und nationalen Verkehrssystemen auf. Beispiele für solche Dienstleistungen wären Servicetechniker, die etwas reparieren oder installieren, oder Krankenschwestern, die Hausbesuche bei älteren Menschen durchführen. Weiterhin existieren Situationen, in denen eine Dienstleistung alternativ erbracht werden kann. Ein Bsp. hierfür kann die Zustellung eines Paketes entweder an den Arbeitsplatz einer Person (zu den Bürozeiten), an ihren Wohnort oder an ein automatisiertes Paketterminal sein (Drexl, 2012). Beim Problem der Tourenabdeckung mit mehreren Fahrzeugen (engl. Multi-Vehicle Covering Tour Problem, kurz: MVCTP; s. Hachicha et al., 2000) besteht die Dienstleistung für Kunden darin, einen Ort aufzusuchen, der nahe genug am Kunden liegt. Das MVCTP findet in der gleichzeitigen Lokalisierung von Briefkästen an bestimmten potenziellen Standorten und an der Erstellung optimaler Sammelrouten Anwendung. Auch in Entwicklungsländern arbeiten mobile Teams für die Gesundheitsversorgung an bestimmten Standorten, zu denen die betreuten Personen reisen müssen.

Als nächstes werden Abhol- und Lieferprobleme genauer betrachtet, bei denen Transportanfragen aus sog. Punkt-zu-Punkt Transporten bestehen. Jede Transportanfrage beinhaltet eine Bewegung von Gütern oder Personen zwischen zwei bestimmten Orten. Einem Ort, an dem eine Person oder Ware abgeholt wird und einem entsprechenden Ort, an dem die Person transportiert oder die Ware geliefert wird. I. Allg. ist keiner dieser Orte ein Depot, sodass diese Problemstellung als viele-zu-viele VRP bezeichnet werden kann. Im Zusammenhang mit dem Gütertransport wird dies als Abhol- und Lieferproblem (engl. Pickup and Delivery Problem, kurz: PDP; z. B. Parragh et al., 2008) bezeichnet. In Verbindung mit dem Personentransport ist die Problemstellung als Dial-a-Ride Problem (DARP) bekannt. Diese findet oft Anwendung in der Routenplanung für Schüler, Patienten, Behinderte und ältere Menschen zwischen ihren jeweiligen Wohnorten und Schulen, Pflegeeinrichtungen oder Krankenhäusern. Zudem haben fast alle DARP Varianten Zeitfensterbeschränkungen. Das bedeutet, dass die zu transportierenden Personen zu bestimmten Zeitfenstern befördert werden müssen, z. B. Schüler zu Schulbeginn oder Patienten zu ihren Arztterminen.

Des Weiteren gibt es Kunden, die möglicherweise wiederholte Warenlieferungen verlangen. Längerfristig betrachtet, ist es dem Kunden egal, an welchem Tag er eine Lieferung erhält, solange sein Lagerbestand nicht zu Ende geht. Diese Problemstellung wird als periodisches VRP (engl. Periodic VRP, kurz: PVRP) bezeichnet (s. Campbell & Wilson, 2014) und wird in zwei Planungsebenen unterteilt. Auf der ersten Ebene muss für jeden Kunden ein mögliches Besuchsmuster aus einer vorgegebenen Menge zulässiger Muster ausgewählt werden. Ein Kunde könnte vereinbart haben, dass zwei oder drei Lieferungen in der Woche erfolgen sollen und diese könnten bspw. entweder am Montag und Donnerstag, Dienstag und Freitag oder am Montag, Mittwoch und Freitag erfolgen. Auf der zweiten Ebene muss für jeden Tag ein VRP gelöst werden. Allerdings ist die Teilmenge der zu besuchenden Kunden und ihre Nachfrage aus den Entscheidungen der ersten Ebene abhängig.

Eine weitere Form der wiederholten Belieferungen tritt bei sog. Inventar Routenplanungsproblemen (engl. Inventory Routing Problems, kurz: IRP; z. B. Bertazzi & Speranza, 2012 und Coelho et al., 2014) auf. Bei dieser Problemstellung existieren keine Kundenaufträge wie zuvor bei den VRPs. Hierbei entscheidet das Lieferunternehmen, wann es einen Kunden besucht und wie viel es liefert, ohne dass es zu Lagerengpässen kommt. Aufgrund dessen und unter der Annahme, dass der Planungshorizont mehrere Tage umfasst, muss für jeden Tag eine optimale Routenplanung der Fahrzeuge bestimmt werden. Demzufolge sind die täglichen Routenentscheidungen von der ausgewählten Teilmenge der zu besuchenden Kunden und der an dem jeweiligen Tag zu liefernden Mengen abhängig und umgekehrt. Auch spielt die Kapazität eine wichtige Restriktion, denn durch den maximalen Lagerbestand kann die zu liefernde Menge an einen Kunden beschränkt sein. Die Zielsetzung bei einem IRP ist typischerweise die Minimierung der Routenkosten und Lagerhaltungskosten, kann jedoch auch davon abweichen. Beispiele für praktische Anwendungen des IRP sind Lieferungen an Supermärkte bzw. Lebensmittelgeschäfte, die Verteilung von Ersatzteilen in der Automobilindustrie, das Nachfüllen von Verkaufsautomaten wie z. B. Getränkeautomaten und die Lieferung von Kraftstoff an Tankstellen.

Bisher galt die Annahme, dass Lieferungen (bzw. Abholungen) von Transportaufträgen von einem einzigen Fahrzeug durchgeführt werden, d. h. die Lieferungen sind nicht aufgeteilt. Jedoch gibt es Gründe, diese aufzuteilen. Einerseits sind mehrere Besuche unvermeidlich, wenn bspw. die Nachfrage die Fahrzeugkapazität übersteigt. Andererseits kann die Aufteilung von Lieferungen in mehrere kleinere Transportaufträge erhebliche Kosteneinsparungen bringen. Dieses Vorgehen wird als VRP mit aufgeteilten Lieferungen (Split Delivery VRP, kurz:

SDVRP; z. B. Dror & Trudeau, 1990) bezeichnet und ermöglicht, jede Nachfrage in beliebig viele kleinere aufzuteilen, die von verschiedenen Fahrzeugen transportiert werden.

Wenn nun die einzelnen Lieferungen nicht mehr in kleinere Teile aufgeteilt werden dürfen, allerdings kombinierte Sendungen zu transportieren sind, die in einzelnen Sendungen befördert werden müssen, ist dies eine gängige Praxis beim multimodalen Transport. Dabei werden unterschiedliche Fahrzeugtypen bzw. Transportmittel verwendet. Z. B. liefern große LKW für den Ferntransport Waren von Fabriken zu Vertriebszentren und kleinere LKW befördern Teilladungen zum Endkunden. Eine Übersicht zu diesen Problemstellungen findet sich in der Arbeit von (Guastaroba et al., 2015). Ein weiteres Beispiel existiert in der Städtelogistik, bei dem die Lieferung von einem einzigen Depot an die Kunden über Zwischendepots erfolgt. Dies wird in der Literatur als 2-Echelon VRP (Perboli et al., 2011) bezeichnet.

In manchen Fällen ist es nicht möglich, alle Transportanfragen mit der gegebenen Anzahl an Fahrzeugen zu erfüllen, sodass nur eine Teilmenge der Anfragen bedient werden müssen. Hierbei kann die gleichzeitige Optimierung der Routenplanung und der Auswahl an Anfragen zusätzliche Einnahmen bspw. für Unternehmen erzielen als die zweistufige Herangehensweise, in der die Auswahl der Anfragen zuerst bestimmt wird und aufgrund dieser Entscheidungen werden die Routen geplant. Um dies durchzuführen, können entweder für Kosten Einschränkungen festgelegt werden oder die unerfüllten Anfragen werden bestraft bzw. die erfüllten Anfragen werden belohnt.

Wichtige Varianten des VRP treten auf, wenn Unsicherheit und Variabilität dazukommen. Hierbei wird von dynamischen und stochastischen Problemen gesprochen. Generell ist ein dynamisches Problem, wenn Teile oder alle relevanten Informationen während des Betriebs verfügbar werden. Ein stochastisches Problem hingegen stellt dar, dass nicht alle Informationen verfügbar sind bzw. während des Betriebes werden. Allerdings kann die Unsicherheit durch eine gegebene Wahrscheinlichkeitsverteilung beschrieben werden. Beim dynamischen VRP gibt es verschiedene Problemarten. Eine dieser berücksichtigt die im Laufe der Zeit offengelegten Informationen aus den Standorten und den Anforderungen der Kunden. Einige dieser Informationen sind womöglich im Voraus bekannt, für andere existieren lediglich Wahrscheinlichkeitsinformationen. Diese Problematik wird auch als online bezeichnet, wenn das Hauptaugenmerk auf der Entwicklung heuristischer Methoden liegt (Jaillet & Wagner, 2008). Eine weitere Art betrachtet die Zeitabhängigkeit der Reisedauer (Haghani & Jung, 2005). Die Fahrzeuggeschwindigkeit auf den Straßen wird in der Tat nicht nur durch die Variabilität des Verkehrsaufkommens beeinflusst, die sich im Laufe des Tages erheblich verändern kann, sondern auch durch unregelmäßige Staus, die bspw. aufgrund von Autounfällen,

Straßenwartung und illegalem Parken von Fahrzeugen verursacht werden. Bei der dritten Art der dynamischen Probleme wird die Umplanung einer Route berücksichtigt, die durch Fahrzeugausfälle und Verspätungen auftreten kann (Li et al., 2009). Beim stochastischen VRP sind einige Komponenten unsicher wie bspw. die Kundennachfrage oder die Reisezeiten (Gendreau et al., 1996). Diese werden als Zufallsvariablen definiert. Daher können geplante Routen zu Verzögerungen bei den Kunden führen und vorzeitig beendet werden, wenn die Fahrzeugkapazität erreicht ist. Das Hauptaugenmerk beim stochastischen VRP liegt in der Analyse der Auswirkungen durch die Unsicherheit auf die resultierenden Kosten.

1.4.3 Restriktionen innerhalb der Routen

In diesem Unterkapitel werden verschiedene Probleme besprochen, in denen der Fokus auf der Kapazität, der Routenlänge, die Wiederverwendung von Fahrzeugen, die Zeitpläne und die Kombinationen dieser Arten von Einschränkungen liegt, die in der Praxis auftreten. Ein wichtiger Aspekt hierbei ist, ob Routen bei diesen Arten von Restriktionen zulässig sind oder nicht.

Die Kapazitätsrestriktionen wie beim CVRP sind die einfachsten Typen von Nebenbedingungen. Diese kann für jedes Fahrzeug anhand dessen Kapazität beschrieben werden. Diese Kapazitätsnebenbedingungen können unterschiedliche Einheiten haben, wie Gewicht (z. B. in kg), Platz (z. B. Paletten) und Volumen (z. B. in m^3 für flüssige Güter). Dadurch kann die Beladung der einzelnen Fahrzeuge mehreren Einschränkungen unterliegen. Bei komplexeren Kapazitätsbeschränkungen werden sowohl die Waren als auch die Laderäume durch zwei- oder dreidimensionale Größen beschrieben. Beim CVRP mit zweidimensionalen Kapazitätsbeschränkungen (engl. CVRP with 2-dimensional Loading constraints, kurz: 2L-CVRP; s. Iori et al., 2007) sind die Waren rechteckige Gegenstände, die auf sinnvolle Weise einem rechteckigen Raum zugeordnet werden müssen. Zudem müssen die an denselben Kunden gesendeten Waren auch mit demselben Fahrzeug ankommen (engl. item clustering constraint) und die Waren können gedreht werden (engl. item orientation constraint). Das Problem mit dreidimensionalen Kapazitätsbeschränkungen wird in der Literatur als 3L-CVRP bezeichnet (Gendreau et al., 2006). Dabei werden zusätzliche Nebenbedingungen hinzugefügt, um die Stabilität gestapelter Kisten, den sicheren Transport zerbrechlicher Kisten und das einfache Entladen der Kisten beim Kunden zu gewährleisten. Beim VRP mit Paletten Verpackungen (engl. Pallet-Packing VRP, kurz: PPVRP; s. Zachariadis et al., 2012) handelt es sich um dreidimensionale Kisten, die vor dem Verladen in die Fahrzeuge auf Paletten gestapelt werden müssen.

Wenn Fahrzeuge mehr als ein Abteil besitzen, entstehen zusätzliche Komplikationen. Beim VRP mit Abteilen (engl. VRP with Compartments, kurz: VRPC; s. Derigs et al., 2011) wird die Fahrzeugkapazität in eine gegebene Anzahl kleinerer Abteile gegliedert. Diese sind entweder feste Abteile wie Tanks in einem Tanklastwagen oder sie sind teilweise oder vollständig flexibel durch die Verwendung von Trennwänden. Diese Kompatibilitätsbeschränkungen werden in zwei Aspekte unterteilt. Zum einen können nur kompatible Gegenstände ein Abteil gemeinsam nutzen (im Engl. item-item compatibility). Z. B. der Geruch von Waschpulver könnte manche Lebensmittel verderben. Zum anderen können Gegenstände nur kompatiblen Abteilen zugewiesen werden (im Engl. item-compartment compatibility). Ein Beispiel hierfür ist die Zuordnung von gekühlter Ware, die in gekühlten Abteilen transportiert werden muss.

Bei der Last-In-First-Out (LIFO) Methode werden die zuletzt abgeholten Waren bzw. die zuletzt eingeladenen Waren zuerst ausgeliefert. Diese Beladungsmethode soll die Be- und Entladezeiten auf ein Minimum reduzieren, da bei Fahrzeugen, die von einer Seite beladen werden, nur sehr wenige Umlagerungen vorgenommen werden müssen.

Bei Problemstellungen, die sich auf die Routenlänge beziehen, ergeben sich Beschränkungen aus globalen Grenzen, die den Verbrauch einer Ressource berücksichtigt. Daraus ergibt sich das distanzbeschränkte CVRP (engl. Distance-constrained CVRP, kurz: DCVRP; z. B. Kek et al., 2008). Hierbei wird geachtet, dass die Distanz eines jeden Fahrzeugs nicht über eine gegebene Obergrenze hinausgeht. Es können nicht nur Grenzen für räumliche Distanzen modelliert werden, sondern auch Restriktionen der Routendauer bzw. der Reisezeiten, der Kosten einer Route oder die Anzahl der Verbindungen mit gewählten Eigenschaften.

Die bisher genannten Eigenschaften unterlagen der Annahme, dass Fahrzeuge nur eine einzige Route zugewiesen bekommen. Findet diese Annahme jedoch keine Berücksichtigung mehr, können Fahrzeuge mehrfach genutzt werden. Diese Problemstellung wird als VRP mit mehrfach genutzten Fahrzeugen bezeichnet (engl. VRP with Multiple use of vehicles, kurz: VRPM; s. Taillard et al., 1996). Dies ist möglich, wenn ein jedes Fahrzeug einen Planungszeitraum T besitzt, die einzelnen Routen eine jeweilige Dauer von $T_1, T_2, \dots, T_p$ haben und die Eigenschaft $T_1 + T_2 + \dots + T_p \leq T$ gilt. Zudem ist generell die Fahrzeugkapazität Q relativ gering bzw. es sind andere Eigenschaften vorhanden, die eine geringe Anzahl an Stopps für die Fahrzeuge vorgeben. Somit kann eine begrenzte Fahrzeugflotte $|K|$ für diese Problemstellung ausreichend sein, wenn diese mehrfach genutzt werden darf. Das VRPM wird in der Literatur auch häufig als Multi-Trip VRP (MTVRP) bezeichnet. Diese Problematik wird außerdem auch in der Stadtlogistik verwendet (Cattaruzza et al., 2014). Hinzu kommt die Berücksichtigung von Elektrofahrzeugen, wobei Umweltaspekte mit in das

Entscheidungsproblem einfließen. Zusätzlich werden die eingeschränkten Batteriekapazitäten mit aufgenommen, sodass während einer Fahrt die Möglichkeit einer Tank- bzw. Ladestation gegeben ist. Als Beispiele sind hier die Arbeiten von Erdoğan & Miller-Hooks (2012) und Schneider et al. (2014) zu nennen.

1.4.4 Merkmale der Fahrzeugflotte

In den vorherigen Kapiteln galt die Annahme, dass die Fahrzeuge identisch und im selben Depot stationiert sind. Das bedeutet, sie starten und enden ihre Touren am selben Ort. Wenn nun die Fahrzeugflotte weiterhin homogen ist, jedoch die Fahrzeuge ihre Routen an unterschiedlichen Depots beginnen und beenden, so wird diese Problemstellung als Multi-Depot VRP (MDVRP) bezeichnet (z. B. Renaud et al., 1996). Prinzipiell kann jedes Fahrzeug eigene Start- und Endpositionen haben. I. d. R. jedoch werden bei MDVRPs die Fahrzeuge in Gruppen zu den Depots zugewiesen. Diese Depots können sowohl eine begrenzte Kapazität als auch eine begrenzte oder unbegrenzte Teilflotte beherbergen.

Baldacci et al., (2008) beschreiben die Klasse der Tourenplanungsprobleme mit heterogenen oder gemischten Fahrzeugflotten (engl. Heterogeneous or mixed Fleet VRP, kurz: HFVRP), worin Fahrzeuge nach Gruppen bzw. Typen unterschieden werden, die verschiedene Kapazitäten, variable und fixe Kosten, Geschwindigkeiten und Kunden, die sie anfahren können, haben. Die Menge der Fahrzeuge kann in homogene Teilmengen gegliedert werden, wenn die Eigenschaften der Fahrzeuge in der Problemstellung dies zulassen. Fixe Kosten spielen eine Rolle, wenn nicht alle Fahrzeuge genutzt werden müssen. Darunter fällt die Bereitstellung eines Fahrers sowie das Fahrzeug zu warten und für die Tour vorzubereiten. Generell sind die fixen Kosten ebenfalls davon abhängig, wem die Fahrzeugflotte gehört (dem Entscheidungsträger selbst oder einem Drittanbieter).

Das Routenplanungsproblem mit Lastwagen und Anhängern (engl. Truck-and-Trailer Routing Problem, kurz: TTRP; s. Chao, 2002) befasst sich mit der Optimierung von Routen für eine gemischte Fahrzeugflotte, die aus einfachen Lastwagen und Lastwagen-Anhänger-Kombinationen besteht. Während die Kombination aus Lastwagen und Anhänger eine größere Ladekapazität bietet, sind bestimmte Kundenstandorte für diese Fahrzeuge nicht zugänglich. In solchen Fällen müssen nur die Lastwagen ohne Anhänger die Lieferung übernehmen, während der Anhänger an einem geeigneten Ort abgestellt wird. Diese komplexen Routenpläne erfordern Subtouren und Umschlagprozesse, bei denen die gesammelte Ladung zwischen Lastwagen und Anhänger umgeladen wird. Eine weiterentwickelte Variante, das Tourenplanungsproblem mit Anhängern und Umschlagpunkten (VRP with Trailers and Transshipments, kurz: VRPTT; s.

Drexl, 2013), erlaubt es mehreren Lastwagen, sich einen Anhänger zu teilen und ihre Ladung zu übergeben. Diese Problematik wird insb. bei Anwendungen wie der Rohmilchsammlung relevant, bei der verschiedene Fahrzeugtypen und besondere Synchronisationsanforderungen berücksichtigt werden müssen.

1.4.5 Restriktionen zwischen den Routen

Bei vielen Varianten des VRP stellt eine gegebene Menge an Routen eine zulässige Lösung dar, wenn die Routen selbst zulässig sind und die Transportaufträge entsprechend verteilt werden. Die Abhängigkeiten zwischen den Routen bestehen lediglich in der Aufteilung der Transportaufträge. Um dies bewerkstelligen zu können, hängt dies ausschließlich von den innerhalb der Routen geltenden Restriktionen ab, die in Kapitel 1.4.3 bereits besprochen wurden. In diesem Kapitel werden nun Beschränkungen zwischen den Routen erläutert, die auch als globale Restriktionen bezeichnet werden. Hierbei hängt die Lösbarkeit davon ab, wie die Routen (und deren Zeitpläne) miteinander kombiniert werden.

Globale Beschränkungen wie Balancierungsanforderungen oder Ressourcenbeschränkungen spielen eine wichtige Rolle. Ein Bsp. für ersteres ist die gleiche Verteilung der Arbeitslast, indem ein bestimmter Schwellenwert zwischen der maximalen und minimalen Routendauer nicht überschritten werden darf. Zudem können bspw. die Anzahl an Stopps, die Routenlänge oder die zu liefernde Menge als Balancekriterium gewählt werden. Ein Bsp. für zweiteres sind die begrenzte Anzahl verfügbarer Fahrzeuge und Ressourcen im Depot.

Ein weiterer wichtiger Aspekt ist die Synchronisation, bei der Routen und Zeitpläne mehrerer Fahrzeuge koordiniert werden müssen. Dies kann bspw. bei der gemeinsamen Erfüllung von Aufgaben, der Bewegung mehrerer Fahrzeuge entlang einer Route oder dem Transfer von Ladung notwendig sein. In komplexeren VRP-Varianten, wie dem VRPTT, sind mehrere Synchronisationsformen wie Bewegungs-, Aufgaben- und Ressourcensynchronisation gleichzeitig relevant. Solche Synchronisationsanforderungen machen die Routenplanung erheblich anspruchsvoller und erfordern spezielle Optimierungsansätze.

1.4.6 Ziele

In der klassischen Definition des VRP besteht das Hauptziel darin, die Gesamtkosten einer Route zu minimieren. Jedoch können in realen Anwendungen viele weitere Zielsetzungen relevant werden. Diese Ziele können entweder als einzelne Zielsetzungen, in einer hierarchischen oder mehrkriteriellen Formulierung auftreten.

Bezogen auf die einzelnen Zielsetzungen existieren verschiedene Varianten des VRP, wie dem Open VRP (OVRP). In dieser Problemstellung entfällt bspw. die Rückkehr der Fahrzeuge zum Depot nach Abschluss der letzten Lieferung (s. Li et al., 2007). Ein weiteres Beispiel für differenzierte Zielsetzungen ist das VRP mit Gewinnen, bei dem es um die Maximierung der erzielten Profite durch bediente Kunden geht.

Neben den klassischen Routingkosten können auch Fixkosten, z. B. für den Einsatz von Fahrzeugen und Fahrern, relevant sein. Diese werden insbesondere dann wichtig, wenn die Routenplanungsprobleme um zeitliche Vorgaben oder Zeitfenster erweitert werden, um Kosten durch lange Routen oder späte Abschlüsse zu vermeiden. In Anwendungen der humanitären Logistik, bei denen Hilfeleistungen so schnell wie möglich zu Katastrophengebieten transportiert werden müssen, stehen die Minimierung der Latenzzeiten und die frühestmögliche Erreichung von Zielen im Fokus.

Weitere Zielsetzungen betreffen die Minimierung von Wartezeiten bei den Kunden oder die Reduzierung von Verspätungen durch so genannte "weiche Zeitfenster", bei denen geringfügige Verzögerungen gegen Strafen abgewogen werden (s. Bräysy & Gendreau, 2005a). Spezifische Zielsetzungen wie die Minimierung der Zeit, die ein Liefergegenstand im Fahrzeug verbringt, sind besonders bei verderblichen Waren oder der Personenbeförderung von Bedeutung (s. Heilporn et al., 2010).

In der Praxis treten oft hierarchische Zielsetzungen auf. Hierbei wird zuerst ein Hauptziel, wie die Minimierung der Fahrzeuganzahl, optimiert, bevor ein sekundäres Ziel, wie die Reduktion der Routendauer, verfolgt wird. Diese Art der Optimierung ist besonders verbreitet in Varianten des Tourenplanungsproblems mit Zeitfenstern (engl. Vehicle Routing Problem with Time Windows; kurz: VRPTW), wo nach der Fahrzeugoptimierung die Minimierung der Wegstrecken erfolgt (z. B. Bräysy & Gendreau, 2005b).

In Fällen, in denen mehrere, oft widersprüchliche Ziele gleichzeitig verfolgt werden müssen, kommt die mehrkriterielle Optimierung zum Einsatz. Ein gängiges Beispiel ist der Kompromiss zwischen der Minimierung der Gesamtstreckenlänge und der gleichmäßigen Verteilung der Arbeitslast auf verschiedene Routen (s. Jozefowiez et al., 2008). Ein solcher Ansatz ist besonders in Problemen mit profitorientierten Zielen oder bei der Verteilung von Arbeitslasten von Bedeutung (z. B. Jozefowiez et al., 2009).

Moderne Entwicklungen im Bereich des VRP beinhalten auch ökologische Aspekte. So werden zunehmend Optimierungsziele entwickelt, die den Energieverbrauch und die Reduktion von Schadstoffemissionen berücksichtigen. Diese Probleme, die oft als "Green Vehicle Routing

Problems" bezeichnet werden, stellen neue Herausforderungen an die Routenplanung und sind zunehmend Gegenstand wissenschaftlicher Untersuchungen (z. B. Bektaş & Laporte, 2011).

1.4.7 Andere Erweiterungen

Wie in den Kapiteln zuvor zu sehen, gibt es zahlreiche Erweiterungen des VRP. Während die Integration von Produktionsentscheidungen Routenplanungsprobleme in der Produktion (engl. Production Routing Problem, kurz: PRP) erzeugt (z. B. Adulyasak et al., 2014), betrifft eine weitere wesentliche Erweiterung die Standort Routenplanungsprobleme (engl. Location Routing Problem, kurz: LRP), bei denen sowohl die Standortwahl als auch die Routenplanung simultan optimiert werden (Nagy & Salhi, 2007).

Ein wichtiger Bereich in der VRP-Forschung ist die Routen-Konsistenz, die in wiederkehrenden oder regelmäßigen Diensten eine Rolle spielt. Beim konsistenten VRP (engl. Consistent VRP, kurz: ConVRP) wird gefordert, dass derselbe Fahrer regelmäßig dieselben Kunden zur gleichen Zeit bedient (Groër et al., 2009). Dabei spielt auch die Unsicherheit bzgl. der Nachfrage und der Kundenstandorte eine Rolle, was zu weiteren Herausforderungen bei der Routenplanung führt (Zhong et al., 2007).

Das Gruppen VRP (engl. Clustered VRP, kurz: CluVRP) stellt eine weitere Variante dar, bei der Kunden in Gruppen unterteilt werden. Ein Fahrzeug muss alle Kunden in einer Gruppe bedienen, bevor es eine neue Gruppe bearbeiten darf (Battarra et al., 2014).

Insgesamt entwickelt sich das Feld der VRP-Varianten und -Erweiterungen sehr schnell weiter. Zukünftige Forschungsarbeiten werden sich voraussichtlich auf die Lösung größerer und komplexerer realer Probleme konzentrieren, wobei Algorithmen eine immer wichtigere Rolle spielen werden, um die Lösungsqualität und Geschwindigkeit zu erhöhen.

1.5 Methodik

In diesem Kapitel werden die bekanntesten Lösungsmethoden für Problemstellungen, die sich als VRPTW darstellen lassen, aufgezeigt. Es werden explizit Methoden aufgezählt, die Zeitfenster berücksichtigen, da auch diese Arbeit eine Problemstellung behandelt, in denen die Zeitfenster der Patienten eine wichtige Restriktion darstellen und ohne diese würde die Problemstellung dieser Arbeit eine andere sein. Hierbei werden sowohl exakte (s. Kapitel 1.5.1) als auch heuristische Lösungsmethoden (s. Kapitel 1.5.2) genannt und in Kürze erläutert. Aufgrund der Vielzahl an existierenden Methoden, wird sich in diesem Kapitel an der Arbeit

von Toth & Vigo (2014) orientiert. Zudem wird erwähnt, welcher Lösungsansatz in dieser Arbeit verwendet wird (s. Kapitel 1.5.3).

1.5.1 Exakte Lösungsmethoden

Im Folgenden werden die bekanntesten exakten Lösungsmethoden sukzessive beschrieben. Hierbei dient die Arbeit von Cordeau et al. (2002) als Orientierung.

Branch-and-Cut-and-Price

Im Branch-and-Cut-and-Price-Verfahren wird ein Branch-and-Bound-Ansatz mit der Spaltengenerierung kombiniert, um komplexe, ganzzahlige Optimierungsprobleme wie das VRPTW im Krankenhaus effizient zu lösen. Zunächst wird eine lineare Relaxation des Problems in Form eines Restricted Master Problems (RMP) gelöst, das auf eine Teilmenge aller potenziellen Variablen beschränkt ist. In jeder Iteration wird ein zugehöriges Pricing-Problem bzw. Subproblem (SP) gelöst, um neue Spalten mit negativem reduziertem Kostenwert zu identifizieren und dem RMP hinzuzufügen. Ergänzt wird dieser Prozess durch das Einfügen von Spalten, die dazu dienen, die zulässige Lösungsmenge weiter einzuschränken und die Relaxation zu stärken. Schließlich werden bei fraktionalem Lösungen Verzweigungsentscheidungen getroffen, um auf ganzzahlige Lösungen hinzusteuern. Durch diese Kombination werden sowohl die Minimierung der Transportwege als auch die strikte Einhaltung der Patienten-Zeitfenster in einem Optimierungsverfahren berücksichtigt. (Toth & Vigo, 2014)

Branch-and-Cut

Das Branch-and-Cut-Verfahren ist eine weit verbreitete exakte Methode zur Lösung kombinatorischer Optimierungsprobleme, bei der ein Branch-and-Bound-Ansatz mit einer integrierten Cutting-Plane-Methode kombiniert wird. Im Kern werden in jedem Knoten des Suchbaums zusätzliche Schnitte eingefügt, um die lineare Relaxation des Problems zu verschärfen. Wird dabei eine zulässige, jedoch fraktionale Lösung der Relaxation erzielt und können durch die vorhandenen Trennverfahren keine weiteren Schnitte mehr identifiziert werden, so erfolgen Verzweigungsentscheidungen, um auf ganzzahlige Lösungen hinarbeiten. (Toth & Vigo, 2014)

Reduzierte Set Partitioning

Die von Baldacci et al. (2011) entwickelte Methode der reduzierten Set Partitioning zielt darauf ab, das VRPTW Set Partitioning Modell durch Fixierung einer großen Anzahl von Variablen auf null zu verkleinern, bevor es mit einem kommerziellen gemischt ganzzahligen Optimierungsproblem (engl. Mixed Integer Program; kurz: MIP) Solver (z. B. CPLEX) gelöst

wird. Hierbei wird ein allg. Kriterium verwendet: Ist der reduzierte Kostenwert einer nicht-negativen, ganzzahligen Variable – bezogen auf eine zulässige duale Lösung der linearen Relaxation – größer als die Differenz zwischen einer oberen Schranke U (basierend auf einer guten heuristischen Lösung) und einer unteren Schranke L (errechnet mittels eines Dual-Ascent-Verfahrens), kann diese Variable sicher auf null fixiert bzw. aus der Formulierung eliminiert werden. Das Dual-Ascent-Verfahren kombiniert Lagrange-Relaxation, Subgradient-Optimierung und Spaltengenerierung und arbeitet dabei sukzessive über vier Heuristiken: Zunächst wird eine Lösung ermittelt, bei der Routen Zyklen enthalten dürfen und Kapazitäts- sowie Zeitfensterbeschränkungen vernachlässigt werden. Anschließend werden ng -Routen zur Verbesserung der dualen Lösung generiert, gefolgt von einer Betrachtung elementarer Pfade und schließlich der Integration von „Subset-Row“-Ungleichungen, die auf Dreier-Kundengruppen definiert sind. Aufbauend auf der finalen dualen Lösung wird mittels eines dynamischen Algorithmus eine Teilmenge aller zulässigen Routen im Netzwerk G identifiziert, deren reduzierte Kosten kleiner oder gleich $U - L$ sind. Nur die mit diesen Routen assoziierten Variablen fließen in das reduzierte Modell ein. Bei einer sehr hohen Anzahl an Variablen werden mittels dynamischer Programmierung nur jene mit den geringsten reduzierten Kosten gezählt, was insgesamt zu einem heuristischen Lösungsansatz führt. (Toth & Vigo, 2014)

1.5.2 Heuristische Lösungsmethoden

Heuristiken sind Lösungsverfahren, die häufig in der Lage sind, in relativ kurzer Zeit qualitativ hochwertige, zulässige Lösungen zu finden. Allerdings gibt es keine Garantie hinsichtlich der Güte dieser Lösungen, sodass die Leistungsfähigkeit der Heuristiken anhand der erzielten rechnerischen Ergebnisse beurteilt werden müssen. Derzeit werden die meisten in der Industrie auftretenden VRPs aufgrund ihrer Schnelligkeit und der Fähigkeit, große Instanzen zu bewältigen, mittels Heuristiken gelöst. (Toth & Vigo, 2014)

In diesem Kapitel werden die bekanntesten heuristischen Lösungsmethoden aufgezeigt und erläutert. Hierfür wird eine Unterteilung vorgenommen, die zuerst traditionelle und große Nachbarschaften betrachtet (s. Kapitel 1.5.2.1). Der Unterschied liegt darin, dass bei ersterem Nachbarschaften umfasst werden, deren Größe in kontrollierter Weise polynomiell mit n wächst, sodass alle Lösungen in der Nachbarschaft durch explizite Aufzählung bewertet werden können. Nachbarschaften, deren Wachstum jedoch so rasch erfolgt, dass eine explizite Untersuchung nicht möglich ist, sowie Nachbarschaften, deren Größe exponentiell mit n zunimmt, gehören zu zweitem (Toth & Vigo, 2014). Anschließend werden zwei Algorithmen

für die Single Trajectory Suche vorgestellt (s. Kapitel 1.5.2.2). Schließlich werden im Kapitel 1.5.2.3 populationsbasierte Suchen aufgezeigt.

1.5.2.1 Traditionelle Nachbarschaften

Traditionelle Nachbarschaften lassen sich in zwei Kategorien unterteilen: innerhalb einer Route (engl. intra-route) und zwischen Routen (engl. inter-route). Die Nachbarschaften der ersten Kategorie enthalten Lösungen, in denen im Vergleich zur Referenzlösung lediglich eine einzelne Route verändert wird, während die Nachbarschaften der zweiten Kategorie Lösungen umfassen, die durch das Verschieben von Kunden zwischen zwei oder mehr Routen entstehen.

2-opt Nachbarschaft (intra-route)

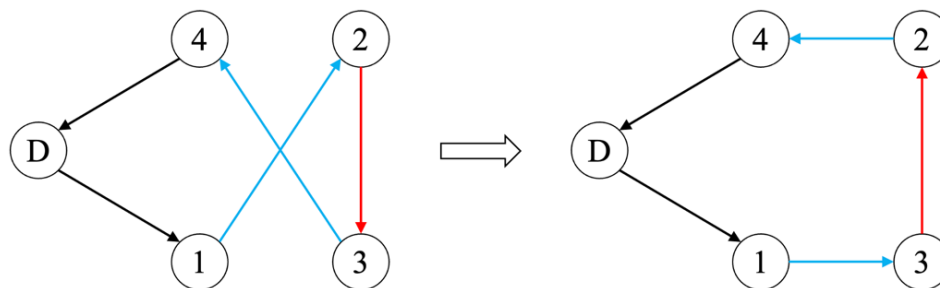


Abbildung 1.27: Beispiel einer 2-opt Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))

Eine 2-opt Nachbarschaft umfasst Lösungen, in der zwei Kanten einer Route entfernt und durch zwei neue Kanten ersetzt werden (s. blaue Kanten in Abbildung 1.27), um die Route wieder zu verbinden. Zudem ändert sich die Richtung des Teilpfads, der nicht das Depot enthält (s. rote Kante in Abbildung 1.27). Der Knoten D stellt das Depot dar und die Zahlen $\{1, 2, 3, 4\}$ stehen für Kunden, die auf dieser Route bedient werden. Des Weiteren ist zu erwähnen, dass die rote und die schwarzen Kanten auch mehrere Kanten in einem Netzwerk G sein können. Nur die blauen Kanten entsprechen jeweils einer Kante in G . Wichtig ist zu sagen, dass durch die Richtungsänderung des Teilgraphen von Knoten 2 bis Knoten 4 evtl. Probleme bei der Einhaltung der Kundenzeitfenster auftreten können.

Or-opt Nachbarschaft (intra-route)

Bei einer Or-opt Nachbarschaft wird ein Teilgraph (rote Kante (2,3) in Abbildung 1.28) an eine andere Stelle derselben Route positioniert. Hierdurch werden die blauen Kanten (1,2), (3,4) und (5,6) entfernt (linker Graph) und durch die blauen Kanten (1,4), (3,6) und (5,2) ersetzt (rechter Graph). Die Richtung des Teilgraphen, der nicht das Depot enthält (hier Kante (4,5)), verändert sich nicht. Auch hier gilt, dass die blauen Kanten für jeweils eine Kante und die rote und die schwarzen Kanten für eine oder mehrere Kanten im Netzwerk G stehen.

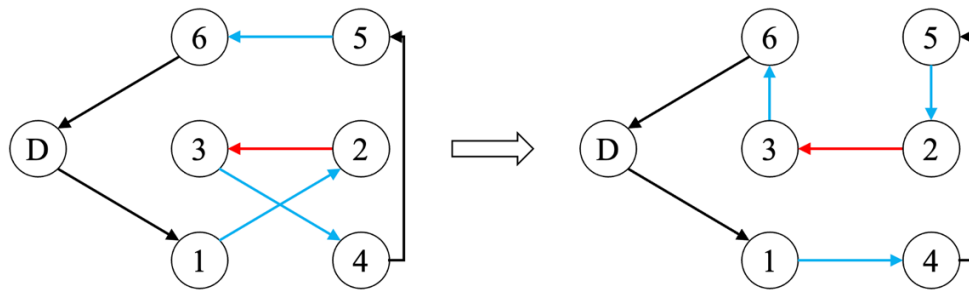


Abbildung 1.28: Beispiel einer Or-opt Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))

2-opt* Nachbarschaft (inter-route)

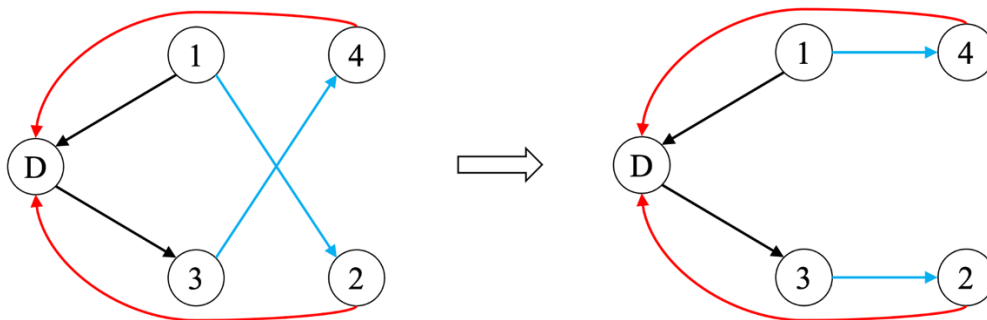


Abbildung 1.29: Beispiel einer 2-opt* Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))

Die 2-opt* Nachbarschaft entspricht der 2-opt Nachbarschaft, allerdings werden hier zwei Routen anstatt einer betrachtet. Es werden zwei Kanten unterschiedlicher Routen (blaue Kanten (1,2) und (3,4) in Abbildung 1.29) entfernt (linker Graph) und durch zwei neue Kanten (blaue Kanten (1,4) und (3,2)) ersetzt (rechter Graph), wobei die zwei Routen danach wieder verbunden sind. Die Richtungen der Teilgraphen (rote Kanten (2,D) und (4,D)) werden im Gegensatz zur 2-opt Nachbarschaft nicht verändert. Weiterhin gilt, dass die blauen Kanten für jeweils eine Kante stehen und die roten und schwarzen Kanten können mehreren Kanten entsprechen.

Cross Exchange Nachbarschaft (inter-route)

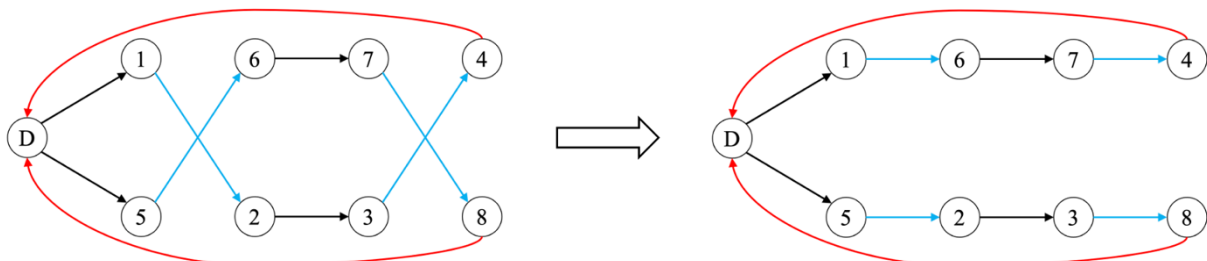


Abbildung 1.30: Beispiel einer Cross Exchange Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))

Bei der Cross Exchange Nachbarschaft werden zwei Teilpfade ausgewählt und deren Positionen getauscht. In dem Bsp. aus Abbildung 1.30 werden die blauen Kanten (1,2), (3,4), (5,6) und (7,8) entfernt (linker Graph) und durch die blauen Kanten (1,6), (3,8), (5,2) und (7,4) ersetzt (rechter Graph). Es sei angemerkt, dass die Cross Exchange Nachbarschaft auch als intra-route klassifiziert werden kann, wenn die beiden ausgewählten Teilpfade derselben Route angehören. Des Weiteren gilt, dass die blauen Kanten für jeweils eine Kante stehen und die roten und schwarzen Kanten für eine oder mehrere Kanten.

Path Relocation Nachbarschaft (inter-route)

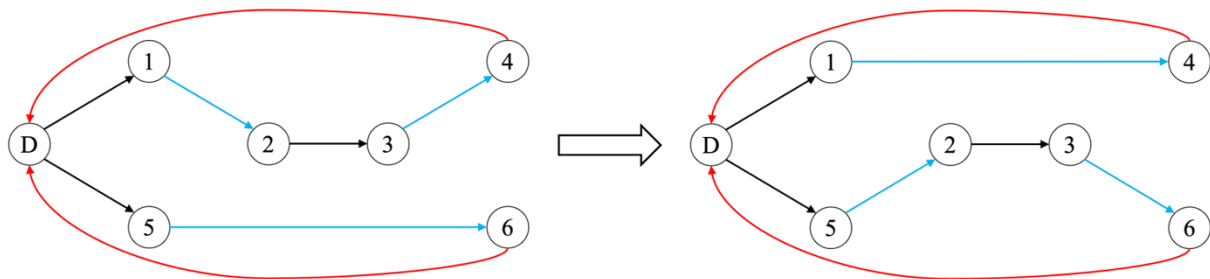


Abbildung 1.31: Beispiel einer Path Relocation Nachbarschaft (in Anlehnung an Toth & Vigo (2014))

Bei der Path Relocation Nachbarschaft wird ein Teilpfad aus einer Route in eine andere verlagert. Am Bsp. aus Abbildung 1.31 wird die Kante (2,3) von der oberen Route in die untere Route verlagert. Dadurch werden die blauen Kanten (1,2), (3,4) und (5,6) entfernt (linker Graph) und durch die neuen blauen Kanten (1,4), (3,6) und (5,2) ersetzt (rechter Graph). Auch gilt hier, dass die blauen Kanten jeweils einer Kante und die roten und schwarzen Kanten einer Kante oder mehreren Kanten entsprechen.

Es sei erwähnt, dass für große Nachbarschaften bereits ein Literaturüberblick von Ahuja et al. (2002) erstellt wurden. Hierbei werden exakte und heuristische Methoden berücksichtigt. Da dies sehr umfangreich ist, soll an dieser Stelle auf die eben genannte wissenschaftliche Arbeit verwiesen werden.

1.5.2.2 Single Trajectory Suche

Der Algorithmus der Single Trajectory Suche (dt. Einzeltrajektorien Suche; es wird weiterhin die engl. Bezeichnung verwendet) betrachtet in jeder Iteration die aktuell vorliegende Lösung, um die nächste Lösung zu bestimmen. Es werden zwei Kategorien der Single Trajectory Suche besprochen: die Iterative Lokale Suche (engl. Iterated Local Search) und die Große Nachbarschaftssuche (engl. Large Neighborhood Search).

Da der Begriff Metaheuristik im Folgenden des Öfteren verwendet wird, soll dieser hier kurz erläutert werden. Metaheuristiken sind, in ihrer ursprünglichen Definition, Lösungsverfahren, die eine Interaktion zwischen lokalen Verbesserungsverfahren und übergeordneten Strategien organisieren, um einen Prozess zu schaffen, der aus lokalen Optima ausbrechen und eine robuste Suche im Lösungsraum durchführen kann (Glover & Kochenberger, 2003).

Iterative Lokale Suche

Die Iterative Lokale Suche stellt eine einfache, aber effektive Metaheuristik dar, die darauf abzielt, lokale Optima zu überwinden und den Lösungsraum systematisch zu erkunden. Ausgehend von einer Anfangslösung wird diese zunächst durch gezielte Störungen (Perturbationen) modifiziert, um eine temporäre Lösung zu generieren. Anschließend wird diese durch ein lokales Suchverfahren – bspw. mit Hilfe von Abstiegsalgorithmen oder erweiterten Metaheuristiken wie der Tabu-Suche – weiter verbessert. Erfüllt die neu gefundene Lösung bestimmte Kriterien, so wird sie als aktuelle Lösung übernommen, und gegebenenfalls wird auch die bislang beste Lösung aktualisiert. Dieser Vorgang wird wiederholt, bis ein vorab definiertes Abbruchkriterium, wie etwa eine maximale Anzahl von Iterationen, erreicht ist. Verschiedene Varianten der iterierten lokalen Suche unterscheiden sich vor allem in der Auswahl und Kombination von Nachbarschaftsstrukturen, die zur Erzeugung zulässiger Bewegungen im Lösungsraum genutzt werden. So finden bspw. Methoden Anwendung, die verschiedene Nachbarschaften wie 2-opt, Or-opt, 2-opt*, Cross Exchange oder Path Relocation einsetzen. Einige Ansätze erlauben vorübergehend unzulässige Lösungen, die durch adaptive Strafparameter bewertet werden, während andere Ansätze ausschließlich zulässige Lösungen berücksichtigen.

Große Nachbarschaftssuche

Für die Große Nachbarschaftssuche haben mehrere wissenschaftliche Arbeiten verschiedene Ansätze genutzt. Einige davon werden im Folgenden besprochen. Beginnend mit der Heuristik von Shaw (1998) wurden bereits gute Ergebnisse für das VRPTW erzielt. Doch die Arbeit von Bent & Van Hentenryck (2004) steigerten das Potential dieser Methode beträchtlich. Die Autoren verfolgten einen zweiphasigen Ansatz, worin zuerst eine Simulated Annealing Heuristik auf Basis traditioneller Nachbarschaften zum Einsatz kommt, um die Anzahl der eingesetzten Fahrzeuge zu minimieren. In der zweiten Phase werden die Reisekosten reduziert. In dem Algorithmus der Großen Nachbarschaftssuche werden zuerst Lösungen zerstört, um anschließend die Lösungen durch einen Branch-and-Bound Algorithmus zu reparieren, wobei die entfernten Kunden wieder eingefügt werden. Harvey & Ginsberg (1995) nutzen diesen Algorithmus, während sie mit Hilfe der Limited Discrepancy Suche Abbruchkriterien

definieren, sodass nur verbessernde Lösungen akzeptiert werden. Dadurch halten die Autoren die Rechenzeiten gering.

Pisinger & Ropke (2007) haben das VRPTW (und auch andere VRP-Varianten) in ein PDP mit Zeitfenstern transformiert, welches mit der von Ropke & Pisinger (2006) entwickelten Heuristik gelöst wurde. In ihrem Ansatz verwenden die Autoren mehrere Zerstör- und Reparatur-Operatoren, wobei ein adaptiver Mechanismus zum Einsatz kommt, der in früheren Iterationen erfolgreiche Operatoren bevorzugt. Daher wird diese Heuristik als Adaptive Große Nachbarschaftssuche (engl. Adaptive Large Neighborhood Search) bezeichnet. Hierbei beruhen die Reparaturoperatoren auf schnellen Heuristiken, während auch Simulated Annealing als Rahmenwerk dient, um zu entscheiden, ob ebenso verschlechternde Lösungen akzeptiert werden sollen.

1.5.2.3 Populationsbasierte Suche

Eine Reihe von Metaheuristiken basieren auf der Idee, eine Ansammlung von Lösungen (eine sog. Population) zu pflegen, die sich in jeder Iteration des Lösungsprozesses weiterentwickelt. Im Gegensatz zur Single Trajectory Suche (s. Kapitel 1.5.2.2) werden dabei neue Lösungen aus einer vielfältigen Population abgeleitet. Zur Lösung von VRPTW werden zwei Hauptansätze verfolgt: evolutionäre Algorithmen und Path Relinking.

Bei den evolutionären Algorithmen erfolgt die Generierung neuer Lösungen durch die Kombination (Crossover) von bereits existierenden Lösungen, gefolgt von Mutationen und einer anschließenden lokalen Verbesserung. Memetische Algorithmen, die genetische Ansätze mit intensiver lokaler Suche verbinden, nutzen dabei unterschiedliche Crossover-Operatoren, wie etwa den EAX-Crossover, der auf einem starken TSP-Crossover basiert und für das VRPTW adaptiert wurde, sowie den OX-Crossover in Kombination mit der Giant Tour Repräsentation. Ein weiterer Ansatz ist die Multiparent Rekombination, bei der die Häufigkeit von Kanten in der gesamten Population berücksichtigt wird, um vielversprechende Strukturen zu identifizieren und zu verstärken. An dieser Stelle soll für die genauen Erläuterungen zu den verschiedenen Algorithmen auf die Arbeit von Toth & Vigo (2014) verwiesen werden.

Der Path Relinking Ansatz hingegen arbeitet mit einer Ansammlung von Lösungen, aus der in jeder Iteration zwei Lösungen ausgewählt werden. Durch eine Serie von Or-opt und 2-opt* Zügen wird eine Transformation von einer Ausgangslösung in die Ziellösung durchgeführt, wobei Zwischenlösungen generiert und mit Hilfe zusätzlicher lokaler Suchverfahren weiter verbessert werden. Auf diese Weise werden sowohl zulässige als auch, gegebenenfalls unter

adaptiver Bestrafung, unzulässige Lösungen in die Ansammlung der Lösungen integriert, sofern sie zur Qualitätsverbesserung beitragen.

1.5.3 Hybride Ansätze

Hybridansätze kombinieren Elemente verschiedener heuristischer und metaheuristischer Verfahren, um die jeweiligen Stärken zu nutzen und Schwächen auszugleichen. Im Kontext des VRPTW im Krankenhaus ermöglichen hybride Methoden eine flexible Anpassung an die spezifischen Anforderungen, wie die Minimierung der Laufwege und die strikte Einhaltung der Patienten-Zeitfenster. Auch in dieser Arbeit wird ein hybrider Ansatz verwendet, der im Kapitel 3.3 vorgestellt wird.

1.6 Forschungsfrage und Aufbau der Arbeit

In dieser Arbeit steht die Optimierung des innerklinischen Patiententransports im Vordergrund. Hierbei liegt der Fokus, die Fairness sowohl für Patienten hinsichtlich ihrer Wartezeiten als auch für Transporteure zu verbessern. Für die Transporteure wird die Auslastung betrachtet, die zuerst als Laufwege und später (s. Kapitel 4.2) als Anzahl zu transportierende Patienten betrachtet wird. Das Ziel ist es, die maximale Auslastung aller Transporteure zu minimieren, sodass sich diese bestmöglich gleich verteilt.

Zusammengefasst besteht der Beitrag dieser Arbeit zur wissenschaftlichen Forschung aus den folgenden Hauptaspekten:

- Abbildung des zugrundeliegenden Problems in einem ganzzahligen Optimierungsmodell. Hierbei ist die Kombination der folgenden Aspekte in einem Modell der neue Beitrag:
 - Formulierung des Patiententransports im Krankenhaus als Vehicle Routing Problem with Route Balancing and Time Windows (VRPRBTW; dt. Tourenplanungsproblem mit Gleichverteilung der Routen und Berücksichtigung von Zeitfenstern)
 - Lösungsmethode sowohl mit einem Standardsolver als auch mit einer selbstentwickelten Spaltengenerierungsheuristik (SGH)
 - Optimierung der Fairness für Patienten hinsichtlich ihrer Wartezeiten
 - Optimierung der Fairness für Transporteure hinsichtlich ihrer Auslastung
 - Einplanung der Pause für jeden Transporteur
- Umfassende Auswertungen, die folgende Themen berücksichtigen

- Arbeitsauslastung sowohl als Laufzeit der Transporteure als auch als Anzahl der zu transportierenden Patienten
- Evaluation der selbstentwickelten SGH
- Flexibilität der Pausenplanung

Die zugrundeliegende Arbeit ist wie folgt aufgebaut: In Kapitel 2 wird ein Literaturüberblick gegeben. Dieser wird auf verschiedene Themenbereiche gegliedert, die in dieser Arbeit ebenfalls abgedeckt werden. Es wird zuerst die Literatur hinsichtlich der Tourenplanung i. Allg. und anschließend mit dem Fokus auf den Gesundheitssektor betrachtet. Danach folgt die Literatur der Spaltengenerierung (SG), da auch in dieser Arbeit der Lösungsansatz auf der SG beruht. Die letzten beiden Themenbereiche sind die Fairness und die Pausenplanung. Eine kurze Zusammenfassung des Literaturüberblicks folgt.

Das Kapitel 0 befasst sich mit der Problembeschreibung. Zuerst wird das Realproblem beschrieben, woraus auch ein Teil der Motivation entspringt. Des Weiteren wird das betrachtete Problem als ganzzahliges Optimierungsmodell formuliert. Im Anschluss wird die selbstentwickelte SGH detailliert erläutert und deren vier Phasen sukzessive beschrieben.

Die Analyse der umfassenden Rechenstudie erfolgt in Kapitel 4. Zuallererst wird die Generierung der Testinstanzen erläutert, die den Realdaten entspringen. Anschließend wird die Definition des Fairnessaspektes für Transporteure von der Laufzeit auf die Anzahl der zu transportierenden Patienten geändert. Die Motivation und Begründung erfolgt in Kapitel 4.2. Danach wird die SGH genauer analysiert. Zuerst wird das Abbruchkriterium für SP-Lösungen ausgewertet, um die für diese Problemstellung bestmögliche Auswahl zu treffen. Danach erfolgt die Auswertung der einzelnen Phasen der SGH. Im Anschluss folgt der Vergleich des selbstentwickelten randomisierten Algorithmus mit einerseits dem Master Problem (MP) als IP und andererseits ohne die Verwendung des randomisierten Algorithmus. Daraufhin wird die Veränderung des Bestrafungsparameters analysiert. Weiterhin wird die Pausenplanung fokussiert. Hierbei wird zuerst ein Vergleich der Ergebnisse vorgenommen, wenn das Problem mittels SGH ohne und mit Pausenplanung gelöst wird. Dem folgt die Auswertung der Flexibilität der Pausenplanung. Dafür wird einerseits die Anzahl der Transporteure, die gleichzeitig in Pause gehen dürfen und andererseits der Zeitraum, wann die Pause begonnen werden darf, betrachtet. Das Kapitel 4 wird mit den technischen Details, den Limitationen des Modells und den Kernergebnissen der Rechenstudie abgeschlossen.

Die Arbeit schließt in Kapitel 5 mit dem Fazit, worin die wichtigsten Erkenntnisse dieser Arbeit zusammengefasst und ein Ausblick auf mögliche Forschungslücken gegeben werden.

2 Literaturüberblick

In diesem Kapitel werden relevante wissenschaftliche Arbeiten aufgelistet. Da das Thema dieser Arbeit mehrere Themenbereiche miteinander kombiniert, wird dieser Literaturüberblick auf die einzelnen Themen untergliedert. Zuerst wird in Kapitel 2.1 die Tourenplanung i. Allg. betrachtet. Im Kapitel 2.2 wird die Tourenplanung auf den Gesundheitssektor spezialisiert, um zu sehen, was die Forschung in der Kombination der Themen bisher zu Tage gebracht hat. Das Kapitel 2.3 fokussiert sich auf wissenschaftliche Arbeiten, die sich mit der Lösungsmethode der Spaltengenerierung befassen. In Kapitel 2.4 werden Arbeiten betrachtet, die Wert auf das Thema Fairness legen und wie sie dies für ihre Arbeiten definieren. Im Kapitel 2.5 werden Arbeiten herangezogen, die eine Pausenplanung als ein zentrales Thema bearbeiten. Zuletzt wird in Kapitel 2.6 eine Zusammenfassung zum Literaturüberblick gegeben.

2.1 Tourenplanung allgemein

Die erste wissenschaftliche Arbeit zu dem heutzutage als VRP bekannten Optimierungsproblem stammt von Dantzig & Ramser (1959) und wurde unter dem Namen „The Truck Dispatching Problem“ veröffentlicht. Darin wurde ein mathematisches Modell vorgestellt, welches auf dem Anwendungsbeispiel der Verteilung von Benzin auf verschiedene Tankstellen basierte, und zugleich ein Lösungsansatz entwickelt, der eine nahezu optimale Lösung lieferte (Dantzig & Ramser, 1959). Auf Grundlage dieser Arbeit wurden im Laufe der Zeit viele verschiedene Varianten des VRP sowie zahlreiche Lösungsverfahren entwickelt. Forschungsgegenstand vieler Arbeiten ist dabei das VRPTW sowie die Entwicklung exakter und approximativer Algorithmen für die Lösung dieses Problems. Im Jahr 1988 lieferten Desrochers et al. (1988) einen der ersten Überblicke über verschiedene Lösungsverfahren für Tourenplanungsprobleme mit Zeitfenstern. Des Weiteren seien in diesem Kontext Kallehauge (2008) sowie Baldacci et al. (2012) zu nennen. Als heutzutage wohl umfassendste Werke bzgl. der gängigsten Varianten des VRP und deren Lösung sollen an dieser Stelle die Bücher „The Vehicle Routing Problem“ (Toth & Vigo, 2002) und „Vehicle Routing: Problems, Methods, and Applications“ (Toth & Vigo, 2014) aufgeführt werden. Für einen Überblick zum Multiple Traveling Salesman Problem (MTSP) sei auf Bektas (2006) verwiesen. Hierbei wird das klassische TSP derart verändert, sodass nicht nur ein Reisender alle Orte bereisen möchte, sondern im MTSP existieren mehrere Reisende.

Einige praxisrelevante Einschränkungen, die in den meisten Varianten des VRP vorkommen, betreffen die Zeitplanung (Toth & Vigo, 2014). D. h. es werden Fahr-, Service- und Wartezeiten

in Verbindung mit Zeitfensterbeschränkungen berücksichtigt. Zudem gibt es VRP mit weichen Zeitfenstern. Hierbei wird am häufigsten die Varianten untersucht, die eine lineare Strafkostenfunktion besitzen. Andere VRP-Varianten erfordern, dass die Wartezeiten, die entstehen, wenn das Fahrzeug vor dem Zeitfenster eingetroffen ist, entweder pro Fahrzeug oder über alle Fahrzeuge begrenzt sind, oder das Warten bestraft wird (Toth & Vigo, 2014).

Das DARP ist das Abhol- und Lieferproblem für den Personentransport, wie bereits in Kapitel 1.4.2 beschrieben. Hier ist der Unterschied zum VRPTW, dass eine Transportanfrage zwei Zeitfenster hat (Toth & Vigo, 2014). So eine Anfrage wird durch ein Paar von Abhol- und Lieferknoten $(i, i + n)$ dargestellt. Dabei gibt es ein Zeitfenster für den Abholvorgang $[a_i, b_i]$ und eines für den Liefervorgang $[a_{i+n}, b_{i+n}]$. Die Fahrzeit R_i ist daher durch $b_{i+n} - a_i$ begrenzt und kann durch eine sog. Fahrzeitbeschränkung (engl. ride-time constraint) der Form $T_{i+n} - T_i \leq R_i$ kontrolliert oder durch eine nicht abnehmende Funktion von $T_{i+n} - T_i$ in der Zielfunktion bestraft werden.

Viele relevante Aspekte im Zusammenhang mit Zeitproblemen, deren Modellierung und effizienten Behandlung durch Algorithmen sind in der Arbeit von Vidal et al. (2011) beschrieben.

2.2 Tourenplanung im Gesundheitssektor

Insgesamt lässt sich feststellen, dass Tourenplanungsprobleme im Gesundheitswesen in den letzten Jahren zunehmend an Bedeutung gewonnen haben und diesbezüglich vermehrt Forschung betrieben wird (z. B. Cissé et al., 2017; Ji, 2019; Singgih, 2020). Anwendungsbeispiele der Tourenplanung im Gesundheitswesen finden sich in den verschiedensten Bereichen, z. B. in der häuslichen Pflege (Kergosien et al., 2009; Liu et al., 2013), in der Verteilung von Sanitätsartikeln (Luo et al., 2011), in der Steuerung des Waren- und Materialflusses eines Krankenhauses (Kergosien et al., 2013), in der Einsatzplanung von Rettungsfahrzeugen in einem Katastropheneinsatz-Szenario, in dem eine große Anzahl von verletzten Personen gleichzeitig medizinische Hilfe benötigt (Talarico et al., 2015) oder im außerklinischen (Cappart et al., 2018) sowie innerklinischen (Séguin et al., 2019) Patiententransport. Letzteres stellt dabei das Anwendungsbeispiel dieser Arbeit dar.

Zumeist werden Patiententransportprobleme in der Literatur als DARP bzw. allgemein als PDP formuliert (z. B. Luo et al., 2019). Da in dem in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsbeispiel ein Transporteur nicht mehr als einen Patienten gleichzeitig transportieren kann, welcher zudem auf direktem Wege transportiert werden muss, wurde das mathematische Modell auf Basis eines

VRPTW ohne Kapazitätsrestriktionen gewählt. Dadurch konnte im Vergleich zur DARP-Formulierung, welche bei einer Anzahl von n Patienten eine Gesamt-Knotenanzahl von $2n + 2$ Knoten besitzt (Toth & Vigo, 2014), die Knotenanzahl bei dieser Formulierung mit $n + 2$ Knoten relativ gering gehalten werden.

Zur Lösung von Patiententransportproblemen kommen in der bisherigen Forschung zumeist (Meta-)Heuristiken, wie z. B. die Tabu-Suche, zum Einsatz (z. B. Beaudry et al., 2010; Kergosien et al., 2011). Lösungsverfahren, welche auf der SG-Technik basieren, sind bisher in der Tourenplanung des Gesundheitswesens eher weniger verbreitet. Vereinzelt finden sich z. B. in der OP-Planung (z. B. Wang et al., 2014; Wang et al., 2018; Kamran et al., 2020), nach bestem Wissen und Gewissen jedoch nicht im Intrahospitaltransport.

2.3 Spaltengenerierung

Da das VRPTW zur Klasse der NP-harten Probleme gehört (Kumar & Panneerselvam, 2012), kommen vor allem Verfahren, die eine (nahezu) exakte Lösung liefern sollen, bei zunehmender Größe der Instanzen sehr schnell an ihre Grenzen. Ein Großteil der in den letzten Jahren entwickelten Verfahren, welche auch größere Probleme in annehmbarer Zeit (nahezu) exakt lösen können, basiert auf der Technik der Spaltengenerierung (SG) (Toth & Vigo, 2014). Diese wurde erstmals von Gilmore & Gomory (1961, 1963) zur Lösung eines Cutting Stock Problems verwendet (Cherfi & Hifi, 2010). Erste Anwendungen im Bereich der Tourenplanung finden sich in den 1980er Jahren von (Desrosiers et al., 1984) zur Lösung eines MTSP sowie in den 1990er Jahren von (Desrochers et al., 1992) zur Lösung eines VRPTW. Neuere Arbeiten sind z. B. Rousseau et al. (2004), Chabrier (2006), Azi et al. (2010), Liberatore et al. (2011) oder Errico et al. (2018).

Neben derartigen eher allgemein gehaltenen Arbeiten gibt es auch viele wissenschaftliche Publikationen, in denen die Technik der SG zur Lösung eines spezifischen VRP verwendet wird. Diese Anwendungsbeispiele finden sich in den verschiedensten Bereichen, u. a. in der Luft- und Raumfahrt, im Straßenverkehr, in der Schifffahrt oder auch im Gesundheitswesen, bzw. allgemein in allen Bereichen, in denen Personen oder Güter transportiert werden müssen. Konkrete Beispiele hierfür sind die Planung von Drohnen-Flugrouten (Garraffa et al., 2018), die Optimierung der Schleppvorgänge an einem Flughafen im Bereich der Abfertigung (Du et al., 2014), die Routenplanung von Schulbussen (Santana & Carvajal, 2015), die Verbesserung von Sammel- und Verteilungsaktivitäten in der Rohmilchindustrie (Dayarian et al., 2015), die Optimierung des maritimen Rohöltransportes (Nishi & Izuno, 2014), die Zuordnung von

Pflegekräften zu Patienten in der häuslichen Pflege (Riazi et al., 2019) oder die Optimierung des Patiententransports im außerklinischen Bereich (Coppi et al., 2013).

2.4 Fairness

Gross et al. (2019) berücksichtigen langfristige Fairness für Krankenhausärzte. Sie führen daher einen Indikator zur langfristigen Zufriedenheit ein und setzen ein Planungsmodell mit einem Planungshorizont von einem Monat (vier oder fünf Wochen) ein. Dieser Zufriedenheitsindikator wird für jeden Arzt und jeden Monat berechnet und in aktuellen sowie zukünftigen Planungen genutzt.

Stolletz & Brunner (2012) untersuchen in ihrer Arbeit das Problem der flexiblen Schichtenteilung für Ärzte in Krankenhäusern. Sie lösen dieses Problem mit Hilfe eines reduzierten „Set-Covering“-Ansatzes. Um Fairness zu berücksichtigen, betrachten sie drei Aspekte: stabile Schichtanfangszeiten, gleichmäßige Verteilung der Arbeitsstunden und gleichmäßige Zuweisung von Bereitschaftsdiensten. Der erste Aspekt ist bereits in ihrer Formulierung enthalten. Für die anderen beiden Aspekte definieren sie neue Zielfunktionen und Nebenbedingungen.

Matl et al. (2018) geben einen Überblick über Fairnessaspekte in VRPs. Diese werden in der engl. Literatur als VRPRB (Vehicle Routing Problem with Route Balancing) bezeichnet. Sie analysieren fünf verschiedene Kategorien, von denen drei für die Untersuchung relevant sind: erstens VRPRB mit Zeitfenstererweiterungen, zweitens das Standard-VRPRB mit bi-objektiven Modellen und drittens VRPs mit einer „Min-Max“-Einzelzielfunktion.

De Freitas Aquino & Arroyo (2014) lösen ein VRPTW mit zwei Zielfunktionen: die Gesamtreisedistanz und die Ungleichheit in den zurückgelegten Strecken der Fahrzeuge, d. h. den Fairnessaspekt. Die Autoren schlagen eine hybride Heuristik vor, die auf einer iterativen lokalen Suche, einem variablen Nachbarschaftsverfahren mit zufälliger Nachbarschaftsreihenfolge und einer Rekombination von nicht dominierten Lösungen basiert. Melián-Batista et al. (2014) lösen ein bi-objektives VRPTW. Sie minimieren die insgesamt zurückgelegte Strecke und gleichen die Arbeitsbelastung der Fahrer aus (Fairnessaspekt). Ihr Lösungsansatz basiert auf einer Streusuch-Metaheuristik. Baños et al. (2013) lösen eine multi-objektive Formulierung des VRPTW. Ziel ist es, die für die Lieferung erforderliche Distanz zu minimieren und die Arbeitsbelastung auszugleichen im Hinblick auf die von den verwendeten Fahrzeugen zurückgelegten Entfernungen und ihre Ladung. Die Autoren verwenden einen hybriden Ansatz, der einen evolutionären Algorithmus mit Simulated Annealing kombiniert.

Lacomme et al. (2015) betrachten ein VRPRB, bei dem zwei Kriterien optimiert werden: die Minimierung der Gesamtkosten, dies entspricht der von den Fahrzeugen zurückgelegten Distanz, und die Minimierung der Differenz zwischen der längsten und der kürzesten Route. Die Autoren schlagen einen „Multi-Start Split based Path Relinking“ Ansatz vor. Oyola & Løkketangen (2014) lösen ein bi-objektives VRPRB. Sie minimieren in ihrer Arbeit die Gesamtlänge der Routen und die Differenz zwischen der längsten und der kürzesten Route. Ihr zweiphasiger Algorithmus nutzt in der ersten Phase eine Tabu-Suche, die jeweils für jedes Ziel separat ausgeführt wird. In der zweiten Phase kommt ein „Greedy Randomized Adaptive Search“-Verfahren (GRASP) zum Einsatz. Sarpong et al. (2013) verwenden einen Spaltengenerierungsansatz zur Lösung eines bi-objektiven VRPRB. Sie minimieren die Gesamtroutenkosten sowie die maximale Route. Reiter & Gutjahr (2012) entwickelten exakte hybride Algorithmen zur Lösung eines bi-objektiven VRP. Sie minimieren die Gesamtreisekosten und gleichen die Routen aus, indem sie die Länge der längsten Tour minimieren. Ihr Ansatz ist eine adaptive „ ϵ -Constraint“-Methode, die auf der Hybridisierung von „Branch-and-Cut“ mit zwei genetischen Algorithmen basiert.

Weiterhin behandeln Eikenbroek et al. (2022) die Fairness ihrer Fahrer, wobei sie sich hier auf die Routenlänge fokussieren. Oft tritt der Fall ein, um die Routen ausgeglichener zu gestalten, dass das System für einige Fahrer deutlich längere Routen vorschlägt. Dies lösen die Autoren, indem sie eine vordefinierte begrenzte Routenverlängerung anlegen, die für alle Fahrer noch in Frage kommen und doch die Effizienz der Routen nicht darunter leidet.

2.5 Pausenplanung

Die Arbeit von Stolletz & Brunner (2012) wurde bereits in Kapitel 2.4 bzgl. Fairness erwähnt. In ihrem Problem der flexiblen Schichteinteilung für Ärzte in Krankenhäusern muss genau eine Pause pro Schicht für einen Arzt eingeplant werden. Gemäß den Arbeitsvorschriften oder den Verträgen werden die Schichtlänge sowie die Mindestanzahl von Arbeitsperioden vor und nach einer Pause berücksichtigt.

Beaudry et al. (2010) formulieren das Patiententransportproblem als ein DARP und lösen es mit Hilfe eines zweiphasigen heuristischen Verfahrens. Zunächst verwenden sie ein „Einfaches Einfüge Schema“ (engl. Simple Insertion Scheme), um eine Anfangslösung zu erstellen. Diese verbessern sie anschließend anhand eines Tabu-Suche Algorithmus. Die Autoren definieren feste Startzeiten, zu denen die Arbeiter ihre Pausen beginnen müssen, erlauben jedoch, dass diese bis zu zehn Minuten vor oder nach der vorgegebenen Zeit beginnen können.

Die Arbeit von Kok et al. (2010) behandelt komplexe Planungsbeschränkungen, die sich auf Fahrvorschriften und Fahrzeitregelungen beziehen. Hierbei werden z. B. europäische Verordnungen berücksichtigt. Diese umfassen Regeln, die detaillierte Einschränkungen der Fahrperioden (maximal 4,5 Stunden), der täglichen Fahrzeiten (maximal neun Stunden, aber zweimal pro Woche maximal zehn Stunden), der wöchentlichen Fahrzeiten (maximal 56 Stunden und maximal 90 Stunden innerhalb von zwei Wochen), Pausen zum Beenden einer Fahrperiode (mindestens 45 Minuten; auch möglich: 30 Minuten plus eine frühere Pause von mindestens 15 Minuten), tägliche Ruhezeiten (mindestens elf Stunden, wobei diese unter verschiedenen Bedingungen auf neun Stunden reduziert werden kann) und wöchentliche Ruhezeiten (mindestens 45 Stunden, wobei diese in jeder zweiten Wochen auf 24 Stunden reduziert werden kann, wenn sie durch eine entsprechend längere Ruhezeit ausgeglichen wird; außerdem maximal 144 Stunden zwischen zwei wöchentlichen Ruhezeiten) festlegen. Die Berücksichtigung all dieser Regeln und insb. der Abweichungsmöglichkeiten von den Standardanforderungen führt zu hochkomplexen VRPTW-Varianten.

Ähnliche Konfigurationen wurden für Australien (Goel et al., 2012), Europa (Goel, 2009), Kanada (Goel & Rousseau, 2012) und die USA (Goel & Kok, 2012) behandelt.

2.6 Zusammenfassung

In den eben vorgestellten wissenschaftlichen Arbeiten konnte festgestellt werden, dass viele Arbeiten sich mit VRPTWs und deren Lösungsmöglichkeiten auf die verschiedensten Themenbereiche befasst haben. Zudem konnten auch Arbeiten identifiziert werden, die VRP-Problemstellungen im Gesundheitssektor behandelt haben. Darunter zählt auch der Patiententransport. Jedoch wurden keine Arbeiten gefunden, die hierfür eine SGH entwickelt haben. Des Weiteren wurden verschiedene Arbeiten zur SG aufgelistet und nicht zuletzt wurden wissenschaftliche Artikel besprochen, die sich mit der Pausenplanung befasst haben. Jedoch wurde keine Kombination der behandelten Themen, wie sie in dieser Dissertation behandelt werden, nach bestem Wissen und Gewissen in der Literatur bislang berücksichtigt. An dieser Stelle soll erwähnt werden, dass die neuesten Arbeiten ab dem Jahr 2023 nicht mehr in diese Dissertation mit aufgenommen wurden.

3 Problembeschreibung

In diesem Kapitel wird genauer auf die Problemstellung eingegangen. Dabei wird in Kapitel 3.1 das reale Problem beschrieben, welches in Kapitel 3.2 als VRPRBTW abgebildet wird. Hierbei wird das Problem einerseits als ganzzahliges Optimierungsproblem (engl. Integer Program; kurz: IP) formuliert (s. Kapitel 3.2.1) und andererseits wird diese als Dantzig-Wolfe Dekomposition (DWD) reformuliert, wobei eine für diese Problemstellung selbst entwickelte Spaltengenerierungsheuristik (SGH) vorgestellt wird (s. Kapitel 3.3). Diese besteht aus vier Phasen, die sukzessive in den Kapiteln 3.3.1 bis 3.3.4 erklärt wird.

3.1 Beschreibung des Realproblems

In dieser Arbeit steht der Patiententransport innerhalb eines Krankenhauses im Vordergrund. Hierbei geht es darum, diesen im Hinblick auf die Fairness sowohl der Patienten als auch der Transporteure zu optimieren. Fairness für Patienten bedeutet in diesem Kontext, dass diese keine langen Wartezeiten haben, um von einer Station auf die nächste transportiert zu werden. Dies wird in dieser Arbeit dermaßen gelöst, dass die Zeitfenster, in denen der Transport eines Patienten beginnen soll, eingehalten werden müssen. In der späteren Modellformulierung wird die Einhaltung dieser Zeitfenster als harte Nebenbedingungen definiert und daher wird diese Fairness unter allen Umständen eingehalten. Nur im extremen Fall kann es sein, dass das Problem aufgrund der eben geschilderten Zeitfenster Nebenbedingungen nicht lösbar ist.

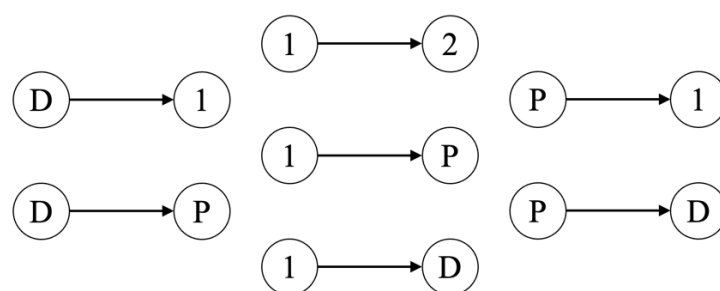


Abbildung 3.1: Alle Knotenkombinationen

Fairness für Transporteure hingegen bedeutet, dass die Arbeitsauslastung unter allen Transporteuren annähernd gleich ausfallen soll. Diese wird anhand der Laufzeit eines Transporteurs gemessen. Das bedeutet, jede Strecke, die ein Transporteur von einem Knoten zu einem anderen zurücklegt, wird aufsummiert. In Abbildung 3.1 sind alle Knotenkombinationen aufgelistet. Auf der linken Seite sind die Strecken zu sehen, die vom Start-Depot (Knoten D) ausgehen. Entweder geht der entsprechende Transporteur zu einem Patienten (hier mit Knoten

1 dargestellt) oder er beginnt direkt seine Pause (Knoten P), wenn kein Patient vorher zu transportieren sein sollte. Die drei Verbindungen in der Mitte stellen Situationen dar, in denen der Transporteur den Transport des Patienten 1 beendet hat und nun entweder zum nächsten Patienten geht (hier mit Knoten 2 dargestellt) oder er ins Depot geht, um entweder seine Pause zu beginnen oder um die Schicht zu beenden. Die letzten beiden Verbindungen rechts veranschaulichen die Situation, wenn der Transporteur von seiner abgehaltenen Pause entweder zu einem Patienten geht oder im Depot bleibt, um bis zum Ende seiner Arbeitszeit zu warten, da keine Patienten vorher zu transportieren sind.

In dieser Problemstellung wird zusätzlich zur Fairness die Pausen der Transporteure geplant. Diese unterliegen einigen gesetzlichen Regelungen, die an späterer Stelle (s. Kapitel 3.2.1) erwähnt werden. Des Weiteren wird diese Problematik nicht wie in der Literatur üblich beim Transport von Personen als DARP formuliert, sondern als VRPRBTW. Der Vorteil liegt darin, dass die Knotenanzahl beim DARP i. d. R. $2n + 2$ wären, wobei beim VRPRBTW lediglich $n + 2$ sind. Daher wird für diese Arbeit die Problemstellung des Patiententransports hinsichtlich Fairness für sowohl Transporteure als auch Patienten und einer integrierten Pausenplanung als VRPRBTW formuliert.

Die Arbeitszeiten der Transporteure sind im Realproblem in verschiedene, sich überschneidende Schichten unterteilt. Hierbei sind für jede dieser Schichten eine unterschiedliche Anzahl an Transporteuren zugeteilt. Die beschriebene Schichteneinteilung wird in dieser Arbeit nicht betrachtet, da in der späteren Formulierung der SGH, insb. in der Phase 2 die Berücksichtigung dieser Schichtenplanung zu einer sehr umfangreichen Umgestaltung der Modellformulierung führen würde. Daher werden für die spätere Rechenstudie (s. Kapitel 4) die Probleminstanzen anhand der Realinstanzen kreiert, in denen bspw. auf unterschiedliche Schichten verzichtet wird und die eine betrachtete Schicht für alle Transporteure gleich ist.

3.2 Modellformulierung

Bevor das Problem als IP formuliert wird, können vordefinierte Restriktionen angelegt werden, sodass diese während des Modellaufbaues nicht überprüft werden müssen. Das bedeutet, dass ein Standardsolver wie bspw. Gurobi, der später in dieser Arbeit verwendet wird, diese nun vorgestellten Restriktionen nicht mehr explizit berücksichtigen muss. Diese Phase der vordefinierten Festlegungen wird in der engl. Literatur als „Preprocessing“ bezeichnet. Diese engl. Bezeichnung wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit verwendet.

Die erste Bedingung, die fixiert wird, ist das Verbot des Besuchs vom Knoten bzw. Auftrag $i \in V$ direkt in denselben Knoten bzw. Auftrag $i \in V$ eines Transporteurs $k \in K$:

$$x_{iik} = 0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (0-1)$$

Die nächste Festlegung sagt aus, dass der Transporteur $k \in K$ den Patienten $j \in N \setminus \{n+1\}$ nicht transportieren kann, wenn die Summe des frühesten Startzeitpunktes e_i und die zurückgelegte Strecke c_{ij} für den Transport nach seinem Schichtende t^{end} liegt:

$$\begin{cases} x_{ijk} = 0, & \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K: i < j, e_i + c_{ij} > t^{end} \\ x_{jik} = 0, & \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K: i < j, e_j + c_{ji} > t^{end} \end{cases} \quad (0-2)$$

Des Weiteren ist es für den Transporteur $k \in K$ verboten, den Patienten $i \in N \setminus \{n+1\}$ vor dem Patienten $j \in N \setminus \{n+1\}$ zu transportieren, wenn die Summe des spätesten Startzeitpunktes l_j für den Transportes von Patient $j \in N \setminus \{n+1\}$ und die Zeit für die zurückgelegte Strecke c_{ji} für diesen Transport vor dem frühesten Startzeitpunkt e_i von Patient $i \in N \setminus \{n+1\}$ liegt:

$$\begin{cases} x_{ijk} = 0, & \forall i, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K: i < j, l_j + c_{ji} \leq e_i \\ x_{jik} = 0, & \forall i, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K: i < j, l_i + c_{ij} > e_j \end{cases} \quad (0-3)$$

Die letzte Bedingung für das Preprocessing besagt, dass der Transporteur $k \in K$ den Patienten $j \in N \setminus \{n+1\}$ nicht bedienen kann, wenn der späteste Startzeitpunkt l_j für den Patienten $j \in N \setminus \{n+1\}$ vor dem Schichtstart t^{start} des Transporteurs $k \in K$ liegt:

$$x_{ijk} = 0 \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K: l_j < t^{start} \quad (0-4)$$

3.2.1 Formulierung als kompaktes Modell

An dieser Stelle folgt nun die Formulierung des Modells als IP. Diesbezüglich werden zuerst die Mengen, die hierfür benötigt werden, definiert. Die Auflistung dieser sind in der Tabelle 3.1 zu finden.

Mengen	Erläuterung
$N = \{1, \dots, n, n+1\}$	Menge der Patiententransportaufträge ($\{1, \dots, n\}$) und der Pause ($\{n+1\}$)

$V = \{0, 1, \dots, n, n+1, n+2\}$	Menge der Patiententransportaufträge ($\{1, \dots, n\}$), der Pause ($\{n+1\}$) und des Start- ($\{0\}$) bzw. Enddepots ($\{n+2\}$)
$A = \{(i, j) : i, j \in V\}$	Menge aller Kanten
$G = (V, A)$	Ungerichteter Graph
$K = \{1, \dots, K \}$	Menge der Transporteure
$S = \{1, \dots, S \}$	Menge der Zeitfenster

Tabelle 3.1: Mengen des ganzzahligen Optimierungsmodells

Die entsprechenden Parameter des IP sind in der Tabelle 3.2 hinterlegt.

Parameter	Erläuterung
$[e_j, l_j]$	Zeitfenster (frühester und spätester Zeitpunkt für den Start des Transports) je Patient $j \in N \setminus \{n+1\}$
c_{ij}	Laufzeit vom Knoten bzw. Auftrag $i \in V$ zum Knoten bzw. Auftrag $j \in V$ inkl. der Servicezeit von $i \in N \setminus \{n+1\}$
b^{len}	Länge der Pause
b^{no}	Zeithöhe, in der keine Pause gestartet werden darf
$\bar{b}$	Maximale Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in der Pause sein dürfen
d	Umrechnungsfaktor von Minuten in Zeitfenster
t^{start}	Schichtbeginn eines Transporteurs
t^{end}	Schichtende eines Transporteurs
M	Big-M mit $M = d \cdot S $

Tabelle 3.2: Parameter des ganzzahligen Optimierungsmodells

Die dazugehörigen Entscheidungsvariablen können der Tabelle 3.3 entnommen werden.

Entscheidungsvariablen	Erläuterung
x_{ijk}	1, falls Transporteur $k \in K$ den Knoten bzw. Auftrag $j \in V$ direkt nach dem Knoten bzw. Auftrag $i \in V$ besucht, 0 sonst
a_{ik}	Ankunftszeit des Transporteurs $k \in K$ am Knoten $i \in V$

z_{sk}	1, falls Transporteur $k \in K$ im Zeitfenster $s \in S$ in Pause ist, 0 sonst
z_{sk}^{start}	1, falls Transporteur $k \in K$ im Zeitfenster $s \in S$ die Pause beginnt, 0 sonst
$\bar{C}$	Maximale Laufzeit über aller Transporteure

Tabelle 3.3: Entscheidungsvariablen des ganzzahligen Optimierungsmodells

Mit Hilfe der definierten Mengen, Parametern und Entscheidungsvariablen lässt sich das ganzzahlige Optimierungsproblem, das im Folgenden als kompaktes Modell bezeichnet wird, wie folgt formulieren:

$$\text{Min } \bar{C} \quad (1-1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+2,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-3)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ijk} - \sum_{i \in V: i \neq j} x_{jik} = 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (1-4)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\} \quad (1-5)$$

$$a_{jk} \geq e_j \cdot x_{ijk} \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K \quad (1-6)$$

$$a_{jk} \leq l_j \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K \quad (1-7)$$

$$a_{0k} \geq t^{start} \quad \forall k \in K \quad (1-8)$$

$$a_{jk} \leq t^{end} \cdot \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ijk} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (1-9)$$

$$a_{jk} \geq a_{ik} + c_{ij} - M \cdot (1 - x_{ijk}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j, k \in K \quad (1-10)$$

$$\bar{C} \geq \sum_{i, j \in V} c_{ij} \cdot x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (1-11)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, k \in K \quad (1-12)$$

$$a_{ik}, \bar{C} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (1-13)$$

Das Ziel dieses Modells ist die Optimierung der Fairness unter den Transporteuren. Dies erfolgt, indem die maximale Laufzeit aller Transporteure minimiert wird (1-1). Es gilt die Annahme,

dass alle Transporteure ihre Schicht aus dem Depot beginnen und auch dort wieder enden. Für eine leichtere Modellierung wird zwischen Start- und Enddepot in Bezug auf den Index ($\{0, n + 2\}$) unterschieden, wobei diese in der Realität denselben Ort darstellen. Um dies sicherzustellen, legen die Nebenbedingungen (1 – 2) fest, dass jeder Transporteur aus dem Startdepot die Schicht beginnt und Nebenbedingungen (1 – 3) fixiert, dass jeder Transporteur die Schicht im Enddepot beendet. Zudem muss jeder Transporteur einen Patienten, den er besucht, wieder verlassen. Dies gilt auch für die Pause bzw. den Pausenknoten, d. h. in anderen Worten, dass wenn eine Pause begonnen wird, muss sie auch wieder beendet werden. Lediglich das Start- und Enddepot werden in den Nebenbedingungen (1 – 4) nicht berücksichtigt, denn das Startdepot hat nur ausgehende Kanten (Transporteure beginnen ihre Tour in diesem Knoten) und das Enddepot hat nur eingehende Kanten (Transporteure enden ihre Tour in diesem Knoten). In den Nebenbedingungen (1 – 5) wird sichergestellt, dass jeder Patient genau einer Tour zugeordnet wird. Das bedeutet, dass genau ein Transporteur für den Transport des Patienten zuständig ist. Mit den Nebenbedingungen (1 – 6) und (1 – 7) werden die Ankunftszeiten der Transporteure am Patienten so definiert, dass diese innerhalb der Schicht sein müssen. Die Ankunftszeit im Startdepot darf nicht vor dem Schichtbeginn sein, das wiederum den Arbeits- bzw. Tourbeginn eines Transporteurs bedeutet (1 – 8). Nebenbedingungen (1 – 9) beachten, dass alle Transporte eines Transporteurs noch vor Schichtende abgeschlossen sein müssen. Die tatsächliche Ankunftszeit eines Transporteurs in einem Knoten wird mit Hilfe der Nebenbedingungen (1 – 10) berechnet. Hier ist zu erkennen, dass die Berechnung vom vorherigen Knoten (außer für den Startknoten, vgl. Nebenbedingungen (1 – 8)) abhängt. Zu jeder Ankunftszeit des vorherigen Knotens wird die Laufzeit zum nächsten Knoten hinzuberechnet, wenn der Transporteur auch diese direkte Verbindung in seiner Tour läuft. Dies wird mit Hilfe der Entscheidungsvariable x_{ijk} und dem Big-M Parameter M kalkuliert. Die Entscheidungsvariable $\bar{C}$, die für die Fairness der Transporteure zuständig ist, wird in den Nebenbedingungen (1 – 11) derart definiert, dass alle zurückgelegten Laufzeiten eines Transporteurs aufsummiert werden und die maximale Laufzeit davon, die ausschlaggebend für den Zielfunktionswert (ZFW) ist, wird in $\bar{C}$ gespeichert. Mit den Nebenbedingungen (1 – 12) und (1 – 13) werden die Definitionsbereiche der Entscheidungsvariablen festgelegt. x_{ijk} kann nur binäre Werte annehmen, denn hier geht es darum, ob der Transporteur $k \in K$ den Knoten $j \in V$ direkt nach dem Knoten $i \in V$ besucht oder nicht. Dahingegen nehmen die Entscheidungsvariablen a_{ik} und $\bar{C}$ ganzzahlige Werte an, da hier Zeiteinheiten bzw. Minuten als Werte gespeichert werden.

In VRPs ist es wichtig, darauf zu achten, dass keine Subtours entstehen. Eine Subtour ist ein isolierter Rundweg, bei dem eine Teilmenge der Knoten von einem Fahrzeug bedient wird, ohne dass diese Knoten mit dem Start- oder Enddepot verbunden sind. In solchen Fällen wird meist dem Fahrzeug zwei Routen zugeordnet, eine zulässige, die im Startdepot beginnt und im Enddepot endet, und eine unzulässige, die i. d. R. einen Zyklus von mindestens zwei Knoten, die nicht das Start- und Enddepot sind, beinhaltet. Ein Beispiel kann der Abbildung 3.2 entnommen werden.

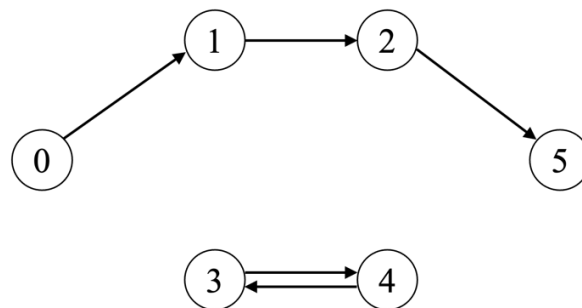


Abbildung 3.2: Beispiel für eine Subtour

Hier stellen die Knoten 0 und 5 das Start- und Enddepot dar. Die Knoten 1, ..., 4 sollen im Laufe der Tour besucht werden. Zur Vereinfachung steht in diesem Bsp. nur ein Fahrzeug zur Verfügung, das alle Knoten besuchen muss. Demnach sollte lediglich die Reihenfolge der Knoten 1, ..., 4 bestimmt werden. Es kann allerdings der Fall eintreten, dass zwei Touren für das Fahrzeug erstellt werden. Die eine beinhaltet die Tour 0 – 1 – 2 – 5, während die zweite Tour aus 3 – 4 – 3 besteht. Letztere stellt die Subtour dar, die unzulässig ist. In dem Modell, welches in dieser Arbeit behandelt wird, könnte solch eine Subtour entstehen, wenn lediglich die Nebenbedingungen (1 – 2) bis (1 – 5) aufgestellt werden würden. Jedoch in Kombination mit den Nebenbedingungen (1 – 10) wird eine zeitliche Reihenfolge ermittelt. Das bedeutet, wenn bspw. der Transporteur $k \in K$ den Patienten 2 direkt nach dem Patienten 1 transportiert, erhält die Entscheidungsvariable x_{12k} den Wert 1. Somit ist die Ankunftszeit (a_{2k}) des Transporteurs $k \in K$ beim Patienten 2 größer als die des Patienten 1 (a_{1k}), wenn die zurückgelegte Laufzeit $c_{12} > 0$ ist.

Würde dennoch der Transporteur $k \in K$ den Patienten 2 direkt nach dem Patienten 1 besuchen, wäre die Entscheidungsvariable $x_{21k} = 1$ und die Ankunftszeit a_{1k} des Transporteurs $k \in K$ beim Patienten 1 müsste größer als die beim Patienten 2 (a_{2k}) sein. Jedoch wurde eben zuvor festgestellt, dass $a_{2k} > a_{1k}$ ist und somit kann keine Subtour entstehen.

Da die Pausenplanung ein wichtiger Bestandteil dieser Arbeit ist, werden nun die Restriktionen, die sich auf die Pause beziehen, genauer erläutert und dargestellt. Diese unterliegt einigen gesetzlichen Regularien, die ebenfalls in dem Modell berücksichtigt werden. Ein Bsp. hierfür wäre, dass ein Transporteur mindestens eine 30-minütige Pause einlegen muss, wenn er mehr als sechs und weniger als neun Stunden gearbeitet hat (European Commission, 2024). Bei mehr als neun Stunden muss die Summe der Pause mindestens 45 Minuten lang sein. Die Pausen können in 15 Minuten Zeitabschnitte aufgeteilt werden (Bundesministerium der Justiz, 2024). Doch dies wird in dieser Arbeit nicht berücksichtigt, da eine Schicht acht Stunden lang ist und somit diese Restriktion nicht eintrifft. Auch die Unterbrechung von Pausen ist nicht in diesem Modell integriert. Allerdings ist die Länge der Arbeitszeit mehr als sechs Stunden und somit müssen die Transporteure eine Pause von 30 Minuten absolvieren. Mit den Nebenbedingungen (1 – 14) wird sichergestellt, dass jeder Transporteur $k \in K$ genau eine Pause in seiner Arbeitszeit macht:

$$\sum_{j \in V: j \neq n+1} x_{n+1,j,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1 - 14)$$

Für die Pausenplanung wird darauf geachtet, dass die Transporteure nicht zu früh und nicht zu spät in ihrer Schicht in die Pause gehen. Denn würden sie bspw. direkt nach einer Stunde in die Pause gehen, hätten sie eine Stunde gearbeitet, 30 Minuten Pause gehabt und hätten dann noch sechs Stunden und 30 Minuten. Das würde gegen die oben erwähnte Regelung verstoßen, dass eine Pause in Höhe von 30 Minuten abgehalten werden muss, wenn am Stück mindestens sechs Stunden gearbeitet wurde. Daher wird in diesem Modell der Parameter b^{no} definiert, damit in den ersten und letzten b^{no} Minuten einer Schicht keine Transporteure in Pause gehen dürfen. Zusätzlich ist in den Nebenbedingungen (1 – 15) und (1 – 16) zu erkennen, dass die Ankunftszeit im Pausenknoten $a_{n+1,k}$ in anderen Worten den Beginn der Pause festlegt. Dies wiederum erklärt, warum der Pausenknoten in den Nebenbedingungen (1 – 6) und (1 – 7) nicht berücksichtigt wird. Denn für die Patienten gelten die Zusatzbedingungen, die oben erwähnt sind, nicht:

$$a_{n+1,k} \geq t^{start} + b^{no} \quad \forall k \in K \quad (1 - 15)$$

$$a_{n+1,k} \leq t^{end} - b^{no} \quad \forall k \in K \quad (1 - 16)$$

Um den Rechenaufwand zu verringern, werden die Nebenbedingungen (1 – 17) derart definiert, sodass die geplante Pause eines Transporteurs $k \in K$ nicht in jeder Minute des

Modells (die ersten und letzten b^{no} Minuten werden hierbei nicht berücksichtigt) stattfinden kann, sondern in festgelegten, gleichgroßen Zeitfenstern $s \in S$. Die Größe eines solchen Zeitfensters ist im Parameter d festgehalten. Durch die Formulierung der Nebenbedingungen (1 – 17) kann ein Transporteur $k \in K$ somit nur in einem Vielfachen von d die Pause beginnen:

$$d \cdot \sum_{s \in S} s \cdot z_{sk}^{start} = a_{n+1,k} \quad \forall k \in K \quad (1 - 17)$$

Um sicherzustellen, dass jeder Transporteur $k \in K$ genau eine Pause nimmt und sie nicht z. B. durch eine Unterbrechung in zwei Pausen aufteilt, wird in den Nebenbedingungen (1 – 18) das Beginnen einer Pause auf den Wert 1 gesetzt. Dadurch ist eine Unterbrechung der Pause nicht mehr möglich, denn sonst müsste ein erneuter Beginn der Pause bestimmt werden:

$$\sum_{s \in S} z_{sk}^{start} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1 - 18)$$

Die Länge der Pause wird mit Hilfe der Nebenbedingungen (1 – 19) festgelegt. Der Parameter b^{len} enthält den Wert, wie viele Zeitfenster $s \in S$ die Pause lang sein soll. Dementsprechend wird der Beginn der Pause z_{sk}^{start} und die Variable z_{sk} , die angibt, ob ein Transporteur $k \in K$ im Zeitfenster $s \in S$ in der Pause ist, benötigt. Diese Formulierung sieht wie folgt aus:

$$\begin{aligned} & \forall s \in S, k \in K: \\ & z_{sk}^{start} \leq z_{\tilde{s}k} \quad s \leq \left\lfloor \frac{t^{end} - b^{no}}{d} \right\rfloor, \quad (1 - 19) \\ & \tilde{s} \in \{s, \dots, s + b^{len} - 1\} \end{aligned}$$

Obwohl die Problemstellung deterministisch ist, wird in dieser Arbeit ein Puffer eingeführt, um nicht alle Transporteure gleichzeitig in Pause zu schicken. Dadurch sind für Notfälle oder unvorhergesehene Aufträge eine Mindestanzahl an Transporteuren zur Verfügung, ohne dass sie ihre Pause unterbrechen müssen:

$$\sum_{k \in K} z_{sk} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (1 - 20)$$

Nicht zuletzt müssen die beiden Entscheidungsvariablen, die die Pause fixieren, definiert werden. Sowohl z_{sk}^{start} als auch z_{sk} sind Binärvariablen, da sie lediglich die Aussage treffen,

ob ein Transporteur $k \in K$ im Zeitfenster $s \in S$ seine Pause beginnt bzw. in der Pause ist oder nicht:

$$z_{sk}, z_{sk}^{start} \in \{0,1\} \quad \forall s \in S, k \in K \quad (1 - 21)$$

Die gesamte Modellformulierung des kompakten Modells kann im Anhang A.2 betrachtet werden.

3.3 Spaltengenerierungsheuristik

Da ein Standardsolver bei der Lösung des im vorherigen Kapitel vorgestellten Modells bei zunehmender Größe der Problem instanzen schnell an seine Grenzen gerät (vgl. Kapitel 4.2) und SG-basierte Verfahren den Vorteil bieten, dass sie eine (nahezu) optimale Lösung für das betrachtete Problem liefern (Toth & Vigo, 2014), wurde eine SGH entwickelt (s. Abbildung 3.3). Diese Heuristik besteht aus vier folgenden Phasen:

1. Spaltengenerierung (s. Kapitel 3.3.1)
2. Randomisierter Algorithmus (s. Kapitel 3.3.2)
3. Reparatur der Überdeckung (s. Kapitel 3.3.3)
4. Reparatur der Unterdeckung (s. Kapitel 3.3.4)

Die einzelnen Phasen werden nun in den folgenden Unterkapiteln genauer erläutert.

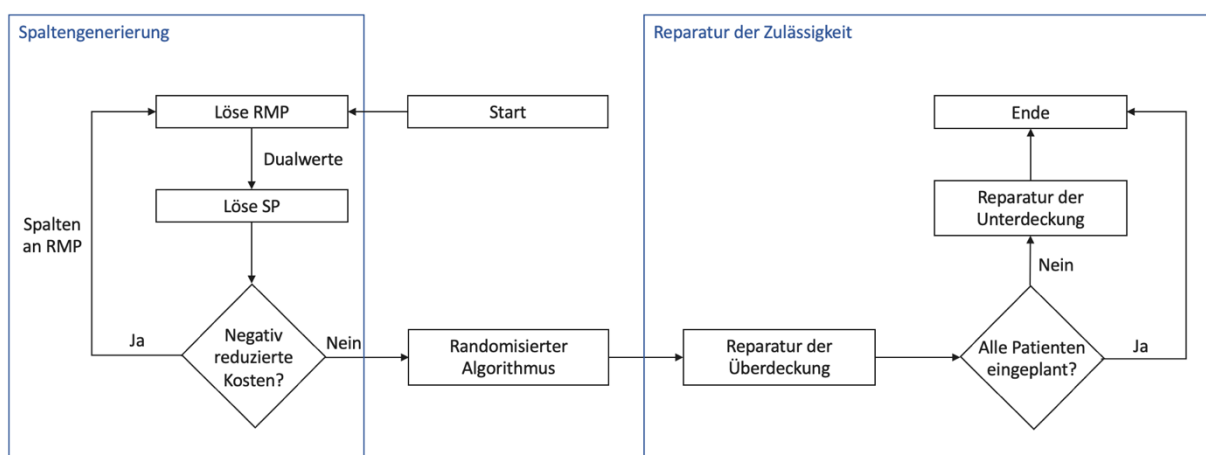


Abbildung 3.3: Spaltengenerierungsheuristik

3.3.1 Phase 1 – Spaltengenerierung

Die Technik der SG stellt die erste Phase der SGH dar. Hierbei wird das kompakte Modell aus Kapitel 3.2.1 mittels einer DWD in ein MP und mehrere SPs zerlegt. Die SG beginnt direkt das

MP zu lösen, ohne eine Startlösung zu erhalten. Dies erfolgt, indem in der Zielfunktion der Relaxierung des MP (engl. Restricted Master Problem, kurz: RMP) mit Hilfe von Strafvariablen der ZFW bestraft wird. Somit erzeugt das RMP Dualwerte, die dem SP übergeben wird. Diese Dualwerte haben einen Einfluss auf den ZFW des SP. Wird eine bessere Lösung gefunden, d. h. es sind negative reduzierte Kosten entstanden, so generiert das SP eine neue Spalte, die den ZFW verbessert und fügt sie der Spaltenmenge des RMP hinzu. Anschließend wird das RMP auf Basis der neuen Spaltenmenge erneut optimiert. Es werden nun solange abwechselnd RMP und eines der SPs gelöst, bis es keine Spalten mehr gibt, welche den ZFW des RMP verbessern könnten. Die bei der Terminierung der SG erhaltene Optimallösung des RMP ist i. d. R. nicht ganzzahlig und ihr ZFW stellt eine untere Schranke für den optimalen ZFW des Problems dar. Wird das MP mit allen generierten Spalten gelöst, ergibt sich eine ganzzahlige und somit für das kompakte Modell zulässige Lösung, deren ZFW eine obere Schranke für den optimalen ZFW des Problems darstellt. Ist jedoch die im RMP erhaltene Lösung ganzzahlig bzw. entspricht die untere Schranke der oberen, so handelt es sich bei der gefundenen Lösung um die Optimallösung des Problems. (Desaulniers et al., 2005)

Zusätzlich zu dem soeben beschriebenen allg. Ablauf der SG sei für genauere Informationen zum Ablauf der SG in dieser Arbeit auf die Kapitel 3.3.1.1 und 3.3.1.2 verwiesen. Es sei an dieser Stelle erwähnt, dass sich in der Literatur neben klassischen Eröffnungsverfahren, welche heuristisch eine zulässige Startlösung zur Initialisierung des RMP generieren, weitere Möglichkeiten für den Beginn der SG bzw. Initialisierung des RMP finden. Beispiele sind die Initialisierung mittels Routen mit jeweils nur einem Kunden, d. h. Routen der Form Startdepot-Kunde-Enddepot (Desaulniers et al., 2005), die Initialisierung mittels einer Route, welche alle Kunden enthält – eine sog. Dummy-Spalte, die aufgrund ihrer hohen Kosten im Verlauf der SG die Basis verlässt – (Liberatore et al., 2011) und der sog. Big-M-Ansatz, bei welchem künstliche Variablen mit hohen Strafkosten eingeführt werden (Desaulniers et al., 2005). Letzteres wird in dieser Arbeit verwendet, wie bereits am Anfang dieses Kapitels erwähnt wurde.

Nachfolgend wird genauer auf die Formulierung der einzelnen Probleme eingegangen. Für die Zerlegung in MP und SPs mittels DWD wurde zunächst die Struktur des kompakten Modells aus Kapitel 3.2.1 genauer betrachtet. Es fiel auf, dass lediglich die Nebenbedingungen (1 – 5) und (1 – 20) die Transporteure miteinander verbindet und alle anderen Nebenbedingungen für jeden Transporteur separat formuliert sind. Daher wurde für jeden Transporteur $k \in K$ ein eigenes SP formuliert (vgl. Desaulniers et al., 2005). Da sich die Transporteure innerhalb einer Schicht nicht unterscheiden, sind folglich auch deren SPs identisch. Die verbindenden Nebenbedingungen (1 – 5) und (1 – 20), sowie die Nebenbedingungen (1 – 11) und

(1 – 13), welche durch die zusätzliche Betrachtung der Fairness hinzukommen, werden dem MP zugeordnet. Jedoch müssen hierfür die Nebenbedingungen (1 – 13) aufgeteilt werden, denn nur die Definition der Entscheidungsvariable $\bar{C}$ ist für die Fairnessbetrachtung relevant. Somit werden die Nebenbedingungen in die folgenden neu gegliedert:

$$a_{ik} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (1 - 13a)$$

$$\bar{C} \in \mathbb{N}_0 \quad (1 - 13b)$$

Durch die genauere Aufteilung kann nun explizit festgelegt werden, dass die Nebenbedingungen (1 – 5), (1 – 11), (1 – 13b) und (1 – 20) dem MP zugeordnet werden. Die Nebenbedingungen (1 – 11) und (1 – 13b) sind zwar für jeden Transporteur formuliert, müssen jedoch im MP vorhanden sein, da der Fairnessaspekt das Ziel dieses Modells ist. Dementsprechend werden die verbleibenden Nebenbedingungen den SPs zugewiesen. Das sind die Nebenbedingungen (1 – 2) – (1 – 4), (1 – 6) – (1 – 10), (1 – 12), (1 – 14) – (1 – 19) und (1 – 21). Nachfolgend wird erklärt, wie das MP bzw. RMP (vgl. Kapitel 3.3.1.1) sowie die SPs (vgl. Kapitel 3.3.1.2) bestimmt wurden. Sofern nicht anders angegeben, sei hierfür auf Desaulniers et al. (2005) verwiesen.

3.3.1.1 Master Problem und Restricted Master Problem

Es sei im Folgenden $F_k = \{1, \dots, |F_k|\}$ die Menge der zulässigen Touren von Transporteur $k \in K$. Des Weiteren werden die folgenden Parameter definiert (s. Tabelle 3.4):

Parameter	Erläuterung
X_{if}	1, falls der Knoten $i \in V$ auf der Route $f \in F_k (\forall k \in K)$ bedient wird, 0 sonst
Z_{sf}	1, falls der Transporteur $k \in K$ auf der Route $f \in F_k$ zum Zeitfenster $s \in S$ in der Pause ist, 0 sonst
C_f	Laufzeit des Transporteurs $k \in K$, der die Route $f \in F_k$ bedient
C^{out}	Strafparameter, wenn ein Patient nicht transportiert wird

Tabelle 3.4: Neu definierte Parameter des MP bzw. RMP

Zur Formulierung des MP werden nun die Entscheidungsvariablen λ_{kf} und $\mu_i^{patient}$ eingeführt:

Entscheidungsvariable	Erläuterung
λ_{kf}	1, falls die f -te Tour von Transporteur $k \in K$ in der aktuellen Lösung verwendet wird, 0 sonst
$\mu_i^{patient}$	1, falls der Patient $i \in N \setminus \{n + 1\}$ auf keiner Route bedient wird, 0 sonst

Tabelle 3.5: Neu definierte Entscheidungsvariablen des MP bzw. RMP

An dieser Stelle seien die Definitionen der Parameter X_{if} , Z_{sf} und C_f aufgezeigt:

$$X_{if} := \sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} x_{ijk} \quad \forall i, j \in V$$

$$Z_{sf} := \sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} z_{sk} \quad \forall s \in S$$

$$C_f := \sum_{i, j \in V} c_{ij} \cdot x_{ijk} \quad \forall k \in K, f \in F_k$$

Diese werden zur Vereinfachung der folgenden Formulierungen verwendet. Aus den eben neu definierten Parametern und Entscheidungsvariablen ergibt sich folgendes MP:

$$\text{Min } \bar{C} + C^{out} \cdot \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \mu_i^{patient} \quad (MP - 1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} X_{if} \cdot \lambda_{kf} + \mu_i^{patient} \geq 1 \quad \forall i \in N \setminus \{n + 1\} \quad (MP - 2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} Z_{sf} \cdot \lambda_{kf} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (MP - 3)$$

$$\bar{C} \geq \sum_{f \in F_k} C_f \cdot \lambda_{kf} \quad \forall k \in K \quad (MP - 4)$$

$$\sum_{f \in F_k} \lambda_{kf} = 1 \quad \forall k \in K \quad (MP - 5)$$

$$\lambda_{kf}, \mu_i^{patient} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, f \in F_k, i \in N \setminus \{n + 1\} \quad (MP - 6)$$

$$\bar{C} \in \mathbb{N}_0 \quad (MP - 7)$$

Die Zielfunktion (MP – 1) besteht zum einen aus der Minimierung der maximalen Laufzeit aller Transporteure, wie bereits im kompakten Modell (s. (1 – 1)) und zum anderen aus dem

Strafterm, falls ein oder mehrere Patienten auf den Routen nicht bedient werden. Dies wurde hier definiert, da in dieser Arbeit keine Startlösung dem MP übergeben wird, sondern ein sog. Kaltstart vorgenommen wird. Der Strafparameter C^{out} wird demnach so groß gewählt, dass das Modell versuchen wird, alle bzw. so viele Patienten wie möglich einzuplanen. Die Nebenbedingungen (MP – 2) stellen die Nachfragerrestriktionen dar. Das bedeutet, das Modell versucht jedem Patienten mindestens eine Route zuzuweisen. Falls das nicht möglich sein sollte, greift hier die Entscheidungsvariable $\mu_i^{patient}$. In den Nebenbedingungen (MP – 3) wird festgelegt, dass nicht mehr als $\bar{b}$ Transporteure gleichzeitig in Pause sind. Die Nebenbedingungen (MP – 4) betrachten die Laufzeiten eines jeden Transporteurs und speichert die längste davon in die Entscheidungsvariable $\bar{c}$ ab. Die Konvexitätsnebenbedingungen sind in (MP – 5) vorzufinden. Diese garantieren, dass die Lösung in der konvexen Hülle der bisher generierten Spalten liegt. Dadurch wird sichergestellt, dass die Kombination der Spalten eine gültige Lösung des ursprünglichen Problems darstellt. Jedoch werden die Nebenbedingungen (MP – 5) derart angepasst, dass die linke Seite nicht gleich eins sein muss, sondern es genügt diese auf kleiner gleich eins zu setzen:

$$\sum_{f \in F_k} \lambda_{kf} \leq 1 \quad \forall k \in K \quad (MP - 5a)$$

Hiermit wird versucht, das Problem in der Phase 1 der SGH deutlich schneller lösen zu können. Denn teilweise wurden Testinstanzen im MP bzw. RMP äußerst lange gelöst. Das konnte mit dieser Vorgehensweise behoben werden. Allerdings muss diese Unzulässigkeit wieder gerichtet werden. Dies erfolgt in der Phase 4 der SGH. Wie dies vonstattengeht, wird in Kapitel 3.3.4 erläutert.

Das zugehörige RMP entspricht dem MP, jedoch mit der Anpassung der Nebenbedingungen (MP – 6). Diese wird unterteilt in (RMP – 6a) und (RMP – 6b). Ersteres bezieht sich auf die Wertemenge der Entscheidungsvariablen λ_{kf} . Zuvor im MP war es eine Binärvariable und konnte nur die Werte null und eins annehmen. Im RMP ist sie jedoch eine reelle Zahl, die zwischen dem Wert null und eins liegt bzw. die auch die Werte null und eins annehmen kann. Das vollständige RMP kann dem Anhang A.2 entnommen werden.

Wir erlauben eine Überdeckung und gleichzeitige Unterdeckung. Dies ist ein Teil der SGH. Die Unterdeckung wird in der Zielfunktion (MP – 1) bzw. (RMP – 1) bestraft. Dies ist daran zu erkennen, dass für jeden Patienten, der zu keiner Tour zugeordnet wurde ($\mu_i^{patient} = 1$), ein Strafwert in Höhe des Parameters C^{out} auf den ZFW addiert wird. Mit Überdeckung ist das

Zuteilen von einem Patienten $i \in N \setminus \{n + 1\}$ zu mehr als einem Transporteur $k \in K$ gemeint. Dementsprechend bedeutet in diesem Zusammenhang die Unterdeckung, dass es Patienten $i \in N \setminus \{n + 1\}$ geben kann, die zu keinem Transporteur $k \in K$ zugewiesen wurden. Die Überdeckung wird in der dritten Phase repariert (s. Kapitel 3.3.3), wohingegen die Unterdeckung in der vierten Phase behoben wird (s. Kapitel 3.3.4).

3.3.1.2 Subproblem

Wie bereits erwähnt, werden in den SPs der Transporteure neue Spalten, d. h. für jeden Transporteur zulässige Touren, generiert. Diese werden dem RMP hinzugefügt. Um sicherzustellen, dass eine neue Spalte den aktuellen ZFW des RMP tatsächlich verbessern kann, müssen die reduzierten Kosten dieser Spalte kleiner als null sein. Im Folgenden wird zunächst eine allg. Formel für die reduzierten Kosten hergeleitet. Anschließend werden die reduzierten Kosten für eine neue Spalte mittels dieser Formel ermittelt und damit das SP von Transporteur $k \in K$ allg. aufgestellt.

Herleitung der reduzierten Kosten

Für die in diesem Abschnitt folgenden Ausführungen sowie verwendete und nicht explizit erklärte Notationen sei auf Burkard & Zimmermann (2013) verwiesen. Betrachtet wird ein Lineares Programm (LP) in Normalform $LP = \min\{cx \mid Ax = b, x \geq 0\}$. Mit einer festen, aber beliebigen Basis B sowie Nichtbasis N kann der Term $Ax = b$ folgendermaßen umgeformt werden:

$$Ax = (A_B, A_N) \cdot \begin{pmatrix} x_B \\ x_N \end{pmatrix} = A_B x_B + A_N x_N = b$$

Es seien dabei A_B die zur Basis B gehörende Basismatrix, A_N die Nichtbasismatrix, x_B die Basisvariablen und x_N die Nichtbasisvariablen. Weiter gilt:

$$x_B = A_B^{-1}b - A_B^{-1}A_N x_N$$

Damit ergibt sich für die Zielfunktion cx die folgende Formulierung:

$$\begin{aligned} cx &= c_B x_B + c_N x_N \\ &= c_B \cdot (A_B^{-1}b - A_B^{-1}A_N x_N) + c_N x_N \\ &= c_B A_B^{-1}b - c_B A_B^{-1}A_N x_N + c_N x_N \\ &= \underbrace{c_B A_B^{-1}b}_{=: z^*} + \underbrace{(c_N - c_B A_B^{-1}A_N)}_{=: r_N} \cdot x_N \end{aligned}$$

Der Term r_N gibt die reduzierten Kosten an, wobei nicht-negative reduzierte Kosten $r_N \geq 0$ für eine zulässige Basislösung x zur Basis B , d. h. $x_B \geq 0$ und $x_N = 0$, ein hinreichendes Optimalitätskriterium darstellen. Dabei besitzt das LP den optimalen ZFW $z^* = c_B A_B^{-1} b$. Dies kann wie folgt gezeigt werden:

Beweis:

Es sei $y = (y_B, y_N)$ eine zulässige Lösung für das LP, d. h. $y_B, y_N \geq 0$. Dann gilt:

$$cy = z^* + r_N y_N \underset{r_N \geq 0}{\geq} z^* = cx$$

□

Es sei x die optimale Lösung des LP mit dem ZFW z^* . Dann gilt nach dem Dualitätsgesetz, dass der optimale ZFW $\pi^* b$ des dualen Problems $DP = \max\{\pi b | Ax = b, x \geq 0\}$ ist. Damit gilt:

$$\pi^* b = z^* = c_B A_B^{-1} b \iff \pi^* = c_B A_B^{-1}$$

Das bedeutet, im Optimum können die reduzierten Kosten auch mittels folgender alternativer Formel dargestellt werden:

$$r_N = c_N - \pi^* A_N \tag{RK}$$

Formulierung der SPs

Nachfolgend werden die SPs für alle Transporteure $k \in K$ ermittelt. Hierfür werden zunächst die Entscheidungsvariablen x_{ij} von $SP(k)$ definiert:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1, & \text{falls Transporteur } k \in K \text{ den Knoten bzw. Auftrag } j \in V \\ & \text{direkt nach dem Knoten bzw. Auftrag } i \in V \text{ besucht,} \\ & 0 \\ & \text{sonst} \end{cases}$$

Da in jedem SP immer nur eine Tour (die des Transporteurs k) generiert wird, wird der Index k für die Entscheidungsvariablen in $SP(k)$ nicht benötigt. Wie bereits in Kapitel 3.3.1 beschrieben, ergeben sich die Nebenbedingungen des SP aus den Restriktionen (1 – 2) – (1 – 4), (1 – 6) – (1 – 10), (1 – 12), (1 – 14) – (1 – 19) und (1 – 21) des kompakten Modells. Hierfür werden lediglich die Entscheidungsvariablen x_{ijk} durch die neuen Variablen x_{ij} ersetzt, sowie die Bedingungen $\forall k \in K$ aus allen Nebenbedingungen entfernt.

Zur Bestimmung der Zielfunktion des SP kann die Formel (RK) herangezogen werden. Da die Entscheidungsvariable λ_{kf} in der Zielfunktion (RMP – 1) nicht vorkommt, ist der entsprechende Koeffizient null (Desrosiers & Lübbecke, 2005). Somit fällt der Term c_N in der

Zielfunktion des SP weg. Für den Vektor der Dualvariablen $\boldsymbol{\pi}^*$ wird folgende Notation verwendet: Es seien $(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$ die zu Bedingung $(RMP - 2)$, $(\tau_1, \dots, \tau_{|S|})$ die zu $(RMP - 3)$, $(\psi_1, \dots, \psi_{|K|})$ die zu $(RMP - 4)$ und $(\pi_1, \dots, \pi_{|K|})$ die zu $(RMP - 5)$ gehörenden Dualvariablen. Damit ergibt sich:

$$\boldsymbol{\pi}^* = (\sigma_1, \dots, \sigma_n, \tau_1, \dots, \tau_{|S|}, \psi_1, \dots, \psi_{|K|}, \pi_1, \dots, \pi_{|K|})$$

Zur Bestimmung der Nichtbasismatrix A_N wird betrachtet, wie sich das RMP durch Einfügen einer neuen Spalte in den Nebenbedingungen $(RMP - 2)$, $(RMP - 3)$, $(RMP - 4)$ und $(RMP - 5)$ verändert. Dies ist in Abbildung 3.4 beispielhaft anhand einer neuen Spalte $|F_1| + 1$ für Transporteur 1 dargestellt.

$i = 1:$	$X_{11} \cdot \lambda_{11} + \dots + X_{1, F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+X_{1, F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$	$+X_{11} \cdot \lambda_{21} + \dots + X_{1, F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$	$+ \dots +$	$+X_{11} \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + X_{1, F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$	$+\mu_1^{patient}$	≥ 1
$i = 2:$	$X_{21} \cdot \lambda_{11} + \dots + X_{2, F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+X_{2, F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$	$+X_{21} \cdot \lambda_{21} + \dots + X_{2, F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$	$+ \dots +$	$+X_{21} \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + X_{2, F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$	$+\mu_2^{patient}$	≥ 1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$i = n:$	$X_{n1} \cdot \lambda_{11} + \dots + X_{n, F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+X_{n, F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$	$+X_{n1} \cdot \lambda_{21} + \dots + X_{n, F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$	$+ \dots +$	$+X_{n1} \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + X_{n, F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$	$+\mu_n^{patient}$	≥ 1
$s = 1:$	$Z_{11} \cdot \lambda_{11} + \dots + Z_{1, F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+Z_{1, F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$	$+Z_{11} \cdot \lambda_{21} + \dots + Z_{1, F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$	$+ \dots +$	$+Z_{11} \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + Z_{1, F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$		$\leq \bar{b}$
$s = 2:$	$Z_{21} \cdot \lambda_{11} + \dots + Z_{2, F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+Z_{2, F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$	$+Z_{21} \cdot \lambda_{21} + \dots + Z_{2, F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$	$+ \dots +$	$+Z_{21} \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + Z_{2, F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$		$\leq \bar{b}$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$s = S :$	$Z_{ S ,1} \cdot \lambda_{11} + \dots + Z_{ S , F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+Z_{ S , F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$	$+Z_{ S ,1} \cdot \lambda_{21} + \dots + Z_{ S , F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$	$+ \dots +$	$+Z_{ S ,1} \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + Z_{ S , F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$		$\leq \bar{b}$
$k = 1:$	$C_1 \cdot \lambda_{11} + \dots + C_{ F_1 } \cdot \lambda_{1, F_1 }$	$+C_{ F_1 +1} \cdot \lambda_{1, F_1 +1}$					$\leq \bar{c}$
$k = 2:$			$C_1 \cdot \lambda_{21} + \dots + C_{ F_2 } \cdot \lambda_{2, F_2 }$				$\leq \bar{c}$
$\vdots$				$\ddots$			$\vdots$
$k = K :$					$C_1 \cdot \lambda_{ K ,1} + \dots + C_{ F_{ K } } \cdot \lambda_{ K , F_{ K } }$		$\leq \bar{c}$
$k = 1:$	$\lambda_{11} + \dots + \lambda_{1, F_1 }$	$+ \lambda_{1, F_1 +1}$					$= 1$
$k = 2:$			$\lambda_{21} + \dots + \lambda_{2, F_2 }$				$= 1$
$\vdots$				$\ddots$			$\vdots$
$k = K :$					$\lambda_{ K ,1} + \dots + \lambda_{ K , F_{ K } }$		$= 1$

Abbildung 3.4: Veränderung der Nebenbedingungen (RMP-2), (RMP-3), (RMP-4) und (RMP-5) durch Hinzukommen einer neuen Spalte für den Transporteur 1

Für einen beliebigen Transporteur $k \in K$ ergibt sich folgende Nichtbasismatrix A_N :

$$A_N = (X_{1,|F_k|+1}, X_{2,|F_k|+1}, \dots, X_{n,|F_k|+1}, Z_{1,|F_k|+1}, Z_{2,|F_k|+1}, \dots, Z_{|S|,|F_k|+1}, 0, \dots, 0, C_{|F_k|+1}, 0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)^T$$

Insgesamt besitzt eine neue Spalte damit die folgenden reduzierten Kosten, welche sich aus der Formel (RK) ableiten:

$$\begin{aligned} r_N &= c_N - \pi^* A_N \\ &= - \left(\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sigma_i \cdot X_{if} + \sum_{s \in S} \tau_s \cdot Z_{sf} + \psi_k \cdot C_f + \pi_k \right) \end{aligned}$$

Zur Bestimmung der Zielfunktion des SP(k) müssen die Entscheidungsvariablen X_{if} , Z_{sf} und C_f durch die folgenden ersetzt werden: y_i , z_t^{start} , C . Dadurch fällt der Index f weg. Dieser betrachtet eine einzelne Route ($f \in F_k$). Da das SP allerdings nur für einen Transporteur erstellt und eine Route berechnet wird, ist dieser Index nicht relevant. Für die Ersetzung von Z_{sf} durch z_t^{start} muss die Summe über τ_s angepasst werden. Denn z_t^{start} betrachtet nur das Zeitfenster, in dem die Pause beginnt. Daher werden immer b^{len} τ -Werte aufsummiert und anschließend mit z_s^{start} multipliziert. Dafür wurde eine zusätzliche Menge $\hat{S} (= \{1, \dots, |S| - (b^{len} - 1)\})$ definiert, die in der Zielfunktion (SP - 1) genutzt wird. Alternativ könnte die Entscheidungsvariable z_s herangezogen werden. Hierbei dürfen die τ -Werte nicht aufsummiert, sondern direkt mit z_s multipliziert werden.

Damit ergibt sich folgendes SP:

$$Min - \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sigma_i \cdot y_i - \sum_{s \in \hat{S}} \left(\sum_{t=s}^{s+b^{len}-1} \tau_t \right) \cdot z_s^{start} - \psi_k \cdot C - \pi_k \quad (SP - 1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = 1 \quad (SP - 2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+2} = 1 \quad (SP - 3)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} - \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ji} = 0 \quad \forall j \in N \quad (SP - 4)$$

$$a_j \geq e_j \cdot x_{ij} \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\} \quad (SP - 5)$$

$$a_j \leq l_j \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\} \quad (SP - 6)$$

$$a_0 \geq t^{start} \quad (SP - 7)$$

$$a_j \leq t^{end} \cdot \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (SP - 8)$$

$$a_j \geq a_i + c_{ij} - M \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j \quad (SP - 9)$$

$$\sum_{j \in V: j \neq n+1} x_{n+1,j} = 1 \quad (SP - 10)$$

$$a_{n+1} \geq t^{start} + b^{no} \quad (SP - 11)$$

$$a_{n+1} \leq t^{end} - b^{no} \quad (SP - 12)$$

$$d \cdot \sum_{s \in S} s \cdot z_s^{start} = a_{n+1} \quad (SP - 13)$$

$$\sum_{s \in S} z_s^{start} = 1 \quad (SP - 14)$$

$$z_s^{start} \leq z_{\tilde{s}} \quad \forall s \in S: s \leq \left\lfloor \frac{t^{end} - b^{no}}{d} \right\rfloor, \quad (SP - 15)$$

$$\tilde{s} \in \{s, \dots, s + b^{len} - 1\}$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} = y_j \quad \forall j \in V \quad (SP - 16)$$

$$\sum_{i,j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} = C \quad (SP - 17)$$

$$x_{ij}, y_j, z_s, z_s^{start} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, s \in S \quad (SP - 18)$$

$$a_i, C \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V \quad (SP - 19)$$

3.3.2 Phase 2 – Randomisierter Algorithmus

In der zweiten Phase der SGH wird auf die relaxierte Lösung aus Phase 1 ein selbst entwickelter randomisierter Algorithmus angewandt. Dieser Algorithmus 3.1 nimmt zufällig Spalten, speichert diese mit samt dem ZFW ab und prüft in den folgenden Ziehungen, ob die nächsten zufällig gezogenen Spalten einen besseren ZFW liefert oder nicht. Im positiven Fall werden die neuen Spalten gemerkt. Dieses Prozedere wird eine vorher festgelegte Anzahl oft durchgeführt.

Algorithmus 3.1: randomisierter Algorithmus

```
1: Lege Anzahl Iterationen fest
2: Ziehe zufällig  $m_1$  Spalten
3:  $ZFW_1 \leftarrow ZFW$  aus den  $m_1$  Spalten
4: for each  $i < \text{Iterationen}$  do
5:   Ziehe zufällig weitere  $m_2$  Spalten
6:    $ZFW_2 \leftarrow ZFW$  aus den  $m_2$  Spalten
7:   if  $ZFW_1 > ZFW_2$  then
8:      $ZFW_1 \leftarrow ZFW_2$ 
9:      $m_1 \leftarrow m_2$ 
10:  end if
11: end for
```

Detaillierter erläutert findet der Algorithmus 3.1 durch die zufällige Ziehung ohne Zurücklegen seine Lösung. Hierbei bedient er sich an der Auswahl der zuvor generierten Spalten. Es werden zufällig m Spalten (hier mit m_1 bezeichnet) gezogen und der daraus entstehende ZFW (ZFW_1) betrachtet. Anschließend werden m weitere Spalten (hier mit m_2 bezeichnet) aus den übrigen gezogen und der neue ZFW (ZFW_2) mit dem zuvor gespeicherten (ZFW_1) verglichen. Der kleinere und somit bessere ZFWs wird als aktuell beste Lösung mit den zugehörigen Spalten vermerkt. Dieses Prozedere wird fortgeführt. Jedes Mal, wenn eine bessere Lösung gefunden wird, wird der neue ZFW und die dazugehörigen Spalten als neue beste Lösung abgespeichert. Dieses Vorgehen wird eine bestimmte Anzahl oft durchgeführt und die zuletzt beste gefundene Lösung als Lösung des randomisierten Algorithmus und somit als Lösung der Phase 2 definiert. Darauf wird nun die dritte Phase, die Reparatur der Überdeckung angewandt.

3.3.3 Phase 3 – Reparatur der Überdeckung

In dieser Phase wird die Überdeckung wieder in Ordnung gebracht. Das bedeutet, dass alle Fälle betrachtet werden, in denen Patienten zu mehr als einem Transporteur zugeordnet wurden. Nach einer Prozedur, die im Folgenden erklärt und in Algorithmus 3.2 dargestellt ist, werden alle Mehrzuweisungen derart angepasst, dass die Patienten in den eben genannten Fällen nur noch genau einem Transporteur zugewiesen sind.

Algorithmus 3.2: Reparatur der Überdeckung

```

1:  Sortiere Routen  $f \in F$  absteigend nach  $C_f$ 
2:  for each  $i \in N \setminus \{n + 1\}$  do
3:    if  $\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} X_{if} \cdot \lambda_{kf} > 1$  then
4:      Entferne Patient  $i$  aus der Route  $f$  mit dem höchsten  $C_f$ 
5:      Berechne  $C_f$  neu
6:      Sortiere Routen  $f \in F$  absteigend nach  $C_f$ 
7:    end if
8:  end for

```

Zuerst werden alle m Routen nach der längsten Wegstrecke (C_f) sortiert. Im nächsten Schritt wird der erste Patient ($i = 1$) betrachtet und geprüft, ob dieser zu mehr als einem Transporteur zugeordnet wurde. Falls das nicht der Fall ist, kann direkt der nächste Patient ($i = i + 1$) geprüft werden. Im positiven Fall wird der Patient aus der Route des Transporteurs entfernt, der aktuell die längste Wegstrecke zurücklegen muss und den Patienten in seiner Route zugewiesen hat. Anschließend wird die neue Wegstrecke berechnet, die dieser Transporteur ohne den eben entfernten Patienten zu laufen hat. Danach werden erneut alle Routen der m Transporteure nach der längsten Wegstrecke (C_f) sortiert. Dem folgt wiederum die Abfrage, ob der Patient nun immer noch mehr als einem Transporteur zugeordnet ist. Im positiven Fall wird das gleiche Vorgehen vorgenommen bis dieser Patient nur noch genau einem Transporteur zugewiesen ist. Im Anschluss wird der nächste Patient betrachtet und die gleiche Überprüfung erfolgt wie eben beschrieben. Dieses Prozedere wird so lange durchgeführt, bis alle Patienten ($i \in N \setminus \{n + 1\}$) geprüft wurden und die Überdeckung hiermit repariert ist. Somit können alle Patienten maximal zu einer Route zugewiesen sein. Nun kann der Fall eintreten, dass einige Patienten zu keiner Route zugewiesen sind. Diese Unterdeckung wird in der vierten und letzten Phase der SGH berücksichtigt und behoben. Diese wird im nächsten Kapitel 3.3.4 erläutert, jedoch wird zunächst ein Beweis für die Reparatur der Überdeckung dargelegt, wie sich der ZFW verhält, wenn exakt zwei Touren betrachtet werden.

Beweis:

Für diesen Beweis werden exakt zwei Routen miteinander verglichen, d. h. es gibt zwei Transporteure k_1 und k_2 . Es gilt die Annahme, dass immer der Patient aus der Route des Transporteurs k_2 entfernt wird, da dieser nicht zur Route des Transporteurs k_1 zugeordnet ist. Weiterhin wird für diesen Beweis eine Hilfsvariable C_k ($= \sum_{i,j \in V} c_{ij} \cdot x_{ijk}, \forall k \in K$) definiert,

die die gesamte Laufzeit des Transporteurs $k \in K$ enthält. Ferner gilt die Dreiecksungleichung: $c_{ih} \leq c_{ij} + c_{jh}$ ($\forall i, j, h \in V$). Es werden drei unterschiedliche Fälle betrachtet, wobei für alle die gleiche Patientensequenz $i \rightarrow j \rightarrow h$ gilt.

Fall 1): $C_{k_1} = \bar{C} \wedge C_{k_2} \leq \bar{C}$

Für den ersten Fall ist die Laufzeit des Transporteurs k_1 gleichzeitig die maximale Laufzeit aller Transporteure ($C_{k_1} = \bar{C}$). Die Laufzeit des Transporteurs k_2 ist kleiner oder gleich der maximalen Laufzeiten aller Transporteure ($C_{k_2} \leq \bar{C}$). Wenn nun der Patient j aus der Route des Transporteurs k_2 entfernt wird, so verändert sich der ZFW nicht, denn die neue Laufzeit des Transporteurs k_2 wird aufgrund der Dreiecksungleichung kleiner oder gleich der ursprünglichen Laufzeit sein ($C_{k_2}^{neu} \leq C_{k_2}$). Und somit wird die neue Laufzeit auch weiterhin kleiner oder gleich der maximalen Laufzeit aller Transporteure sein ($C_{k_2} - c_{ij} - c_{jh} + c_{ih} = C_{k_2}^{neu} \leq \bar{C}$). Die maximale Laufzeit aller Transporteure besitzt weiterhin denselben Wert wie zuvor, auch in dem Fall, wenn $C_{k_2}^{neu} < \bar{C}$ ist, denn die Laufzeit des Transporteurs k_1 ist und bleibt gleichzeitig die maximale Laufzeit aller Transporteure ($C_{k_1} = \bar{C}$) und ist gleichzeitig der ZFW.

Fall 2): $C_{k_1} < C_{k_2} = \bar{C}$

Nun ist die Laufzeit des Transporteurs k_2 die maximale Laufzeit aller Transporteure ($C_{k_2} = \bar{C}$). Jedoch ist die Laufzeit des Transporteurs k_1 echt kleiner als die des Transporteurs k_2 . In diesem Fall gibt es zwei mögliche Ergebnisse, wie sich der ZFW verändern kann:

Fall 2a): $C_{k_2} - c_{ij} - c_{jh} + c_{ih} = C_{k_2}^{neu} \geq C_{k_1} \Rightarrow \bar{C}^{neu} = C_{k_2}^{neu}$

Fall 2b): $C_{k_2} - c_{ij} - c_{jh} + c_{ih} = C_{k_2}^{neu} < C_{k_1} \Rightarrow \bar{C}^{neu} = C_{k_1}$

Im Fall 2a) ist die neue Laufzeit des Transporteurs k_2 trotz des Entfernens des Patienten j weiterhin größer oder gleich der Laufzeit des Transporteurs k_1 . Lediglich der Wert hat sich verändert, und zwar um den Faktor $-c_{ij} - c_{jh} + c_{ih}$. Damit ist der neue ZFW die neue Laufzeit des Transporteurs k_2 ($\bar{C}^{neu} = C_{k_2}^{neu}$).

Im Fall 2b) ist die neue Laufzeit des Transporteurs k_2 durch das Entfernen des Patienten j nun echt kleiner als die Laufzeit des Transporteurs k_1 . Das bedeutet, der Faktor $-c_{ij} - c_{jh} + c_{ih}$ ist größer als die Differenz der beiden Laufzeiten der eben genannten Transporteure ($-c_{ij} - c_{jh} + c_{ih} > |C_{k_2} - C_{k_1}|$). Daraus ergibt sich, dass die neue Laufzeit des Transporteurs

k_2 echt kleiner als die des Transporteurs k_1 ist ($C_{k_2}^{neu} < C_{k_1}$) und somit ist der neue ZFW gleich die Laufzeit des Transporteurs k_1 ($\bar{C}^{neu} = C_{k_1}$).

Sowohl im Fall 2a) als auch im Fall 2b) verringert sich die maximale Laufzeit aller Transporteure, das wiederum bedeutet, dass sich der ZFW verbessert.

□

Nun soll der eben gezeigte Beweis generalisiert werden.

Beweis:

Hierfür gilt die Annahme, dass der ZFW bei Verringerung eines Patienten aus der Tour k_2 gleich bleibt oder kleiner wird und somit sich verbessert. Dazu müssen zwei Fälle betrachtet werden.

Fall 1) $C_{k_2} = \bar{C} \wedge C_{k_l} < \bar{C} \ (\forall l \in K \setminus \{2\})$

Fall 2) $C_{k_2} = \bar{C} \wedge \exists C_{k_l} = \bar{C} \ (\forall l \in K \setminus \{2\})$

Im Fall 1) ist die Tour des Transporteurs k_2 die längste Tour und entspricht somit dem ZFW $\bar{C}$. Alle übrigen Touren sind jedoch echt kleiner als der ZFW. Da die Dreiecksungleichung gilt ($c_{ih} \leq c_{ij} + c_{jh} \ (\forall i, j, h \in V)$) und beim Entfernen des Patienten j aus der Tour des Transporteurs k_2 wird der Laufweg kleiner oder gleich dem Laufweg zuvor $C_{k_2}^{neu} \leq C_{k_2}$.

Dadurch wird ebenso der neue ZFW kleiner oder gleich dem alten sein $\bar{C}^{neu} \leq \bar{C}$.

Im Fall 2) ist zwar die Tour des Transporteurs k_2 wiederum die längste und entspricht dem ZFW $\bar{C}$, allerdings existiert mindestens eine weitere Tour, die ebenfalls die gleiche Länge aufweist. Somit verändert sich in diesem Fall der ZFW nicht, denn es wird zwar die Tour des Transporteurs k_2 gleichbleiben oder sich verringern $C_{k_2}^{neu} \leq C_{k_2}$, jedoch existiert mindestens eine weitere Tour, die weiterhin die Länge $\bar{C}$ aufweist. Daher verändert sich der ZFW im Fall 2) nicht.

□

3.3.4 Phase 4 – Reparatur der Unterdeckung

In Phase 4 der SGH wird als Ausgangspunkt, die Lösung aus der Phase 3 (Reparatur der Überdeckung) herangezogen. Somit sind alle Patienten entweder genau einem oder keinem Transporteur zugeordnet. In dieser letzten Phase wird die Unterdeckung repariert. D. h. alle Patienten, die noch zu keiner Tour zugewiesen wurden, werden einem Transporteur zugeordnet. Dies erfolgt, indem die Lösung aus Phase 3 dem kompakten Modell aus Kapitel 3.2.1 als Startlösung übergeben wird. Anschließend wird eine zulässige Lösung ermittelt, in der jeder Patient zu genau einem Transporteur zugewiesen ist. Und damit ist die SGH beendet.

Ein Hinweis muss allerdings an dieser Stelle gegeben werden. In weniger komplexen (und kleineren) Instanzen kann der Fall auftreten, dass es keine Unterdeckung gibt. Das bedeutet, in Phase 2 der SGH (randomisierter Algorithmus) bekam jeder Patient mindestens eine Tour zugewiesen und somit muss lediglich die Phase 3 (Reparatur der Überdeckung) zum Einsatz kommen. Nach dieser Phase wird jeder Patient zu genau einem Transporteur zugewiesen sein. Dadurch fällt die Phase 4 der SGH (Reparatur der Unterdeckung) aus und somit ist bereits nach der Phase 3 die entsprechende zulässige Lösung gefunden.

4 Rechenstudie

In diesem Kapitel werden die Lösungsmethoden aus den Kapiteln 3.2.1 und 3.3 auf selbst generierte Datensätze, die in Kapitel 4.1 beschrieben werden, angewandt. In Kapitel 4.2 wird für die kleinste Probleminstanz das kompakte Modell mit der SGH verglichen. An dieser Stelle wird gezeigt, dass es sinnvoll ist, die Zielfunktion nicht weiterhin mit der maximalen Laufzeit aller Transporteure, sondern mit der maximalen Anzahl an zu transportierenden Patienten aller Transporteure zu betrachten. Des Weiteren werden unterschiedliche Abbruchkriterien der SP-Lösungen getestet und entschieden, welche die beste Wahl davon wäre (s. Kapitel 4.3). In Kapitel 4.4 wird die SGH genauer analysiert, indem die Ergebnisse jeder Phase sukzessive evaluiert werden. Das Kapitel 4.5 und 4.6 setzen den Fokus auf die Phase 2. Zum einen wird ein Vergleich gezogen, ob das MP als IP oder der selbst entwickelte randomisierte Algorithmus besser für diese Problemstellung geeignet ist. Zum anderen wird verglichen, wenn anstatt dem randomisierten Algorithmus lediglich die Ergebnisse aus der SG (Phase 1) hergenommen werden und nur die Spalten, die das größte λ_{kf} aufweisen, der Phase 3 übergeben werden. In Kapitel 4.7 wird der Bestrafungsparameter C^{out} variiert, um festzulegen, welcher Wert für die in dieser Arbeit betrachteten Problemstellung am geeignetsten ist. Die Kapitel 4.8 und 4.9 fokussieren sich auf die in der Modellierung enthaltene Pausenplanung. In Kapitel 4.8 wird verglichen, ob die Entfernung der Pausenplanung aus der Modellierung nennenswerte Auswirkungen im Vergleich zur SGH mit Pausenplanung aufzeigt. In Kapitel 4.9 wird die Flexibilität der Pausenplanung getestet. Während in Kapitel 4.9.1 die maximale Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in Pause sein dürfen, miteinander verglichen wird, wird in Kapitel 4.9.2 der Zeitraum, in dem die Transporteure ihre Pause beginnen dürfen, verändert. In Kapitel 4.10 folgen die technischen Details, womit diese Rechenstudie durchgeführt wurde. Kapitel 4.11 verdeutlicht die Limitationen der in dieser Arbeit entwickelten Lösungsmethode. Das Kapitel 4.12 fasst die Kernergebnisse aus der Rechenstudie zusammen.

4.1 Generierung von Testinstanzen zur Auswertung des kompakten Modells und der Spaltengenerierungsheuristik

Die Auswertung der in dieser Arbeit entwickelten Lösungsverfahren erfolgt auf der Grundlage von Praxisdaten eines großen deutschen Krankenhauses. Die Daten wurden in anonymisierter Form vom Universitätsklinikum Augsburg zur Verfügung gestellt. Diese wurden, wie bereits in Kapitel 3.1 erläutert, nicht direkt für die kommende Rechenstudie verwendet. Um dies durchführen zu können, müsste insb. die Phase 2 der SGH sehr umfangreich angepasst werden. Auf diese Umformulierung wurde in dieser Arbeit verzichtet. Der Fokus liegt auf der entwickelten SGH und den Resultaten der zugehörigen Testinstanzen.

Diese Testinstanzen wurden anhand der Realdaten erstellt. Hierbei ist zu erwähnen, dass zuallererst die Daten aufbereitet werden mussten. Das bedeutet, dass Daten, die nicht mit dem Patiententransport in Verbindung gebracht werden, entfernt werden mussten. Dies betrifft bspw. die Materialtransporte, in denen jegliche Materialien wie Wäsche, Utensilien oder anderes zwischen den Stationen bzw. der Wäscherei, dem OP etc. transportiert werden mussten. Ebenso betrifft es die Situation, wenn weitere Mitarbeiter für einen Transport eines Patienten hinzugefügt wurden. Dies kann z. B. auftreten, wenn der Patient zusätzlich medizinisches Personal benötigt, da dieser beim Transport beatmet oder medizinisch bewacht werden muss. Des Weiteren wurden Fehlangaben aus den Daten entfernt. Diese betreffen Transporte, die nicht stattgefunden haben, jedoch noch im System existieren. Grund dafür ist meist, dass in solchen Fällen schlichtweg vergessen wurde, diese Informationen aus dem System zu löschen.

Weiterhin wurde überprüft, ob die Dreiecksungleichung (s. Kapitel 3.3.3) in den Daten erfüllt ist. In einigen wenigen Fällen war dies nicht der Fall. Dies lag allerdings an dem Faktor Mensch. Damit ist gemeint, dass die Daten manuell eingetragen wurden und daher bspw. etwaige Zeiten falsch sind. Es kann u. a. auch daran liegen, dass einige Stationen mit der Zeit nicht mehr existieren und daher die Daten evtl. falsch im System übertragen wurden. Der Grund für die Entfernung dieser Stationen lag daran, dass einige Stationen zusammengelegt oder auch neu aufgeteilt wurden. Die Zusammenlegung kann bspw. daher kommen, dass zu wenig Patienten auf diesen Stationen behandelt wurden und es sinnvoll war, diese mit anderen weniger besuchten, zusammenzulegen. Die Neuaufteilung hat den Grund, dass viele Patienten z. B. ein und dieselbe Behandlung nach einer OP brauchen und es daher Sinn gemacht hat, dafür eine separate Station zu bilden. Solche Fehler wurden in den Testinstanzen bereinigt.

Die Berechnung der Laufzeiten zwischen den einzelnen Stationen erfolgte durch eine sehr detaillierte Matrix, die alle Distanzen (in Meter) von einer Station zu einer anderen aufgelistet hat. Diese Daten wurden aus dem Praxisdatensatz, die die Daten für das Jahr 2017 enthält, für

alle in diesem Zeitraum genutzten Kanten erstellt. Zusätzlich wurde berücksichtigt, ob der Aufzug für diesen Transport genutzt werden müsste. Diese Informationen konnten genutzt werden, um mittels folgender Formel die Laufzeit von einer Station zu einer anderen für die Testinstanzen zu berechnen:

$$Laufzeit(min) = Runden\left(\frac{Distanz(m)}{7 \frac{km}{h} \cdot \frac{1.000}{60}} + 2 \cdot Aufzug(min)\right)$$

Zum besseren Verständnis folgt nun ein Beispiel. Die Wegzeit ist für den Weg von der Station 0 zur Station 26 zu berechnen. Die Distanz beträgt 187 Meter. Der Aufzug wird nicht benötigt und somit erhält dieser in der Formel den Wert null. Der Wert $\frac{1.000}{60}$ kommt zustande, da der Wert für die Geschwindigkeit eines Transports mit sieben km/h festgelegt wurde und im Nenner der Formel die Geschwindigkeit in Meter pro Minute erfolgen soll. Daher werden die sieben km/h mit 1.000 multipliziert, um die Kilometer in Meter umzuwandeln und mit 60 dividiert, um die Stunden in Minuten zu ändern. Die Absicht dahinter liegt darin, dass die Distanz in Metern und die restlichen Zeiten im Modell bzw. die evtl. zusätzlich auftretenden Aufzugszeit in Minuten erfasst sind. Schließlich wird der erhaltene Wert ganzzahlig gerundet. Somit können alle Informationen in die Formel gesetzt und die Wegzeit berechnet werden:

$$Laufzeit(Station 0 \rightarrow Station 26) = Runden\left(\frac{187m}{7 \frac{km}{h} \cdot \frac{1.000}{60}} + 2 \cdot 0min\right) = 2min$$

Aufgrund dieser Formel beträgt die Laufzeit von Station 0 zur Station 26 zwei Minuten. Diese Berechnung erfolgte für alle möglichen Stationskombinationen. Wichtig hierbei zu erwähnen ist, dass Wegzeiten aufgrund der Formel auch die Werte null annehmen können. Jedoch wurde dies dahingehend angepasst, dass alle Laufzeiten eine Länge von mindestens einer Minute haben müssen. Alle Werte, die kleiner sind, werden hierbei nicht berücksichtigt. Dies betrifft i. d. R. Transporte innerhalb einer Station. Solche Situationen wiederum können verschiedenste Ursachen haben, bspw. muss das Zimmer gereinigt werden oder bestimmte Geräte oder die Technik funktioniert nicht einwandfrei und muss daher durch Fachpersonal repariert werden. Hierbei sollte der kranke oder verletzte Patient nicht im selben Zimmer sein, um einerseits die Techniker nicht anzustecken oder andererseits keine Infektion zu erhalten oder generell nicht von dem Lärm belästigt zu werden. Denn dies würde auch den Heilprozess negativ beeinflussen. Jedoch liegt die Information vom medizinischen Personal des

Universitätsklinikums vor, dass solche Transporte meist von den Krankenschwestern der betroffenen Station selbst durchgeführt werden. Somit werden hierfür keine Transporteure angefordert und daher fällt diese Transportsituation nicht in die Problemstellung dieser Arbeit. Nicht zuletzt muss erwähnt werden, dass die Zeitfenster der Patienten, in denen der Transport beginnen muss, ebenfalls angepasst werden mussten. Im realen Datensatz trat das Öfteren der Fall auf, dass das Zeitfenster eines Patienten lediglich eine Minute lang war. Zuerst kam der Gedanke, dass es sich um dringende Patienten handeln musste, die schnellstmöglich von einer Station auf eine andere gebracht werden müssen. Jedoch bei genauerem Hinsehen konnte kein Muster erkannt werden. Die meisten davon waren keine Patienten, die bspw. aus der Notaufnahme ins OP gebracht werden sollten. Auf Nachfrage beim Klinikum kam die Aussage, dass dies schlichtweg daran liegt, dass die Krankenschwestern, die die Patientendaten ins System einpflegen, keine Zeit haben, die genauen Daten herauszufinden, um dies ordentlich einzutragen. Außerdem war der Standardwert im System für ein Zeitfenster eine Minute. Das bedeutet, die Krankenschwestern haben die Patienten für einen Transport im System eingetragen und das Feld für die Zeitfenster offengelassen, sodass für diese Fälle für jeden Patienten ein Zeitfenster von einer Minute entstand. In solchen Fällen, und insb. da in dieser Arbeit keine akuten Transporte bzw. Notfälle betrachtet werden, wurden alle kurzen Zeitfenster (<15 Minuten) auf die Mindestlänge von 15 Minuten erhöht.

Bevor auf die anstehenden Ergebnisse der Rechenstudie eingegangen werden kann, wird zuvor ein Testdatensatz aufgezeigt. Dadurch ist es leichter verständlich, welche Informationen vorhanden sind und wie die Daten in die Modellierung gebracht werden. Als Beispiel wird eine Testinstanz mit einer Größe von 75 Patienten und fünf Transporteuren betrachtet. Alle relevanten Informationen werden in Tabellenform sukzessive aufgelistet.

Mengen	Erläuterung
$N = \{1, \dots, 75, 76\}$	Menge der Patiententransportaufträge ($\{1, \dots, 75\}$) und der Pause ($\{76\}$)
$V = \{0, 1, \dots, 75, 76, 77\}$	Menge der Patiententransportaufträge ($\{1, \dots, 75\}$), der Pause ($\{76\}$) und des Start- ($\{0\}$) bzw. Enddepots ($\{77\}$)
$A = \{(i, j) : i, j \in V\}$	Menge aller Kanten
$G = (V, A)$	Ungerichteter Graph
$K = \{1, \dots, 5\}$	Menge der Transporteure
$S = \{1, \dots, 48\}$	Menge der Zeitfenster für die Pausen

Tabelle 4.1: Mengen des ganzzahligen Optimierungsmodells mit expliziten Werten der Testinstanz

In der Tabelle 4.1 sind die entsprechenden Mengen mit den expliziten Werten der Testinstanz erfasst. Die Mengen N und V haben somit die Werte der Patientenaufträge ($\{1, \dots, 75\}$) und der Pause ($\{76\}$), wobei letztere zusätzlich das Start- ($\{0\}$) und Enddepot ($\{77\}$) enthält.

Nun folgen die Parameter. Da diese teilweise komplexer sind, denn bei einigen handelt es sich um Matrizen oder Vektoren, werden diese separat dargestellt. Die Parameter e_j und l_j , die das Zeitfenster für den Beginn des Transports eines Patienten $j \in N \setminus \{n + 1\}$ darstellen, werden in der Tabelle 4.2 aufgelistet.

Patient	e_j	l_j	Patient	e_j	l_j
1	4	29	39	189	214
2	9	24	40	204	219
3	11	26	41	207	222
4	13	28	42	208	223
5	26	41	43	211	226
6	36	51	44	220	235
7	41	56	45	227	242
8	41	56	46	234	249
9	46	71	47	249	274
10	47	62	48	250	275
11	64	79	49	259	274
12	64	79	50	262	277
13	65	90	51	264	279
14	76	91	52	265	290
15	81	96	53	265	290
16	81	96	54	266	291
17	96	111	55	279	294
18	105	130	56	284	299
19	111	126	57	286	311
20	112	137	58	288	303
21	112	137	59	290	305
22	116	131	60	317	332
23	118	143	61	332	347
24	123	148	62	337	362
25	124	149	63	340	365
26	124	149	64	347	372
27	131	146	65	360	375
28	131	146	66	362	377
29	135	160	67	363	388
30	141	156	68	382	397
31	144	169	69	388	403
32	146	161	70	400	425
33	156	181	71	403	418
34	158	183	72	415	430
35	158	173	73	416	441
36	167	182	74	416	441
37	176	191	75	422	437
38	186	201			

Tabelle 4.2: Explizite Werte für die Patientenzeitfenster der Testinstanz

Die Matrix c_{ij} beinhaltet die Wegzeiten von einem Knoten $i \in V$ zu einem anderen Knoten $j \in V$. Da diese Darstellung sehr groß ausfallen würde, wird sie im Anhang A.3 in der Tabelle A.2 abgebildet. Die weiteren Parameter haben die folgenden Werte (s. Tabelle 4.3):

Parameter	Erläuterung
$b^{len} = 3$	Länge der Pause (= 30 Minuten bzw. 3 Zeitfenster)
$b^{no} = 120$	Zeitlänge, in denen keine Pause gestartet werden darf (= 120 Minuten)
$\bar{b} = 2$	Maximale Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in der Pause sein dürfen
$d = 10$	Umrechnungsfaktor von Minuten in Zeitfenster
$t^{start} = 0$	Schichtbeginn eines Transporteurs (Zeitpunkt 0)
$t^{end} = 480$	Schichtende eines Transporteurs (Zeitpunkt 480)
$M = 10 \cdot 48 = 480$	Big-M mit $M = d \cdot S $

Tabelle 4.3: Weitere Parameter des ganzzahligen Optimierungsmodells mit expliziten Werten der Testinstanz

Aus diesen Mengen und Parametern ergeben sich entsprechende Werte für die Entscheidungsvariablen. Die Darstellungen dieser sind äußerst groß und werden im Anhang A.3 abgebildet. Lediglich die Entscheidungsvariable $\bar{C}$ wird an dieser Stelle gezeigt. Der Wert hierfür beträgt 184 Minuten. Dies ergibt sich, wenn die Hilfsvariable C_k aus Kapitel 3.3.3 betrachtet wird. Diese stellt jede Gesamtlaufzeit eines Transporteurs $k \in K$ dar. Die Werte für die Testinstanz sind: $C_k = (184, 180, 174, 178, 179)^T$. Der höchste Wert davon, den in diesem Fall der Transporteur $k = 1$ hat, entspricht der Entscheidungsvariablen $\bar{C}$. Die expliziten Werte der Entscheidungsvariablen x_{ijk} wird in Tabelle A.3 bis Tabelle A.7 dargestellt. Weiterhin sind die entsprechenden Werte der Testinstanz für die Entscheidungsvariablen a_{ik} , z_{sk} und z_{sk}^{start} in Tabelle A.8, Tabelle A.9 und Tabelle A.10 abgebildet.

Eintragsnummer	Entscheidungsvariable
1 – 75	$y_i \in \{0, 1\}, \forall i \in N \setminus \{n + 1\}$
76 – 123	$z_s \in \{0, 1\}, \forall s \in S$
124	$C_k \text{ (bzw. } \bar{C}), \forall k \in K$

Tabelle 4.4: Aufbau einer Spalte (aus Phase 1 der SGH)

Des Weiteren wird in diesem Kapitel gezeigt, wie eine Spalte, die in der Phase 1 der SGH erzeugt wird, aussieht bzw. welche Werte es enthält. Eine Spalte verfügt generell über 124 Einträge. Diese lassen sich wie folgt unterteilen (s. Tabelle 4.4):

Explizit sehen die Werte für die erste erzeugte Spalte der Testinstanz wie folgt aus (s. Tabelle 4.5):

Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
Wert	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
Nr.	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42
Wert	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1	0	0
Nr.	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63
Wert	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1
Nr.	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81	82	83	84
Wert	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Nr.	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100	101	102	103	104	105
Wert	0	0	0	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Nr.	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120	121	122	123	124		
Wert	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	211		

Tabelle 4.5: Darstellung der ersten erzeugten Spalte der Testinstanz mit expliziten Werten

Die ersten 75 Einträge zeigen, ob der Patient in dieser Tour transportiert wird oder nicht. Z. B. hat der Eintrag Nr. 2 den Wert 1. Das bedeutet, in dieser Route wird der Transport des Patienten Nr. 2 durchgeführt. Werden die ersten 75 Werte aufsummiert, kann nachvollzogen werden, wie viele Patienten für diese Tour transportiert werden. In diesem Fall sind das 17 Patienten. Die Eintragungen der Nr. 76 bis 123 stehen für die Entscheidungsvariable z_{sk} . Hier ist zu sehen, ob der Transporteur, der diese Route zugewiesen bekommt, in Pause ist oder nicht. Die Nr. 88, 89 und 90 erhalten die Werte 1. Das bedeutet, im Zeitfenster 13, 14 und 15 ist der zugehörige Transporteur in seiner Pause. Um die genauen Zeitfenster ermitteln zu können, müssen die 75 Eintragungen, die für die Patienten stehen, abgezogen werden. Der Eintrag Nr. 124 zeigt, wie lange die Laufzeit für den Transporteur ist. In dieser Route entspricht es 211 Minuten.

Es muss an dieser Stelle erwähnt werden, dass für die Implementierung des Modells fast doppelt so viele Eintragungen durchgeführt wurden, um diese effizienter zu gestalten. Die ersten 124 Eintragungen sind dieselben. Anschließend folgen 77 weitere Eintragungen für die Nr. 125 bis 201. Hier wird die Reihenfolge der Patienten eingetragen, um diese besser nachvollziehen zu können und nicht nur zu wissen, welcher Patient bedient wird. Dies ist wichtig, da eine Tour

eine Reihenfolge besitzt und jeder Patient ein Zeitfenster hat. Ebenso wird in der finalen Lösung ermittelt, wann genau die Ankunftszeit eines Transporteurs bei einem Knoten ist. Der Eintrag Nr. 202 steht für die Nr. des Transporteurs. Diese 78 weiteren Eintragungen sind für das Lösungsverfahren nicht unbedingt relevant, allerdings stellen sie eine deutliche Erleichterung für die Implementierung dar und dies sollte an dieser Stelle erwähnt werden.

Für die kommenden Analysen werden für jede Problemgröße jeweils zehn unterschiedliche Instanzen generiert. In der kleinsten Instanz müssen fünf Transporteure 75 Patienten bewegen. Diese Instanz wird im Folgenden als $(75 - 5)$ bezeichnet. Die nächstgrößere Instanz hat für den Patiententransport ebenfalls fünf Transporteure zur Verfügung, allerdings müssen hier 100 Patienten bewegt werden. Die Bezeichnung hierfür ist $(100 - 5)$. Die nächstkomplexere Instanz betrachtet 150 Patienten, die von zehn Transporteuren transportiert werden müssen. Die größte Instanz in der kommenden Rechenstudie behandelt 200 Patienten, die von zehn Transporteuren bewegt werden müssen. Die letzten beiden erwähnten Problemgrößen werden mit $(150 - 10)$ und $(200 - 10)$ bezeichnet.

4.2 Analyse der zurückgelegten Zeit im Vergleich zu der Anzahl an Patienten

In diesem Kapitel werden die Lösungsergebnisse des kompakten Modells mit der entwickelten SGH verglichen. Hierfür wird mit der kleinsten Instanzgröße begonnen. Es müssen 75 Patienten von fünf Transporteuren innerhalb ihrer Zeitfenster transportiert werden.

In Tabelle 4.6 ist zu erkennen, wie bereits in Kapitel 4.1 erwähnt, dass die Instanzgröße $(75 - 5)$ für zehn Instanzen getestet wurde. In der linken Tabellenhälfte sind die Ergebnisse aus dem kompakten Modell und in der rechten die der SGH aufgelistet. Die jeweils erste Spalte (von links) zeigt den ZFW, der wiederum die maximale Laufzeit über alle Transporteure in Minuten darstellt. Dieser Wert ist auch in der jeweils rechten Spalte $(\bar{C})$ zu erkennen. Auffällig ist, dass die ZFWs des kompakten Modells in jeder Instanz kleiner und somit besser sind als die der SGH. Dies allerdings hat Auswirkungen auf die Rechenzeit. Denn diese ist für das kompakte Modell in jedem Fall länger, wobei hier erwähnt werden muss, dass ein Zeitlimit für das Lösen gesetzt wurde. Dieser Wert beträgt 18.000 Sek. (dies entspricht fünf Stunden). Ohne dieses Zeitlimit wäre die Differenz der Rechenzeit des kompakten Modells im Vergleich zur SGH deutlich höher, aber vermutlich wären die ZFWs des kompakten Modells geringer, und zwar so, dass sie das Optimum erreichen könnten, wenn es nicht die Rechenkapazität des Rechners übersteigt.

75 – 5		Kompaktes Modell			SGH			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Zeit (Sek.)	$\bar{C}$	ZFW	OL (%)	Zeit (Sek.)	$\bar{C}$
01	163	3,7	18.000	163	184	17,7	17.939	184
02	169	4,7	18.000	169	188	15,5	3.431	188
03	157	3,8	18.000	157	181	19,1	11.848	181
04	162	4,3	18.000	162	197	21,7	10.862	197
05	159	1,9	18.000	159	182	19,0	6.046	182
06	161	2,5	18.000	161	179	16,0	6.051	179
07	157	1,3	18.000	157	177	16,7	4.865	177
08	158	1,9	18.000	158	186	21,1	9.624	186
09	157	3,8	18.000	157	172	13,1	6.159	172
10	150	2,0	18.000	150	174	18,9	4.489	174

Tabelle 4.6: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (75-5) – ZFW: $\text{Min } \bar{C}$

Die Spalte rechts des ZFW stellt die Optimierungslücke (OL, engl. „gap“) dar. Diese wird in Prozent angegeben, das beim kompakten Modell zeigt, wie weit der ZFW vom Optimum entfernt ist. Bei der SGH zeigt dieser Wert, wie weit der ZFW von der unteren Schranke, die in der SG berechnet wurde, entfernt ist. Die OL für das kompakte Modell wird nach folgender Formel ausgerechnet:

$$OL (\%) = \frac{\text{Gefundene Lösung} - \text{Optimale Lösung}}{\text{Optimale Lösung}} \cdot 100$$

Die Formel für die OL bei der SGH sieht wie folgt aus:

$$OL (\%) = \frac{\text{Gefundene Lösung} - \text{Untere Schranke}}{\text{Untere Schranke}} \cdot 100$$

Wenn nun die Ergebnisse aus Tabelle 4.6 genauer betrachtet werden, ist festzustellen, dass selbst die Rechenzeit der SGH sehr lange ist. Im Durchschnitt beträgt sie 6.776 Sek. (dies entspricht 1,88 Stunden). Es wäre zwar sinnvoll größere Instanzen zu testen, da die Spaltengenerierung für größere Instanzen gut geeignet ist, jedoch ist die Rechenzeit bereits so lange, dass nach einer anderen Lösung gesucht wurde. Hierbei wurden die Daten genauer analysiert. Ein interessanter Punkt war, dass die durchschnittlichen Laufzeiten der

Transporteure für einen Patienten sehr konstant sind. Dies kann der Tabelle 4.7 entnommen werden.

Instanzen	75 – 5			100 – 5			150 – 10			200 – 10		
	ØTZ	ØWZ	ØGZ	ØTZ	ØWZ	ØGZ	ØTZ	ØWZ	ØGZ	ØTZ	ØWZ	ØGZ
01	5,65	4,84	10,49	5,54	4,89	10,43	5,59	4,93	10,52	5,50	4,80	10,30
02	5,63	4,94	10,57	5,69	4,98	10,67	5,54	5,10	10,64	5,56	5,01	10,57
03	5,39	4,84	10,23	5,42	4,82	10,24	5,61	4,88	10,49	5,64	4,90	10,54
04	5,68	4,85	10,53	5,45	4,75	10,20	5,70	4,92	10,62	5,62	4,86	10,48
05	5,36	4,61	9,97	5,55	4,73	10,28	5,42	4,68	10,10	5,50	4,71	10,21
06	5,67	4,95	10,62	5,56	4,94	10,50	5,69	4,99	10,68	5,45	4,90	10,35
07	5,52	4,89	10,41	5,54	4,90	10,44	5,60	4,94	10,54	5,62	4,93	10,55
08	5,59	4,83	10,41	5,44	4,69	10,13	5,57	4,87	10,44	5,44	4,79	10,23
09	5,39	4,81	10,20	5,66	4,89	10,55	5,41	4,71	10,12	5,50	4,81	10,31
10	5,40	4,81	10,21	5,42	4,74	10,16	5,60	4,88	10,48	5,63	4,82	10,45

Tabelle 4.7: Durchschnittliche Transport-, Weg-, Gesamtzeit der Transporteure für einen Patienten

Für alle 40 Probleminstanzen sind die durchschnittlichen Transportzeiten (ØTZs), durchschnittlichen Wegzeiten (ØWZs) und die durchschnittlichen Gesamtzeiten (ØGZs) aufgelistet. Die ØTZ stellt die Laufzeit eines Transporteurs für den Transport eines Patienten dar. Die ØWG ist die Zeit, die ein Transporteur für den Weg von einem Patienten, den er gerade abgeliefert hat, zum nächsten benötigt. Die ØGZ ist die Summe aus der ØTZ und der ØWG. In anderen Worten könnte die ØGZ als die Zeit betrachtet werden, die ein Transporteur für einen Auftrag benötigt. Wenn nun diese Zeit für alle 40 Probleminstanzen betrachtet wird, ist festzustellen, dass die ØGZ sehr konstant ist. Das Minimum aus den 40 betrachteten Instanzen ist 9,97 Minuten, während das Maximum 10,68 Minuten beträgt. Das ist eine Spannweite von 0,71 Minuten. Der Durchschnitt der ØGZ ist 10,40 Minuten und der Median beträgt 10,44 Minuten. Dies zeigt, wie konstant die Transportzeit für einen Patienten ist. Aufgrund dieser Erkenntnis wurde testweise die Anzahl an Patienten, die ein Transporteur zu bewegen hat, untersucht. Hierbei wird dementsprechend die maximale Anzahl an zu transportierenden Patienten aller Transporteure minimiert. Dafür wurde das kompakte Modell umgeschrieben, um die Ergebnisse zu analysieren. Da diese zeigen, dass die Probleme deutlich schneller zu lösen sind, wurde ebenfalls die SGH angepasst.

75 – 5	Kompaktes Modell					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	24,7	15	15	0,0	0	67,1	15
02	15	0,0	0	14,7	15	15	0,0	0	37,9	15
03	15	0,0	0	127,4	15	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	55,6	15	15	0,0	0	36,5	15
05	15	0,0	0	66,2	15	15	0,0	0	44,3	15
06	15	0,0	0	50,5	15	16	6,3	1	37,5	15
07	15	0,0	0	28,0	15	18	16,7	3	44,5	15
08	15	0,0	0	230,2	15	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	169,5	15	15	0,0	0	51,9	15
10	15	0,0	0	37,5	15	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.8: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (75-5) – ZFW: $\min \bar{P}$

In Tabelle 4.8 sind die Ergebnisse der zehn Instanzen für die Problemgröße (75 – 5) aufgelistet. Es ist deutlich zu erkennen, wie schnell nun die Probleminstanzen gelöst werden können. Das kompakte Modell benötigte im Durchschnitt 80 Sek., während die SGH 44 Sek. durchschnittlich zum Lösen der Instanzen gebraucht hatte. In anderen Worten ausgedrückt ist die SGH ca. um den Faktor zwei schneller als das kompakte Modell. Allerdings hat das kompakte Modell in der berechneten Zeit alle Instanzen optimal gelöst, wohingegen die SGH bei acht von zehn Instanzen das Optimum fand. Die anderen beiden Instanzen hatten eine OL von 6,3% und 16,7%. Diese Werte scheinen sehr hoch zu sein, jedoch muss bedacht werden, dass der optimale ZFW 15 ist und eine Abweichung eines Patienten (d. h. $\bar{P} = 16$) stellt direkt 6,3% dar wie im Bsp. der Instanz 06. Daher wurde hierfür ein weiterer Wert für die Analyse hergezogen. Die OL als abs. Wert. So können die Ergebnisse besser nachvollzogen werden und eine Abweichung von einem Patienten stellt keine so negativ gravierende Lösung dar, wie es auch in der Praxis der Fall wäre. Aus diesem Grund wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit nicht mehr die maximale Laufzeit aller Transporteure minimiert ($\bar{C}$), sondern die maximale Anzahl an zu transportierenden Patienten aller Transporteure ($\bar{P}$).

Bevor nun auf die weiteren Ergebnisse der Probleminstanzen (100 – 5), (150 – 10) und (200 – 10) eingegangen wird, wird zuerst das kompakte Modell aus Kapitel 3.2.1 auf die neue Entscheidungsvariable angepasst. Somit verändert sich die Zielfunktion (1 – 1) zur folgenden:

$$\min \bar{P} \quad (1 - 1a)$$

Daraus ergibt sich, dass nicht mehr die maximale Laufzeit aller Transporteure ($\bar{C}$) minimiert wird, sondern es wird nun die maximale Anzahl an zu transportierenden Patienten aller Transporteure ($\bar{P}$) minimiert. Des Weiteren werden die Nebenbedingungen (1 – 11) derart verändert, dass der Parameter c_{ij} entfernt wird und die Indizes i und j ebenfalls angepasst werden müssen:

$$\bar{P} \geq \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (1 - 11a)$$

In den Nebenbedingungen (1 – 11a) werden nun alle Kanten eines Transporteurs $k \in K$ aufsummiert, und zwar nur diejenigen, die von einem Patientenknoten ausgehen. Wurden alle Transporteure betrachtet, wird in der Entscheidungsvariablen $\bar{P}$ lediglich der größte Wert gespeichert.

$$\bar{P} \in \mathbb{N}_0 \quad (1 - 13c)$$

Die letzte Veränderung in der mathematischen Formulierung des kompakten Modells ist die Festlegung des Definitionsbereichs. Somit wird die Nebenbedingung (1 – 13b) zu (1 – 13c) angepasst. Die vollständige Formulierung kann im Anhang A.2 nachgesehen werden.

Wie auch das kompakte Modell so muss auch die SGH angepasst werden. Zuallererst wird das MP betrachtet. Die Zielfunktion (MP – 1) wird derart verändert, sodass die maximale Laufzeit aller Transporteure ($\bar{C}$) durch die maximale Anzahl der zu transportierenden Patienten aller Transporteure ($\bar{P}$) ersetzt wird. Die Bestrafung für nicht zugeordnete Patienten bleibt unverändert. Die angepasste Zielfunktion des MP sieht wie folgt aus:

$$\text{Min } \bar{P} + C^{out} \cdot \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \mu_i^{patient} \quad (MP - 1a)$$

Als nächstes werden die Nebenbedingungen (MP – 4) auf der linken Seite der Ungleichung an die neue Entscheidungsvariable angepasst. Des Weiteren muss der Parameter C_f durch den neuen P_f ersetzt werden. Dieser wird definiert durch:

$$P_f := \sum_{i,j \in V} x_{ijk} \quad \forall k \in K, f \in F_k$$

Der Parameter P_f bezeichnet die Anzahl an Patienten auf einer Tour f . Daher lautet die Anpassung der Nebenbedingungen (MP – 4):

$$\bar{P} \geq \sum_{f \in F_k} P_f \cdot \lambda_{kf} \quad \forall k \in K \quad (MP - 4a)$$

Die letzte Änderung, die im MP gemacht werden muss, ist der Definitionsbereich der Variablen $\bar{P}$. Diese ist der Nebenbedingung (MP – 7a) zu entnehmen:

$$\bar{P} \in \mathbb{N}_0 \quad (MP - 7a)$$

Nun wird das SP an die neue Entscheidungsvariable $\bar{P}$ aus dem MP angepasst. Dies betrifft zuallererst die Zielfunktion (SP – 1):

$$\text{Min} - \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sigma_i \cdot y_i - \sum_{s \in \mathcal{S}} \left(\sum_{t=s}^{s+b^{no}-1} \tau_t \right) \cdot z_t^{\text{start}} - \psi_k \cdot (-P) - \pi_k \quad (SP - 1a)$$

In der neuen Zielfunktion (SP – 1a) wird lediglich die Entscheidungsvariable C aus (SP – 1) durch die Entscheidungsvariable P ersetzt. P stellt die Anzahl der Patienten dar, die auf der Tour für den aktuell betrachteten Transporteur eingeplant sind. Diese Definition muss dem SP noch hinzugefügt werden (s. Nebenbedingungen (SP – 17a)) und entsprechend werden die Nebenbedingungen (SP – 17) entfernt. Wichtig hierbei ist, dass alle Kanten, die von einem Patienten $i \in N \setminus \{n+1\}$ ausgehen, gezählt werden:

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in V} x_{ij} = P \quad (SP - 17a)$$

Die letzte Anpassung des SP stellt den Definitionsbereich der Entscheidungsvariablen P dar. Hierfür müssen die Nebenbedingungen (SP – 19) verändert werden. Die Formulierung des Definitionsbereichs für die Entscheidungsvariable der Ankunftszeit bei einem Knoten (a_i) bleibt unverändert, jedoch wird die Entscheidungsvariable C durch die Entscheidungsvariable P ersetzt:

$$a_i, P \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V \quad (SP - 19a)$$

Nachdem nun die Modelle durch die neuen Entscheidungsvariablen und dementsprechend neuen Zielfunktionen angepasst wurden, werden im Folgenden die Ergebnisse für die weiteren, komplexeren Instanzen aufgezeigt. Es wird mit der nächstgrößeren (100 – 5) begonnen (s. Tabelle 4.9).

100 – 5 Instanzen	Kompaktes Modell					SGH				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	807	20	20	0,0	0	205	20
02	20	0,0	0	607	20	20	0,0	0	95	20
03	20	0,0	0	436	20	20	0,0	0	75	20
04	20	0,0	0	140	20	20	0,0	0	84	20
05	20	0,0	0	537	20	20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	1.947	20	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	185	20	20	0,0	0	86	20
08	20	0,0	0	1.273	20	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	301	20	20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	465	20	20	0,0	0	90	20

Tabelle 4.9: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (100-5) – ZFW: Min $\bar{P}$

Es ist direkt zu erkennen (anhand der blauen Markierungen bzw. der Werte aus den Spalten der prozentualen und abs. OL), dass sowohl das kompakte Modell als auch die SGH alle zehn Instanzen in dieser Problemgröße optimal gelöst haben. Jedoch zeigt sich bereits hier die Stärke der SGH. Sie ist deutlich schneller als das kompakte Modell. Während das kompakte Modell durchschnittlich 670 Sek. zum Lösen einer solchen Instanzgröße benötigte, liegt die Lösungszeit bei der SGH bei durchschnittlich 101 Sek. Somit ist die SGH um ca. den Faktor sieben schneller als das kompakte Modell. Auch interessant ist die konstante durchschnittliche Lösungszeit bei der SGH. Hier liegt die maximale und minimale Lösungszeit bei 205 und 75 Sek. und hat somit eine Spannweite von 130 Sek. Beim kompakten Modell liegt die maximale und minimale Lösungszeit bei 1.947 und 140 Sek. und somit ist die Spannweite 1.807 Sek. Hier ist zu erkennen, dass zwar die minimale Lösungszeit nicht weit voneinander der beiden Lösungsmethoden entfernt ist, jedoch die maximale deutlich höher beim kompakten Modell als bei der SGH ist. Diese konstante Lösungszeit ist ebenfalls eine Stärke der SGH.

150 – 10	Kompaktes Modell					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	3.421	15	15	0,0	0	282	15
02	15	0,0	0	3.543	15	15	0,0	0	298	15
03	15	0,0	0	2.670	15	15	0,0	0	310	15
04	—	—	—	3.600	—	18	16,7	3	295	18
05	15	0,0	0	1.017	15	15	0,0	0	314	15
06	—	—	—	3.600	—	17	11,8	2	284	17
07	15	0,0	0	3.161	15	15	0,0	0	295	15
08	15	0,0	0	3.600	15	15	0,0	0	290	15
09	15	0,0	0	3.144	15	15	0,0	0	281	15
10	—	—	—	3.600	—	15	0,0	0	310	15

Tabelle 4.10: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (150-10) – ZFW: Min $\bar{P}$

In Tabelle 4.10 ist zu erkennen, dass das kompakte Modell zwar sieben Instanzen optimal löst, jedoch in drei Fällen innerhalb des Zeitlimits von 3.600 Sek. (bzw. einer Stunde), keine zulässige Lösung finden kann. Die SGH kann acht Instanzen optimal lösen. Die übrigen beiden Instanzen haben ZFW in Höhe von 18 und 17. Dies stellt eine Abweichung von drei bzw. zwei Patienten zur unteren Schranke dar. Hier muss jedoch beachtet werden, dass die untere Schranke, die aus der SG erhalten wird, nicht gleich die optimale Lösung ist. Es kann nicht ohne eine detaillierte Analyse festgestellt werden, ob evtl. für die Instanz 04 der ZFW in Höhe von 18 die optimale Lösung ist. Dies kann durchaus sein, denn die Lösung hängt von vielen Faktoren ab. Bspw. könnten mehrere Patienten sehr ähnliche und enge Zeitfenster besitzen und in diesem Zeitraum stehen diejenigen Transporteure, denen noch nicht so viele Patienten zugeordnet wurden, nicht zur Verfügung. Somit müssen diese Patienten einem Transporteur zugewiesen werden, der bereits den Wert der unteren Schranke erreicht oder gar überschritten hat. Dadurch könnte in diesem Beispiel die optimale Lösung so aussehen: $P_k = \{18, 15, 15, 15, 15, 15, 15, 14, 14, 14\} \forall k \in K$. Das bedeutet, dass ein Transporteur 18 Patienten, sechs Transporteure 15 Patienten und drei Transporteure 14 Patienten bewegen müssen. Tatsächlich sieht die in diesem Fall berechnete Lösung wie folgt aus: $P_k = \{18, 18, 18, 18, 17, 16, 16, 14, 9, 6\} \forall k \in K$. Für die leichtere Lesbarkeit wurden die Werte der Lösung absteigend sortiert. Hierbei ist deutlich zu sehen, dass alleine durch $\bar{P} = 18$ die genaue Lösung nicht herausgefunden werden kann. Denn wenn das Beispiel zuvor mit der tatsächlich berechneten Lösung verglichen wird, ist zu erkennen, dass letztere starke Abweichungen in der

Anzahl zu transportierenden Patienten je Transporteur aufweist und eine komplett andere Lösung darstellt als das Beispiel. Allerdings muss an dieser Stelle der Hinweis angebracht werden, dass das Beispiel lediglich ein Zahlenbeispiel darstellt und keine zulässige Lösung für die Instanz 04. Es könnte durchaus sein, dass mit $\bar{P} = 18$ das Optimum erreicht wurde. Jedoch müsste an dieser Stelle eine detaillierte Analyse durchgeführt werden, um dies tatsächlich behaupten zu können. Aber um diese Analysen bei jeder Instanz, die nicht dem Wert der unteren Schranke aus der SG entspricht, durchzuführen, würde das den Rahmen dieser Arbeit überschreiten.

Weiterhin ist in Tabelle 4.10 deutlich zu erkennen, wie sich die Lösungszeit beim kompakten Modell drastisch erhöht hat. Wenn die drei Fälle, in denen das kompakte Modell keine zulässige Lösung innerhalb des Zeitlimits erhalten hat, außen vor gelassen werden, entspricht die durchschnittliche Lösungszeit 2.937 Sek. Wohingegen die SGH lediglich 296 Sek. durchschnittlich benötigte. Äußerst interessant ist erneut die konsistente Lösungszeit der SGH. Hier sticht diese noch deutlicher hervor. Die maximale und minimale Lösungszeit betrug für die Problemgrößen 314 und 281 Sek. Dies entspricht einer Spannweite von 33 Sek., was im Vergleich zur weniger komplexen Instanzgröße von $(100 - 5)$ um 97 Sek. verringert wurde. Wenn nun die Lösungszeiten der SGH mit denen des kompakten Modells verglichen werden, wobei die drei Fälle, in denen das kompakte Modell keine zulässige Lösung innerhalb des Zeitlimits von einer Stunde finden konnte, außen vor gelassen werden, ist festzustellen, dass die SGH um den Faktor zehn schneller ist als das kompakte Modell. Hier wird die Stärke der SGH noch deutlicher als in den beiden Problemgrößen $(75 - 5)$ und $(100 - 5)$.

200 – 10	Kompaktes Modell					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	818	20
02	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	836	20
03	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	716	20
04	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	786	20
05	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	2.049	20
06	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	1.401	20
07	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	768	20
08	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	875	20
09	—	—	—	3.600	—	21	4,8	1	795	21
10	—	—	—	3.600	—	20	0,0	0	662	20

Tabelle 4.11: Vergleich der Ergebnisse – kompaktes Modell vs. SGH (200-10) – ZFW: Min $\bar{P}$

Tabelle 4.11 zeigt die Ergebnisse für die größte und komplexeste Instanzgröße (200 – 10), die in dieser Arbeit betrachtet wird. Es müssen 200 Patienten auf zehn Transporteure verteilt werden. Es ist eindeutig zu sehen, dass das kompakte Modell keine zulässigen Lösungen für keine der Instanzen innerhalb des Zeitlimits von einer Stunde finden kann. Somit hat die Lösungsmethode ihre Grenze für diese Problemstellung erreicht. Die SGH jedoch konnte in neun Fällen das Optimum erreichen. Lediglich für die Instanz 09 ist eine Abweichung um einen Patienten zu der unteren Schranke aus der SG zu erkennen. Auch muss hier erneut der Hinweis erfolgen, dass diese Lösung ebenfalls optimal sein kann, allerdings kann dies nicht ohne weitere explizite Analysen bzw. Berechnungen gesagt werden. Wenn allerdings die Lösung der unteren Schranke aus der SG entspricht, ist die gefundene Lösung eindeutig optimal.

Bei Betrachtung der Lösungszeiten der SGH ist festzustellen, dass sie weiterhin eine gute Performance liefert. Die durchschnittliche Lösungszeit liegt bei 971 Sek., während die maximale und minimale Lösungszeit bei 2.049 und 662 Sek. liegen. Dies entspricht einer Spannweite von 1.387 Sek. Im Vergleich zu den vorherigen Problemgrößen scheint die SGH hier nicht besonders konstant zu verlaufen, jedoch ist dies bei diesen Instanzgrößen nicht die höchste Priorität. Insb. der Vergleich zum kompakten Modell zeigt deutliche Vorteile auf, wie die zuvor genannten.

4.3 Abbruchkriterium für Subproblem-Lösungen

Bevor auf die detaillierte Analyse der Ergebnisse der SGH eingegangen wird (s. Kapitel 4.4), wird im Folgenden das SP genauer betrachtet. Und zwar wird das Abbruchkriterium für die SP-Lösungen (engl. „Solution Limit“, kurz: SL) in den einzelnen Instanzgrößen miteinander verglichen und letztendlich die sinnvollste Größe für die kommenden Analysen festgelegt. Dieses SL ist wichtig zu finden, denn wenn jedes SP optimal gelöst wird, kann dies insb. bei den großen, komplexen Problemgrößen viel Zeit in Anspruch nehmen.

In Abbildung 4.1 sind die durchschnittlichen Rechenzeiten der SPs einer jeden Iteration für die Problemgröße (75 – 5) in Sek. zu sehen. Die Legende auf der rechten Seite zeigt die verschiedenen SLs, die hierfür gewählt wurden. D. h. es werden fünf unterschiedliche SLs untersucht, die die Werte eins bis fünf enthalten ($SL = \{1, 2, 3, 4, 5\}$). In anderen Worten bedeutet das, dass für $SL = 1$ jedes SP nur eine Lösung finden muss, die negativ reduzierte Kosten hat, und dann springt die SGH aus dem SP und übergibt die gefundene Spalte dem MP bzw. RMP. Beim $SL = 2$ muss das SP zwei Lösungen finden, außer die erste gefundene zulässige Lösung ist bereits das Optimum, dann reicht dies aus und die SGH wechselt zum MP bzw. RMP. Dies

passiert ebenso bei $SL = 3$, $SL = 4$ und $SL = 5$. Beim $SL = 5$ wird das SP versuchen fünf zulässige Lösungen zu finden, bevor die SGH ins MP bzw. RMP übergeht, außer die optimale Lösung wird vorher gefunden.

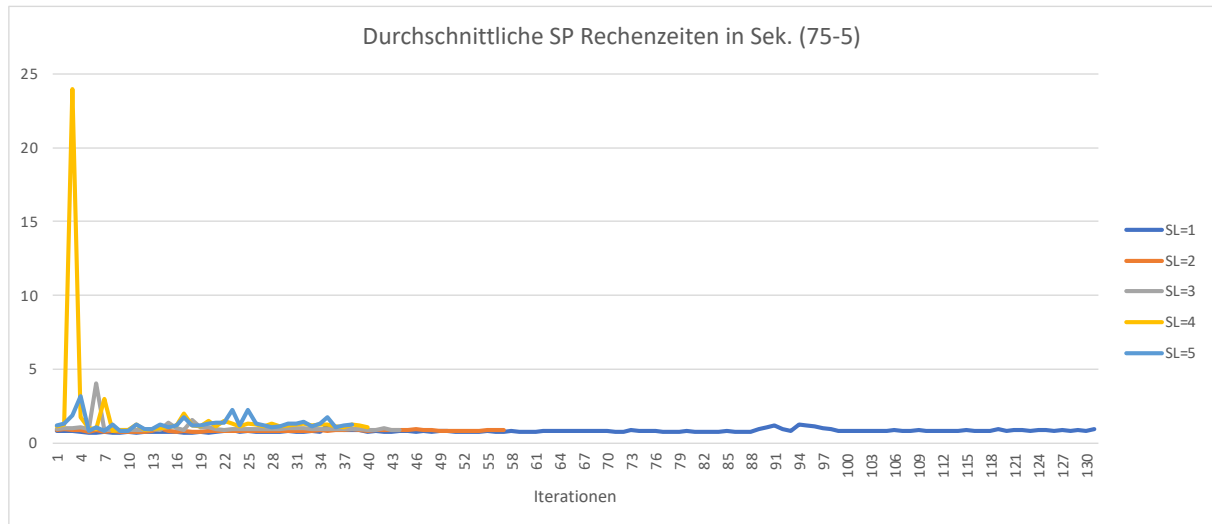


Abbildung 4.1: Durchschnittliche SP Rechenzeiten für die Instanzen (75-5) in Sek.

Leider können durch den Ausreißer beim $SL = 4$ die restlichen Werte nicht genau herausgelesen werden, da diese deutlich geringer sind. Es sind zwar die Durchschnittswerte der SP Lösungszeiten der zehn Instanzen aufgezeichnet, jedoch hat der Durchschnittswert den Nachteil, dass Ausreißer wie in diesem Fall den durchschnittlichen Wert sehr beeinflussen können. Daher wird im Folgenden der Median herangezogen, da dieser von solchen Ausreißern nicht beeinflusst wird.

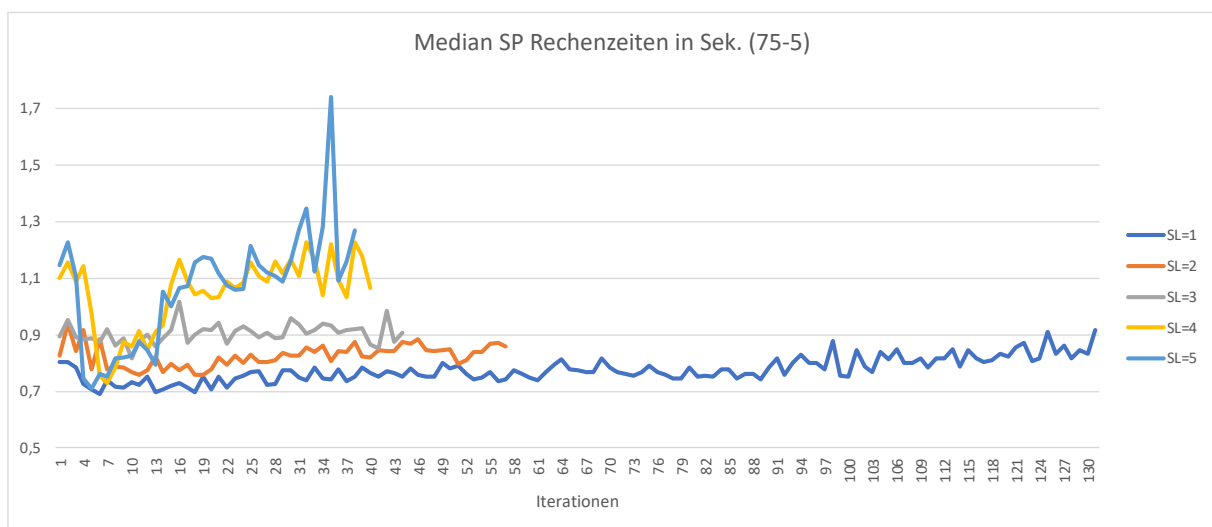


Abbildung 4.2: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (75-5) in Sek.

Wie in Abbildung 4.2 zu erkennen ist, sind solche derartigen Ausreißer nicht mehr vorhanden. Dies ist der Vorteil am Median. Weiterhin ist zu erkennen, dass beim $SL = 1$ deutlich mehr Iterationen von Nöten sind als bei den anderen. Beim $SL = 2$ sind noch einige Iterationen mehr als bei den übrigen. Hier ist die Differenz eher gering. Bei den Lösungszeiten jedoch ist zu sehen, dass $SL = 4$ und $SL = 5$ höhere Zeiten aufweisen als $SL = 3$. $SL = 3$ ist ähnlich schnell und konstant wie $SL = 1$ und $SL = 2$.

Die ausführlichen Ergebnisse der SGH für die einzelnen SLs können im Anhang A.4 nachgelesen werden. Im Folgenden werden die aggregierten Werte miteinander verglichen.

75 – 5	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$SL = 1$	111,4	138,9	81,3	57,7	15,0	15,0
$SL = 2$	51,8	58,2	43,1	15,1	15,5	15,0
$SL = 3$	43,6	67,1	35,1	32,0	15,4	15,0
$SL = 4$	70,4	277,1	34,5	242,6	16,0	15,0
$SL = 5$	46,5	54,4	38,0	16,4	16,7	15,5

Tabelle 4.12: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der SLs = {1, 2, 3, 4, 5} für die Instanzgröße (75-5)

Der erste Wert, der miteinander verglichen wird, ist die durchschnittliche Rechenzeit der fünf verschiedenen SLs (s. Tabelle 4.12). Hier ist zu erkennen, dass das $SL = 3$ am schnellsten war. Wobei $SL = 5$ und $SL = 2$ nur etwas langsamer waren. $SL = 4$ und insb. $SL = 1$ haben durchschnittlich am längsten benötigt. Bei den maximalen Rechenzeiten liegen $SL = 5$ und $SL = 2$ ganz vorne, da sie die geringsten Werte aufweisen. $SL = 3$ ist mit 67,1 Sek. nur ca. zehn Sekunden entfernt. Jedoch haben $SL = 1$ mit 138,9 Sek. und $SL = 4$ mit 277,1 Sek. die höchsten maximalen Werte. Bei den minimalen Rechenzeiten liegen $SL = 4$ und $SL = 3$ mit den geringsten Werten (34,5 und 35,1 Sek.) vorne. $SL = 5$ und $SL = 2$ weisen marginal höhere Werte auf, jedoch ist $SL = 1$ mit 81,3 Sek. deutlich höher als die anderen eben erwähnten Werte. Aus den maximalen und minimalen Rechenzeiten kann die Spannweite berechnet werden, um zu sehen, wie konstant die Ergebnisse sind. Hier ist festzustellen, dass $SL = 2$ und $SL = 5$ die konstantesten Varianten für die Problemgröße (75 – 5) mit 15,1 und 16,4 Sek. sind. $SL = 3$ und $SL = 1$ sind mit 32,0 und 57,7 Sek. etwas flexibler in ihrer Rechenzeit. Allerdings zeigt die Variante mit $SL = 4$ deutliche Schwankungen auf, da die Spannweite mit 242,6 Sek. sehr hoch im Vergleich zu den restlichen ist.

Mindestens ebenso wichtig ist zu sehen, wie die ZFWs der einzelnen SLs ausfallen. Hierfür wird zum einen der Durchschnittswert miteinander verglichen und zum anderen der Median,

um evtl. Ausreißern nicht zu viel Gewicht für die Analyse zu geben. Lediglich der Durchschnittswert beim $SL = 1$ hat den Wert 15, da hier alle zehn Instanzen optimal gelöst wurden. $SL = 2$ und $SL = 3$ weisen marginal höhere Werte mit 15,5 und 15,4 auf, da jeweils zwei Instanzen nicht optimal gelöst wurden. $SL = 4$ und insb. $SL = 5$ haben höhere Werte, da sie ZFWs erzielt haben, die teilweise Werte über 20 liegen und somit den Durchschnittswert stärker beeinflussen. Außerdem haben die beiden Varianten lediglich sechs bzw. fünf Instanzen optimal gelöst. Beim Median sieht das deutlich anders aus. Hier liegt der Wert bei allen Varianten außer $SL = 5$ bei 15. Für letztere ist der Median 15,5.

Zusammengefasst für die Problemgröße (75 – 5) kann gesagt werden, dass die $SL = 3$ und $SL = 5$ die geringsten durchschnittlichen Rechenzeiten aufweisen, jedoch ist die Lösungsgüte beim $SL = 3$ deutlich besser. Nun müssen die größeren und komplexeren Instanzgrößen miteinander verglichen werden, um schließlich eine aussagekräftige Entscheidung bzgl. des SL treffen zu können.

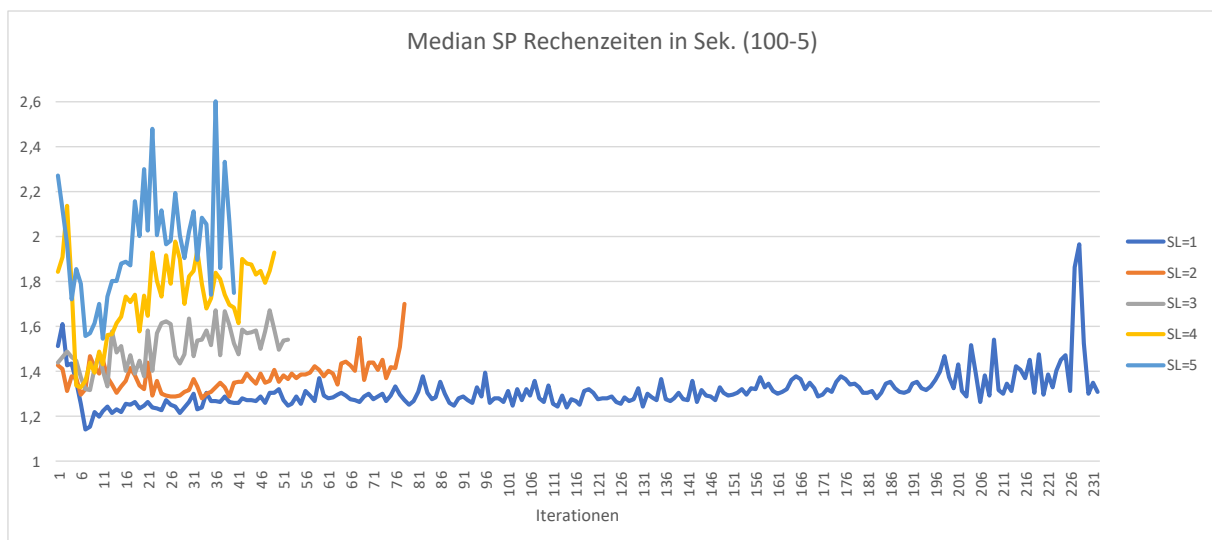


Abbildung 4.3: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (100-5) in Sek.

Der Median der SP Rechenzeiten für die Problemgröße (100 – 5) kann der Abbildung 4.3 entnommen werden. Hier ist zu erkennen, dass mit der Variante $SL = 1$ deutlich mehr Iterationen benötigt werden, als mit den übrigen vier. Die Variante $SL = 2$ braucht ebenfalls einige Iterationen mehr als die restlichen drei. Die Anzahl an Iterationen ist für die Varianten $SL = 3$, $SL = 4$ und $SL = 5$ ähnlich, wobei die Rechenzeiten für $SL = 3$ am geringsten ausfallen.

100 – 5	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$SL = 1$	290	352	233	118	20,0	20
$SL = 2$	121	137	101	36	20,1	20
$SL = 3$	101	205	75	130	20,0	20
$SL = 4$	129	252	84	168	20,0	20
$SL = 5$	170	503	86	416	20,8	20

Tabelle 4.13: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der $SLs = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ für die Instanzgröße (100-5)

In Tabelle 4.13 ist anhand der blau markierten Werte zu sehen, dass die geringsten Werte für den durchschnittliche und minimale Rechenzeit beim $SL = 3$ liegt und für das Maximum und die Spannweite beim $SL = 2$. Bzgl. der ZFWs ist dies sehr ähnlich ausgefallen wie bei der kleinsten Instanzgröße. Lediglich $SL = 5$ hat im Durchschnitt einen höheren Wert als die anderen vier Varianten. Allerdings ist der Median bei allen fünf Varianten dieses Mal 20. Zusammen genommen zeigt dies, dass selbst beim $SL = 5$ öfter das Optimum errechnet wurde und in den anderen Fällen, die Abweichung geringer ausfiel.

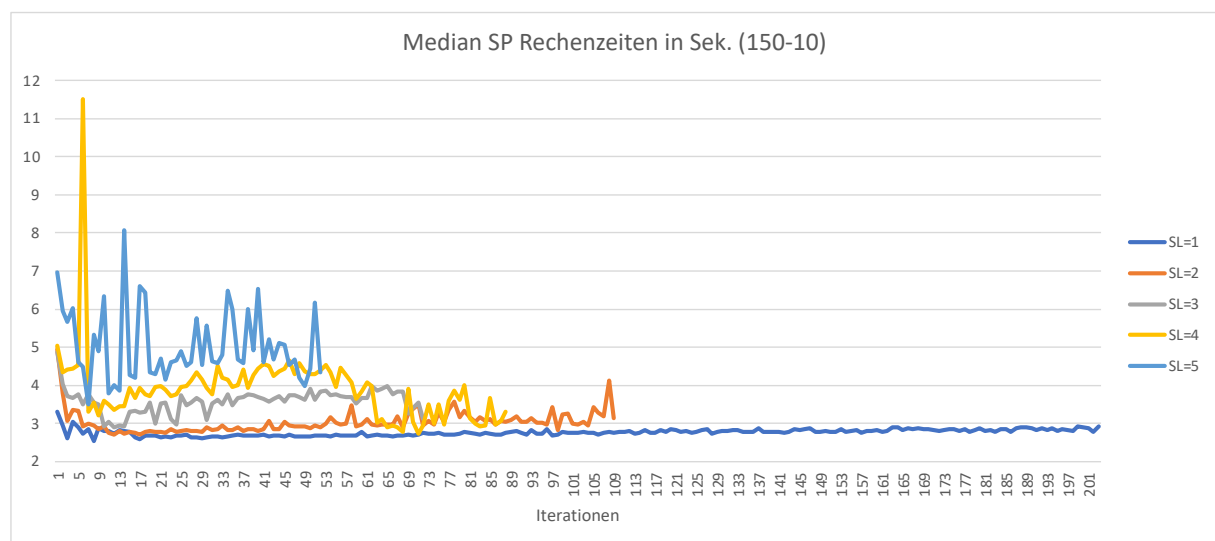


Abbildung 4.4: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (150-10) in Sek.

Wie bereits in den beiden Problemgrößen zuvor, benötigt die Variante $SL = 1$ für die Instanzgröße (150 – 10) deutlich mehr Iterationen (s. Abbildung 4.4). Die Varianten $SL = 2$ und $SL = 4$ benötigen ebenfalls etwas mehr Iterationen als die übrigen beiden. Die Varianten $SL = 3$ und $SL = 5$ haben zwar die wenigsten Iterationen, wobei die Variante $SL = 3$ geringere Lösungszeiten aufweist und insb. konstanter verläuft. $SL = 5$ zeigt stärkere Schwankungen.

150 – 10	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$SL = 1$	606	756	534	222	15,9	15
$SL = 2$	360	423	308	114	15,3	15
$SL = 3$	296	314	281	33	15,5	15
$SL = 4$	501	1.583	275	1.308	15,7	15
$SL = 5$	752	2.584	307	2.276	15,7	15,5

Tabelle 4.14: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der $SLs = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ für die Instanzgröße (150-10)

Für die Instanzgröße (150 – 10) weist $SL = 3$ die niedrigsten Werte für die durchschnittliche und maximale Rechenzeit und für die Spannweite auf (s. Tabelle 4.14). Jedoch liegt bspw. die minimale Rechenzeit nur sechs Sek. über der von $SL = 4$. Anhand der geringen Spannweite von 33 ist zu erkennen, dass die Variante $SL = 3$ äußerst konstante Lösungszeiten erreicht. Zudem ist diese im Durchschnitt mit Abstand die geringste und somit schnellste Lösungsvariante. Auch beim ZFW liegt $SL = 3$ durchschnittlich nur um 0,2 Einheiten über der von $SL = 2$. Hier ist außerdem zu sehen, dass keine der Varianten alle zehn Instanzen optimal lösen konnte. Vor allem die Varianten $SL = 4$ und $SL = 5$ zeigen bei dieser Problemgröße deutliche Schwächen. Sie erreichen teilweise sehr hohe Rechenzeiten und anhand der Tabelle A.24 und der Tabelle A.25 ist zu erkennen, dass diese beiden Varianten lediglich sechs bzw. fünf Instanzen optimal lösen, während die anderen drei Varianten neun bzw. acht Instanzen optimal lösen (s. Tabelle A.21 bis Tabelle A.23).

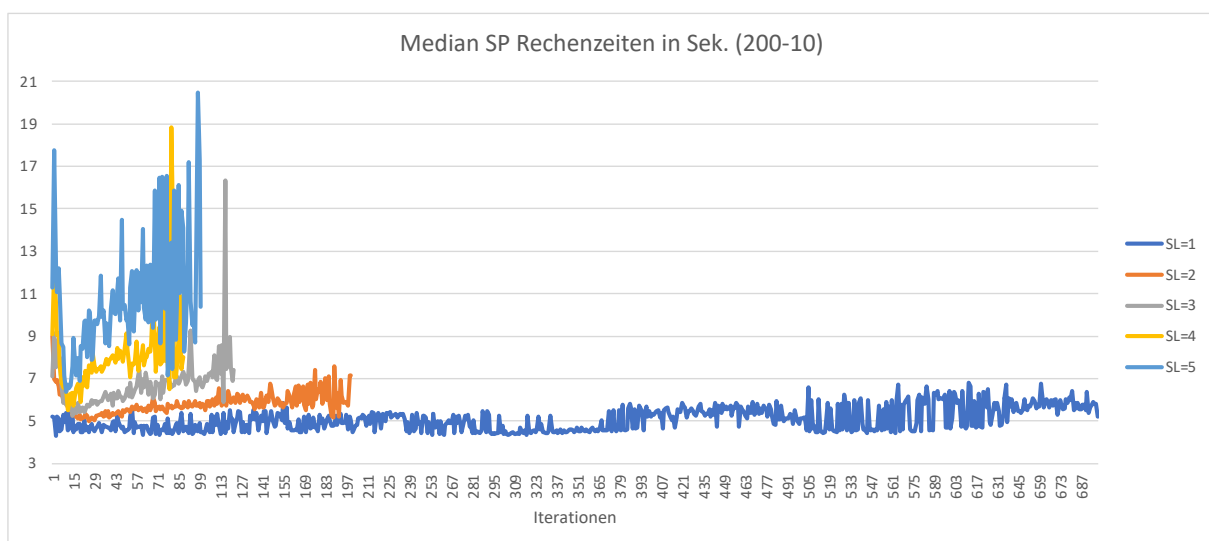


Abbildung 4.5: Median SP Rechenzeiten für die Instanzen (200-10) in Sek.

Auch bei der komplexesten Problemgröße (200 – 10) benötigt die Variante $SL = 1$ die meisten Iterationen (s. Abbildung 4.5). Mit 698 Iterationen sind das enorm viel mehr als bei den anderen Varianten. Wie auch bei den kleineren Instanzgrößen benötigt die Variante $SL = 2$ einige Iterationen mehr als die übrigen drei. Von diesen hat die Variante $SL = 3$ die geringsten Rechenzeiten und nur marginal mehr Iterationen gebraucht.

200 – 10	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$SL = 1$	2.332	4.211	1.471	2.739	31.719,8	26,5
$SL = 2$	1.157	1.341	880	461	7.819,8	20
$SL = 3$	971	2.049	662	1.387	20,1	20
$SL = 4$	2.982	15.392	705	14.687	20,3	20
$SL = 5$	5.968	26.300	693	25.607	20	20

Tabelle 4.15: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs der $SLs = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ für die Instanzgröße (200-10)

Beim genaueren Hinsehen sticht eine Variante bei der Problemgröße (200 – 10) besonders hervor. Es ist die Variante $SL = 3$ (s. Tabelle 4.15). Auf den ersten Blick sind lediglich die durchschnittliche und minimale Rechenzeit blau markiert, was den besten Wert im Vergleich zu den anderen Varianten zeigt. Jedoch auf den zweiten Blick ist zu erkennen, dass zwar die Variante $SL = 2$ für die maximale Rechenzeit und die entsprechende Spannweite die besten Werte aufweist, jedoch der durchschnittliche ZFW äußerst hoch ist. Dies liegt daran, dass die Instanz 06 in der Phase 4 der SGH keine zulässige Lösung innerhalb des Zeitlimits von einer Stunde finden konnte. Obwohl die restlichen neun Instanzen optimal gelöst wurden (s. Tabelle A.27), ist die Erkenntnis, dass zu 10% bei der Variante $SL = 2$ die Instanzen keine zulässigen Lösungen finden bzw. nicht gelöst werden können innerhalb des Zeitlimits, nicht befriedigend. Die Variante $SL = 3$ löst zwar auch neun von zehn Instanzen optimal, jedoch ist der ZFW für die Instanz 09 lediglich 21 und hat somit eine abs. OL von eins. Dies steht in keinem Vergleich zu der vorher genannten Variante.

Ebenso zeigt die Variante $SL = 1$ bei der komplexesten Instanzgröße ihre Schwächen. Hier wurden lediglich drei Instanzen optimal gelöst und für vier Instanzen wurden in der Phase 4 der SGH keine zulässigen Lösungen innerhalb des Zeitlimits gefunden (s. Tabelle A.26). Die Varianten $SL = 4$ und $SL = 5$ zeigen mit ihren deutlich höheren durchschnittlichen Rechenzeiten im Vergleich zur Variante $SL = 3$ ebenfalls Schwächen für komplexere Problemgrößen. Dies liegt u. a. auch an den maximalen Rechenzeiten, wobei diese nicht nur

für eine Instanz auftreten. Insb. bei der Variante $SL = 5$ benötigt die SGH für zwei Instanzen über 20.000 Sek (s. Tabelle A.30).

Bei Betrachtung der Ergebnisse aus diesem Kapitel kann gesagt werden, dass für diese Problemstellung die beste Variante $SL = 3$ ist. Sie zeigt für alle Problemgrößen konstante und ordentliche Ergebnisse und gehört meist zu den Varianten mit den besten Ergebnissen. Insb. bei der komplexesten Problemgröße (200 – 10) sticht die Variante $SL = 3$ sehr positiv hervor. Sie zeigt die besten Rechenzeiten und hat mit die beste Lösungsgüte. Aus diesen Erkenntnissen wird in den folgenden Kapiteln für die kommenden Analysen $SL = 3$ verwendet.

4.4 Evaluation der Instanzen hinsichtlich der Spaltengenerierungsheuristik

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der einzelnen Phasen der SGH aus den 40 Instanzen, die zuvor in Kapitel 4.2 aufgezeigt wurden, genauer betrachtet. Das bedeutet, es werden die Ergebnisse aus jeder der vier Phasen analysiert.

In der ersten Phase wird die SG durchgeführt, allerdings wird sowohl eine Über- als auch eine Unterdeckung erlaubt, wobei die Unterdeckung in der Zielfunktion des MP bzw. des RMP stark bestraft wird (wie bereits in Kapitel 3.3.1.1 erläutert). Die Ergebnisse für die Problemgröße (75 – 5) können der Tabelle 4.16 entnommen werden.

75 – 5 Instanzen	Phase 1: Spaltengenerierung				
	ZFW	Zeit (Sek.)	#Iterationen	#Spalten	$\bar{p}$
01	15	66,0	38	98	15
02	15	37,5	37	90	15
03	15	34,2	36	91	15
04	15	35,3	37	92	15
05	15	43,4	44	116	15
06	15	36,8	39	102	15
07	15	43,8	49	111	15
08	15	37,5	39	100	15
09	15	51,0	44	114	15
10	15	42,1	46	104	15

Tabelle 4.16: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (75-5)

In der zweiten Spalte sind die ZFWs eingetragen, die für jede Instanz exakt 15 beträgt. Dies ist die untere Schranke, die auch leicht auszurechnen ist. Wenn bei 75 Patienten fünf Transporteure zur Verfügung stehen und das Ziel ist, die Arbeitsbelastung hinsichtlich der Anzahl an zu transportierenden Patienten gleichmäßig bzw. fair zu verteilen, so sollte jeder Transporteur 15 Patienten erhalten. Hierbei ist die Anzahl an Patienten durch die Anzahl an Transporteuren zu teilen:

$$\text{Untere Schranke} = \frac{\text{Anzahl Patienten}}{\text{Anzahl Transporteure}}$$

Bei der Rechenzeit, um die untere Schranke zu erhalten, ist festzustellen, dass die SG durchschnittlich 42,8 Sek. benötigt, wobei die maximale und minimale Rechenzeit bei 66,0 und 34,2 Sek. liegt. So kann behauptet werden, dass zwischen einer halben und einer ganzen Minute die untere Schranke ermittelt werden kann. Hierfür benötigt die SG durchschnittlich 40 Iterationen, in denen durchschnittlich 102 Spalten generiert werden.

75 – 5 Instanzen	Phase 2: Randomisierter Algorithmus				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	14.028	99,9	14.013	0,005	28
02	11.027	99,9	11.012	0,006	27
03	14.023	99,9	14.008	0,006	23
04	20.022	99,9	20.007	0,005	22
05	12.028	99,9	12.013	0,006	28
06	17.032	99,9	17.017	0,005	32
07	20.027	99,9	20.012	0,005	27
08	11.034	99,9	11.019	0,005	34
09	14.024	99,9	14.009	0,005	24
10	8.026	99,8	8.011	0,006	26

Tabelle 4.17: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (75-5)

Als nächstes wird die zweite Phase betrachtet (s. Tabelle 4.17). Hier findet der entwickelte randomisierte Algorithmus seine Anwendung. Es fällt auf, dass alle zehn ermittelten ZFWs sehr hoch sind. Das liegt daran, dass wenn ein Patient keiner Tour zugewiesen wurde, dies mit dem Faktor 1.000 bestraft wird. So ist leicht zu erkennen, wie viele Patienten zu keiner Tour zugeordnet wurden. Bspw. hat die Instanz 01 den ZFW 14.028 und somit sind 14 Patienten keinem Transporteur für ihren Transport zugewiesen. Dies entspricht ebenfalls dem

Durchschnitt. So kann gesagt werden, dass durchschnittlich 14 von 75 Patienten im randomisierten Algorithmus noch keiner Tour zugewiesen wurden, was in etwa 18,7% entspricht.

Durch die hohen ZFWs sind auch die Abweichungen zur unteren Schranke sehr hoch (s. abs. OL). Dementsprechend liegen die relativen OLs bei 99,8% bzw. 99,9%. Jedoch ist eine der Stärken des randomisierten Algorithmus die Schnelligkeit. Die Rechenzeit liegt zwischen 0,005 und 0,006 Sek. Das ist enorm schnell und mit den zwei folgenden Phasen können anhand des randomisierten Algorithmus gute Ergebnisse generiert werden. Weitere Stärken des Algorithmus werden in den folgenden Kapiteln erläutert, wenn der entsprechende Vergleich zu anderen Lösungsmethoden vorliegt.

75 – 5 Instanzen	Phase 3: Reparatur der Überdeckung				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	14.014	99,9	13.999	0,006	14
02	11.013	99,9	10.998	0,007	13
03	14.013	99,9	13.998	0,006	13
04	20.013	99,9	19.998	0,004	13
05	12.015	99,9	12.000	0,007	15
06	17.016	99,9	17.001	0,006	16
07	20.018	99,9	20.003	0,004	18
08	11.014	99,9	10.999	0,008	14
09	14.013	99,9	13.998	0,004	13
10	8.015	99,8	8.000	0,006	15

Tabelle 4.18: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (75-5)

In der dritten Phase (Reparatur der Überdeckung, s. Tabelle 4.18) werden die ZFWs im Vergleich zum randomisierten Algorithmus nur marginal kleiner. Das liegt daran, dass in dieser Phase die noch nicht zugewiesenen Patienten weiterhin keiner Tour zugewiesen werden. Dies erfolgt in der vierten Phase. In der dritten Phase werden alle Patienten betrachtet, die aktuell zwei oder mehr Touren zugeordnet sind. Sukzessive wird der aktuell betrachtete Patient aus der Tour bzw. den Touren entfernt, die die aktuell meisten Patienten enthält bzw. enthalten. Sobald dieser Patient genau einer Tour zugewiesen ist, erfolgt die gleiche Vorgehensweise für den nächsten Patienten, der zu zwei oder mehr Touren zugeordnet ist. Wenn alle Patienten zu genau einer oder noch keiner Tour zugewiesen sind, ist die dritte Phase damit abgeschlossen. Da lediglich die einzelnen Touren gleich viele oder weniger Patienten enthalten als zuvor, wird der

ZFW entweder gleichbleiben oder geringer werden. Allerdings sind die Tausenderwerte weiterhin unverändert, da diese die Anzahl an noch nicht zugewiesenen Patienten aufzeigt und diese Korrektur erfolgt erst in der nächsten Phase. Dementsprechend enthalten die relativen und abs. OLs weiterhin große Werte. Die Rechenzeit ist ähnlich wie beim randomisierten Algorithmus sehr schnell. Diese liegt zwischen 0,004 und 0,008 Sek.

75 – 5 Instanzen	Phase 4: Reparatur der Unterdeckung				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	1,0	15
02	15	0,0	0	0,4	15
03	15	0,0	0	0,9	15
04	15	0,0	0	1,1	15
05	15	0,0	0	1,0	15
06	16	6,3	1	0,6	16
07	18	16,7	3	0,7	18
08	15	0,0	0	0,6	15
09	15	0,0	0	0,9	15
10	15	0,0	0	0,5	15

Tabelle 4.19: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (75-5)

In der vierten und somit letzten Phase der SGH (Reparatur der Unterdeckung, s. Tabelle 4.19) wurden in allen Instanzen die noch verbliebenen Patienten genau einer Tour zugewiesen. Dies ist daran zu erkennen, dass die ZFWs keine Tausenderwerte mehr enthalten. Somit hat jeder Patient genau einen Transporteur für seinen Transport. In acht Fällen wurde erkennbar das Optimum erreicht (s. blaue Markierungen in Tabelle 4.19), in den übrigen kann nicht, wie bereits im vorherigen Kapitel erläutert, mit Sicherheit behauptet werden, dass die erhaltenen Lösungen optimal sind oder nicht. Es können jedoch die Abweichungen zur unteren Schranke ermittelt werden, die auch in der Tabelle 4.19 aufgelistet sind.

Die Rechenzeiten für die vierte Phase liegen zwischen 0,4 und 1,1 Sek. Daraus kann abgeleitet werden, dass für diese Problemgröße das Einplanen der noch nicht zugeordneten Patienten mittels des kompakten Modells keine Schwierigkeit darstellt. Dieser Punkt kann für die größeren Probleminstanzen interessant werden, wenn in der zweiten Phase mehr Patienten und/oder mehr Transporteure zu planen sind. Wie werden die Ergebnisse hier ausfallen? Dies wird im Folgenden betrachtet.

Die Ergebnisse der Problemgrößen $(100 - 5)$, $(150 - 10)$ und $(200 - 10)$ sind im Anhang A.5 aufgelistet. In der Tabelle A.31 ist zu erkennen, dass die untere Schranke aus der SG für die Instanzgröße $(100 - 5)$ jeweils den Wert 20 hat. Die durchschnittliche Rechenzeit liegt bei 95 Sek. Die maximale und minimale Rechenzeit sind 198 und 73 Sek., das eine Spannweite von 125 Sek. ergibt. Somit hat sich die durchschnittliche Rechenzeit im Vergleich zur Instanzgröße $(75 - 5)$ etwas mehr als verdoppelt. Die SG benötigte im Durchschnitt 52 Iterationen und in Phase 1 wurden somit 139 Spalten generiert.

Der randomisierte Algorithmus (s. Tabelle A.32) benötigte durchschnittlich 0,016 Sek. zum Lösen der Problemgrößen $(100 - 5)$. Zwar ist die Rechenzeit im Vergleich zur Instanzgröße $(75 - 5)$ in etwa dreimal länger, jedoch ist diese noch immer sehr schnell. In dieser Phase 2 werden im Durchschnitt 25 Patienten keiner Tour zugeordnet. Dies bedeutet, 25% aller Patienten müssen in der vierten Phase noch der endgültigen Lösung hinzugefügt werden.

Die Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung sind in der Tabelle A.33 dargestellt. Die 25 durchschnittlich noch keiner Tour zugeordneten Patienten werden in Phase 3 nicht berücksichtigt. Daher verringert sich der ZFW nur marginal. Die Rechenzeit hat sich geringfügig erhöht. Diese entspricht 0,009 Sek. durchschnittlich.

In der Phase 4 (s. Tabelle A.34) ist zu erkennen, dass die durchschnittliche Rechenzeit über achtmal länger ist, jedoch mit 6,3 Sek. weiterhin einen guten Wert liefert. Des Weiteren wurden alle zehn Instanzen optimal gelöst, da die ZFWs der jeweiligen unteren Schranke aus der SG entspricht.

Für die Instanzgröße $(150 - 10)$ sind die ZFWs der ersten Phase für jede der zehn getesteten Instanzen jeweils 15, das zugleich die unteren Schranken aus der SG sind (s. Tabelle A.35). Die Rechenzeit betrug im Durchschnitt 286 Sek. Die maximale und minimale Rechenzeit lagen bei 310 und 268 Sek., was wiederum einer Spannweite von 42 Sek. entspricht. Die Rechenzeiten haben sich im Vergleich zur Problemgröße $(100 - 5)$ verdreifacht, jedoch sind diese konstanter geworden. Denn die Spannweite ist nur noch ein Drittel so hoch. Zudem wurden in durchschnittlich 77 Iterationen im Durchschnitt 200 Spalten generiert.

In der zweiten Phase wurden durchschnittlich 22 Patienten keiner Tour zugeordnet (s. Tabelle A.36). Dies entspricht 14,7% von insgesamt 150 Patienten. Dies sind sogar drei Patienten bzw. 10,3% weniger als für die Problemgröße $(100 - 5)$. Für diese Phase benötigte die SGH im Durchschnitt 0,04 Sek., das weiterhin eine sehr schnelle und konstante Rechenzeit aufweist.

In der dritten Phase hat sich zwar die Rechenzeit im Vergleich zur Problemgröße $(100 - 5)$ mehr als verdreifacht, jedoch sind die Rechenzeiten mit durchschnittlich 0,03 Sek (s. Tabelle A.37). weiterhin schnell. Wie auch zuvor ändern sich die ZFWs nur marginal, da die Patienten,

die noch keiner Tour zugeordnet sind, nicht berücksichtigt werden. Jedoch ist bereits in dieser Phase zu erkennen, dass für die Instanzen 04 und 06 die ZFWs am Ende der SGH nicht der unteren Schranke aus der SG entsprechen werden, da der Wert der Entscheidungsvariable $\bar{P}$ in dieser Phase für die genannten Instanzen 18 und 17 sind. Da in der vierten Phase keine Patienten aus Touren entfernt werden, wird der Wert der Entscheidungsvariablen $\bar{P}$ nicht kleiner. Lediglich die Tausenderwerte werden, wenn möglich, eliminiert. Somit kann für diese Problemgröße bereits gesagt werden, dass die Instanzen 04 und 06 nicht die untere Schranke aus der SG erzielen können, das wiederum eine Garantie wäre, das Optimum erreicht zu haben. Doch ohne dies kann, wie bereits einige Male erläutert, nicht ohne weitere aufwändige Analysen die Aussage getroffen werden, ob die Werte 18 und 17 für diese beiden Instanzen die optimalen ZFWs sind.

Für die Phase 4 benötigt die SGH durchschnittlich 9,7 Sek. (s. Tabelle A.38), das nur drei Sekunden länger als die Rechenzeiten der Problemgröße (100 – 5) ist. Da in allen zehn Instanzen die ZFWs unter dem Wert von 1.000 liegen, wurden jeweils alle Patienten zu genau einer Route zugeordnet. Dies ist leicht zu erkennen, da der Strafparameter für einen Patienten, der zu keiner Tour zugewiesen wurde, bei 1.000 liegt (wie bereits zuvor beschrieben). Weiterhin haben acht der zehn Instanzen den ZFW 15, das zugleich der Wert der unteren Schranke aus der SG ist. Dementsprechend wurden diese acht Instanzen optimal gelöst. Für die restlichen zwei kann, wie zuvor erklärt, keine genaue Aussage getroffen werden.

Für die größte Problemgröße (200 – 10) benötigte die SG durchschnittlich 725 Sek. (s. Tabelle A.39). Die maximale und minimale Rechenzeit lagen bei 927 und 563 Sek. Dadurch hat die Spanweite den Wert 364 Sek. Diese Werte sind zum Teil deutlich höher als bei der Instanzgröße (150 – 10), jedoch sind diese für die Komplexität der Problematik und der Größe der Instanzen weiterhin gut. Die untere Schranke ergab bei allen zehn Instanzen den Wert in Höhe von 20. Die SG benötigte im Durchschnitt 106 Iterationen und generierte durchschnittlich 287 Spalten.

In der zweiten Phase der SGH wurden durchschnittlich 44 von 200 Patienten zu keiner Tour eines Transporteurs zugeordnet (s. Tabelle A.40). Das bedeutet, am Ende der SGH müssen im Durchschnitt 22% der Patienten eine Tour zugewiesen werden. Der randomisierte Algorithmus benötigte durchschnittlich 0,05 Sek. Dies ist nur marginal länger als bei der Problemgröße (150 – 10). Selbst im Vergleich mit der kleinsten Instanzgröße (75 – 5) ist die Rechenzeit zwar zehnmal höher, jedoch ist diese mit 0,05 Sek. weiterhin sehr schnell.

Die Reparatur der Überdeckung (Phase 3) benötigte durchschnittlich 0,04 Sek. für die Durchführung (s. Tabelle A.41). Die Rechenzeit ist nicht nur bei dieser großen, komplexen

Problematik sehr schnell, sondern sie ist mit einer Spannweite von 0,016 Sek. (0,053-0,037) auch sehr konstant. Zudem ist hier wieder bei der Instanz 09 zu sehen, dass diese am Ende der SGH nicht die untere Schranke der SG ($=20$) erreichen kann, denn der Wert $\bar{P}$ ist in dieser Phase 3 bereits bei 21 und somit höher.

In der Reparatur der Unterdeckung (Phase 4) erreichen neun Instanzen (außer die Instanz 09, die eben beschrieben wurde) den Wert der unteren Schranke aus der SG (s. Tabelle A.42). Demnach sind diese neun Instanzen eindeutig optimal gelöst. Hierfür benötigte die letzte Phase der SGH durchschnittlich 245 Sek., wobei erwähnt werden muss, dass dieser Wert durch den einmalig hohen Wert einer Instanz (maximale Rechenzeit: 1.398 Sek.) verzerrt wird. Dies ist bspw. anhand des Medians zu erkennen. Dieser beträgt 62 Sek. und ist somit deutlich kleiner als der Durchschnitt. Dieser Wert ist zwar im Vergleich zu den vorherigen Problemgrößen dennoch deutlich höher, jedoch im direkten Vergleich zum Durchschnitt um ein Viertel geringer.

4.5 MP als IP vs. randomisierter Algorithmus

In diesem Kapitel wird der randomisierte Algorithmus (Phase 2 der SGH) mit der üblichen Variante einer SG verglichen. Diese wäre, dass das MP ganzzahlig gelöst werden soll. Das heißt, das Problem wird als IP formuliert und versucht zu lösen. Diese Variante wird in dieser Arbeit kurz als „MP als IP“ bezeichnet.

Zuvor muss gesagt werden, dass anfangs das MP als IP und auch das MP bzw. RMP als Set Partitioning formuliert waren. Jedoch waren die Lösungszeiten äußerst lang. Insb. das MP als IP hatte sehr hohe Rechenzeiten, die weit über fünf Stunden lagen. Entweder waren die Rechenzeiten so lange, dass manuell abgebrochen wurde oder die Speicherkapazität des Rechners kam an ihre Grenzen. So entstand die Idee, das MP bzw. RMP und ebenso das MP als IP als Set Covering zu formulieren. Die Ergebnisse aus dem Kapitel 4.3 haben diese Idee bestärkt und die Annahme bestätigt.

Beim Set Partitioning Problem geht es darum, eine Sammlung von Sets so auszuwählen, dass jedes Element der Grundmenge genau einmal in einem ausgewählten Set vorkommt. Mathematisch bedeutet das, dass jede Zeile der Nebenbedingungen exakt eins ergeben muss (z. B. für jede Aufgabe oder Ressource wird eine eindeutige Entscheidung getroffen). Dies wird oft durch Binärvariablen modelliert. Im Set Covering Problem geht es darum, eine Menge von Sets so auszuwählen, dass jedes Element der Grundmenge in mindestens einem der ausgewählten Sets enthalten ist. Hier sollen die Zeilen der Nebenbedingungen einen Wert von mindestens eins haben. Das bedeutet, jede „Aufgabe“ muss abgedeckt sein, kann aber mehrfach

abgedeckt werden, falls dies kostengünstiger oder praktikabler ist. Vollständigkeitshalber soll auch das Set Packing Problem genannt werden. Hierbei darf jedes Element der Grundmenge höchstens einmal abgedeckt werden. Mathematisch bedeutet das, die Nebenbedingungen dürfen höchstens den Wert eins ergeben. (Hoffman & Padberg, 2024)

75 – 5	MP als IP					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	70,0	15	15	0,0	0	67,1	15
02	17	11,8	2	39,4	17	15	0,0	0	37,9	15
03	16	6,3	1	36,1	16	15	0,0	0	35,1	15
04	17	11,8	2	36,6	17	15	0,0	0	36,5	15
05	23	34,8	8	45,9	23	15	0,0	0	44,3	15
06	16	6,3	1	38,7	16	16	6,3	1	37,5	15
07	28	46,4	13	46,7	28	18	16,7	3	44,5	15
08	15	0,0	0	39,2	15	15	0,0	0	38,1	15
09	17	11,8	2	53,0	17	15	0,0	0	51,9	15
10	28	46,4	13	43,9	28	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.20: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (75-5)

In der Tabelle 4.20 ist zu erkennen, dass die Lösungsvariante MP als IP in zwei Fällen (Instanz 01 und 08) ebenso wie die SGH optimal löst, und zwar mit einer ähnlichen Rechenzeit. Mit 70,0 und 39,2 Sek. ist das MP als IP nur einige Sek. langsamer. Die Instanz 06 wird auch wie bei der SGH mit dem ZFW 16 ermittelt und die Rechenzeit ist hier wiederum nur 1,2 Sek. höher. Jedoch wurden die restlichen sieben Instanzen mit teils deutlich schlechteren Werten gelöst. Dies ist insb. an den Instanzen 05, 07 und 10 mit den ZFWs 23, 28 und 28 zu sehen. Demnach ist festzustellen, dass für die Problemgröße (75 – 5) das MP als IP deutliche Schwankungen in der Lösungsgüte aufzeigt, während die SGH konstantere Werte aufzeigt. Bei Betrachtung der Lösungszeiten sind die beiden Methoden sehr ähnlich. Das MP als IP benötigt im Durchschnitt 44,9 Sek., während die SGH 43,6 Sek. braucht. Außerdem sind auch die maximalen und minimalen Rechenzeiten sehr ähnlich. Das MP als IP hat maximal 70,0 Sek. und minimal 36,1 Sek. benötigt und die SGH löste die Instanzen maximal in 67,1 Sek. und minimal in 35,1 Sek. Nun ist es interessant zu sehen, ob diese Erkenntnisse auch in den größeren, komplexeren Instanzen auftreten oder ob es Veränderungen gibt.

100 – 5	MP als IP					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	29	31,0	9	207	29	20	0,0	0	205	20
02	27	25,9	7	98	27	20	0,0	0	95	20
03	26	23,1	6	77	26	20	0,0	0	75	20
04	22	9,1	2	86	22	20	0,0	0	84	20
05	22	9,1	2	78	22	20	0,0	0	80	20
06	29	31,0	9	91	29	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	84	20	20	0,0	0	86	20
08	29	31,0	9	90	29	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	96	20	20	0,0	0	118	20
10	23	13,0	3	87	23	20	0,0	0	90	20

Tabelle 4.21: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (100-5)

Bei der Problemgröße (100 – 5) veränderte sich die Rechenzeit der beiden Methoden nur marginal (s. Tabelle 4.21). Sowohl das MP als IP als auch die SGH sind im Durchschnitt ähnlich schnell. Dieses Mal ist nur das MP als IP ein wenig schneller als die SGH gewesen. Die durchschnittliche Lösungszeit betrug beim MP als IP 99,5 Sek., während es bei der SGH 101,0 Sek. gewesen sind. Die maximale und minimale Rechenzeit war beim MP als IP 207,2 und 76,8 Sek., wohingegen es bei der SGH bei 204,7 und 74,7 lag. Somit kann bzgl. der Lösungszeit erneut kein großer Unterschied erkannt werden.

150 – 10		MP als IP					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	
01	20	25,0	5	295	20	15	0,0	0	282	15	
02	17	11,8	2	323	17	15	0,0	0	298	15	
03	19	21,1	4	324	19	15	0,0	0	310	15	
04	18	16,7	3	290	18	18	16,7	3	295	18	
05	22	31,8	7	316	22	15	0,0	0	314	15	
06	31	51,6	16	288	31	17	11,8	2	284	17	
07	17	11,8	2	288	17	15	0,0	0	295	15	
08	17	11,8	2	300	17	15	0,0	0	290	15	
09	17	11,8	2	282	17	15	0,0	0	281	15	
10	17	11,8	2	312	17	15	0,0	0	310	15	

Tabelle 4.22: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (150-10)

Jedoch existieren bei den ZFWs deutliche Differenzen. Erneut konnte das MP als IP nur zwei Instanzen (07 und 09) optimal lösen. In drei Fällen (Instanzen 01, 06 und 08) lag die OL sogar bei 31%. Die SGH hingegen löste alle zehn Instanzen optimal und das in einer sehr ähnlichen Rechenzeit. Erneut liegen die Vorteile aufgrund der deutlich besseren Lösungsgüte bei der SGH.

Die durchschnittlichen Lösungszeiten sind erneut sehr ähnlich (s. Tabelle 4.22). Während die SGH 296 Sek. benötigt, sind es beim MP als IP 302 Sek. Jedoch wenn die ZFWs betrachtet werden, ist der Unterschied der beiden Lösungsmethoden deutlich zu erkennen. Die SGH löste acht von zehn Instanzen optimal. Bei den Instanzen 04 und 06 sind diese nicht optimal, denn wenn die Ergebnisse aus der Tabelle A.21 (Tabelle A.22, Tabelle A.24 oder Tabelle A.25) betrachtet werden, ist zu erkennen, dass wenn das SL verändert wird, die untere Schranke von 15 erreicht werden kann. Das MP als IP hingegen konnte keine der zehn Instanzen optimal lösen. Im Durchschnitt lag beim MP als IP die OL bei 20,5% bzw. die abs. OL bei 4,5. Auch bei dieser Problemgröße ist die SGH klar im Vorteil. Hier lag die OL durchschnittlich bei 2,9% bzw. die abs. OL bei 0,5.

200 – 10	MP als IP					SGH				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	22	9,1	2	601	22	20	0,0	0	818	20
02	40	50,0	20	852	40	20	0,0	0	836	20
03	26	23,1	6	736	26	20	0,0	0	716	20
04	21	4,8	1	773	21	20	0,0	0	786	20
05	22	9,1	2	671	22	20	0,0	0	2.049	20
06	21	4,8	1	897	21	20	0,0	0	1.401	20
07	25	20,0	5	726	25	20	0,0	0	768	20
08	23	13,0	3	766	23	20	0,0	0	875	20
09	24	16,7	4	755	24	21	4,8	1	795	21
10	22	9,1	2	647	22	20	0,0	0	662	20

Tabelle 4.23: Vergleich der Ergebnisse – MP als IP vs. SGH (200-10)

In Tabelle 4.23 ist zu erkennen, dass dieses Mal die Lösungszeit beim MP als IP im Durchschnitt geringer ist als bei der SGH. Beim ersteren lag sie bei 742 Sek., während es beim zweiten 971 Sek. betrug. Diese größere Differenz bei dieser Problemgröße lag insb. bei den Instanzen 05 und 06, denn hier benötigte die SGH 2.049 und 1.401 Sek., das deutlich über den restlichen Rechenzeiten lag. Jedoch zeigt die SGH erneut seine Stärke in der Lösungsgüte. In neun von

zehn Fällen löste sie die Instanzen optimal. Instanz 09 wurde zwar mit dem ZFW 21 nicht optimal gelöst, allerdings existiert hier lediglich eine Abweichung von eins zur unteren Schranke. In diesem Fall kann erneut auf bereits berechnete Ergebnisse zugegriffen werden. Anhand der Tabelle A.26 (Tabelle A.27, Tabelle A.29 oder Tabelle A.30) ist festzustellen, dass die untere Schranke von 20 mit einem veränderten SL erreicht werden kann. Wenn nun die ZFWs des MP als IP betrachtet werden, ist zu erkennen, dass keine der Lösungen optimal ist bzw. bei jeder Instanz höher und somit schlechter als bei der SGH ist. Dies ist auch daran zu erkennen, dass beim MP als IP die OL durchschnittlich bei 16,0% lag bzw. die abs. OL 4,6 Einheiten betrug. Hingegen lag bei der SGH die OL im Durchschnitt bei 0,5% bzw. hatte eine abs. OL von 0,1 Einheiten.

Bevor nun die Erkenntnisse aus diesen Ergebnissen zusammengetragen werden können, muss der Grund für die relativ hohen ZFWs des MP als IP aufgesucht werden. Hierzu wird im Folgenden die Phase 2 der jeweiligen Lösungsmethoden miteinander verglichen. Das bedeutet, beim MP als IP ist die Namensgebung bereits die Phase 2, denn hier wird das MP bzw. RMP ganzzahlig gelöst. Hingegen besteht bei der SGH die Phase 2 aus dem randomisierten Algorithmus.

75 – 5		MP als IP					Randomisierter Algorithmus				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	2.026	99,3	2.011	2,629	26		14.028	99,9	14.013	0,005	28
02	30	50,0	15	2,304	30		11.027	99,9	11.012	0,006	27
03	2.027	99,3	2.012	3,271	27		14.023	99,9	14.008	0,006	23
04	1.025	98,5	1.010	2,541	25		20.022	99,9	20.007	0,005	22
05	1.025	98,5	1.010	3,502	25		12.028	99,9	12.013	0,006	28
06	2.026	99,3	2.011	3,303	26		17.032	99,9	17.017	0,005	32
07	28	46,4	13	2,447	28		20.027	99,9	20.012	0,005	27
08	1.032	98,6	1.017	2,874	32		11.034	99,9	11.019	0,005	34
09	2.027	99,3	2.012	3,233	27		14.024	99,9	14.009	0,005	24
10	31	51,6	16	3,678	31		8.026	99,8	8.011	0,006	26

Tabelle 4.24: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (75-5)

In der Tabelle 4.24 wird nun die SGH, die als Phase 2 das MP als IP nutzt, und die SGH, die den randomisierten Algorithmus in der Phase 2 verwendet, miteinander bei der Instanzgröße (75 – 5) verglichen. Es ist zum einen auf der rechten Seite anhand der blauen Markierungen zu erkennen, dass der randomisierte Algorithmus deutlich schneller ist. Im Durchschnitt

benötigt das MP als IP mehr als das 500-fache der Zeit zum Lösen als der randomisierte Algorithmus. Jedoch liegt die Lösungszeit des MP als IP dennoch durchschnittlich bei 2,98 Sek. und weist somit eine gute Rechenzeit auf. Dennoch ist es kein Vergleich mit der Geschwindigkeit des randomisierten Algorithmus, der durchschnittlich 0,005 Sek. benötigt.

Bei den ZFWs ist ebenfalls ein deutlicher Unterschied zu erkennen. Im Durchschnitt errechnet der randomisierte Algorithmus mehr als das zwölfwache des ZFW des MP als IP. Hier muss nun beachtet werden, ob sich dies in dieser Problemstellung als sinnvoll erachtet. Wenn niedrige Werte, wie z. B. bei den Instanzen 02, 07 und 10 des MP als IP errechnet werden, so heißt das wiederum, dass lediglich die Phase 3 (Reparatur der Überdeckung) zum Einsatz kommt. In dieser werden die ZFWs etwas geringer (oder bleiben gleich). Da allerdings alle Patienten mindestens zu einer Tour zugewiesen wurden, entfällt die Durchführung der Phase 4 (Reparatur der Unterdeckung). Auch die übrigen Instanzen haben entweder nur einen oder zwei Patienten, die in der Phase 4 noch einer Tour zugewiesen werden müssen. An sich scheint dieses Vorhaben geeigneter zu sein, da die ZFWs geringer sind und das Ziel eine Minimierung ist. Jedoch wenn die finalen Ergebnisse betrachtet werden, ist festzustellen, dass hierbei das MP als IP schlechtere bzw. größere Werte aufzeigt (s. Tabelle 4.20).

Die Begründung dafür könnte darin liegen, dass die Ergebnisse aus der Phase 2 beim MP als IP zu wenig Spielraum in der Phase 4 zulassen. Sodass die übrigen Patienten, wenn es denn welche gibt, den ZFW höchstwahrscheinlich verschlechtern, da sie zu Transporteuren zugeordnet werden müssen, die bereits mehr Patienten zu transportieren haben als andere. Beim randomisierten Algorithmus tritt dies selten auf, denn es gibt deutlich mehr Patienten, die noch zu Transporteuren zugewiesen werden müssen. Somit können bessere Ergebnisse geliefert werden.

Diese Erkenntnisse können auch bei den größeren und komplexeren Instanzen gewonnen werden. Hierfür sei auf die Tabelle A.43, Tabelle A.44 und Tabelle A.45 im Anhang A.6 verwiesen. Um den Vergleich aus der Phase 2 mit den finalen Ergebnissen aus der Phase 4 zu verstehen und wie diese eben zuvor beschrieben und erläutert wurden, sei ebenso auf die Tabelle 4.21, Tabelle 4.22 und Tabelle 4.23 verwiesen.

In diesem Kapitel konnte gezeigt werden, dass durch die Verwendung des randomisierten Algorithmus in der Phase 2 die Lösungen deutlich schneller als mit dem MP als IP berechnet wurden. Zwar waren die ZFWs höher, jedoch hatte dies keinen negativen Effekt auf die darauffolgenden Phasen. Im Gegenteil konnten in der Phase 4 in den meisten Fällen geringere ZFWs und somit bessere Ergebnisse geliefert werden. Daraus ist zu schließen, dass der randomisierte Algorithmus für die Phase 2 der SGH die deutlich bessere Wahl ist.

4.6 Spaltengenerierungsheuristik mit und ohne randomisierten Algorithmus

In diesem Kapitel wird nun die Phase 2 der SGH hinsichtlich des randomisierten Algorithmus getestet. D. h. hier stellt sich die Frage, wie die Ergebnisse ausfallen werden, wenn der randomisierte Algorithmus nicht genutzt wird im Vergleich zu, wenn dieser genutzt wird. Dies ähnelt der Vorgehensweise und Analyse aus Kapitel 4.5. Jedoch wird für die Variante ohne den randomisierten Algorithmus nicht eine separate Phase wie das MP als IP herangezogen, sondern es werden die m größten λ_{kf} Werte aus den Ergebnissen der SG (Phase 1) als vorläufige Lösung genutzt, die der Reparatur der Überdeckung (Phase 3) übergeben wird.

75 – 5		SGH ohne randomisierten Algorithmus					SGH mit randomisiertem Algorithmus				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01		16	6,3	1	69,2	16	15	0,0	0	67,1	15
02		15	0,0	0	38,6	15	15	0,0	0	37,9	15
03		15	0,0	0	37,9	15	15	0,0	0	35,1	15
04		17	11,8	2	35,2	17	15	0,0	0	36,5	15
05		20	25,0	5	42,5	20	15	0,0	0	44,3	15
06		15	0,0	0	36,4	15	16	6,3	1	37,5	15
07		28	46,4	13	44,7	28	18	16,7	3	44,5	15
08		17	11,8	2	35,9	17	15	0,0	0	38,1	15
09		20	25,0	5	52,5	20	15	0,0	0	51,9	15
10		16	6,3	1	42,8	16	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.25: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (75-5)

Aufgrund der blau markierten Werte in der Tabelle 4.25 kann schnell erkannt werden, dass die SGH ohne den randomisierten Algorithmus lediglich drei der zehn Instanzen optimal löste. Mit dem randomisierten Algorithmus wurden acht Instanzen optimal gelöst, allerdings könnte aufgrund der Ergebnisse der Tabelle 4.25 nicht ausgesagt werden, ob der ZFW von 18 für die Instanz 07 die optimale Lösung ist oder nicht. Jedoch kann aus den bereits gezeigten Ergebnissen (s. Anhang A.4), insb. aus der Tabelle A.11 und der Tabelle A.12, erkannt werden, in der die SGH mit $SL = 1$ bzw. $SL = 2$ gelöst wurden, dass ein geringerer Wert als die eben genannte 18 erreicht werden kann. Tatsächlich wurde der Wert der unteren Schranke aus der SG (Phase 1) erzielt und somit kann die Schlussfolgerung getroffen werden, dass das Optimum den Wert 15 besitzt.

Des Weiteren ist ersichtlich, dass die Lösungsgüte ohne den randomisierten Algorithmus deutlich schlechter ist. Insb. für die Instanz 07 hat diese Lösungsvariante einen ZFW von 28, das eine OL von 46,4% bzw. eine abs. OL von 13 Einheiten ergibt. Wenn hierfür die genauen Ergebnisse bzgl. der Anzahl an Patienten je Transporteur betrachtet werden (s. Tabelle 4.26), muss festgestellt werden, dass für diese Instanz keine Fairness vorliegt. Denn Transporteur 1 und 2 müssen mit 28 und 25 Patienten, die meisten transportieren und liegen deutlich über dem Optimum von 15. Die restlichen Transporteure bewegen neun, zehn bzw. drei Patienten. Insb. der Vergleich zwischen dem ersten und fünften Transporteur zeigt, dass diese Lösung die Verteilung der Patienten auf die jeweiligen Touren äußerst unfair bestimmt wurde. Dies ist gravierend, da die Fairness das Ziel des Lösungsverfahrens ist.

75 – 5	Transporteur				
	1	2	3	4	5
Anzahl Patienten	28	25	9	10	3
Knoten	0	0	0	0	0
	3	4	6	18	1
	8	5	7	20	2
	10	9	11	25	76
	14	13	12	76	53
	76	15	17	40	77
	31	16	22	41	-
	32	19	24	44	-
	33	21	51	48	-
	39	26	57	60	-
	45	28	76	69	-
	38	23	77	34	-
	46	29	-	77	-
	49	30	-	-	-
	54	35	-	-	-
	55	36	-	-	-
	58	37	-	-	-
	59	43	-	-	-
	62	47	-	-	-
	63	42	-	-	-
	64	52	-	-	-
	65	56	-	-	-
	66	50	-	-	-
	68	61	-	-	-
	71	76	-	-	-
	73	70	-	-	-
	75	67	-	-	-
	74	77	-	-	-
	72	-	-	-	-
	27	-	-	-	-
	77	-	-	-	-
Pausen Zeitfenster	12, 13, 14	35, 36, 37	34, 35, 36	15, 16, 17	13, 14, 15

Tabelle 4.26: Detailliertes Ergebnis der SGH ohne randomisierten Algorithmus für die Instanz 07 der Problemgröße (75-5)

Beim direkten Vergleich der einzelnen Instanzen hinsichtlich der Rechenzeiten liegt zwar die SGH mit dem randomisierten Algorithmus bei sechs Instanzen vorne, jedoch sind die Differenzen der jeweiligen Rechenzeiten so gering, dass sie als gleich gewertet werden können bzw. keinen nennenswerten Unterschied liefern. Auch bei Betrachtung der durchschnittlichen Rechenzeiten ist festzustellen, wie nah diese beiden Lösungsmethoden aneinander liegen. Die SGH mit randomisiertem Algorithmus hat eine durchschnittliche Lösungszeit von 43,55 Sek., während die SGH ohne randomisierten Algorithmus im Durchschnitt die Instanzen mit 43,56 Sek. löst.

100 – 5		SGH ohne randomisierten Algorithmus					SGH mit randomisiertem Algorithmus				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01		29	31,0	9	216	29	20	0,0	0	205	20
02		20	0,0	0	109	20	20	0,0	0	95	20
03		20	0,0	0	79	20	20	0,0	0	75	20
04		20	0,0	0	101	20	20	0,0	0	84	20
05		22	9,1	2	80	22	20	0,0	0	80	20
06		23	13,0	3	108	23	20	0,0	0	91	20
07		20	0,0	0	87	20	20	0,0	0	86	20
08		24	16,7	4	89	24	20	0,0	0	91	20
09		20	0,0	0	101	20	20	0,0	0	118	20
10		23	13,0	3	89	23	20	0,0	0	90	20

Tabelle 4.27: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (100-5)

Für die Problemgröße (100 – 5) löste die SGH mit randomisiertem Algorithmus alle zehn Instanzen optimal, während es bei der SGH ohne randomisierten Algorithmus bei fünf liegt (s. Tabelle 4.27). Bei der Instanz 01 beträgt der ZFW 29, das eine OL von 31% bzw. eine abs. OL von neun Patienten aufweist. Zudem war die Lösungszeit in diesem Beispiel um elf Sekunden länger. Die durchschnittliche Rechenzeit betrug für die SGH ohne randomisierten Algorithmus 106 Sek. und mit randomisiertem Algorithmus 101 Sek. Hinsichtlich der Rechenzeit ist nur eine marginale Differenz zu erkennen, jedoch die Lösungsgüte ist bei der Variante mit randomisiertem Algorithmus deutlich besser, da insb. alle Instanzen optimal gelöst wurden. Nun müssen noch die beiden Lösungsvarianten für die zwei restlichen Problemgrößen (150 – 10) und (200 – 10) miteinander verglichen werden.

150 – 10	SGH ohne randomisierten Algorithmus					SGH mit randomisiertem Algorithmus				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	18	16,7	3	285	18	15	0,0	0	282	15
02	18	16,7	3	281	18	15	0,0	0	298	15
03	20	25,0	5	295	20	15	0,0	0	310	15
04	22	31,8	7	261	22	18	16,7	3	295	18
05	25	40,0	10	300	25	15	0,0	0	314	15
06	19	21,1	4	287	19	17	11,8	2	284	17
07	26	42,3	11	274	26	15	0,0	0	295	15
08	22	31,8	7	293	22	15	0,0	0	290	15
09	19	21,1	4	275	19	15	0,0	0	281	15
10	25	40,0	10	314	25	15	0,0	0	310	15

Tabelle 4.28: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (150-10)

Bei der Problemgröße (150 – 10) ist deutlich anhand der nicht blau markierten ZFWs für die SGH ohne randomisierten Algorithmus zu erkennen, dass keine der zehn Instanzen optimal gelöst werden konnte (s. Tabelle 4.28). Die Lösungsvariante mit randomisiertem Algorithmus löste hingegen acht Instanzen optimal. Wie bereits in den vorherigen Kapiteln erklärt, ist auf den ersten Blick nicht erkennbar, ob die Instanzen 04 und 06 mit den ZFWs 18 und 17 optimal gelöst wurden. Jedoch kann anhand der Tabelle A.21, Tabelle A.22, Tabelle A.24 und Tabelle A.25, bei denen das SL nicht drei betrug, sondern die Werte {1, 2, 4, 5} annahm, erkannt werden, dass das Optimum den Wert 15 besitzt, da die SGH mit randomisiertem Algorithmus in diesen vier Fällen jeweils die untere Schranke der SG (Phase 1) erzielte. Des Weiteren ist festzustellen, dass die SGH ohne randomisierten Algorithmus in drei Fällen Lösungen errechnete, in denen die OL mindestens 40% betrug bzw. die abs. OL mindestens zehn Patienten ausmacht.

Wenn bspw. die genaue Patientenverteilung für die Instanz 07 ohne randomisierten Algorithmus betrachtet wird (s. Tabelle 4.29), ist festzustellen, dass Transporteur Nr. 1, 2, 3 und 4 mit 26, 25, 24 und 19 Patienten über dem Optimum von 15 liegen. Lediglich Transporteur Nr. 5 hat mit 15 Patienten das Optimum erreicht. Die übrigen Transporteure transportieren weniger als 15 Patienten. Der Vergleich dieser unterschiedlichen Auslastung der Transporteure, insb. die Differenz zwischen Transporteur Nr. 1 und 9 mit 26 und einem Patienten ist dermaßen hoch, dass hier die Fairness unter den Transporteuren nicht gegeben ist.

150 – 10	Transporteur									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Anzahl Patienten	26	25	24	19	15	13	10	11	1	6
Knoten	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	4	5	1	3	6	16	21	42	30	19
	9	13	8	12	7	18	38	55	151	77
	11	2	26	17	14	23	44	151	152	91
	20	15	41	24	36	39	53	90	-	101
	10	22	60	27	37	43	64	73	-	117
	25	28	34	35	45	47	50	97	-	151
	29	32	63	151	51	49	67	111	-	144
	31	33	151	65	61	151	70	118	-	152
	48	40	83	76	79	95	151	126	-	-
	56	46	71	62	88	100	125	137	-	-
	69	54	89	84	151	115	112	149	-	-
	59	57	92	113	129	116	152	75	-	-
	52	66	96	82	106	119	-	152	-	-
	74	151	99	122	130	87	-	-	-	-
	68	86	104	124	136	152	-	-	-	-
	78	93	98	133	107	-	-	-	-	-
	81	102	114	141	152	-	-	-	-	-
	94	105	121	142	-	-	-	-	-	-
	80	123	127	150	-	-	-	-	-	-
	103	128	120	58	-	-	-	-	-	-
	110	132	131	152	-	-	-	-	-	-
	151	134	143	-	-	-	-	-	-	-
	108	135	147	-	-	-	-	-	-	-
	109	146	148	-	-	-	-	-	-	-
	139	145	72	-	-	-	-	-	-	-
	140	85	152	-	-	-	-	-	-	-
	138	152	-	-	-	-	-	-	-	-
	152	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Pausen Zeitfenster	36	19	17	12	27	21	23	16	13	35
	37	20	18	13	28	22	24	17	14	36
	38	21	19	14	29	23	25	18	15	37

Tabelle 4.29: Detailliertes Ergebnis der SGH ohne randomisierten Algorithmus für die Instanz 07 der Problemgröße (150-10)

Bei der Rechenzeit sind sich die beiden Lösungsvarianten ähnlich. Während die SGH ohne randomisierten Algorithmus mit einer durchschnittlichen Rechenzeit von 287 Sek. ca. neun Sek. schneller ist als die Variante mit randomisiertem Algorithmus, die im Durchschnitt eine Rechenzeit von 296 Sek. hat. Aufgrund der deutlich besseren Lösungsgüte ist für diese Problemgröße erneut die SGH mit randomisiertem Algorithmus klar von Vorteil. Nun bleibt die Betrachtung der komplexesten Instanzgröße (200 – 10).

In der Tabelle 4.30 ist die gleiche Erkenntnis, die bereits für die Instanzgrößen (150 – 10) gemacht wurde, festzustellen. Keine der zehn Instanzen konnte von der SGH ohne randomisierten Algorithmus optimal gelöst werden. Die Lösungsvariante mit randomisiertem Algorithmus erreichte bei neun der zehn Instanzen das Optimum. Für die Instanz 09 ist der

ZFW 21 tatsächlich nicht das Optimum. Dies ist aus der Tabelle 4.30 zwar nicht zu erkennen, allerdings bei Betrachtung der Lösungsergebnisse aus den verschiedenen SLs kann dies anhand der Tabelle A.26, Tabelle A.27, Tabelle A.29 und Tabelle A.30 herausgelesen werden. Dort wurden die ZFWs 20 erzielt, das der unteren Schranke der SG (Phase 1) entspricht und somit das Optimum darstellt. Dies konnte interessanterweise bei $SL = 3$ nicht jedoch bei $SL = \{1, 2, 4, 5\}$ erreicht werden. Allerdings ist die Abweichung bei $SL = 3$ lediglich eine Einheit und stellt somit keine wirklich schlechtere Lösung dar. Insb. ist hier der Vergleich zwischen randomisiertem und nicht randomisiertem Algorithmus zu betrachten. Hierbei ist bei letzterer der ZFW um zwei weitere Einheiten größer als mit randomisiertem Algorithmus.

200 – 10	SGH ohne randomisierten Algorithmus					SGH mit randomisiertem Algorithmus				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	25	20,0	5	685	25	20	0,0	0	818	20
02	26	23,1	6	815	26	20	0,0	0	836	20
03	28	28,6	8	735	28	20	0,0	0	716	20
04	23	13,0	3	795	23	20	0,0	0	786	20
05	23	13,0	3	695	23	20	0,0	0	2.049	20
06	24	16,7	4	959	24	20	0,0	0	1.401	20
07	21	4,8	1	719	21	20	0,0	0	768	20
08	21	4,8	1	780	21	20	0,0	0	875	20
09	23	13,0	3	721	23	21	4,8	1	795	21
10	25	20,0	5	652	25	20	0,0	0	662	20

Tabelle 4.30: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne randomisierten Algorithmus (200-10)

Bei den Rechenzeiten kann bei dieser Problemgröße festgestellt werden, dass die SGH ohne randomisierten Algorithmus im Durchschnitt 215 Sek. schneller war. Dies liegt insb. an den Instanzen 05 und 06. Ohne diese beiden Fälle läge die durchschnittliche Rechenzeit bei 782 Sek., das lediglich eine Differenz von 26 Sek. darstellt. Somit wären die Rechenzeiten der beiden Lösungsvarianten erneut ähnlich schnell.

Nichtsdestotrotz ist hier und auch bei den kleineren Problemgrößen ausschlaggebend, dass die Lösungsgüte der SGH mit randomisiertem Algorithmus deutlich besser ist, da in den 40 Instanzen zu 87,5% das Optimum erreicht wurde, während es ohne den randomisierten Algorithmus bei lediglich 20% liegt. Aus den Erkenntnissen, die in diesem Kapitel erlangt wurden, kann gesagt werden, dass durch den randomisierten Algorithmus in der Phase 2 der SGH deutlich bessere ZFWs erzielt werden können, als wenn dieser nicht genutzt werden

würde. Dies liegt u. a. an der Vorgehensweise, dass viele Spalten betrachtet werden und davon die besten für die weiteren Phasen der SGH genutzt werden. Und diese stellen für die Phasen 3 und 4 bessere Initiallösungen dar als ohne den randomisierten Algorithmus. Somit wird weiterhin für die kommenden Analysen der Rechenstudie der randomisierte Algorithmus in der Phase 2 der SGH genutzt.

4.7 Flexibilität des Bestrafungsparameters C^{out} im MP bzw. RMP

Als nächstes wird betrachtet, welche Veränderungen auftreten, wenn der Bestrafungsparameter C^{out} variiert wird und welche Erkenntnisse daraus gewonnen werden können. C^{out} hatte zu Beginn den Wert 1.000, der auch für die Analysen in den vorherigen Kapiteln genutzt wurde. Die Intention war diejenige, dass der Wert nicht nur hoch genug ist, um zu verhindern, dass Patienten keiner Route zugeordnet werden würden, und zugleich erkannt werden kann, wie viele Patienten keine Tour erhielten. Denn die maximale Anzahl der Patienten über alle Transporteure ($\overline{P}$), die den eig. ZFW darstellt, wird für die Problemgrößen, die in dieser Arbeit betrachtet werden, nicht größer als zweistellig werden. Denn es müsste mindestens der Fall eintreten, dass ein Transporteur 100 oder mehr Patienten bewegen muss. In dem Fall mit $(75 - 5)$ kann dies nicht erreicht werden, da es nur 75 Patienten gibt, die transportiert werden müssen. Beim Fall $(100 - 5)$ müsste ein Transporteur alle Patienten transportieren, während die restlichen Transporteure nichts zu tun haben. Dieser Fall kann mit der Zielfunktion und den vorhandenen Daten und insb. dem Zeitrahmen nicht auftreten. Denn wenn ein Transporteur 100 Patienten bewegen würde, bräuchte dieser mehr als acht Stunden. Wenn die Informationen aus Tabelle 4.2 betrachtet werden und die ØGZ von 10,4 Minuten je Patiententransport mit den 100 Patienten multipliziert wird, ist festzustellen, dass dies eine Arbeitszeit von 1.040 Minuten darstellt. Eine Arbeitsschicht ist allerdings nur 480 Minuten lang. Diese Argumentation kann für die Problemgrößen $(150 - 10)$ und $(200 - 10)$ hergenommen werden. Nun ist die Frage, ob ein kleinerer bzw. größerer Wert wie 100 und 10.000 einen anderen Einfluss auf den ZFW bzw. auf die Rechenzeit hat.

In der Tabelle 4.31 sind die Ergebnisse der SGH aufgelistet, wo der Bestrafungsparameter C^{out} auf der linken Seite der Tabelle den Wert 100 und auf der rechten Seite den Wert 1.000 annimmt. Letzteres wurde bereits für die vorherigen Analysen verwendet und somit sollten die Ergebnisse der rechten Seite bekannt sein. Bei $C^{out} = 100$ ist zu sehen, dass wie bei $C^{out} = 1.000$ acht der zehn Instanzen optimal gelöst wurden. Die Instanzen 08 und 10 erhielten die ZFWs 16 und 25. Durch das Ergebnis der Instanz 10 ist der Durchschnittswert mit 16,1 einiges höher als bei

der Variante $C^{out} = 1.000$ mit 15,4. Jedoch wenn der Median betrachtet wird, sind diese beiden gleich und betragen 15 (s. Tabelle 4.33).

75 – 5 Instanzen	SGH mit $C^{out} = 100$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	459,3	15	15	0,0	0	67,1	15
02	15	0,0	0	57,0	15	15	0,0	0	37,9	15
03	15	0,0	0	39,5	15	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	46,2	15	15	0,0	0	36,5	15
05	15	0,0	0	63,6	15	15	0,0	0	44,3	15
06	15	0,0	0	42,1	15	16	6,3	1	37,5	15
07	15	0,0	0	44,6	15	18	16,7	3	44,5	15
08	16	6,3	1	38,4	16	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	44,0	15	15	0,0	0	51,9	15
10	25	40,0	10	63,1	25	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.31: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (75-5)

Bei den Rechenzeiten ist festzustellen, dass die SGH mit $C^{out} = 100$ durchschnittlich mehr als doppelt so lange benötigt. Der Durchschnittswert liegt bei 89,8 Sek., während die SGH mit $C^{out} = 1.000$ lediglich 43,6 Sek. zum Lösen der Instanzen benötigt. Dieser hohe Wert liegt insb. an der Rechenzeit der Instanz 01, denn diese war deutlich länger als das Lösen der übrigen Instanzen. Jedoch kann auch in Tabelle 4.31 erkannt werden, dass nur die Instanz 09 schneller gelöst wurde als bei der Variante mit $C^{out} = 1.000$.

Wenn nun der bisherige verwendete Bestrafungsparameter $C^{out} = 1.000$ mit einem größeren Wert wie z. B. $C^{out} = 10.000$ verglichen wird, ist zu erkennen, dass bei der Problemgröße (75 – 5) für letztere nur sechs der zehn Instanzen optimal gelöst wurden (s. Tabelle 4.32). Die Instanz 08 hatte zudem einen etwas erhöhten ZFW von 20 (OL = 25,0% bzw. abs. OL = 5). Außerdem ist die Lösungsvariante $C^{out} = 10.000$ lediglich in drei Fällen schneller als die Variante $C^{out} = 1.000$.

75 – 5 Instanzen	SGH mit $C^{out} = 10.000$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	38,5	15	15	0,0	0	67,1	15
02	15	0,0	0	39,4	15	15	0,0	0	37,9	15
03	15	0,0	0	35,3	15	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	43,8	15	15	0,0	0	36,5	15
05	17	11,8	2	58,0	17	15	0,0	0	44,3	15
06	16	6,3	1	43,4	16	16	6,3	1	37,5	15
07	15	0,0	0	38,6	15	18	16,7	3	44,5	15
08	20	25,0	5	46,6	20	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	39,1	15	15	0,0	0	51,9	15
10	16	6,3	1	46,3	16	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.32: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (75-5)

In der Tabelle 4.33 sind die drei unterschiedlichen Lösungsvarianten hinsichtlich des Bestrafungsparameters C^{out} für die Problemgröße (75 – 5) gegenübergestellt. Hier kann zum einen festgestellt werden, dass die SGH mit $C^{out} = 100$ bezogen auf die Rechenzeit im Vergleich zu den anderen beiden höhere Werte aufweist. Beim ZFW ist diese mit 16,1 nur 0,2 Einheiten hinter der Variante mit $C^{out} = 10.000$, die einen durchschnittlichen ZFW von 15,9 besitzt.

75 – 5	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$C^{out} = 100$	89,8	459,3	38,4	420,9	16,1	15,0
$C^{out} = 1.000$	43,6	67,1	35,1	32,0	15,4	15,0
$C^{out} = 10.000$	42,9	58,0	35,3	22,7	15,9	15,0

Tabelle 4.33: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit {100, 1.000, 10.000} für die Instanzgröße (75-5)

Die SGH mit $C^{out} = 1.000$ und $C^{out} = 10.000$ haben sehr ähnliche Rechenzeiten. Bei der betrachteten Problemgröße von (75 – 5) hat die Lösungsvariante $C^{out} = 10.000$ marginal niedrigere und somit bessere Lösungszeiten. Beim durchschnittlichen ZFW hingegen liegt die SGH mit $C^{out} = 1.000$ mit 15,4 um 0,5 Einheiten vor der Variante $C^{out} = 10.000$. Aufgrund der ähnlichen Rechenzeiten, aber der etwas besseren Lösungsgüte, wäre es sinnvoll weiterhin die SGH mit $C^{out} = 1.000$ zu nutzen. Jetzt müssen die größeren und komplexeren

Probleminstanzen hinsichtlich der Variation des Bestrafungsparameters C^{out} analysiert werden, um eine aussagekräftige Wahl treffen zu können.

100 – 5	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$C^{out} = 100$	143	262	102	160	20,0	20
$C^{out} = 1.000$	101	205	75	130	20,0	20
$C^{out} = 10.000$	104	178	80	98	20,2	20

Tabelle 4.34: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit {100, 1.000, 10.000} für die Instanzgröße (100-5)

Im Anhang A.7 kann der Tabelle A.46 und der Tabelle A.47 entnommen werden, dass die SGH mit $C^{out} = 100$ und $C^{out} = 1.000$ jeweils alle zehn Instanzen optimal gelöst haben. Die Lösungsvariante $C^{out} = 10.000$ hat lediglich bei der Instanz 08 nicht das Optimum gefunden, sondern eine zulässige Lösung mit dem ZFW 22. Dies zeigt sich ebenfalls in dem Durchschnittswert für den ZFW (s. Tabelle 4.34). Dieser ist mit 20,2 nur marginal größer als diejenigen der anderen beiden Varianten.

Erneut ist zu erkennen, dass die SGH mit $C^{out} = 100$ bei den Rechenzeiten höhere und somit schlechtere Werte aufweist als die anderen beiden. $C^{out} = 1.000$ und $C^{out} = 10.000$ hingegen haben wiederum sehr ähnliche Lösungszeiten. Hier bleibt es interessant zu sehen, ob sich diese beiden Lösungsvarianten in den kommenden Probleminstanzen stärker unterscheiden werden. Allerdings könnte sich ein Trend zeigen, dass die Variante $C^{out} = 100$ weiterhin höhere Rechenzeiten aufweisen wird. Es bleibt die Frage, ob dies tatsächlich zutrifft, die Werte noch weiter abweichen werden oder mit geringer Wahrscheinlichkeit niedrigere und somit bessere Werte erzielen wird.

150 – 10	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$C^{out} = 100$	379	1.027	256	771	16,2	16
$C^{out} = 1.000$	296	314	281	33	15,5	15
$C^{out} = 10.000$	300	389	268	121	15,8	16

Tabelle 4.35: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit {100, 1.000, 10.000} für die Instanzgröße (150-10)

Aus der Tabelle A.48 und der Tabelle A.49 kann entnommen werden, dass die SGH mit $C^{out} = 100$ bzw. $C^{out} = 10.000$ lediglich drei bzw. vier der zehn Instanzen optimal löste. Die übrigen

jedoch konnten mit einer abs. OL von einem, zwei oder drei Patienten gelöst werden. Daher ist der durchschnittliche ZFW 0,7 bzw. 0,3 Einheiten höher als bei $C^{out} = 1.000$ (s. Tabelle 4.35). Allerdings beträgt der Median sowohl bei $C^{out} = 100$ als auch bei $C^{out} = 10.000$ jeweils 16 und ist somit um eine ganze Einheit höher als bei $C^{out} = 1.000$.

Bei den Rechenzeiten fällt auf, dass die SGH mit $C^{out} = 100$ durchschnittlich höhere Werte aufweist. Dies liegt insb. an der Lösungszeit für Instanz 01 (s. Tabelle A.48) mit 1.027 Sek. Die restlichen neun Instanzen haben ähnliche Rechenzeiten wie die Varianten $C^{out} = 1.000$ und $C^{out} = 10.000$. Zudem fällt auf, dass die letzten beiden genannten Lösungsvarianten bzgl. der Rechenzeiten sich nicht allzu sehr unterscheiden. Jedoch muss festgehalten werden, dass mit einer Spannweite von 33 Sek. die SGH mit $C^{out} = 1.000$ sehr konstante Lösungszeiten aufzeigt. Nun bleibt es, die Ergebnisse der komplexesten Instanzgröße (200 – 10) zu betrachten und anschließend eine der drei behandelten Bestrafungsparametern als die beste Wahl für diese Problemstellung zu wählen.

200 – 10	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$C^{out} = 100$	1.666	7.986	785	7.201	20,0	20
$C^{out} = 1.000$	971	2.049	662	1.387	20,1	20
$C^{out} = 10.000$	1.813	4.731	756	3.975	20,0	20

Tabelle 4.36: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Bestrafungsparameters mit {100, 1.000, 10.000} für die Instanzgröße (200-10)

Für die Probleminstanz (200 – 10) kann aus der Tabelle A.50 und der Tabelle A.51 rausgelesen werden, dass sowohl die SGH mit $C^{out} = 100$ als auch mit $C^{out} = 10.000$ alle zehn Instanzen optimal gelöst hat. $C^{out} = 1.000$ fand bei neun Instanzen das Optimum. Lediglich für die Instanz 09 beträgt der ZFW 21, was somit eine abs. OL von einem Patienten aufweist. Aus diesem Grund ist der durchschnittliche ZFW bei $C^{out} = 1.000$ mit 20,1 minimal höher als bei den anderen beiden Lösungsvarianten (s. Tabelle 4.36).

Bezogen auf die Rechenzeiten ist bei dieser Problemgröße ohne Zweifel die SGH mit $C^{out} = 1.000$ die beste Wahl. Sowohl die durchschnittliche Lösungszeit als auch die maximale und minimale Rechenzeit sowie die Spannweite zeigen die geringsten und somit besten Werte auf. Hiermit kristallisiert sich die Lösungsvariante $C^{out} = 1.000$ als die beste Wahl der drei betrachteten Bestrafungsparameter für diese Problemstellung heraus. Während $C^{out} = 100$ bereits bei den kleinen Problemgrößen Schwächen aufzeigte und diese sich in den größeren bestätigte bzw. bestärkte, waren die Unterschiede der beiden Lösungsvarianten $C^{out} = 1.000$

und $C^{out} = 10.000$ bei den kleinen Problemgrößen nur marginal. Jedoch wurden diese Differenzen größer, insb. für die komplexeste Instanzgröße (200 – 10) zeigte sich, dass $C^{out} = 1.000$ mit Abstand die besten Werte hinsichtlich der Rechenzeit erreichte. Aus den in diesem Kapitel erhaltenen Erkenntnissen wird für die weiteren Analysen in dieser Rechenstudie der Bestrafungsparameter C^{out} mit dem Wert 1.000 beibehalten.

4.8 Pausenplanung vs. keine Pausenplanung

Dieses Kapitel dient dazu, das bisher betrachtete Problem mit dem Fall zu vergleichen, wenn für die Transporteure keine Pausen geplant werden müssen. Dies dient lediglich der Theorie, denn in der Praxis werden die Transporteure ihre Pausen nehmen, jedoch wird dies in der Modellierung nicht berücksichtigt, um die Problemstellung zu vereinfachen.

75 – 5 Instanzen	SGH ohne Pausenplanung					SGH mit Pausenplanung				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	88,8	15	15	0,0	0	67,1	15
02	15	0,0	0	71,1	15	15	0,0	0	37,9	15
03	15	0,0	0	73,3	15	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	64,0	15	15	0,0	0	36,5	15
05	21	28,6	6	76,6	21	15	0,0	0	44,3	15
06	21	28,6	6	49,7	21	16	6,3	1	37,5	16
07	15	0,0	0	56,9	15	18	16,7	3	44,5	18
08	15	0,0	0	48,0	15	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	57,0	15	15	0,0	0	51,9	15
10	15	0,0	0	48,8	15	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.37: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (75-5)

Der Tabelle 4.37 kann entnommen werden, dass die SGH sowohl ohne als auch mit Pausenplanung jeweils acht Instanzen optimal gelöst hat. Jeweils zwei Instanzen erreichten nicht die untere Schranke der SG. Bei der SGH ohne Pausenplanung wurden ZFWs von 21 für die Instanzen 05 und 06 erreicht, während die SGH mit Pausenplanung für die Instanzen 06 und 07 die ZFWs 16 und 18 ermittelt haben. Es ist zu erkennen, dass die SGH ohne Pausenplanung für die eben genannten Instanzen keine Optima errechnet hat, denn wenn diese mit der SGH mit Pausenplanung verglichen wird, sind diese ZFWs mit 15 und 16 geringer. Ebenso betrifft es die Instanz 07 für die SGH mit Pausenplanung. Denn hier ist der ZFW mit 18 höher als der

ohne Pausenplanung. Lediglich bei der Instanz 06 kann anhand der Ergebnisse aus der Tabelle A.11, der Tabelle A.12 und der Tabelle A.14 erkannt werden, dass der ZFW 16 nicht dem Optimum entspricht, denn bei Veränderung des SL ist die Instanz optimal lösbar.

Bei den Lösungszeiten ist die SGH mit Pausenplanung in allen zehn Instanzen schneller als ohne Pausenplanung. Im Durchschnitt ist die SGH mit Pausenplanung um ca. 20 Sek. schneller, denn die durchschnittliche Rechenzeit liegt bei 43,6 Sek., während es bei der SGH ohne Pausenplanung bei 63,4 Sek. liegt. Dies war etwas überraschend, denn wenn keine Pausenplanung zu berücksichtigen ist, sollte das Problem einfacher zu lösen sein. Darum wurden die einzelnen Phasen der SGH der beiden Varianten genauer betrachtet. In den Phasen 2-4 wurden keine nennenswerten Auffälligkeiten festgestellt. Lediglich in der Phase 1, in der die SG durchgeführt wird, ist zu erkennen, dass die Rechenzeiten hier etwas abweichen. Ohne Pausenplanung liegen diese durchschnittlich bei 63,0 Sek. Mit Pausenplanung liegt die Rechenzeit im Durchschnitt bei 42,8 Sek. Diese unterschiedlichen Zeiten lassen sich auf die Anzahl der Iterationen bzw. generierten Spalten deuten. Bei der SGH ohne Pausenplanung wurden in durchschnittlich 53 Iterationen durchschnittlich 116 Spalten generiert. Bei der SGH mit Pausenplanung waren es weniger, und zwar wurden hier im Durchschnitt 102 Spalten in durchschnittlich 41 Iterationen generiert. Dies könnte daran liegen, dass nicht so viele Möglichkeiten bei der SGH mit Pausenplanung wie ohne Pausenplanung existieren. Oder es könnte auch die Möglichkeit sein, dass bei der Variante mit Pausenplanung relativ früh Spalten gefunden wurden, die der finalen Lösung bereits sehr nahekommen und dies bei der Variante ohne Pausenplanung länger gedauert hat. Nun bleibt es zu sehen, ob diese Erkenntnis auch bei den größeren Probleminstanzen erkennbar ist.

Für die Probleminstanz (100 – 5) hat die SGH ohne Pausenplanung neun von zehn Instanzen in einer durchschnittlichen Rechenzeit von 104 Sek. gelöst. Die Instanz 02 wurde mit einer abs. OL von eins gelöst, das zwar nicht das Optimum ist, denn die SGH mit Pausenplanung erzielte hier den ZFW 20 (s. Tabelle 4.38). Jedoch ist dies dennoch ein guter Wert. Die SGH mit Pausenplanung hingegen hat alle zehn Instanzen optimal gelöst, da sie jeweils die untere Schranke der SG aus der Phase 1 der SGH erreicht hat. Die durchschnittliche Rechenzeit lag hier mit 101 Sek. nur drei Sek. unter der Variante ohne Pausenplanung. Somit sind die Lösungszeiten und die Lösungsgüte der SGH mit Pausenplanung marginal besser im Vergleich zu der Variante ohne Pausenplanung.

100 – 5	SGH ohne Pausenplanung					SGH mit Pausenplanung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	84	20	20	0,0	0	205	20
02	21	4,8	1	93	21	20	0,0	0	95	20
03	20	0,0	0	93	20	20	0,0	0	75	20
04	20	0,0	0	90	20	20	0,0	0	84	20
05	20	0,0	0	94	20	20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	78	20	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	98	20	20	0,0	0	86	20
08	20	0,0	0	98	20	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	86	20	20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	229	20	20	0,0	0	90	20

Tabelle 4.38: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (100-5)

In der Tabelle 4.39 ist der Vergleich der Ergebnisse aus der SGH ohne und mit Pausenplanung für die Problemgröße (150 – 10) dargestellt. Es ist erkennbar, dass die Variante ohne Pausenplanung sechs der Instanzen optimal löste, während die Variante mit Pausenplanung das Optimum in acht der zehn Instanzen errechnet hat.

150 – 10	SGH ohne Pausenplanung					SGH mit Pausenplanung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	17	11,8	2	302	17	15	0,0	0	282	15
02	15	0,0	0	344	15	15	0,0	0	298	15
03	15	0,0	0	283	15	15	0,0	0	310	15
04	15	0,0	0	406	15	18	16,7	3	295	18
05	15	0,0	0	333	15	15	0,0	0	314	15
06	15	0,0	0	321	15	17	11,8	2	284	17
07	16	6,3	1	299	16	15	0,0	0	295	15
08	17	11,8	2	445	17	15	0,0	0	290	15
09	17	11,8	2	432	17	15	0,0	0	281	15
10	15	0,0	0	435	15	15	0,0	0	310	15

Tabelle 4.39: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (150-10)

Weiterhin ist die SGH mit Pausenplanung in neun Fällen schneller als diese ohne Pausenplanung. Im Durchschnitt benötigte sie 296 Sek., während die Variante ohne

Pausenplanung 360 Sek. rechnete. Bei dieser Problemgröße liegt der durchschnittliche Vorteil des Rechenaufwands bei mehr als einer Minute. Somit liegen die beiden Varianten nicht mehr gleich auf, sondern die SGH mit Pausenplanung hebt sich von der Variante ohne Pausenplanung etwas ab.

200 – 10		SGH ohne Pausenplanung					SGH mit Pausenplanung				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	742	20		20	0,0	0	818	20
02	20	0,0	0	683	20		20	0,0	0	836	20
03	20	0,0	0	1.352	20		20	0,0	0	716	20
04	20	0,0	0	1.216	20		20	0,0	0	786	20
05	20	0,0	0	1.910	20		20	0,0	0	2.049	20
06	20	0,0	0	4.163	20		20	0,0	0	1.401	20
07	20	0,0	0	822	20		20	0,0	0	768	20
08	20	0,0	0	696	20		20	0,0	0	875	20
09	20	0,0	0	906	20		21	4,8	1	795	21
10	20	0,0	0	902	20		20	0,0	0	662	20

Tabelle 4.40: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit vs. ohne Pausenplanung (200-10)

Für die größte und komplexeste Probleminstanz ist klar zu erkennen, dass die SGH ohne Pausenplanung alle zehn Instanzen optimal gelöst hat, während es bei der Variante mit Pausenplanung bei neun von zehn Instanzen gelungen ist (s. Tabelle 4.40). Die Instanz 09 jedoch hat lediglich eine abs. OL von eins, was daher ebenso einer recht guten Lösung entspricht. Bei den Rechenzeiten ist die Variante mit Pausenplanung, die durchschnittlich 971 Sek. benötigte, im Durchschnitt 368 Sek. schneller als die Variante ohne Pausenplanung, die durchschnittlich 1.339 Sek. benötigte. Dies liegt u. a. an der Instanz 06, da hier die SGH ohne Pausenplanung über 4.000 Sek. für die Berechnung der Lösung benötigte. Weiterhin ist im direkten Vergleich der zehn Instanzen, die Variante mit Pausenplanung in sechs Fällen schneller gewesen.

An dieser Stelle muss der Hinweis gegeben werden, dass die SGH ohne Pausenplanung für die Instanzen 09 und 10 (lila markiert) zur Lösung 906 und 902 Sek. benötigte, jedoch musste hier das SL verändert werden. Denn mit $SL = 3$ benötigte die SG (Phase 1) für die Instanz 09 in der fünften Iteration im SP und für die Instanz 10 in der zwölften Iteration im SP äußerst lange zum Auffinden der dritten zulässigen Spalte. Daher wurde die Suche der Instanz 09 nach 4.204 Sek. und der Instanz 10 nach 3.889 Sek. manuell nach der dritten Spalte abgebrochen und nur mit

den zwei bisher gefundenen Spalten den Algorithmus fortgesetzt. Für die Instanz 09 benötigte die SG (Phase 1) somit 5.100 Sek. und bei der Instanz 10 waren es 4.844 Sek. Somit lagen die Rechenzeiten der SGH ohne Pausenplanung für die Instanzen 09 und 10 bei 5.110 und 4.855 Sek. Durch die Veränderung des SL auf zwei ($SL = 2$) konnten die in der Tabelle 4.40 lila markierten Rechenzeiten erzielt werden.

Zusammengefasst kann gesagt werden, dass die SGH ohne und mit Pausenplanung in der Lösungsgüte sehr ähnliche Ergebnisse liefern. In den Rechenzeiten sind diese ebenfalls ähnlich, jedoch trifft dies für die kleineren Probleminstanzen (75 – 5) und (100 – 5) zu. Bei den größeren (150 – 10) und insb. (200 – 10) zeigt sich, dass die Variante mit Pausenplanung schneller beim Berechnen der Lösungen ist. Zudem musste bei zwei Instanzen das SL für die SGH ohne Pausenplanung verändert werden, ansonsten wären die durchschnittlichen Rechenzeiten deutlich höher ausgefallen. Somit ist die Integration der Pausenplanung in der SGH für diese Problemstellung durchaus vorteilhaft und wird in den kommenden Analysen beibehalten.

4.9 Flexibilität der Pausenplanung

Im vorherigen Kapitel wurde analysiert, wie sich die Performance der SGH verändert, wenn die Pausenplanung kein Teil dieser Problemstellung wäre. Nun soll in diesem Kapitel weiter auf die Pausenplanung eingegangen werden, indem die Flexibilität getestet wird. Im folgenden Kapitel 4.9.1 wird der Parameter $\bar{b}$, der die maximale Anzahl an Transporteuren angibt, die gleichzeitig in ihrer Pause sein dürfen, variiert. In Kapitel 4.9.2 wird der Zeitraum, in der die Pause gehalten werden darf, verändert.

4.9.1 Maximale Anzahl an Transporteuren in Pause

In diesem Kapitel wird die Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in der Pause sein dürfen, variiert. Dies entspricht dem Parameter $\bar{b}$. In den vorherigen Analysen hatte $\bar{b}$ jeweils den Wert zwei. Dies bedeutet, es durften maximal zwei Transporteure gleichzeitig in Pause sein. Hierbei ist wichtig zu erwähnen, dass die Transporteure nicht zeitgleich ihre Pause beginnen müssen. In dem Modell dieser Arbeit wurden Zeitfenster $s \in S$ eingeführt, die jeweils zehn Minuten lang sind. Das bedeutet, die Arbeitszeit von acht Stunden (bzw. 480 Minuten) wurden in zehn Minuten Zeitfenster unterteilt. So kann bspw. Transporteur Nr. 1 zum Zeitfenster 20 seine Pause starten und Transporteur Nr. 2 beginnt sie bei Zeitfenster 21. D. h. Transporteur Nr. 1 ist von

Zeitfenster 20 bis einschließlich 22 und Transporteur Nr. 2 ist von Zeitfenster 21 bis einschließlich 23 in Pause. Somit beträgt die Schnittmenge der Zeitfenster 21 und 22. In diesen beiden Zeitfenstern sind daher bereits zwei Transporteure in Pause und es darf kein zusätzlicher seine Pause beginnen oder bereits in Pause sein. Allerdings könnte ein Transporteur seine Pause in den Zeitfenstern 18, 19 und 20 haben oder ein anderer Transporteur bspw. im Zeitfenster 23 beginnen. Dann wären von Zeitfenster 20 bis einschließlich 23 jeweils zwei Transporteure in Pause.

Nun wird der Parameter $\bar{b}$ zum einen verkleinert, indem der Wert auf eins gesetzt wird und zum anderen erhöht, sodass der Wert drei beträgt. Es werden die gleichen vier Problemgrößen mit den jeweiligen zehn Instanzen, wie auch bei den Analysen in den vorherigen Kapiteln bereits gezeigt, getestet.

75 – 5	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$\bar{b} = 1$	42,2	54,3	33,8	20,4	15,5	15,0
$\bar{b} = 2$	43,6	67,1	35,1	32,0	15,4	15,0
$\bar{b} = 3$	48,9	145,3	29,8	115,6	17,3	16,5

Tabelle 4.41: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $\bar{b} = \{1, 2, 3\}$ für die Instanzgröße (75-5)

In der Tabelle 4.41 sind Informationen zu den Rechenzeiten und den ZFWs der drei verschiedenen $\bar{b}$ Werte aufgelistet. Es ist zu erkennen, dass zwar die Lösungsvariante mit $\bar{b} = 1$ durchschnittlich die schnellste ist, jedoch sind die anderen beiden Varianten ähnlich schnell. Die Varianten $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$ haben ähnliche maximale und minimale Rechenzeiten, die relativ nah aneinander liegen und somit ist die entsprechende Spannweite dieser Lösungsvarianten mit 20,4 und 32,0 gering. Bei $\bar{b} = 3$ ist zwar die minimale Rechenzeit ähnlich zu den anderen beiden Varianten, jedoch liegt die maximale Rechenzeit mit 145,3 Sek. deutlich über den anderen beiden. Dadurch ist die Spannweite dieser Variante mit 115,6 Sek. mehr als fünfmal bzw. dreimal so hoch.

Bei Betrachtung der ZFWs ist festzustellen, dass $\bar{b} = 3$ mit einem Durchschnittswert von 17,3 deutlich höher und damit schlechter ist als die anderen beiden Varianten mit 15,5 und 15,4. Das liegt daran, dass bei der Lösungsvariante $\bar{b} = 3$ lediglich vier Instanzen optimal gelöst wurden (s. Tabelle A.53). Zudem wurden bei den übrigen Instanzen höhere ZFWs erreicht, insb. bei den Instanzen 05 und 07 mit jeweils einer OL von 31,8% bzw. einer abs. OL von sieben Patienten.

Ebenso der Median des ZFW zeigt mit dem Wert 16,5 im Vergleich zu 15,0 der Varianten $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$, dass dies nicht an wenigen Ausreißern liegt, die den Durchschnittswert verzerren. Aus diesen Erkenntnissen sind $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$ die bessere Wahl, da sie konstantere Rechenzeiten aufweisen und insb. da die ZFWs deutlich geringer und somit besser sind als bei der Lösungsvariante $\bar{b} = 3$. Nun müssen die größeren und komplexeren Probleminstanzen getestet werden. Es bleibt interessant zu sehen, ob die Varianten $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$ weiterhin gute Werte aufweisen oder sich eine der beiden Varianten herauskristallisieren wird. Außerdem wird die Lösungsvariante $\bar{b} = 3$ weiterhin betrachtet, da sie womöglich bei größeren Instanzen bessere Werte liefern kann oder nicht.

100 – 5	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$\bar{b} = 1$	110	195	75	120	20,2	20
$\bar{b} = 2$	101	205	75	130	20,0	20
$\bar{b} = 3$	200	1.174	73	1.101	20,8	20

Tabelle 4.42: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $\bar{b} = \{1,2,3\}$ für die Instanzgröße (100-5)

Bei der Problemgröße (100 – 5) setzt sich der Trend fort. Die durchschnittliche Rechenzeit ist bei der Lösungsvariante $\bar{b} = 3$ mit 200 Sek. fast doppelt so lange wie bei den anderen beiden Varianten (s. Tabelle 4.42). $\bar{b} = 2$ ist mit 101 Sek. die schnellste Variante, wobei $\bar{b} = 1$ mit 110 Sek. lediglich neun Sek. länger benötigt, jedoch im Vergleich zur Problemgröße (75 – 5) die Unterschiede größer geworden sind. Zudem sind $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$ mit 120 und 130 Sek. Spannweite deutlich konstanter in den Rechenzeiten als die Lösungsvariante $\bar{b} = 3$. Diese besitzt eine Spannweite von 1.101 Sek. Das führt daher, dass die maximale Rechenzeit mit 1.174 Sek. einen sehr hohen Wert aufweist. Allerdings muss an dieser Stelle der Hinweis gegeben werden, dass dies allein an der Instanz 09 liegt. Für die übrigen Instanzen waren die Rechenzeiten ähnlich schnell wie bei den Varianten $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$ (s. Tabelle A.55). Ohne diese Instanz wäre $\bar{b} = 3$ die durchschnittliche Rechenzeit 92 Sek. Das ist ein Unterschied von mehr als die Hälfte des vorherigen Wertes. Sie wäre theoretisch sogar geringer als bei $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$. Würden die Rechenzeiten bei diesen Varianten ebenfalls ohne die Instanz 09 berechnet werden, wären es 110 und 99 Sek. Hier wären nur marginale Unterschiede festzustellen und die Variante $\bar{b} = 3$ wäre wohl die bessere Wahl. Jedoch zeigt dies auch, dass

die Lösungsvarianten $\bar{b} = 1$ und $\bar{b} = 2$ sehr konstante Rechenzeiten aufweisen und keine solchen Ausreißer wie bei der Variante $\bar{b} = 3$ existieren.

Der durchschnittliche ZFW bei der Variante $\bar{b} = 1$ liegt bei 20,2. Das liegt lediglich an der Instanz 04, die mit einem ZFW von 22 eine abs. OL von zwei aufweist. Die restlichen Instanzen wurden optimal gelöst (s. Tabelle A.54). Die Lösungsvariante $\bar{b} = 2$ hingegen löste alle zehn Instanzen optimal und hat somit einen Durchschnittswert von 20,0. Lediglich die Variante $\bar{b} = 3$ hat einen etwas höheren durchschnittlichen ZFW von 20,8. Jedoch lag dies an nur zwei Instanzen, die mit den Werten 25 und 23 gelöst wurden. Somit ist aber der Median bei allen drei Lösungsvarianten 20. Dies zeigt, dass bei dieser Problemgröße alle drei Varianten die meisten Instanzen optimal lösen konnten.

150 – 10	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$\bar{b} = 1$	281	307	263	44	22.715,5	25.015
$\bar{b} = 2$	296	314	281	33	15,5	15
$\bar{b} = 3$	300	370	252	118	15,8	15

Tabelle 4.43: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $\bar{b} = \{1,2,3\}$ für die Instanzgröße (150-10)

Hinsichtlich der Rechenzeiten ist zu nennen, dass bei der Problemgröße (150 – 10) keine Ausreißer bei allen drei Varianten vorkamen (s. Tabelle 4.43). Somit hatten sowohl $\bar{b} = 1$, $\bar{b} = 2$ als auch $\bar{b} = 3$ ähnliche durchschnittliche Rechenzeiten, wobei $\bar{b} = 1$ mit 281 Sek. die schnellste Lösungsvariante darstellt. Mit einer Spannweite von 33 Sek. ist $\bar{b} = 2$ die konstanteste Lösungsvariante. Allerdings ist $\bar{b} = 1$ mit 44 Sek. Spannweite auch gut vertreten. Lediglich $\bar{b} = 3$ zeigt mit 118 Sek. Spannweite flexiblere Rechenzeiten. Dies ist auch daran zu erkennen, dass diese Variante die höchste maximale und niedrigste minimale Rechenzeit besitzt.

Bei den ZFWs ist festzustellen, dass erneut $\bar{b} = 2$ die besten Werte aufweist. $\bar{b} = 3$ ist mit durchschnittlich 15,8 nur 0,3 Einheiten schlechter. $\bar{b} = 1$ wiederum zeigt mit seinen extrem hohen ZFWs einen deutlichen Unterschied zu den anderen beiden Varianten. Bei genauerer Betrachtung ist festzustellen, dass die SGH mit $\bar{b} = 1$ bei keiner der zehn Instanzen eine zulässige Lösung fand (s. Tabelle A.56). Hier stellt sich die Frage, woran das liegen kann. Der Grund liegt an der Anzahl der Transporteure und der vorhandenen Arbeitszeit mit dem entsprechenden Zeitraum, in der die Pause begonnen werden kann. Das bedeutet, bei einer

Arbeitszeit von acht Stunden, während in den ersten und letzten zwei Stunden keine Pause begonnen werden darf, kann lediglich in den vier Stunden dazwischen die Pause eines Transporteurs begonnen werden. Zudem dauert eine Pause 30 Minuten. Da mit dem Parameter $\bar{b} = 1$ nur ein Transporteur gleichzeitig in Pause sein darf, bedeutet das, dass in einer Stunde zwei Transporteure ihre Pause haben können. Bei den vorhandenen vier Stunden, in denen die Pause begonnen werden darf, können somit nur acht Transporteure ihre Pause in Anspruch genommen haben. Bei dieser Problemgröße existieren in der Problemstellung allerdings zehn Transporteure und somit wären zwei Transporteure ohne Pause oder müssten diese außerhalb des vorgegebenen Pausenzeitraums nehmen. Dies wird aber nicht in der Modellierung abgedeckt und dadurch kann diese Problemgröße $(150 - 10)$ mit $\bar{b} = 1$ nicht gelöst werden. Daher sind die ZFWs bei der Variante $\bar{b} = 1$ so extrem hoch. Und diesbezüglich wird diese Lösungsvariante für diese und die nächstgrößere Problemgröße $(200 - 10)$ nicht weiter berücksichtigt.

200 – 10	Rechenzeit (Sek.)				ZFW	
	Durchschnitt	Maximum	Minimum	Spannweite	Durchschnitt	Median
$\bar{b} = 2$	971	2.049	662	1.387	20,1	20
$\bar{b} = 3$	1.301	5.950	683	5.267	20,0	20

Tabelle 4.44: Vergleich der Rechenzeiten und ZFWs des Parameters $\bar{b} = \{2,3\}$ für die Instanzgröße (200-10)

In der Tabelle 4.44 ist deutlich zu erkennen, dass die SGH mit $\bar{b} = 2$ die besseren Werte hinsichtlich der Rechenzeiten aufweist. Diese Variante ist nicht nur im Durchschnitt schneller, sondern zeigt mit einer Spannweite von 1.387 Sek. im Vergleich zu $\bar{b} = 3$ mit 5.267 Sek. deutlich konstantere Lösungszeiten. Lediglich bei den ZFWs ist dieser im Durchschnitt 0,1 Einheiten schlechter als derjenige der Variante $\bar{b} = 3$. Das liegt daran, dass $\bar{b} = 2$ neun Instanzen optimal und eine Instanz mit einer abs. OL von eins gelöst hat (s. Tabelle A.58). Die Lösungsvariante $\bar{b} = 3$ hingegen konnte alle zehn Instanzen zwar optimal lösen, jedoch wie zuvor gesehen, mussten hierfür deutlich höhere Rechenzeiten in Kauf genommen werden. Durch die Erkenntnisse aus diesem Kapitel kann zusammenfassend gesagt werden, dass die Lösungsvariante $\bar{b} = 1$ sehr gute Werte sowohl bei den Rechenzeiten als auch bei der Lösungsgüte geliefert hat. Jedoch hat diese Variante ihre Grenzen. Sobald zehn Transporteure in der Problemstellung sind, kann dies mit $\bar{b} = 1$ nicht mehr gelöst werden. Weiterhin ist die Lösungsvariante $\bar{b} = 2$ die beste Wahl, denn sie zeigte über alle Problemgrößen hinweg, die

konstantesten Werte sowohl in der Rechenzeit als auch in der Lösungsgüte. Außerdem wiesen sie meist auch die besten Werte auf. Die Lösungsvariante $\bar{b} = 3$ hingegen zeigte bei den kleineren Problemgrößen (75 – 5) und (100 – 5) stärkere Schwankungen in den Rechenzeiten. Insb. bei der komplexesten Problemgröße (200 – 10) waren die Rechenzeiten deutlich länger als bei der Lösungsvariante $\bar{b} = 2$.

4.9.2 Zeitraum der Pausenzuordnung

In diesem Kapitel werden die Veränderungen des Parameters b^{no} für die Rechenstudie analysiert. Dieser steht für den Zeitraum, in dem eine Pause begonnen werden darf. In den vorherigen Analysen war es in den ersten und letzten zwei Stunden der Arbeitszeit von acht Stunden nicht erlaubt, die Pause zu beginnen. Somit konnten die Transporteure in den vier Stunden dazwischen ihre Pause in Höhe von 30 Minuten starten. Nun soll diese Beschränkung ein wenig gelockert werden, um zu sehen, ob dies nennenswerte Auswirkungen auf die Problemstellung und den daraus resultierenden Ergebnissen zeigt. Hierfür wird der Parameter b^{no} vom ursprünglichen Wert 120 auf den Wert 60 halbiert. Somit ist es lediglich in der ersten und letzten Stunde den Transporteuren nicht erlaubt, ihre Pause zu beginnen. Im Folgenden werden die Ergebnisse der SGH mit $b^{no} = 60$ mit den ursprünglichen ($b^{no} = 120$) verglichen. Dies wird wie in der gesamten Rechenstudie für alle vier verschiedenen Problemgrößen für die jeweils zehn generierten Instanzen durchgeführt.

75 – 5	SGH mit $b^{no} = 60$					SGH mit $b^{no} = 120$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	24	37,5	9	45,8	24	15	0,0	0	67,1	15
02	16	6,3	1	37,4	16	15	0,0	0	37,9	15
03	15	0,0	0	36,1	15	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	46,9	15	15	0,0	0	36,5	15
05	15	0,0	0	44,7	15	15	0,0	0	44,3	15
06	15	0,0	0	49,7	15	16	6,3	1	37,5	16
07	15	0,0	0	39,6	15	18	16,7	3	44,5	18
08	15	0,0	0	42,7	15	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	50,3	15	15	0,0	0	51,9	15
10	19	21,1	4	45,1	19	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle 4.45: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (75-5)

Die Anzahl der Instanzen, die optimal gelöst wurden, beträgt für die Lösungsvarianten $b^{no} = 60$ und $b^{no} = 120$ sieben bzw. acht (s. Tabelle 4.45). Jedoch sind die ZFWs bei $b^{no} = 60$ höher, insb. bei der Instanz 01. Hier errechnete die SGH den ZFW 24, das zu einer OL von 37,5% bzw. einer abs. OL von neun Patienten führt. Dadurch ist der durchschnittliche ZFW für die SGH mit $b^{no} = 60$ mit 16,4 Patienten deutlich höher als der mit der Variante $b^{no} = 120$, die einen Durchschnittswert von 15,4 Patienten aufweist.

Bei den Rechenzeiten liegen beide Lösungsvarianten sehr nah beieinander. Die SGH mit $b^{no} = 120$ ist mit einer durchschnittlichen Rechenzeit von 43,6 Sek. im Vergleich zu 43,8 Sek. für die SGH mit $b^{no} = 60$ nur marginal schneller (0,2 Sek.). Nun werden die weiteren Problemgrößen betrachtet, um festzustellen, ob die Rechenzeiten weiterhin ähnlich bleiben oder divergieren und wie sich die Lösungsgüte der beiden Lösungsvarianten verhalten wird.

100 – 5	SGH mit $b^{no} = 60$					SGH mit $b^{no} = 120$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	121	20	20	0,0	0	205	20
02	20	4,8	1	119	20	20	0,0	0	95	20
03	24	16,7	4	89	24	20	0,0	0	75	20
04	20	0,0	0	84	20	20	0,0	0	84	20
05	20	0,0	0	81	20	20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	96	20	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	91	20	20	0,0	0	86	20
08	23	13,0	3	100	23	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	131	20	20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	108	20	20	0,0	0	90	20

Tabelle 4.46: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (100-5)

Bei der Problemgröße (100 – 5) ist deutlich zu erkennen, dass die SGH mit $b^{no} = 120$ bessere ZFWs erreicht, denn diese Variante konnte alle zehn Instanzen optimal lösen, während die Lösungsvariante mit $b^{no} = 60$ bei acht Instanzen das Optimum erreichte (s. Tabelle 4.46). Dadurch sind die durchschnittlichen ZFWs der Varianten $b^{no} = 60$ mit 20,7 um 0,7 Einheiten höher und somit schlechter.

Zwar ist die Lösungsvariante $b^{no} = 120$ in acht Fällen schneller, in einem gleich schnell und in einem langsamer, jedoch wenn die durchschnittlichen Rechenzeiten der beiden Varianten

betrachtet werden, sind diese nahezu gleich. $b^{no} = 60$ benötigt durchschnittlich 101,9 Sek., während die Lösungsvariante $b^{no} = 120$ im Durchschnitt 101,3 Sek. rechnete.

150 – 10 Instanzen	SGH mit $b^{no} = 60$					SGH mit $b^{no} = 120$				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	321	15	15	0,0	0	282	15
02	17	11,8	2	258	17	15	0,0	0	298	15
03	23	34,8	8	314	23	15	0,0	0	310	15
04	16	6,3	1	290	16	18	16,7	3	295	18
05	17	11,8	2	269	17	15	0,0	0	314	15
06	15	0,0	0	264	15	17	11,8	2	284	17
07	15	0,0	0	506	15	15	0,0	0	295	15
08	15	0,0	0	275	15	15	0,0	0	290	15
09	15	0,0	0	283	15	15	0,0	0	281	15
10	17	11,8	2	290	17	15	0,0	0	310	15

Tabelle 4.47: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (150-10)

In der Tabelle 4.47 ist zu erkennen, dass bei der Problemgröße (150 – 10) die SGH mit $b^{no} = 120$ acht von zehn Instanzen optimal gelöst hat. Die Lösungsvariante mit $b^{no} = 60$ konnte lediglich bei fünf Instanzen das Optimum berechnen. Wobei der ZFW von 16 bei der Instanz 04 auf den ersten Blick nicht erkennen lässt, ob dies evtl. doch das Optimum ist. Es hat zwar nicht die untere Schranke von 15, die in der SG (Phase 1) der SGH berechnet wurde, erreicht, aber es könnte durchaus sein, dass die Daten in dieser Instanz nicht besser zu lösen waren aufgrund von bspw. engen und nah aneinander liegenden Zeitfenstern der Patienten. Allerdings wurde bereits gezeigt, dass bei der Variation der SLs, für die Instanz 04 das Optimum den Wert 15 besitzt (s. Tabelle A.21, Tabelle A.22, Tabelle A.24 und Tabelle A.25). Weiterhin liegt der durchschnittliche ZFW bei 16,5 für die Lösungsvariante $b^{no} = 60$. Dies liegt u. a. an den fünf Fällen, die nicht optimal gelöst wurden und insb. an der Instanz 03, da hier der ZFW 23 beträgt und somit die OL 34,8% bzw. die abs. OL den Wert 8 entspricht. Hingegen liegt der durchschnittliche ZFW bei der SGH mit $b^{no} = 120$ bei 15,5 und ist dementsprechend eine ganze Einheit geringer.

Bei den Rechenzeiten ist zwar die SGH mit $b^{no} = 60$ in sechs Fällen schneller als die Variante $b^{no} = 120$, jedoch liegt der Durchschnittswert bei 307 Sek. für die Lösungsvariante $b^{no} = 60$, womit diese elf Sek. höher ist als die Variante $b^{no} = 120$. Diese beträgt 296 Sek.

200 – 10		SGH mit $b^{no} = 60$					SGH mit $b^{no} = 120$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	1.086	20		20	0,0	0	818	20
02	20	0,0	0	760	20		20	0,0	0	836	20
03	20	0,0	0	866	20		20	0,0	0	716	20
04	20	0,0	0	1.030	20		20	0,0	0	786	20
05	20	0,0	0	1.287	20		20	0,0	0	2.049	20
06	20	0,0	0	861	20		20	0,0	0	1.401	20
07	20	0,0	0	716	20		20	0,0	0	768	20
08	20	0,0	0	1.140	20		20	0,0	0	875	20
09	20	0,0	0	1.092	20		21	4,8	1	795	21
10	20	0,0	0	805	20		20	0,0	0	662	20

Tabelle 4.48: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – mit dem Parameter für den Zeitraum der Pausenplanung: 60 vs. 120 Minuten (200-10)

Bei der komplexesten Problemgröße (200 – 10) ist die Lösungsgüte beider Lösungsvarianten sehr gut. $b^{no} = 60$ konnte alle zehn während $b^{no} = 120$ neun Instanzen optimal lösen (s. Tabelle 4.48). Die Instanz 09 allerdings wurde mit dem ZFW 21 berechnet, dass einer OL von 4,8% bzw. einer abs. OL von einer Einheit entspricht. Somit sind die entsprechenden durchschnittlichen ZFWs 20,0 und 20,1.

Bei den Rechenzeiten war die SGH mit $b^{no} = 120$ in sechs Fällen schneller. Jedoch im Durchschnitt war sie mit 971 Sek. sieben Sek. länger als die Lösungsvariante $b^{no} = 60$, die durchschnittlich 964 Sek. benötigte. An dieser Stelle muss der Hinweis gegeben werden, dass das SL bei der SGH mit $b^{no} = 60$ für die Instanz 04 auf den Wert zwei geändert werden musste. Denn mit $SL = 3$ suchte das SP in der zehnten Iteration sehr lange die dritte zulässige Lösung. Nach 10.230 Sek. wurde diese Suche manuell abgebrochen und die SG bzw. die SGH konnte zu Ende durchlaufen. Der ZFW war ebenfalls 20 wie mit $SL = 2$, jedoch betrug die Rechenzeit am Ende 10.957 Sek. Die Veränderung des SL bei der Lösungsvariante $b^{no} = 120$ wurde nicht betrachtet, da sie für die Instanz 04 mit 786 Sek. weiterhin deutlich schneller ist.

Zusammenfassend kann gesagt werden, dass die SGH mit $b^{no} = 120$ insb. in den kleineren Probleminstanzen eine deutlich bessere Lösungsgüte aufweist als die Lösungsvariante mit $b^{no} = 60$. Bei den komplexeren Probleminstanzen ist die Lösungsgüte von $b^{no} = 60$ und $b^{no} = 120$ sehr ähnlich. Lediglich trat ein Fall auf, in dem für die Variante $b^{no} = 60$ das SL verändert werden musste, da ansonsten die Rechenzeit in einem SP unverhältnismäßig lange

verlief. Die sonstigen Rechenzeiten hingegen sind i. Allg. bei beiden Lösungsvarianten sehr ähnlich.

Ein weiterer ausschlaggebender Punkt ist, dass mit der SGH mit $b^{no} = 120$, die Pause in einem Zeitraum gewählt werden muss, sodass die Transporteure nie länger als sechs Stunden arbeiten können und es hierzu zu keinen gesetzlich vorgeschriebenen Verstößen hinsichtlich der Pausenzeiten kommen kann. Bei $b^{no} = 60$ gäbe es die Möglichkeit, dass ein Transporteur nach 60 Minuten seine Pause beginnt, die 30 Minuten lang ist, und dann zum Zeitpunkt 90 wieder weiterarbeitet. Die Arbeitszeit ist acht Stunden lang und entspreche somit einem Zeitraum von null bis 480 Minuten (wenn der Startzeitpunkt bspw. null ist). Werden die 90 Minuten von den 480 Minuten abgezogen, so bleiben noch 390 Minuten. Dies entspricht genau 6,5 Stunden und somit hätte dieser Transporteur ein Problem. Er darf nicht länger als sechs Stunden am Stück arbeiten, aber er hat bereits seine 30 Minuten Pause eingelegt. Daher ist dieser Problemansatz nicht vorteilhaft. Es müsste in diesem Fall eine zusätzliche Nebenbedingung eingeführt werden, sodass kein Transporteur mehr als sechs Stunden am Stück arbeiten kann bzw. jeder Transporteur maximal sechs Stunden am Stück arbeiten darf. Aus diesen eben genannten Gründen wird empfohlen, dass die SGH mit $b^{no} = 120$ für diese Problemstellung beibehalten wird.

4.10 Technische Details der Rechenstudie

Alle Testläufe für die Analyse, die in der Rechenstudie vorgestellten Probleminstanzen (75 – 5), (100 – 5), (150 – 10) und (200 – 10) wurden mit einem Windows 10 Enterprise Rechner mit Intel(R) Core(TM) i7-8550U CPU @ 1.80GHz 1.99 GHz, 24,0 GB RAM und einem 64-Bit-Betriebssystem durchgeführt. Die Implementierung des kompakten Modells und der SGH erfolgten mit der Programmiersprache Python in der Version 3.12. Als Solver wurde Gurobi 11.0.3 eingesetzt.

4.11 Limitationen der Methodik

Die SGH hat viele Stärken, die in der Rechenstudie in den Kapiteln zuvor herausgearbeitet wurden. An dieser Stelle sollen nun die Limitationen dieser selbstentwickelten Heuristik aufgezeigt werden, um mögliche Potenziale für auf dieser Methodik aufbauende bzw. erweiternde Forschung zu zeigen.

Die vermutlich größte Schwäche der SGH besteht darin, dass sie in seltenen Fällen keine zulässige Lösung liefern wird. Das liegt an den Phasen 2-4 der SGH. Denn in der Phase 2

werden zufällige Spalten gezogen (ohne Zurücklegen). Davon werden nach einer gewissen Anzahl an Iterationen die beste Kombination der zufälligen Ziehungen beibehalten und der Phase 3 übergeben. In dieser wird die Überdeckung zwar repariert, jedoch werden die Zuordnungen der Patienten zu den Transporteuren bis zum Schluss beibehalten. Auch in der Phase 4 werden diese Zuordnungen nicht mehr verändert. Das heißt, in der letzten Phase werden lediglich die noch nicht zugeordneten Patienten den Transporteuren zugewiesen und die Reihenfolge der zu transportierenden Patienten eines jeden Transporteurs wird final bestimmt. Falls allerdings in einem seltenen Fall eine Konstellation existiert, in der keine zulässige Lösung generiert werden kann, selbst wenn bspw. nur ein Patient von einem Transporteur zu einem anderen verschoben werden müsste, wird dies in dieser SGH nicht vollzogen und die finale Lösung ist nicht zulässig.

Hierbei kann auch eine weitere Schwäche genannt werden. Aktuell wird die Phase 4 mittels der Lösung aus der Phase 3 in das kompakte Modell gegeben und somit mit Hilfe des Standardsolvers Gurobi gelöst. Ein anderer Ansatz wäre bspw. einen Algorithmus zu entwickeln, der in der Phase 4 greift. Dieser könnte z. B. Vertauschungen durch Patienten auf andere Routen vornehmen, wenn dies zu einer zulässigen bzw. besseren Lösung führen würde. Es könnte weiterhin die Phase 1 (SG) genauer analysiert werden, um dort hinsichtlich der Rechenzeit Verbesserungen zu erlangen. Evtl. wären andere Formulierungen des SP wie z. B. als Shortest Path geeigneter. Jedoch müsste dies umfangreich getestet werden, ob auch die gewünschten Zeitersparnisse eintreten oder nicht.

Eine letzte Limitation ist die Größe der Testinstanzen. Damit ist gemeint, dass zwar große und komplexe Instanzen zu guten Rechenzeiten gelöst werden können, jedoch ist es mit der aktuellen Methodik nicht möglich, Realinstanzen zu lösen. Diese umfassen ca. 700 bis 900 Patienten in einem Zeithorizont von 24 Stunden. Dafür wird eine unterschiedliche Anzahl an Transporteuren in sechs unterschiedlichen, teils überschneidenden Schichten benötigt. Für diese Problemstellung muss insb. der randomisierte Algorithmus (Phase 2) umfangreich angepasst werden. Es wäre evtl. sinnvoll, die einzelnen disjunkten Schichtabschnitte, in denen keine Überschneidung von zwei oder mehreren Schichten vorliegt, separat zu lösen. Anschließend müsste ein Algorithmus entwickelt werden, der diese einzelnen Lösungen miteinander verbindet, sodass eine zulässige Lösung entsteht. Dabei könnten die Phasen 3 und 4 evtl. vernachlässigt werden, wenn keine Über- und Unterdeckung auftreten kann. Somit könnte eine Verbesserungsheuristik generiert werden, um die aus dem randomisierten Algorithmus erhaltenen Lösung zu optimieren. Falls jedoch Über- und Unterdeckung vorliegen

können, müsste getestet werden, ob die Algorithmen der Phasen 3 und 4 so beibehalten oder noch angepasst werden müssten. Hierbei müssten evtl. die Rechenzeiten berücksichtigt werden.

4.12 Kernergebnisse

Die Kernergebnisse dieser Arbeit können insb. den Ergebnissen aus der Rechenstudie entnommen werden. Hierbei konnte festgestellt werden, dass zwar die Fairness der Mitarbeiter minimiert werden kann, jedoch musste hierbei die Definition angepasst werden. D. h. es konnte gezeigt werden, dass die Arbeitsauslastung, die zuvor als Laufzeiten der Transporteure gesehen wurde, ebenso als Anzahl der zu transportierenden Patienten betrachtet werden kann. Dies hatte den Vorteil, dass die Rechenzeiten enorm viel schneller waren (s. Kapitel 4.2).

Durch das Testen von verschiedenen SLs konnte eine Wahl getroffen werden, die für alle Testinstanzen sehr konstante Lösungen erzielt hat. Des Weiteren konnte gezeigt werden, dass der selbstentwickelte randomisierte Algorithmus (Phase 2 der SGH) bessere Ergebnisse für diese Problemstellung erzielen konnte, als wenn bspw. der klassische Ansatz (MP als IP) gewählt werden würde.

Die Wahl des Bestrafungsparameters $C^{out} = 1.000$ hatte insb. bei den großen Instanzen den Vorteil, dass die Rechenzeiten deutlich geringer waren als bei den anderen beiden getesteten Werten. Außerdem wurde gezeigt, dass die SGH mit integrierter Pausenplanung mindestens genauso gute Ergebnisse geliefert hat, als wenn keine Pause miteingeplant worden wäre. Bzgl. der Flexibilität der Pausenplanung wurden ebenso die Werte herausgearbeitet, die die besseren und schnelleren Ergebnisse für die zu betrachtende Problematik erzielt haben.

Nicht zuletzt kann gesagt werden, dass mit bestem Wissen und Gewissen noch keine wissenschaftliche Arbeit existiert, die den innerklinischen Patiententransport in einem Krankenhaus hinsichtlich der Fairness sowohl für Transporteure als auch für Patienten optimiert, zudem die Pausen der Mitarbeiter einplant und dies anhand einer SGH, die einen randomisierten und zwei Reparatur-Algorithmen beinhaltet, die wiederum die Über- und Unterdeckung wiederherstellen.

5 Fazit

Thema dieser Arbeit ist die Analyse und Optimierung des innerbetrieblichen Patiententransports im Krankenhaus mit Hilfe von quantitativen Verfahren. Aus der Praxis konnten erhebliche Mängel im Transport festgestellt werden, die die Wartezeit der Patienten,

aber auch die unfaire Arbeitsbelastung der Transporteure betraf. Zudem haben sich die Transporteure selbst eine Pause gegönnt, indem sie Aufträge in ihrem System nicht als beendet markiert haben. Da außerdem die Patiententransporte erhebliche Auswirkungen auf nachgelagerte Stationen wie z. B. dem OP haben, die sehr kostenintensiv sind, ist eine optimierte Planung des Transports äußerst wichtig.

Bzgl. den langen Wartezeiten für die Patienten wurde dies dermaßen angegangen, dass die Wartezeiten fix sind und der Transport des entsprechenden Patienten in einem vorgegebenen Zeitfenster beginnen muss. Auf diese Weise wurde der Fairnessaspekt für Patienten gelöst. Bezogen auf die Fairness der Transporteure wurde zuerst die Auslastung als den zurückgelegten Weg definiert. Hierbei wurde die Zielfunktion gewählt, die die maximale Laufzeit über alle Transporteure minimiert. Im späteren Verlauf konnte gezeigt werden, dass die durchschnittliche Laufzeit für einen Patienten sehr konstant ausfällt, insb. ist die Spannweite sehr klein, sodass die Zielfunktion derart angepasst wurde, dass die maximale Anzahl der zu transportierenden Patienten über alle Transporteure minimiert wird. Diese Anpassung hatte einen erheblichen Vorteil in der Rechenzeit.

Anfangs wurde die Problematik als ganzzahliges Optimierungsproblem aufgestellt und mittels dem Standardsolver Gurobi gelöst. Da die Rechenzeiten dermaßen lang waren, wurde eine SGH entwickelt. Diese besteht aus vier Phasen. Phase 1 ist die SG an sich. Hierbei werden allerdings Über- und Unterdeckung erlaubt. Überdeckung bedeutet in diesem Zusammenhang, dass ein Patient zu mehreren Transporteuren bzw. Routen zugeordnet werden kann. Unterdeckung ist derart definiert, dass ein Patient zu keiner Tour eines Transporteurs zugewiesen wurde. Dies wird allerdings in der Zielfunktion des MP bzw. RMP bestraft. Phase 2 ist ein selbst entwickelter randomisierter Algorithmus. In diesem werden m Spalten aus der SG gewählt und diese mit weiteren m Spalten, die zufällig ohne Zurücklegen gezogen werden, verglichen. Dabei werden die m Spalten beibehalten, die die aktuell bessere Lösung für das vorliegende Problem darstellen. Dieses Vorgehen wird eine bestimmte Anzahl an Iterationen durchgeführt. Das Ergebnis aus dem randomisierten Algorithmus wird als Start für die Phase 3 übergeben. In dieser findet die Reparatur der Überdeckung statt. Hierbei werden alle Patienten sukzessive betrachtet und in den Fällen, in denen sie mehr als einem Transporteur zugewiesen wurden, bei demjenigen mit der längsten Laufzeit bzw. den meisten zu transportierenden Patienten entfernt. Dies wird so lange durchgeführt, bis der aktuell betrachtete Patient zu genau einem Transporteur zugeordnet ist. Dieses Vorgehen findet für alle Patienten statt und das Ergebnis ist der Beginn für die Phase 4. Hier können die Patienten nun entweder zu genau einem Transporteur zugeordnet oder auf keiner Tour eines Transporteurs sein. Nun werden diejenigen Patienten

betrachtet, die weiterhin einen Transporteur für ihren Transport benötigen. Hierbei wird die Lösung aus Phase 3 in das kompakte Modell übergeben und gelöst. Dabei werden alle Patienten genau zu einem Transporteur zugewiesen sein und die finale Reihenfolge einer jeden Tour wird festgelegt.

In der umfassenden Rechenstudie konnte gezeigt werden, dass die für diese Arbeit entwickelte SGH viele Vorteile für die vorliegende Problemstellung hat. Die Rechenzeiten für die zu lösenden Instanzgrößen haben gute Ergebnisse geliefert. Insb. ist die Lösungsgüte konstanter als bei alternativen Lösungsmethoden, die ebenfalls in der Rechenstudie betrachtet wurden. Z. B. ist hier das MP als IP in der Phase 2 zu nennen im Vergleich zum randomisierten Algorithmus. Weiterhin konnte gezeigt werden, dass das Lösen dieser Problematik mittels der SGH ohne eine Pausenplanung ähnliche, wenn nicht sogar teils schlechtere Lösungen geliefert hat. Somit ist es sinnvoll die Pausenplanung in die Lösungsmethode zu integrieren und damit den Transporteuren eine Sicherheit zu geben, dass ihre Pause auch zur geplanten Zeit stattfinden wird. Dies führt bei den Transporteuren zu einer Entspannung und Senkung des Stressfaktors. Dadurch werden sie auch zufriedener mit ihrer Arbeit sein und können daher fokussierter arbeiten. Dies wiederum führt zu weniger Fehlern und Ausfällen durch Krankmeldungen.

Wie bereits in Kapitel 4.11 beschrieben, hat die in dieser Arbeit entwickelte Lösungsmethode einige Schwächen, die für weitere bzw. aufbauende Forschung genutzt werden kann. Dies betrifft bspw. die Phase 4 der SGH. Hierbei kann ein Algorithmus entwickelt werden, der die Überdeckung repariert, die finale Zuordnung der Patienten vornimmt und die finalen Touren bestimmt. Es wäre vorteilhaft, wenn dieser eine Zuversicht geben könnte, dass immer eine zulässige Lösung gefunden werden kann aufgrund des Ergebnisses aus Phase 3. Denn das ist aktuell die Schwäche der Phase 4 der SGH. In seltenen Fällen kann durch die Vorgabe der Lösung aus Phase 3 keine zulässige Lösung mittels des kompakten Modells erzielt werden.

Weiterhin müsste der randomisierte Algorithmus aus Phase 2 der SGH eine umfangreichere Anpassung vorgenommen werden, um Realinstanzen lösen zu können. Dies betrifft insb. die Einbeziehung von Schichten. In der SGH wird lediglich eine Schicht für die Transporteure berücksichtigt. Aus den Realdaten geht hervor, dass es mehrere Schichten gibt, wobei davon die meisten eine Überschneidung vorweisen und zudem eine unterschiedliche Anzahl an Transporteuren zugeordnet ist. Dies verleiht dieser Problematik eine deutlichere Steigerung der Komplexität. Ein Vorschlag soll jedoch an dieser Stelle mitgegeben werden. Es könnte sinnvoll sein, diese Schichten in disjunkte Schichtabschnitte aufzuteilen. Das bedeutet, es werden nur Schichtabschnitte betrachtet, in denen es keine Überschneidung einer anderen Schicht gibt. Die jeweiligen Überschneidungen werden ebenfalls als ein Schichtabschnitt betrachtet. Hier wäre

der Vorschlag diese einzelnen Schichtabschnitte als ein einzelnes Problem zu lösen und anschließend die daraus resultierenden Ergebnisse miteinander zu verbinden, sodass eine zulässige Lösung entsteht. Evtl. könnte es sinnvoll sein, auf dieses Ergebnis eine Verbesserungsheuristik zu nutzen, um möglichst gute Ergebnisse zu erhalten.

Abschließend lässt sich festhalten, dass die in dieser Dissertation entwickelte SGH nicht nur spezifisch auf die untersuchten innerklinischen Patiententransportprobleme zugeschnitten sind, sondern auch durch evtl. (leichte) Anpassungen auf weitere ähnliche Problemstellungen angewandt werden können. Insb. auf VRPRBTW Problemstellungen, die eine Fairness der Mitarbeiter oder i. Allg. der Fahrzeuge fokussieren.

A Anhang

In diesem Anhang wird zuerst eine Auflistung der Gesundheitsausgaben der größten Länder weltweit für die Jahre 2016 bis 2023 aufgezeigt (s. Anhang A.1). Anschließend folgen alle vollständigen Modellformulierungen (s. Anhang A.2). Im Anhang A.3 werden für die Testinstanz die expliziten Werte der umfangreicheren Parametern und Entscheidungsvariablen dargestellt. Anhang A.4 zeigt die detaillierten Ergebnisse der SGH für alle fünf unterschiedlichen SLs aller vier Instanzgrößen. In Anhang A.5 werden für die Problemgrößen (100 – 5), (150 – 10) und (200 – 10) die Ergebnisse der einzelnen vier Phasen der SGH aufgezeigt. Anhang A.6 stellt die Ergebnisse aus Phase 2 der SGH gegenüber. Hierbei wird explizit das MP als IP mit dem randomisierten Algorithmus verglichen. In Anhang A.7 werden die Ergebnisse der unterschiedlichen Bestrafungsparameter $C^{out} = \{100, 1.000, 10.000\}$ gegenübergestellt. Schließlich werden die Ergebnisse für die Variabilität des Parameters $\bar{b}$ miteinander verglichen (s. Anhang A.8). Dieser steht für die Anzahl der Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen.

A.1 Gesundheitsausgaben weltweiter Krankenhäuser

Land	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022	2023
Zentral-afrikanische Republik	99	138	251	177				
Ghana	1.904	1.624	1.635	2.224	3.105	3.070	2.729	
Kenia	3.557	3.270	3.779	4.385				
Madagaskar				437	486	510		
Nigeria	14.761	14.082	13.035	14.167	14.533	17.892		
Südafrika	26.143	30.404	32.753	32.106	30.491			
Brasilien	164.647	195.441	181.433	180.107				
Kanada	169.011	180.334	188.802	192.838	215.640	249.312	242.828	240.197
Chile				25.898	24.620	30.677	30.254	
Dominikanische Republik	3.465	3.595	3.530	3.771				
Ecuador		7.861	8.418	8.401	8.300	8.817	8.784	
Mexiko	59.894	63.249	65.808	69.135	67.852	77.372	83.723	
USA	3.139.123	3.263.040	3.411.631	3.562.339	3.962.160	4.081.628	4.246.783	
Afghanistan	2.130	2.385	2.617	2.804	3.129	3.261	3.273	
Bahrain	1.567							
Ägypten	14.496	10.992	12.472		16.217			
Iran				19.607				
Irak			9.377	9.958		10.837		

Katar	5.386	5.175						
Saudi-Arabien			45.213	45.848	48.802	51.840		
Armenien	1.050	1.195	1.246	1.550	1.547	1.710	1.944	
Österreich	40.978	43.328	47.086	46.627	49.232	58.245	52.544	
Weißrussland			3.318	3.775	3.931	4.478	4.853	
Belgien	51.383	54.304	59.009	57.658	59.283	66.366	62.789	
Bosnien und Herzegowina	1.564	1.616	1.795	1.828	1.963	2.262	2.139	
Bulgarien	4.023	4.435	4.864	4.885	5.955	7.245	6.915	
Kroatien	3.524	3.750	4.207	4.240	4.442	5.587	5.192	
Zypern	1.399	1.516	1.746	1.833	2.205	2.794	2.591	
Dänemark	32.099	33.538	36.033	35.178	38.025	43.600	37.919	38.161
Estland	1.613	1.776	2.049	2.119	2.378	2.781	2.662	
Finnland	22.579	23.332	24.938	24.627	26.189	29.157	27.301	
Frankreich	284.156	295.085	312.876	302.888	319.604	363.773	330.209	
Deutschland	390.070	418.008	455.994	455.654	493.362	552.000	514.601	
Griechenland	16.319	16.258	17.219	16.827	17.951	19.717	18.494	
Ungarn	8.987	9.651	10.565	10.303	11.458	13.444	11.864	
Island	1.696	2.058	2.216	2.132	2.087	2.505	2.606	2.789
Irland	22.338	23.971	25.056	26.791	30.274	33.864	32.627	
Israel	22.855	25.708	27.227	28.875	31.827	37.476		
Italien	163.781	170.239	181.619	174.105	182.628	201.395	185.041	190.469
Kasachstan	4.698		5.054	5.064	6.421	7.736		
Lettland	1.722	1.818	2.131	2.272	2.505	3.593	3.081	
Litauen	2.857	3.071	3.508	3.828	4.248	5.184	5.134	
Luxemburg	3.155	3.375	3.749	3.819	4.249	4.845	4.532	4.959
Malta	1.045	1.175	1.310	1.453	1.613	1.879	1.747	
Niederlande	78.851	84.290	91.587	92.297	102.111	114.551	101.956	
Norwegen	39.064	41.098	43.805	42.665	41.999	49.402	47.160	
Polen	30.985	34.539	37.169	38.506	38.944	43.869	44.014	
Portugal	19.392	20.599	22.808	22.832	24.158	28.425	26.716	
Rumänien	9.411	10.905	13.423	14.339	15.648	18.491	17.181	
Russische Föderation	67.538	84.360	88.753	95.315				
Spanien	110.390	117.490	127.933	127.369	137.170	149.027	138.069	
Schweden	55.961	58.349	60.773	57.831	61.997	71.020	62.122	
Schweiz	77.247	79.343	81.255	82.428	89.058	97.647	95.809	
Vereinigtes Königreich	262.604	257.307	279.640	283.826	322.805	377.579	341.370	
Indien	80.269	77.050	78.995	84.302				
Indonesien	28.156	29.495	29.888	32.215	36.227	43.976	35.535	
Australien	131.962	142.959	146.450	140.899	153.250	182.722		
China			715.336	767.265	831.350	956.082		
Japan	533.338	525.443	541.385	561.443	566.683	563.373		
Malaysia					13.777	16.351		
Republik Korea	103.372	114.390	128.758	134.207	137.390	162.883	157.920	169.203

Tabelle A. 1: Aktuelle Gesundheitsausgaben nach Gesundheitsfunktionen der Jahre 2016-2023 in Mio. US-Dollar

A.2 Vollständige Modellformulierungen

Hier werden alle Modellformulierungen, die in der Arbeit genannt wurden, vollständig aufgelistet, sodass die Modelle ohne Unterbrechungen durch fortlaufenden Text oder durch Verweise auf zuvor genannte Modelle (da sie bspw. nur einige Veränderungen aufweisen) anschaulicher betrachtet und nachvollzogen werden können.

Zuerst folgt die Modellformulierung des kompakten Modells mit dem Ziel, die maximale Laufzeit über alle Transporteure zu minimieren.

$$\text{Min } \bar{C} \quad (1-1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+2,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-3)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ijk} - \sum_{i \in V: i \neq j} x_{jik} = 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (1-4)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\} \quad (1-5)$$

$$a_{jk} \geq e_j \cdot x_{ijk} \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K \quad (1-6)$$

$$a_{jk} \leq l_j \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K \quad (1-7)$$

$$a_{0k} \geq t^{\text{start}} \quad \forall k \in K \quad (1-8)$$

$$a_{jk} \leq t^{\text{end}} \cdot \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ijk} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (1-9)$$

$$a_{jk} \geq a_{ik} + c_{ij} - M \cdot (1 - x_{ijk}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j, k \in K \quad (1-10)$$

$$\bar{C} \geq \sum_{i,j \in V} c_{ij} \cdot x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (1-11)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, k \in K \quad (1-12)$$

$$a_{ik}, \bar{C} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (1-13)$$

$$\sum_{j \in V: j \neq n+1} x_{n+1,j,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-14)$$

$$a_{n+1,k} \geq t^{\text{start}} + b^{\text{no}} \quad \forall k \in K \quad (1-15)$$

$$a_{n+1,k} \leq t^{\text{end}} - b^{\text{no}} \quad \forall k \in K \quad (1-16)$$

$$d \cdot \sum_{s \in S} s \cdot z_{sk}^{start} = a_{n+1,k} \quad \forall k \in K \quad (1-17)$$

$$\sum_{s \in S} z_{sk}^{start} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-18)$$

$$\begin{aligned} & \forall s \in S, k \in K: \\ & z_{sk}^{start} \leq z_{\tilde{s}k} \quad s \leq \left\lfloor \frac{t^{end} - b^{no}}{d} \right\rfloor, \\ & \tilde{s} \in \{s, \dots, s + b^{len} - 1\} \end{aligned} \quad (1-19)$$

$$\sum_{k \in K} z_{sk} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (1-20)$$

$$z_{sk}, z_{sk}^{start} \in \{0,1\} \quad \forall s \in S, k \in K \quad (1-21)$$

Nun folgt das MP mit dem Fokus auf die Minimierung der maximalen Laufzeit über alle Transporteure.

$$\text{Min } \bar{C} + C^{out} \cdot \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \mu_i^{patient} \quad (MP-1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} X_{if} \cdot \lambda_{kf} + \mu_i^{patient} \geq 1 \quad \forall i \in N \setminus \{n+1\} \quad (MP-2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} z_{sf} \cdot \lambda_{kf} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (MP-3)$$

$$\bar{C} \geq \sum_{f \in F_k} C_f \cdot \lambda_{kf} \quad \forall k \in K \quad (MP-4)$$

$$\sum_{f \in F_k} \lambda_{kf} = 1 \quad \forall k \in K \quad (MP-5)$$

$$\lambda_{kf}, \mu_i^{patient} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, f \in F_k, i \in N \setminus \{n+1\} \quad (MP-6)$$

$$\bar{C} \in \mathbb{N}_0 \quad (MP-7)$$

Das entsprechende RMP entspricht der folgenden Formulierung:

$$\text{Min } \bar{C} + C^{out} \cdot \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \mu_i^{patient} \quad (RMP-1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} X_{kf} \cdot \lambda_{kf} + \mu_i^{patient} \geq 1 \quad \forall i \in N \setminus \{n+1\} \quad (RMP - 2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} Z_{sf} \cdot \lambda_{kf} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (RMP - 3)$$

$$\bar{C} \geq \sum_{f \in F_k} C_f \cdot \lambda_{kf} \quad \forall k \in K \quad (RMP - 4)$$

$$\sum_{f \in F_k} \lambda_{kf} = 1 \quad \forall k \in K \quad (RMP - 5)$$

$$\lambda_{kf} \in [0, 1] \quad \forall k \in K, f \in F_k \quad (RMP - 6a)$$

$$\mu_i^{patient} \in \{0, 1\} \quad i \in N \setminus \{n+1\} \quad (RMP - 6b)$$

$$\bar{C} \in \mathbb{N}_0 \quad (RMP - 7)$$

Das dazugehörige SP folgt nun:

$$\text{Min} - \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sigma_i \cdot y_i - \sum_{s \in S} \left(\sum_{t=s}^{s+b^{len}-1} \tau_t \right) \cdot z_t^{start} - \psi_k \cdot C - \pi_k \quad (SP - 1)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = 1 \quad (SP - 2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+2} = 1 \quad (SP - 3)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} - \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ji} = 0 \quad \forall j \in N \quad (SP - 4)$$

$$a_j \geq e_j \cdot x_{ij} \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\} \quad (SP - 5)$$

$$a_j \leq l_j \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\} \quad (SP - 6)$$

$$a_0 \geq t^{start} \quad (SP - 7)$$

$$a_j \leq t^{end} \cdot \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (SP - 8)$$

$$a_j \geq a_i + c_{ij} - M \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j \quad (SP - 9)$$

$$\sum_{j \in V: j \neq n+1} x_{n+1,j} = 1 \quad (SP - 10)$$

$$a_{n+1} \geq t^{start} + b^{no} \quad (SP - 11)$$

$$a_{n+1} \leq t^{end} - b^{no} \quad (SP - 12)$$

$$d \cdot \sum_{s \in S} s \cdot z_s^{start} = a_{n+1} \quad (SP - 13)$$

$$\sum_{s \in S} z_s^{start} = 1 \quad (SP - 14)$$

$$z_s^{start} \leq z_{\tilde{s}} \quad \forall s \in S: s \leq \left\lfloor \frac{t^{end} - b^{no}}{d} \right\rfloor, \quad (SP - 15)$$

$$\tilde{s} \in \{s, \dots, s + b^{len} - 1\}$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} = y_j \quad \forall j \in V \quad (SP - 16)$$

$$\sum_{i, j \in V} c_{ij} \cdot x_{ij} = C \quad (SP - 17)$$

$$x_{ij}, y_j, z_s, z_s^{start} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V, s \in S \quad (SP - 18)$$

$$a_i, C \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V \quad (SP - 19)$$

Nun folgt die Modellformulierung des kompakten Modells mit dem Ziel, die maximale Anzahl an zu transportierenden Patienten aller Transporteure zu minimieren.

$$\text{Min } \bar{P} \quad (1 - 1a)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in V} x_{0jk} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1 - 2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i, n+2, k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1 - 3)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ijk} - \sum_{i \in V: i \neq j} x_{jik} = 0 \quad \forall j \in N, k \in K \quad (1 - 4)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} \sum_{k \in K} x_{ijk} = 1 \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\} \quad (1 - 5)$$

$$a_{jk} \geq e_j \cdot x_{ijk} \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K \quad (1 - 6)$$

$$a_{jk} \leq l_j \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\}, k \in K \quad (1 - 7)$$

$$a_{0k} \geq t^{start} \quad \forall k \in K \quad (1 - 8)$$

$$a_{jk} \leq t^{end} \cdot \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ijk} \quad \forall j \in V \setminus \{0\}, k \in K \quad (1 - 9)$$

$$a_{jk} \geq a_{ik} + c_{ij} - M \cdot (1 - x_{ijk}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j, k \in K \quad (1 - 10)$$

$$\bar{P} \geq \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in V \setminus \{0\}} x_{ijk} \quad \forall k \in K \quad (1-11a)$$

$$x_{ijk} \in \{0,1\} \quad \forall i, j \in V, k \in K \quad (1-12)$$

$$a_{ik} \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V, k \in K \quad (1-13a)$$

$$\bar{P} \in \mathbb{N}_0 \quad (1-13c)$$

$$\sum_{j \in V: j \neq n+1} x_{n+1,j,k} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-14)$$

$$a_{n+1,k} \geq t^{start} + b^{no} \quad \forall k \in K \quad (1-15)$$

$$a_{n+1,k} \leq t^{end} - b^{no} \quad \forall k \in K \quad (1-16)$$

$$d \cdot \sum_{s \in S} s \cdot z_{sk}^{start} = a_{n+1,k} \quad \forall k \in K \quad (1-17)$$

$$\sum_{s \in S} z_{sk}^{start} = 1 \quad \forall k \in K \quad (1-18)$$

$$\forall s \in S, k \in K:$$

$$z_{sk}^{start} \leq z_{\tilde{s}k} \quad s \leq \left\lfloor \frac{t^{end} - b^{no}}{d} \right\rfloor, \quad (1-19)$$

$$\tilde{s} \in \{s, \dots, s + b^{len} - 1\}$$

$$\sum_{k \in K} z_{sk} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (1-20)$$

$$z_{sk}, z_{sk}^{start} \in \{0,1\} \quad \forall s \in S, k \in K \quad (1-21)$$

Das MP mit dem Fokus auf die Minimierung der maximalen Anzahl zu transportierenden Patienten aller Transporteure folgt nun.

$$\text{Min } \bar{P} + C^{out} \cdot \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \mu_i^{patient} \quad (MP-1a)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} X_{if} \cdot \lambda_{kf} + \mu_i^{patient} \geq 1 \quad \forall i \in N \setminus \{n+1\} \quad (MP-2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} z_{sf} \cdot \lambda_{kf} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (MP-3)$$

$$\bar{P} \geq \sum_{f \in F_k} p_f \cdot \lambda_{kf} \quad \forall k \in K \quad (MP-4a)$$

$$\sum_{f \in F_k} \lambda_{kf} = 1 \quad \forall k \in K \quad (MP-5)$$

$$\lambda_{kf}, \mu_i^{patient} \in \{0,1\} \quad \forall k \in K, f \in F_k, i \in N \setminus \{n+1\} \quad (MP - 6)$$

$$\bar{P} \in \mathbb{N}_0 \quad (MP - 7a)$$

Das entsprechende RMP entspricht der folgenden Formulierung:

$$\text{Min } \bar{P} + C^{out} \cdot \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \mu_i^{patient} \quad (RMP - 1a)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} X_{if} \cdot \lambda_{kf} + \mu_i^{patient} \geq 1 \quad \forall i \in N \setminus \{n+1\} \quad (RMP - 2)$$

$$\sum_{k \in K} \sum_{f \in F_k} Z_{sf} \cdot \lambda_{kf} \leq \bar{b} \quad \forall s \in S \quad (RMP - 3)$$

$$\bar{P} \geq \sum_{f \in F_k} P_f \cdot \lambda_{kf} \quad \forall k \in K \quad (RMP - 4a)$$

$$\sum_{f \in F_k} \lambda_{kf} = 1 \quad \forall k \in K \quad (RMP - 5)$$

$$\lambda_{kf} \in [0, 1] \quad \forall k \in K, f \in F_k \quad (RMP - 6a)$$

$$\mu_i^{patient} \in \{0,1\} \quad i \in N \setminus \{n+1\} \quad (RMP - 6b)$$

$$\bar{P} \in \mathbb{N}_0 \quad (RMP - 7a)$$

Die Modellformulierung des dazugehörigen SP sieht wie folgt aus:

$$\text{Min } - \sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sigma_i \cdot y_i - \sum_{s \in S} \left(\sum_{t=s}^{s+b^{len}-1} \tau_t \right) \cdot z_t^{start} - \psi_k \cdot P - \pi_k \quad (SP - 1a)$$

unter den Nebenbedingungen:

$$\sum_{j \in V} x_{0j} = 1 \quad (SP - 2)$$

$$\sum_{i \in V} x_{i,n+2} = 1 \quad (SP - 3)$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} - \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ji} = 0 \quad \forall j \in N \quad (SP - 4)$$

$$a_j \geq e_j \cdot x_{ij} \quad \forall i \in V, j \in N \setminus \{n+1\} \quad (SP - 5)$$

$$a_j \leq l_j \quad \forall j \in N \setminus \{n+1\} \quad (SP - 6)$$

$$a_0 \geq t^{start} \quad (SP - 7)$$

$$a_j \leq t^{end} \cdot \sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} \quad \forall j \in V \setminus \{0\} \quad (SP - 8)$$

$$a_j \geq a_i + c_{ij} - M \cdot (1 - x_{ij}) \quad \forall i, j \in V: i \neq j \quad (SP - 9)$$

$$\sum_{j \in V: j \neq n+1} x_{n+1,j} = 1 \quad (SP - 10)$$

$$a_{n+1} \geq t^{start} + b^{no} \quad (SP - 11)$$

$$a_{n+1} \leq t^{end} - b^{no} \quad (SP - 12)$$

$$d \cdot \sum_{s \in S} s \cdot z_s^{start} = a_{n+1} \quad (SP - 13)$$

$$\sum_{s \in S} z_s^{start} = 1 \quad (SP - 14)$$

$$z_s^{start} \leq z_{\tilde{s}} \quad \forall s \in S: s \leq \left\lfloor \frac{t^{end} - b^{no}}{d} \right\rfloor, \quad (SP - 15)$$

$$\tilde{s} \in \{s, \dots, s + b^{len} - 1\}$$

$$\sum_{i \in V: i \neq j} x_{ij} = y_j \quad \forall j \in V \quad (SP - 16)$$

$$\sum_{i \in N \setminus \{n+1\}} \sum_{j \in V} x_{ij} = P \quad (SP - 17a)$$

$$x_{ij}, y_j, z_s, z_s^{start} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j \in V, s \in S \quad (SP - 18)$$

$$a_i, P \in \mathbb{N}_0 \quad \forall i \in V \quad (SP - 19a)$$

A.3 Explizite Werte der Parameter und Entscheidungsvariablen für die Testinstanz

c_{ij}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
0	0	6	5	6	4	6	6	1	6	1	6	1	4	6	1	1	6	1	1	6	1	2	6	2	4	2	2	6	6	2	4	6	6	6
1	7	12	12	13	11	13	12	6	13	8	13	7	11	12	7	7	13	8	7	13	7	7	12	7	10	7	7	12	13	7	11	13	12	13
2	9	10	10	11	6	11	10	10	11	9	11	10	5	10	10	10	11	9	10	11	10	10	11	10	6	10	10	10	11	10	6	11	10	11
3	9	13	13	14	12	14	13	8	14	9	14	8	12	13	8	8	14	9	8	14	8	8	13	7	11	8	8	13	14	8	12	14	13	14
4	12	7	13	13	12	13	13	13	13	11	13	13	12	7	12	12	13	11	13	13	13	13	13	13	11	13	13	13	6	13	12	6	13	6
5	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	6	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
6	7	12	12	13	11	13	12	7	13	8	13	7	11	12	7	7	13	8	7	13	7	7	12	7	10	7	7	12	13	7	11	13	12	13
7	13	14	14	14	13	14	14	14	13	12	13	14	13	14	13	13	13	12	14	14	14	14	14	14	12	14	14	14	14	14	13	14	14	14
8	9	13	13	14	12	14	13	8	14	9	14	8	12	13	8	8	14	9	8	14	8	8	13	7	11	8	8	13	14	8	12	14	13	14
9	10	12	11	12	10	12	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	12	10	11	12	11	11	12	11	10	11	11	12	12	11	10	12	12	12
10	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	7	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
11	12	13	13	13	11	13	6	12	13	11	7	12	11	13	12	12	13	11	12	13	12	12	13	12	11	13	12	13	13	13	11	13	13	13
12	10	12	11	12	10	12	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	12	10	11	12	11	11	12	11	10	11	11	12	12	11	10	12	12	12
13	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	6	7	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
14	12	13	13	13	11	13	6	12	13	11	7	12	11	13	12	12	13	11	12	13	12	12	13	12	11	13	12	13	13	13	11	13	13	13
15	12	13	13	6	12	6	13	13	13	11	13	13	12	13	12	12	7	11	13	6	13	13	13	13	11	13	13	7	13	13	12	13	7	13
16	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	6	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
17	2	7	7	7	5	7	7	2	7	3	7	2	6	7	1	2	7	2	2	7	2	2	7	2	5	2	2	7	7	2	5	7	7	7
18	12	13	13	13	11	13	6	12	13	11	7	12	11	13	12	12	13	11	12	13	12	12	13	12	11	13	12	13	13	13	11	13	13	13
19	6	10	10	10	8	10	10	7	10	5	10	7	9	10	7	7	10	6	7	10	7	7	10	7	8	7	7	10	10	7	8	10	10	10
20	11	13	12	13	11	13	7	12	13	11	7	12	11	13	12	12	13	11	12	13	12	12	13	12	11	12	12	13	13	12	11	13	13	13
21	11	13	12	7	11	7	13	12	13	11	13	12	11	13	12	12	7	11	12	7	12	12	13	12	11	12	12	7	13	12	11	13	7	13
22	8	10	9	10	8	10	10	8	10	7	10	8	8	10	8	8	10	7	8	10	8	8	10	8	8	9	8	10	10	9	8	10	10	10
23	13	14	14	14	13	14	14	14	7	12	13	14	13	14	13	13	13	12	14	14	14	14	14	14	12	14	14	14	14	14	13	14	14	14
24	11	12	12	12	10	12	5	11	12	10	6	11	10	12	11	11	12	10	11	12	11	11	12	11	10	12	11	12	12	12	10	12	12	12
25	13	14	14	14	12	14	7	13	14	12	8	13	12	14	13	13	14	12	13	14	13	13	14	13	12	14	13	14	14	12	14	14	14	14

26	13	14	14	14	13	14	14	14	14	12	14	14	13	14	13	13	14	12	14	14	14	14	14	14	12	14	14	14	14	14	13	14	14	14
27	7	12	12	12	11	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	7	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	11	12	12	12
28	7	10	10	10	8	10	10	7	10	6	10	7	8	10	7	7	10	6	7	10	7	7	10	7	8	7	7	10	10	7	8	10	10	10
29	9	10	10	10	6	10	10	9	10	8	10	9	6	10	9	9	10	8	9	10	9	9	10	9	5	10	9	10	10	10	6	10	10	10
30	10	12	11	12	10	12	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	12	10	11	12	11	11	12	11	10	11	11	12	12	11	10	12	12	12
31	8	13	13	14	12	14	13	8	14	9	14	7	12	13	8	8	14	9	7	14	8	8	13	8	11	8	8	13	14	8	12	14	13	14
32	9	10	10	10	6	10	10	9	10	8	10	9	6	10	9	9	10	8	9	10	9	9	10	9	5	10	9	10	10	10	6	10	10	10
33	6	10	10	10	9	10	10	7	10	6	10	7	9	10	6	6	10	5	7	10	7	7	10	7	8	7	7	10	10	7	9	10	10	10
34	13	14	14	14	13	14	14	14	8	12	14	14	13	14	13	13	14	12	14	14	14	14	14	14	12	14	14	14	14	14	13	14	14	14
35	9	10	10	11	6	11	10	10	11	9	11	10	5	10	10	10	11	9	10	11	10	10	11	10	6	10	10	10	11	10	6	11	10	11
36	11	12	6	12	10	12	12	11	12	10	12	11	11	12	11	11	12	10	11	12	11	11	5	11	10	12	11	12	12	12	10	12	12	12
37	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	6	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
38	8	10	9	10	8	10	10	8	10	7	10	8	8	10	8	8	10	7	8	10	8	8	10	8	8	9	8	10	10	9	8	10	10	10
39	12	6	13	13	11	13	13	12	13	11	13	12	11	6	12	12	13	11	12	13	12	12	13	12	11	13	12	13	7	13	11	7	13	7
40	8	11	11	12	10	12	11	8	12	7	12	8	10	11	8	8	12	7	8	12	8	8	11	8	9	8	8	11	12	8	10	12	11	12
41	11	13	12	13	11	13	7	12	13	11	7	12	11	13	12	12	13	11	12	13	12	12	13	12	11	12	12	13	13	12	11	13	13	13
42	11	12	12	12	11	12	12	12	12	10	12	12	11	12	11	11	12	10	12	12	12	12	12	12	10	12	12	12	12	12	11	12	12	12
43	7	12	12	12	10	12	12	7	12	7	12	7	11	12	7	7	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
44	10	12	11	6	10	6	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	6	10	11	6	11	11	12	11	10	11	11	6	12	11	10	12	6	12
45	11	6	12	12	11	12	12	12	12	10	12	12	11	6	11	11	12	10	12	12	12	12	12	12	10	12	12	12	5	12	11	5	12	5
46	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	6	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
47	10	6	11	12	10	12	12	11	12	10	12	11	10	6	11	11	12	10	11	12	11	11	12	11	10	11	11	12	6	11	10	6	12	6
48	12	13	13	7	11	7	13	12	13	11	13	12	11	13	12	12	7	11	12	7	12	12	13	12	11	13	12	6	13	13	11	13	6	13
49	12	14	7	14	12	14	14	13	14	12	14	13	12	14	13	13	14	12	13	14	13	13	8	13	12	13	13	14	14	13	12	14	14	14
50	4	9	9	9	7	9	9	4	9	5	9	4	8	9	4	4	9	4	4	9	4	4	9	4	7	4	4	9	9	4	7	9	9	9
51	10	11	11	12	6	12	11	11	12	9	12	11	7	11	10	10	12	10	11	12	11	11	11	11	7	11	11	11	12	11	6	12	11	12
52	8	13	13	14	12	14	13	8	14	9	14	7	12	13	8	8	14	9	7	14	8	8	13	8	11	8	8	13	14	8	12	14	13	14
53	7	12	12	13	11	13	12	7	13	8	13	6	11	12	7	7	13	8	6	13	7	7	12	7	10	7	7	12	13	7	11	13	12	13
54	8	13	13	14	12	14	13	8	14	9	14	7	12	13	8	8	14	9	7	14	8	8	13	8	11	8	8	13	14	8	12	14	13	14
55	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	6	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12

56	11	12	12	6	10	6	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	6	10	11	6	11	11	12	11	10	12	11	5	12	12	10	12	5	12
57	10	12	5	12	10	12	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	12	10	11	12	11	11	6	11	10	11	11	12	12	11	10	12	12	12
58	7	12	12	12	10	12	12	7	12	8	12	7	11	12	7	7	12	7	7	12	7	7	12	7	10	7	7	12	12	7	10	12	12	12
59	7	9	8	9	7	9	9	7	9	6	9	7	7	9	7	7	9	6	7	9	7	7	9	7	7	8	7	9	9	8	7	9	9	9
60	7	9	8	9	7	9	9	7	9	6	9	7	7	9	7	7	9	6	7	9	7	7	9	7	7	8	7	9	9	8	7	9	9	9
61	12	13	13	7	11	7	13	12	13	11	13	12	11	13	12	12	7	11	12	7	12	12	13	12	11	13	12	6	13	13	11	13	6	13
62	8	13	13	14	12	14	13	7	14	9	14	8	12	13	8	8	14	9	8	14	8	8	13	8	11	8	8	13	14	8	12	14	13	14
63	13	14	14	8	13	8	14	14	13	12	13	14	13	14	13	13	7	12	14	8	14	14	14	14	12	14	14	8	14	14	13	14	8	14
64	7	10	10	10	9	10	10	7	10	6	10	7	9	10	7	7	10	6	7	10	7	7	10	7	8	7	7	10	10	7	9	10	10	10
65	8	10	9	10	8	10	10	8	10	7	10	8	8	10	8	8	10	7	8	10	8	8	10	8	8	9	8	10	10	9	8	10	10	10
66	11	12	12	12	11	12	12	12	11	10	11	12	11	12	11	11	11	10	12	12	12	12	12	12	10	12	12	12	12	12	11	12	12	12
67	11	12	12	6	10	6	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	6	10	11	6	11	11	12	11	10	12	11	5	12	12	10	12	5	12
68	11	13	12	7	11	7	13	12	13	11	13	12	11	13	12	12	7	11	12	7	12	12	13	12	11	12	12	7	13	12	11	13	7	13
69	13	14	14	14	12	14	7	13	14	12	8	13	12	14	13	13	14	12	13	14	13	13	14	13	12	14	13	14	14	14	12	14	14	14
70	10	12	5	12	10	12	12	11	12	10	12	11	10	12	11	11	12	10	11	12	11	11	6	11	10	11	11	12	12	11	10	12	12	12
71	8	10	9	10	8	10	10	8	10	7	10	8	8	10	8	8	10	7	8	10	8	8	10	8	8	9	8	10	10	9	8	10	10	10
72	11	12	6	12	10	12	12	11	12	10	12	11	11	12	11	11	12	10	11	12	11	11	5	11	10	12	11	12	12	12	10	12	12	12
73	11	12	12	12	11	12	12	12	6	10	12	12	11	12	11	11	12	10	12	12	12	12	12	12	10	12	12	12	12	12	11	12	12	12
74	6	10	10	10	9	10	10	7	10	6	10	7	9	10	6	6	10	5	7	10	7	7	10	7	8	7	7	10	10	7	9	10	10	10
75	13	14	14	14	13	14	14	14	14	12	14	14	13	14	13	13	14	13	14	14	14	14	14	14	12	14	14	14	14	14	13	14	14	14
76	30	36	35	36	34	36	36	31	36	31	36	31	34	36	31	31	36	31	31	36	31	32	36	32	34	32	32	36	36	32	34	36	36	36
77	0	6	5	6	4	6	6	1	6	1	6	1	4	6	1	1	6	1	1	6	1	2	6	2	4	2	2	6	6	2	4	6	6	6

c_{ij}	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
0	2	5	3	6	6	1	6	1	2	6	1	2	5	1	2	6	2	6	6	6	6	6	4	1	6	5	5	1	6	2	6	6	1	1
1	7	12	9	13	13	7	13	7	8	12	8	8	12	8	7	12	9	13	13	12	13	13	10	8	12	12	12	7	13	7	13	12	8	7
2	10	10	8	11	11	10	11	10	8	10	9	8	10	9	10	10	9	11	11	10	11	11	6	9	10	10	10	10	11	10	11	10	9	9
3	8	13	10	14	14	8	14	8	9	13	9	9	13	9	7	13	10	14	14	13	14	14	11	9	13	13	13	8	14	8	14	13	9	8
4	13	13	11	13	13	12	13	13	11	13	11	11	13	11	13	13	12	7	13	13	13	13	11	11	13	13	13	13	6	13	6	7	11	12

5	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
6	7	12	9	13	13	7	13	6	8	12	8	8	12	8	7	12	9	13	13	12	13	13	10	8	12	12	12	6	13	7	13	12	8	7
7	14	14	12	14	14	13	14	14	12	14	12	12	14	12	14	14	13	13	14	14	13	13	12	12	14	14	14	14	14	14	14	14	12	13
8	8	13	10	14	14	8	14	8	9	13	9	9	13	9	7	13	10	14	14	13	14	14	11	9	13	13	13	8	14	8	14	13	9	8
9	11	5	9	12	6	11	12	11	9	12	10	9	11	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	11	11	11	12	11	12	12	10	10
10	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
11	12	13	11	13	13	12	7	12	11	13	11	11	13	11	12	13	11	13	13	6	13	13	11	11	13	13	13	12	13	13	13	13	11	11
12	11	5	9	12	6	11	12	11	9	12	10	9	11	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	11	11	11	12	11	12	12	10	10
13	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
14	12	13	11	13	13	12	7	12	11	13	11	11	13	11	12	13	11	13	13	6	13	13	11	11	13	13	13	12	13	13	13	13	11	11
15	13	13	11	6	13	12	13	13	11	13	11	11	13	11	13	7	12	13	6	13	13	7	11	11	13	13	13	13	13	13	13	13	11	12
16	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
17	2	7	4	7	7	2	7	2	3	7	2	3	7	2	2	7	4	7	7	7	7	7	5	3	7	7	7	2	7	2	7	7	2	2
18	12	13	11	13	13	12	7	12	11	13	11	11	13	11	12	13	11	13	13	6	13	13	11	11	13	13	13	12	13	13	13	13	11	11
19	7	10	7	10	10	7	10	7	6	10	6	6	10	6	7	10	7	10	10	10	10	10	8	5	10	10	10	7	10	7	10	10	6	6
20	12	12	10	13	13	12	7	12	11	13	11	11	12	11	12	13	11	13	13	7	13	13	11	11	13	12	12	12	13	12	13	13	11	11
21	12	12	10	7	13	12	13	12	10	13	11	10	12	11	12	7	11	13	7	13	13	7	11	11	13	12	12	12	13	12	13	13	11	11
22	8	9	6	10	10	8	10	8	7	10	7	7	9	7	8	10	6	10	10	10	10	10	8	7	10	9	9	8	10	9	10	10	7	7
23	14	14	12	14	14	13	14	14	12	14	12	12	14	12	14	14	13	13	14	14	13	13	12	12	14	8	8	14	14	14	14	14	12	13
24	11	12	10	12	12	11	6	11	10	12	10	10	12	10	11	12	10	12	12	5	12	12	10	10	12	12	12	11	12	12	12	12	10	10
25	13	14	12	14	14	13	8	13	12	14	12	12	14	12	13	14	12	14	14	7	14	14	12	12	14	14	14	13	14	14	14	14	12	12
26	14	14	12	14	14	13	14	14	12	14	12	12	14	12	14	14	13	14	14	14	14	14	12	12	14	14	14	14	14	14	14	14	12	13
27	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	8	7
28	7	9	7	10	10	7	10	7	5	10	6	5	10	6	7	10	6	10	10	10	10	10	8	6	10	10	10	7	10	7	10	10	6	6
29	9	10	8	10	10	9	10	9	8	10	8	8	10	8	9	10	9	10	10	10	10	10	5	8	10	10	10	9	10	10	10	10	8	8
30	11	5	9	12	6	11	12	11	9	12	10	9	11	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	11	11	11	12	11	12	12	10	10
31	8	13	10	14	14	8	14	8	9	13	9	9	13	9	8	13	10	14	14	13	14	14	11	9	13	13	13	8	14	8	14	13	9	8
32	9	10	8	10	10	9	10	9	8	10	8	8	10	8	9	10	9	10	10	10	10	10	5	8	10	10	10	9	10	10	10	10	8	8
33	7	10	7	10	10	6	10	7	6	10	5	6	10	5	7	10	7	10	10	10	10	10	8	6	10	10	10	7	10	7	10	10	6	6
34	14	14	12	14	14	13	14	14	12	14	12	12	14	12	14	14	13	14	14	14	14	14	12	12	14	8	8	14	14	14	14	14	12	13

35	10	10	8	11	11	10	11	10	8	10	9	8	10	9	10	10	9	11	11	10	11	11	6	9	10	10	10	10	11	10	11	10	9	9
36	11	12	10	12	12	11	12	11	10	12	10	10	6	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	12	12	11	12	12	12	12	10	10
37	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
38	8	9	6	10	10	8	10	8	7	10	7	7	9	7	8	10	6	10	10	10	10	10	8	7	10	9	9	8	10	9	10	10	7	7
39	12	13	11	13	13	12	13	12	11	13	11	11	13	11	12	13	11	7	13	13	13	13	11	11	13	13	13	12	7	13	7	6	11	11
40	8	11	8	12	12	8	12	8	7	11	7	7	11	7	8	11	8	12	12	11	12	12	9	7	11	11	11	8	12	8	12	11	7	7
41	12	12	10	13	13	12	7	12	11	13	11	11	12	11	12	13	11	13	13	7	13	13	11	11	13	12	12	12	13	12	13	13	11	11
42	12	6	10	12	5	11	12	12	10	12	10	10	12	10	12	12	11	12	12	12	12	12	10	10	12	12	12	12	12	12	12	12	10	11
43	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	7	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
44	11	11	9	6	12	11	12	11	9	12	10	9	11	10	11	6	10	12	6	12	12	6	10	10	12	11	11	11	12	11	12	12	10	10
45	12	12	10	12	12	11	12	12	10	12	10	10	12	10	12	12	11	6	12	12	12	12	10	10	12	12	12	12	5	12	5	6	10	11
46	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
47	11	11	9	12	12	11	12	11	9	12	10	9	11	10	11	12	10	6	12	12	12	12	10	10	12	11	11	11	6	11	6	6	10	10
48	12	13	11	7	13	12	13	12	11	13	11	11	13	11	12	6	11	13	7	13	13	7	11	11	13	13	13	12	13	13	13	13	11	11
49	13	13	11	14	14	13	14	13	12	14	12	12	7	12	13	14	12	14	14	14	14	14	12	12	14	13	13	13	14	13	14	14	12	12
50	4	9	6	9	9	4	9	4	5	9	4	5	9	4	4	9	6	9	9	9	9	9	7	5	9	9	9	4	9	4	9	9	4	4
51	11	11	9	12	12	10	12	11	9	11	10	9	11	10	11	11	10	12	12	11	12	12	7	9	11	11	11	11	12	11	12	11	9	10
52	8	13	10	14	14	8	14	8	9	13	9	9	13	9	8	13	10	14	14	13	14	14	11	9	13	13	13	8	14	8	14	13	9	8
53	7	12	9	13	13	7	13	7	8	12	8	8	12	8	7	12	9	13	13	12	13	13	10	8	12	12	12	7	13	7	13	12	8	7
54	8	13	10	14	14	8	14	8	9	13	9	9	13	9	8	13	10	14	14	13	14	14	11	9	13	13	13	8	14	8	14	13	9	8
55	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
56	11	12	10	6	12	11	12	11	10	12	10	10	12	10	11	5	10	12	6	12	12	6	10	10	12	12	12	11	12	12	12	12	10	10
57	11	11	9	12	12	11	12	11	10	12	10	10	5	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	11	11	11	12	11	12	12	10	10
58	7	12	9	12	12	7	12	7	8	12	7	8	12	7	7	12	9	12	12	12	12	12	10	8	12	12	12	7	12	7	12	12	7	7
59	7	8	4	9	9	7	9	7	6	9	6	6	8	6	7	9	5	9	9	9	9	9	7	6	9	8	8	7	9	8	9	9	6	6
60	7	8	4	9	9	7	9	7	6	9	6	6	8	6	7	9	5	9	9	9	9	9	7	6	9	8	8	7	9	8	9	9	6	6
61	12	13	11	7	13	12	13	12	11	13	11	11	13	11	12	6	11	13	7	13	13	7	11	11	13	13	13	12	13	13	13	13	11	11
62	8	13	10	14	14	8	14	8	9	13	9	9	13	9	8	13	10	14	14	13	14	14	11	9	13	13	13	8	14	8	14	13	9	8
63	14	14	12	8	14	13	14	14	12	14	12	12	14	12	14	8	13	13	8	14	13	7	12	12	14	14	14	14	14	14	14	14	12	13
64	7	10	7	10	10	7	10	7	6	10	6	6	10	6	7	10	7	10	10	10	10	10	8	6	10	10	10	7	10	7	10	10	6	6

65	8	9	6	10	10	8	10	8	7	10	7	7	9	7	8	10	6	10	10	10	10	10	8	7	10	9	9	8	10	9	10	10	7	7
66	12	12	10	12	12	11	12	12	10	12	10	10	12	10	12	12	11	11	12	12	11	11	10	10	12	12	12	12	12	12	12	10	11	
67	11	12	10	6	12	11	12	11	10	12	10	10	12	10	11	5	10	12	6	12	12	6	10	10	12	12	12	11	12	12	12	10	10	
68	12	12	10	7	13	12	13	12	10	13	11	10	12	11	12	7	11	13	7	13	13	7	11	11	13	12	12	12	13	12	13	13	11	11
69	13	14	12	14	14	13	8	13	12	14	12	12	14	12	13	14	12	14	14	7	14	14	12	12	14	14	14	13	14	14	14	14	12	12
70	11	11	9	12	12	11	12	11	10	12	10	10	5	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	11	11	11	12	11	12	12	10	10
71	8	9	6	10	10	8	10	8	7	10	7	7	9	7	8	10	6	10	10	10	10	10	8	7	10	9	9	8	10	9	10	10	7	7
72	11	12	10	12	12	11	12	11	10	12	10	10	6	10	11	12	10	12	12	12	12	12	10	10	12	12	12	11	12	12	12	12	10	10
73	12	12	10	12	12	11	12	12	10	12	10	10	12	10	12	12	11	12	12	12	12	12	10	10	12	6	6	12	12	12	12	12	10	11
74	7	10	7	10	10	6	10	7	6	10	5	6	10	5	7	10	7	10	10	10	10	10	8	6	10	10	10	7	10	7	10	10	6	6
75	14	14	12	14	14	13	14	14	12	14	13	12	14	13	14	14	13	14	14	14	14	14	12	12	14	14	14	14	14	14	14	14	12	13
76	32	35	33	36	36	31	36	31	32	36	31	32	35	31	32	36	32	36	36	36	36	36	34	31	36	35	35	31	36	32	36	36	31	31
77	2	5	3	6	6	1	6	1	2	6	1	2	5	1	2	6	2	6	6	6	6	6	4	1	6	5	5	1	6	2	6	6	1	1

c_{ij}	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
0	1	2	1	6	3	1	6	5	0	0
1	7	7	8	13	9	8	12	12	7	7
2	10	10	9	11	8	9	10	10	9	9
3	8	8	9	14	10	9	13	13	9	9
4	12	13	11	13	11	11	13	13	12	12
5	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
6	7	7	8	13	9	8	12	12	7	7
7	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
8	8	8	9	14	10	9	13	13	9	9
9	11	11	10	12	9	10	12	11	10	10
10	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
11	12	13	11	13	11	11	13	13	12	12
12	11	11	10	12	9	10	12	11	10	10
13	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7

14	12	13	11	13	11	11	13	13	12	12
15	12	13	11	13	11	11	7	7	12	12
16	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
17	2	2	3	7	4	3	7	7	2	2
18	12	13	11	13	11	11	13	13	12	12
19	7	7	5	10	7	5	10	10	6	6
20	12	12	11	13	10	11	13	12	11	11
21	12	12	11	13	10	11	7	6	11	11
22	8	9	7	10	6	7	10	9	8	8
23	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
24	11	12	10	12	10	10	12	12	11	11
25	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
26	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
27	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
28	7	7	6	10	7	6	10	9	7	7
29	9	10	8	10	8	8	10	10	9	9
30	11	11	10	12	9	10	12	11	10	10
31	8	8	9	14	10	9	13	13	8	8
32	9	10	8	10	8	8	10	10	9	9
33	6	7	6	10	7	6	10	10	6	6
34	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
35	10	10	9	11	8	9	10	10	9	9
36	11	12	10	6	10	10	12	12	11	11
37	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
38	8	9	7	10	6	7	10	9	8	8
39	12	13	11	13	11	11	13	13	12	12
40	8	8	7	12	8	7	11	11	8	8
41	12	12	11	13	10	11	13	12	11	11
42	11	12	10	12	10	10	12	12	11	11
43	7	7	7	12	9	7	12	12	7	7

44	11	11	10	12	9	10	6	5	10	10
45	11	12	10	12	10	10	12	12	11	11
46	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
47	11	11	10	12	9	10	12	11	10	10
48	12	13	11	13	11	11	6	7	12	12
49	13	13	12	8	11	12	14	13	12	12
50	4	4	5	9	6	5	9	9	4	4
51	10	11	9	12	9	9	11	11	10	10
52	8	8	9	14	10	9	13	13	8	8
53	7	7	8	13	9	8	12	12	7	7
54	8	8	9	14	10	9	13	13	8	8
55	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
56	11	12	10	12	10	10	5	6	11	11
57	11	11	10	6	9	10	12	11	10	10
58	7	7	8	12	9	8	12	12	7	7
59	7	8	6	9	4	6	9	8	7	7
60	7	8	6	9	4	6	9	8	7	7
61	12	13	11	13	11	11	6	7	12	12
62	8	8	9	14	10	9	13	13	8	8
63	13	14	12	14	12	12	8	8	13	13
64	7	7	6	10	7	6	10	10	7	7
65	8	9	7	10	6	7	10	9	8	8
66	11	12	10	12	10	10	12	12	11	11
67	11	12	10	12	10	10	5	6	11	11
68	12	12	11	13	10	11	7	6	11	11
69	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
70	11	11	10	6	9	10	12	11	10	10
71	8	9	7	10	6	7	10	9	8	8
72	11	12	10	6	10	10	12	12	11	11
73	11	12	10	12	10	10	12	12	11	11

74	6	7	6	10	7	6	10	10	6	6
75	13	14	12	14	12	12	14	14	13	13
76	31	32	31	36	33	31	36	35	30	30
77	1	2	1	6	3	1	6	5	0	0

Tabelle A.2: Explizite Werte für den Distanz-Parameter der Testinstanz

Die Entscheidungsvariable x_{ijk} wird für jeden Transporteur $k \in K$ als eigene Matrix bzw. Tabelle dargestellt, um die Dreidimensionalität übersichtlich und verständnisvoll abzubilden. Für die Testinstanz werden somit fünf Tabellen erstellt.

x_{ij1}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

[illegible]

[illegible]

x_{ij1}	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[illegible]

[illegible][illegible]

8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle A.3: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij1} der Testinstanz für den Transporteur 1

x_{ij2}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible][illegible]

4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle A.4: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij2} der Testinstanz für den Transporteur 2

x_{ij3}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
7	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	

[illegible]

[illegible]

[illegible]

x_{ij3}	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle A.5: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij3} der Testinstanz für den Transporteur 3

x_{ij4}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[illegible]

[illegible][illegible]

46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[illegible][illegible]

25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0

55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
69	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle A.6: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij4} der Testinstanz für den Transporteur 4

x_{ij5}	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33
0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

[illegible]

[illegible][illegible]

[illegible]

[illegible][illegible]

21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
29	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
31	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

51	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
52	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
53	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
54	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
56	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
57	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
58	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
59	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
60	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
61	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
62	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0
63	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
64	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
65	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
67	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
68	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
69	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
70	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
71	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
72	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
73	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
74	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
75	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
76	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
77	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle A.7: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable x_{ij5} der Testinstanz für den Transporteur 5

a_{ik}	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	0	24	0	0	0
2	0	0	0	0	9
3	0	11	0	0	0
4	13	0	0	0	0
5	26	0	0	0	0
6	0	0	0	0	51
7	43	0	0	0	0
8	56	0	0	0	0
9	0	49	0	0	0
10	0	0	53	0	0
11	0	75	0	0	0
12	0	64	0	0	0
13	0	0	0	0	65
14	0	0	0	76	0
15	96	0	0	0	0
16	0	96	0	0	0
17	107	0	0	0	0
18	0	0	105	0	0
19	0	126	0	0	0
20	0	113	0	0	0
21	112	0	0	0	0
22	0	0	118	0	0
23	0	0	0	0	118
24	0	0	126	0	0
25	0	145	0	0	0
26	0	0	0	124	0
27	131	0	0	0	0
28	0	0	0	0	132

29	0	135	0	0	0
30	0	0	141	0	0
31	0	0	0	156	0
32	0	0	0	146	0
33	0	159	0	0	0
34	0	0	0	0	183
35	158	0	0	0	0
36	0	0	0	167	0
37	0	0	0	179	0
38	186	0	0	0	0
39	0	0	0	214	0
40	0	0	0	0	204
41	0	0	0	0	222
42	0	0	223	0	0
43	211	0	0	0	0
44	0	235	0	0	0
45	0	0	242	0	0
46	0	0	0	243	0
47	0	0	0	0	274
48	0	0	0	250	0
49	0	0	274	0	0
50	0	0	0	277	0
51	279	0	0	0	0
52	0	0	0	265	0
53	0	0	0	0	266
54	0	0	291	0	0
55	294	0	0	0	0
56	286	0	0	0	0
57	0	0	300	0	0
58	0	0	0	0	303

59	0	0	0	290	0
60	0	0	0	0	317
61	0	332	0	0	0
62	0	0	337	0	0
63	0	0	345	0	0
64	0	0	0	0	347
65	0	0	0	360	0
66	0	0	362	0	0
67	0	0	388	0	0
68	0	397	0	0	0
69	0	0	0	388	0
70	0	0	400	0	0
71	0	418	0	0	0
72	0	0	0	0	415
73	0	0	0	0	441
74	428	0	0	0	0
75	0	0	0	422	0
76	230	170	190	300	140
77	434	434	443	450	452

Tabelle A.8: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable a_{ik} der Testinstanz

z_{sk}	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0

7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	1	0	0	0
13	0	1	0	0	0
14	0	1	0	0	0
15	0	0	1	0	0
16	0	0	1	0	0
17	0	0	1	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0
29	1	0	0	0	0
30	1	0	0	1	0
31	1	0	0	1	0
32	0	0	0	1	0
33	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	1

37	0	0	0	0	1
38	0	0	0	0	1
39	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0
44	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0

Tabelle A.9: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable z_{sk} der Testinstanz

z_{sk}^{start}	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0
12	0	1	0	0	0
13	0	0	0	0	0

14	0	0	0	0	0
15	0	0	1	0	0
16	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0
19	0	0	0	0	0
20	0	0	0	0	0
21	0	0	0	0	0
22	0	0	0	0	0
23	0	0	0	0	0
24	0	0	0	0	0
25	0	0	0	0	0
26	0	0	0	0	0
27	0	0	0	0	0
28	0	0	0	0	0
29	1	0	0	0	0
30	0	0	0	1	0
31	0	0	0	0	0
32	0	0	0	0	0
33	0	0	0	0	0
34	0	0	0	0	0
35	0	0	0	0	0
36	0	0	0	0	1
37	0	0	0	0	0
38	0	0	0	0	0
39	0	0	0	0	0
40	0	0	0	0	0
41	0	0	0	0	0
42	0	0	0	0	0
43	0	0	0	0	0

44	0	0	0	0	0
45	0	0	0	0	0
46	0	0	0	0	0
47	0	0	0	0	0
48	0	0	0	0	0

Tabelle A.10: Explizite Werte für die Entscheidungsvariable z_{sk}^{start} der Testinstanz

A.4 Ergebnisse der SGH mit den Solution Limits {1, 2, 3, 4, 5} für alle vier Problemgrößen

75 – 5 Instanzen	SGH – Solution Limit: 1				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	115	15
02	15	0,0	0	93	15
03	15	0,0	0	96	15
04	15	0,0	0	104	15
05	15	0,0	0	114	15
06	15	0,0	0	137	15
07	15	0,0	0	108	15
08	15	0,0	0	139	15
09	15	0,0	0	127	15
10	15	0,0	0	81	15

Tabelle A.11: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (75-5)

75 – 5 Instanzen	SGH – Solution Limit: 2				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	43	15
02	17	11,8	2	50	17
03	15	0,0	0	47	15
04	15	0,0	0	55	15
05	15	0,0	0	53	15
06	15	0,0	0	51	15
07	15	0,0	0	50	15
08	15	0,0	0	58	15
09	15	0,0	0	58	15
10	18	16,7	3	54	18

Tabelle A.12: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (75-5)

75 – 5 Instanzen	SGH – Solution Limit: 3				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	67	15
02	15	0,0	0	40	15
03	15	0,0	0	35	15
04	15	0,0	0	36	15
05	15	0,0	0	44	15
06	16	6,3	1	38	16
07	18	16,7	3	44	18
08	15	0,0	0	38	15
09	15	0,0	0	52	15
10	15	0,0	0	43	15

Tabelle A.13: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (75-5)

75 – 5 Instanzen	SGH – Solution Limit: 4				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	63	15
02	17	11,8	2	35	17
03	16	6,3	1	57	16
04	21	28,6	6	38	21
05	15	0,0	0	57	15
06	15	0,0	0	37	15
07	16	6,3	1	42	16
08	15	0,0	0	42	15
09	15	0,0	0	57	15
10	15	0,0	0	277	15

Tabelle A.14: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (75-5)

75 – 5	SGH – Solution Limit: 5				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	46	15
02	15	0,0	0	46	15
03	16	6,3	1	49	16
04	15	0,0	0	46	15
05	15	0,0	0	54	15
06	16	6,3	1	41	16
07	25	40,0	10	42	25
08	15	0,0	0	38	15
09	19	21,1	4	54	19
10	16	6,3	1	47	16

Tabelle A. 15: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (75-5)

100 – 5	SGH – Solution Limit: 1				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	301	20
02	20	0,0	0	352	20
03	20	0,0	0	323	20
04	20	0,0	0	233	20
05	20	0,0	0	284	20
06	20	0,0	0	269	20
07	20	0,0	0	272	20
08	20	0,0	0	267	20
09	20	0,0	0	291	20
10	20	0,0	0	306	20

Tabelle A. 16: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (100-5)

100 – 5	SGH – Solution Limit: 2				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	133	20
02	20	0,0	0	107	20
03	20	0,0	0	116	20
04	21	4,8	1	109	21
05	20	0,0	0	124	20
06	20	0,0	0	113	20
07	20	0,0	0	134	20
08	20	0,0	0	137	20
09	20	0,0	0	132	20
10	20	0,0	0	101	20

Tabelle A.17: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (100-5)

100 – 5	SGH – Solution Limit: 3				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	205	20
02	20	0,0	0	95	20
03	20	0,0	0	75	20
04	20	0,0	0	84	20
05	20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	86	20
08	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	90	20

Tabelle A.18: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (100-5)

100 – 5	SGH – Solution Limit: 4				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	198	20
02	20	0,0	0	179	20
03	20	0,0	0	84	20
04	20	0,0	0	101	20
05	20	0,0	0	252	20
06	20	0,0	0	87	20
07	20	0,0	0	90	20
08	20	0,0	0	99	20
09	20	0,0	0	86	20
10	20	0,0	0	112	20

Tabelle A.19: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (100-5)

100 – 5	SGH – Solution Limit: 5				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	86	20
02	20	0,0	0	165	20
03	22	9,1	2	111	22
04	20	0,0	0	89	20
05	20	0,0	0	330	20
06	20	0,0	0	115	20
07	20	0,0	0	101	20
08	23	13,0	3	107	23
09	20	0,0	0	503	20
10	23	13,0	3	92	23

Tabelle A.20: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (100-5)

150 – 10		SGH – Solution Limit: 1			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	542	15
02	15	0,0	0	539	15
03	24	37,5	9	620	24
04	15	0,0	0	620	15
05	15	0,0	0	534	15
06	15	0,0	0	662	15
07	15	0,0	0	618	15
08	15	0,0	0	598	15
09	15	0,0	0	756	15
10	15	0,0	0	573	15

Tabelle A.21: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (150-10)

150 – 10		SGH – Solution Limit: 2			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	341	15
02	15	0,0	0	308	15
03	15	0,0	0	358	15
04	15	0,0	0	423	15
05	15	0,0	0	341	15
06	15	0,0	0	394	15
07	15	0,0	0	336	15
08	15	0,0	0	410	15
09	18	16,7	3	347	18
10	15	0,0	0	340	15

Tabelle A.22: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (150-10)

150 – 10		SGH – Solution Limit: 3			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	282	15
02	15	0,0	0	298	15
03	15	0,0	0	310	15
04	18	16,7	3	295	18
05	15	0,0	0	314	15
06	17	11,8	2	284	17
07	15	0,0	0	295	15
08	15	0,0	0	290	15
09	15	0,0	0	281	15
10	15	0,0	0	310	15

Tabelle A.23: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (150-10)

150 – 10		SGH – Solution Limit: 4			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	16	6,3	1	292	16
02	17	11,8	2	275	17
03	15	0,0	0	1.583	15
04	15	0,0	0	313	15
05	16	6,3	1	357	16
06	15	0,0	0	472	15
07	15	0,0	0	322	15
08	18	16,7	3	543	18
09	15	0,0	0	376	15
10	15	0,0	0	476	15

Tabelle A.24: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (150-10)

150 – 10		SGH – Solution Limit: 5			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	16	6,3	1	339	16
02	16	6,3	1	2.584	16
03	17	11,8	2	464	17
04	15	0,0	0	900	15
05	17	11,8	2	784	17
06	15	0,0	0	335	15
07	15	0,0	0	307	15
08	15	0,0	0	532	15
09	16	6,3	1	500	16
10	15	0,0	0	775	15

Tabelle A.25: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (150-10)

200 – 10		SGH – Solution Limit: 1			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	30	33,3	10	2.992	30
02	84.017	99,98	83.997	2.442	17
03	20	0,0	0	1.830	20
04	87.016	99,98	86.996	2.408	16
05	81.015	99,98	80.995	2.723	15
06	23	13,0	3	4.211	23
07	21	4,8	1	1.634	21
08	65.016	99,97	64.996	1.749	16
09	20	0,0	0	1.861	20
10	20	0,0	0	1.471	20

Tabelle A.26: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 1 für die Instanzgröße (200-10)

200 – 10		SGH – Solution Limit: 2			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	1.297	20
02	20	0,0	0	1.341	20
03	20	0,0	0	1.123	20
04	20	0,0	0	1.189	20
05	20	0,0	0	1.267	20
06	78.018	99,97	77.998	1.238	18
07	20	0,0	0	880	20
08	20	0,0	0	1.193	20
09	20	0,0	0	1.066	20
10	20	0,0	0	970	20

Tabelle A.27: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 2 für die Instanzgröße (200-10)

200 – 10		SGH – Solution Limit: 3			
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	818	20
02	20	0,0	0	836	20
03	20	0,0	0	716	20
04	20	0,0	0	786	20
05	20	0,0	0	2.049	20
06	20	0,0	0	1.401	20
07	20	0,0	0	768	20
08	20	0,0	0	875	20
09	21	4,8	1	795	21
10	20	0,0	0	662	20

Tabelle A.28: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 3 für die Instanzgröße (200-10)

200 – 10		SGH – Solution Limit: 4				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01		22	9,1	2	705	22
02		21	4,8	1	4.347	21
03		20	0,0	0	765	20
04		20	0,0	0	728	20
05		20	0,0	0	4.329	20
06		20	0,0	0	972	20
07		20	0,0	0	962	20
08		20	0,0	0	860	20
09		20	0,0	0	755	20
10		20	0,0	0	15.392	20

Tabelle A.29: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 4 für die Instanzgröße (200-10)

200 – 10		SGH – Solution Limit: 5				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01		20	0,0	0	693	20
02		20	0,0	0	2.108	20
03		20	0,0	0	1.118	20
04		20	0,0	0	964	20
05		20	0,0	0	2.496	20
06		20	0,0	0	1.439	20
07		20	0,0	0	22.480	20
08		20	0,0	0	1.072	20
09		20	0,0	0	1.004	20
10		20	0,0	0	26.300	20

Tabelle A.30: Ergebnisse der SGH mit Solution Limit: 5 für die Instanzgröße (200-10)

A.5 Ergebnisse der einzelnen vier Phasen der SGH für die Problemgrößen (100 – 5), (150 – 10) und (200 – 10)

100 – 5 Instanzen	Phase 1: Spaltengenerierung				
	ZFW	Zeit (Sek.)	#Iterationen	#Spalten	$\bar{p}$
01	20	198	55	143	20
02	20	93	57	152	20
03	20	73	48	128	20
04	20	83	52	137	20
05	20	74	46	123	20
06	20	87	55	141	20
07	20	80	51	132	20
08	20	85	55	146	20
09	20	93	55	150	20
10	20	83	50	135	20

Tabelle A.31: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (100-5)

100 – 5 Instanzen	Phase 2: Randomisierter Algorithmus				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	26.028	99,9	26.008	0,015	28
02	18.033	99,9	18.013	0,017	33
03	21.036	99,9	21.016	0,016	36
04	20.036	99,9	20.016	0,020	36
05	26.030	99,9	26.010	0,014	30
06	22.032	99,9	22.012	0,016	32
07	27.031	99,9	27.011	0,017	31
08	29.030	99,9	29.010	0,015	30
09	29.027	99,9	29.007	0,015	27
10	27.031	99,9	27.011	0,016	31

Tabelle A.32: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (100-5)

100 – 5	Phase 3: Reparatur der Überdeckung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	26.015	99,9	25.995	0,008	15
02	18.020	99,9	18.000	0,008	20
03	21.017	99,9	20.997	0,011	17
04	20.018	99,9	19.998	0,010	18
05	26.016	99,9	25.996	0,010	16
06	22.020	99,9	22.000	0,011	20
07	27.017	99,9	26.997	0,009	17
08	29.016	99,9	28.996	0,006	16
09	29.018	99,9	28.998	0,005	18
10	27.017	99,9	26.997	0,009	17

Tabelle A.33: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (100-5)

100 – 5	Phase 4: Reparatur der Unterdeckung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	6,7	20
02	20	0,0	0	1,6	20
03	20	0,0	0	2,0	20
04	20	0,0	0	1,6	20
05	20	0,0	0	6,0	20
06	20	0,0	0	3,4	20
07	20	0,0	0	5,8	20
08	20	0,0	0	5,5	20
09	20	0,0	0	24,3	20
10	20	0,0	0	6,3	20

Tabelle A.34: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (100-5)

150 – 10 Instanzen	Phase 1: Spaltengenerierung				
	ZFW	Zeit (Sek.)	#Iterationen	#Spalten	$\bar{p}$
01	15	275	73	189	15
02	15	294	78	202	15
03	15	304	80	210	15
04	15	274	75	194	15
05	15	310	82	214	15
06	15	280	78	204	15
07	15	276	76	198	15
08	15	286	73	188	15
09	15	268	77	198	15
10	15	296	78	204	15

Tabelle A.35: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (150-10)

150 – 10 Instanzen	Phase 2: Randomisierter Algorithmus				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	19.032	99,9	19.017	0,04	32
02	19.037	99,9	19.022	0,04	37
03	21.038	99,9	21.023	0,04	38
04	21.038	99,9	21.023	0,03	38
05	20.041	99,9	20.026	0,04	41
06	26.035	99,9	26.020	0,03	35
07	27.038	99,9	27.023	0,04	38
08	21.037	99,9	21.022	0,04	37
09	24.037	99,9	24.022	0,04	37
10	23.033	99,9	23.018	0,04	33

Tabelle A.36: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (150-10)

150 – 10	Phase 3: Reparatur der Überdeckung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	19.014	99,9	18.999	0,03	14
02	19.015	99,9	19.000	0,04	15
03	21.014	99,9	20.999	0,04	14
04	21.018	99,9	21.003	0,03	18
05	20.015	99,9	20.000	0,04	15
06	26.017	99,9	26.002	0,03	27
07	27.014	99,9	26.999	0,03	14
08	21.015	99,9	21.000	0,04	15
09	24.015	99,9	24.000	0,03	15
10	23.015	99,9	23.000	0,03	15

Tabelle A.37: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (150-10)

150 – 10	Phase 4: Reparatur der Unterdeckung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	15	0,0	0	6,7	15
02	15	0,0	0	4,0	15
03	15	0,0	0	5,9	15
04	18	16,7	3	21,1	18
05	15	0,0	0	4,5	15
06	17	11,8	2	4,6	17
07	15	0,0	0	18,9	15
08	15	0,0	0	4,3	15
09	15	0,0	0	12,9	15
10	15	0,0	0	14,3	15

Tabelle A.38: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (150-10)

200 – 10 Instanzen	Phase 1: Spaltengenerierung				
	ZFW	Zeit (Sek.)	#Iterationen	#Spalten	$\bar{p}$
01	20	563	94	252	20
02	20	807	122	336	20
03	20	695	101	273	20
04	20	746	116	318	20
05	20	651	100	268	20
06	20	927	132	366	20
07	20	745	98	264	20
08	20	782	106	288	20
09	20	710	99	267	20
10	20	628	88	234	20

Tabelle A.39: Ergebnisse der Spaltengenerierung – Phase 1 der SGH (200-10)

200 – 10 Instanzen	Phase 2: Randomisierter Algorithmus				
	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	57.038	99,96	57.018	0,04	38
02	41.041	99,95	41.021	0,05	41
03	26.038	99,92	26.018	0,06	38
04	46.039	99,96	46.019	0,05	39
05	45.042	99,96	45.022	0,05	42
06	57.038	99,96	57.018	0,04	38
07	36.035	99,94	36.015	0,06	35
08	43.037	99,95	43.017	0,05	37
09	46.038	99,96	46.018	0,05	38
10	40.037	99,95	40.017	0,06	37

Tabelle A.40: Ergebnisse des randomisierten Algorithmus – Phase 2 der SGH (200-10)

200 – 10	Phase 3: Reparatur der Überdeckung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	57.018	99,96	56.998	0,04	18
02	41.019	99,95	40.999	0,04	19
03	26.019	99,92	25.999	0,05	19
04	46.019	99,96	45.999	0,04	19
05	45.017	99,96	44.997	0,04	17
06	57.019	99,96	56.999	0,04	19
07	36.018	99,94	35.998	0,05	18
08	43.019	99,95	42.999	0,04	19
09	46.021	99,96	46.001	0,04	21
10	40.019	99,95	39.999	0,05	19

Tabelle A.41: Ergebnisse der Reparatur der Überdeckung – Phase 3 der SGH (200-10)

200 – 10	Phase 4: Reparatur der Unterdeckung				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{p}$
01	20	0,0	0	255	20
02	20	0,0	0	29	20
03	20	0,0	0	21	20
04	20	0,0	0	40	20
05	20	0,0	0	1.398	20
06	20	0,0	0	474	20
07	20	0,0	0	23	20
08	20	0,0	0	93	20
09	21	4,8	1	85	21
10	20	0,0	0	34	20

Tabelle A.42: Ergebnisse der Reparatur der Unterdeckung – Phase 4 der SGH (200-10)

A.6 Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 der SGH – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus – für die Problemgrößen (100 – 5), (150 – 10) und (200 – 10)

100 – 5		MP als IP					Randomisierter Algorithmus				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01		1.033	98,1	1.013	4,335	33	26.028	99,9	26.008	0,015	28
02		1.031	98,1	1.011	4,976	31	18.033	99,9	18.013	0,017	33
03		1.035	98,1	1.015	4,351	35	21.036	99,9	21.016	0,016	36
04		3.031	99,3	3.011	5,329	31	20.036	99,9	20.016	0,020	36
05		7.029	99,7	7.009	4,875	29	26.030	99,9	26.010	0,014	30
06		34	41,2	14	3,946	34	22.032	99,9	22.012	0,016	32
07		6.026	99,7	6.006	4,913	26	27.031	99,9	27.011	0,017	31
08		1.037	98,1	1.017	4,893	37	29.030	99,9	29.010	0,015	30
09		8.030	99,8	8.010	7,167	30	29.027	99,9	29.007	0,015	27
10		3.026	99,3	3.006	5,034	26	27.031	99,9	27.011	0,016	31

Tabelle A.43: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (100-5)

150 – 10		MP als IP					Randomisierter Algorithmus				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01		32	53,1	17	64,65	32	19.032	99,9	19.017	0,04	32
02		31	51,6	16	16,82	31	19.037	99,9	19.022	0,04	37
03		37	59,5	22	606,24	37	21.038	99,9	21.023	0,04	38
04		34	55,9	19	24,49	34	21.038	99,9	21.023	0,03	38
05		34	55,9	19	21,71	34	20.041	99,9	20.026	0,04	41
06		34	55,9	19	17,97	34	26.035	99,9	26.020	0,03	35
07		33	54,6	18	30,43	33	27.038	99,9	27.023	0,04	38
08		37	59,5	22	27,79	37	21.037	99,9	21.022	0,04	37
09		36	58,3	21	28,06	36	24.037	99,9	24.022	0,04	37
10		35	57,1	20	144,86	35	23.033	99,9	23.018	0,04	33

Tabelle A.44: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (150-10)

200 – 10		MP als IP					Randomisierter Algorithmus				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01		6.040	99,7	6.020	46,00	40	57.038	99,96	57.018	0,04	38
02		1.042	98,1	1.022	213,93	42	41.041	99,95	41.021	0,05	41
03		3.037	99,3	3.017	215,90	37	26.038	99,92	26.018	0,06	38
04		4.037	99,5	4.017	540,01	37	46.039	99,96	46.019	0,05	39
05		5.041	99,6	5.021	421,72	41	45.042	99,96	45.022	0,05	42
06		9.039	99,8	9.019	843,23	39	57.038	99,96	57.018	0,04	38
07		3.038	99,3	3.018	544,00	38	36.035	99,94	36.015	0,06	35
08		2.040	99,0	2.020	66,99	40	43.037	99,95	43.017	0,05	37
09		4.038	99,5	4.018	168,14	38	46.038	99,96	46.018	0,05	38
10		3.043	99,3	3.023	136,77	43	40.037	99,95	40.017	0,06	37

Tabelle A.45: Vergleich der Ergebnisse aus Phase 2 – MP als IP vs. randomisierter Algorithmus (200-10)

A.7 Ergebnisse der SGH mit Bestrafungsparameter $C^{out} = \{100, 1.000, 10.000\}$ für die Problemgrößen (100 – 5), (150 – 10) und (200 – 10)

100 – 5		SGH mit $C^{out} = 100$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
Instanzen		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01		20	0,0	0	113	20	20	0,0	0	205	20
02		20	0,0	0	118	20	20	0,0	0	95	20
03		20	0,0	0	102	20	20	0,0	0	75	20
04		20	0,0	0	102	20	20	0,0	0	84	20
05		20	0,0	0	117	20	20	0,0	0	80	20
06		20	0,0	0	197	20	20	0,0	0	91	20
07		20	0,0	0	110	20	20	0,0	0	86	20
08		20	0,0	0	262	20	20	0,0	0	91	20
09		20	0,0	0	116	20	20	0,0	0	118	20
10		20	0,0	0	188	20	20	0,0	0	90	20

Tabelle A.46: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (100-5)

100 – 5		SGH mit $C^{out} = 10.000$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	95	20		20	0,0	0	205	20
02	20	0,0	0	178	20		20	0,0	0	95	20
03	20	0,0	0	80	20		20	0,0	0	75	20
04	20	0,0	0	87	20		20	0,0	0	84	20
05	20	0,0	0	112	20		20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	91	20		20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	102	20		20	0,0	0	86	20
08	22	9,1	2	100	20		20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	116	20		20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	85	20		20	0,0	0	90	20

Tabelle A.47: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (100-5)

150 – 10		SGH mit $C^{out} = 100$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$		ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	16	6,3	1	1.027	16		15	0,0	0	282	15
02	16	6,3	1	310	16		15	0,0	0	298	15
03	17	11,8	2	348	17		15	0,0	0	310	15
04	15	0,0	0	305	15		18	16,7	3	295	18
05	16	6,3	1	330	16		15	0,0	0	314	15
06	15	0,0	0	342	15		17	11,8	2	284	17
07	17	11,8	2	264	17		15	0,0	0	295	15
08	17	11,8	2	294	17		15	0,0	0	290	15
09	15	0,0	0	256	15		15	0,0	0	281	15
10	18	16,7	3	315	18		15	0,0	0	310	15

Tabelle A.48: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (150-10)

150 – 10	SGH mit $C^{out} = 10.000$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	16	6,3	1	278	16	15	0,0	0	282	15
02	16	6,3	1	289	16	15	0,0	0	298	15
03	17	11,8	2	274	17	15	0,0	0	310	15
04	15	0,0	0	311	15	18	16,7	3	295	18
05	16	6,3	1	296	16	15	0,0	0	314	15
06	17	11,8	2	290	17	17	11,8	2	284	17
07	16	6,3	1	296	16	15	0,0	0	295	15
08	15	11,8	2	307	15	15	0,0	0	290	15
09	15	0,0	0	268	15	15	0,0	0	281	15
10	15	16,7	3	389	15	15	0,0	0	310	15

Tabelle A.49: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (150-10)

200 – 10		SGH mit $C^{out} = 100$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	
01	20	0,0	0	1.202	20	20	0,0	0	818	20	
02	20	0,0	0	906	20	20	0,0	0	836	20	
03	20	0,0	0	785	20	20	0,0	0	716	20	
04	20	0,0	0	880	20	20	0,0	0	786	20	
05	20	0,0	0	933	20	20	0,0	0	2.049	20	
06	20	0,0	0	1.140	20	20	0,0	0	1.401	20	
07	20	0,0	0	7.986	20	20	0,0	0	768	20	
08	20	0,0	0	921	20	20	0,0	0	875	20	
09	20	0,0	0	981	20	21	4,8	1	795	21	
10	20	0,0	0	923	20	20	0,0	0	662	20	

Tabelle A.50: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 100 vs. 1.000 (200-10)

200 – 10	SGH mit $C^{out} = 10.000$					SGH mit $C^{out} = 1.000$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	829	20	20	0,0	0	818	20
02	20	0,0	0	756	20	20	0,0	0	836	20
03	20	0,0	0	2.508	20	20	0,0	0	716	20
04	20	0,0	0	852	20	20	0,0	0	786	20
05	20	0,0	0	1.365	20	20	0,0	0	2.049	20
06	20	0,0	0	1.177	20	20	0,0	0	1.401	20
07	20	0,0	0	4.079	20	20	0,0	0	768	20
08	20	0,0	0	4.731	20	20	0,0	0	875	20
09	20	0,0	0	852	20	21	4,8	1	795	21
10	20	0,0	0	977	20	20	0,0	0	662	20

Tabelle A.51: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH - mit Bestrafungsparameter 10.000 vs. 1.000 (200-10)

A.8 Ergebnisse der SGH mit der Variabilität des Parameters $\bar{b}$ für die maximale Anzahl an Transporteuren, die gleichzeitig in Pause sein dürfen

75 – 5	SGH ohne $\bar{b} = 1$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	54,3	15	15	0,0	0	67,1	15
02	15	0,0	0	33,8	15	15	0,0	0	37,9	15
03	15	0,0	0	43,1	15	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	37,3	15	15	0,0	0	36,5	15
05	18	16,7	3	38,5	18	15	0,0	0	44,3	15
06	15	0,0	0	34,8	15	16	6,3	1	37,5	15
07	15	0,0	0	47,6	15	18	16,7	3	44,5	15
08	17	11,8	2	47,5	17	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	43,1	15	15	0,0	0	51,9	15
10	15	0,0	0	42,0	15	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle A.52: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal ein vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (75-5)

75 – 5	SGH ohne $\bar{b} = 3$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	48,7	15	15	0,0	0	67,1	15
02	16	6,3	1	37,2	16	15	0,0	0	37,9	15
03	17	11,8	2	35,8	17	15	0,0	0	35,1	15
04	15	0,0	0	29,8	15	15	0,0	0	36,5	15
05	22	31,8	7	39,3	22	15	0,0	0	44,3	15
06	15	0,0	0	35,3	15	16	6,3	1	37,5	15
07	22	31,8	7	36,8	22	18	16,7	3	44,5	15
08	19	21,1	4	36,7	19	15	0,0	0	38,1	15
09	15	0,0	0	145,3	15	15	0,0	0	51,9	15
10	17	11,8	2	44,7	17	15	0,0	0	42,6	15

Tabelle A.53: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (75-5)

100 – 5	SGH ohne $\bar{b} = 1$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	93	20	20	0,0	0	205	20
02	20	0,0	0	104	20	20	0,0	0	95	20
03	20	0,0	0	75	20	20	0,0	0	75	20
04	22	9,1	2	101	22	20	0,0	0	84	20
05	20	0,0	0	195	20	20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	101	20	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	100	20	20	0,0	0	86	20
08	20	0,0	0	98	20	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	112	20	20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	121	20	20	0,0	0	90	20

Tabelle A.54: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal ein vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (100-5)

100 – 5	SGH ohne $\bar{b} = 3$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	95	20	20	0,0	0	205	20
02	20	0,0	0	125	20	20	0,0	0	95	20
03	25	20,0	5	73	25	20	0,0	0	75	20
04	20	0,0	0	93	20	20	0,0	0	84	20
05	23	13,0	3	91	23	20	0,0	0	80	20
06	20	0,0	0	79	20	20	0,0	0	91	20
07	20	0,0	0	101	20	20	0,0	0	86	20
08	20	0,0	0	77	20	20	0,0	0	91	20
09	20	0,0	0	1.174	20	20	0,0	0	118	20
10	20	0,0	0	93	20	20	0,0	0	90	20

Tabelle A.55: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (100-5)

150 – 10	SGH ohne $\bar{b} = 1$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	25.015	99,94	25.000	268	15	15	0,0	0	282	15
02	17.016	99,91	17.001	299	16	15	0,0	0	298	15
03	16.016	99,91	16.001	286	16	15	0,0	0	310	15
04	29.017	99,95	29.002	263	17	18	16,7	3	295	18
05	26.013	99,94	25.998	271	13	15	0,0	0	314	15
06	27.015	99,94	27.000	274	15	17	11,8	2	284	17
07	18.017	99,92	18.002	287	17	15	0,0	0	295	15
08	26.016	99,94	26.001	307	16	15	0,0	0	290	15
09	18.015	99,92	18.00	279	15	15	0,0	0	281	15
10	25.015	99,94	25.00	277	15	15	0,0	0	310	15

Tabelle A.56: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal ein vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (150-10)

150 – 10	SGH ohne $\bar{b} = 3$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	15	0,0	0	319	15	15	0,0	0	282	15
02	15	0,0	0	294	15	15	0,0	0	298	15
03	15	0,0	0	254	15	15	0,0	0	310	15
04	15	0,0	0	273	15	18	16,7	3	295	18
05	17	11,8	2	271	17	15	0,0	0	314	15
06	16	6,3	1	287	16	17	11,8	2	284	17
07	17	11,8	2	252	17	15	0,0	0	295	15
08	15	0,0	0	370	15	15	0,0	0	290	15
09	18	16,7	3	308	18	15	0,0	0	281	15
10	15	0,0	0	369	15	15	0,0	0	310	15

Tabelle A.57: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (150-10)

200 – 10	SGH ohne $\bar{b} = 3$					SGH mit $\bar{b} = 2$				
Instanzen	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$	ZFW	OL (%)	Abs. OL	Zeit (Sek.)	$\bar{P}$
01	20	0,0	0	814	20	20	0,0	0	818	20
02	20	0,0	0	719	20	20	0,0	0	836	20
03	20	0,0	0	760	20	20	0,0	0	716	20
04	20	0,0	0	827	20	20	0,0	0	786	20
05	20	0,0	0	713	20	20	0,0	0	2.049	20
06	20	0,0	0	916	20	20	0,0	0	1.401	20
07	20	0,0	0	683	20	20	0,0	0	768	20
08	20	0,0	0	869	20	20	0,0	0	875	20
09	20	0,0	0	5.950	20	21	4,8	1	795	21
10	20	0,0	0	759	20	20	0,0	0	662	20

Tabelle A.58: Vergleich der Ergebnisse aus der SGH – maximal drei vs. zwei Transporteure, die gleichzeitig in Pause sein dürfen (200-10)

Literaturverzeichnis

- Adulyasak, Y., Cordeau, J.-F., & Jans, R. (2014). Formulations and Branch-and-Cut Algorithms for Multivehicle Production and Inventory Routing Problems. *INFORMS Journal on Computing*, 26(1), 103–120. <https://doi.org/10.1287/ijoc.2013.0550>
- Ahuja, R. K., Ergun, Ö., Orlin, J. B., & Punnen, A. P. (2002). A survey of very large-scale neighborhood search techniques. *Discrete Applied Mathematics*, 123(1-3), 75-102.
- Ahuja, R. K., Magnanti, Thomas L., & Orlin, James B. (1993). *Network Flow: Theory, Algorithms, and Applications*. Prentice Hall.
- Azi, N., Gendreau, M., & Potvin, J.-Y. (2010). An exact algorithm for a vehicle routing problem with time windows and multiple use of vehicles. *European Journal of Operational Research*, 202(3), 756–763. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2009.06.034>
- Baldacci, R., Battarra, M., & Vigo, D. (2008). Routing a Heterogeneous Fleet of Vehicles. In B. Golden, S. Raghavan, & E. Wasil (Hrsg.), *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges* (Bd. 43, S. 3–27). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8_1
- Baldacci, R., Mingozzi, A., & Roberti, R. (2011). New Route Relaxation and Pricing Strategies for the Vehicle Routing Problem. *Operations Research*, 59(5), 1269-1283.
- Baldacci, R., Mingozzi, A., & Roberti, R. (2012). Recent exact algorithms for solving the vehicle routing problem under capacity and time window constraints. *European Journal of Operational Research*, 218(1), 1–6. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.07.037>
- Baños, R., Ortega, J., Gil, C., Márquez, A. L., & De Toro, F. (2013). A hybrid meta-heuristic for multi-objective vehicle routing problems with time windows. *Computers & Industrial Engineering*, 65(2), 286–296. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2013.01.007>
- Battarra, M., Erdoğan, G., & Vigo, D. (2014). Exact Algorithms for the Clustered Vehicle Routing Problem. *Operations Research*, 62(1), 58–71. <https://doi.org/10.1287/opre.2013.1227>
- Beaudry, A., Laporte, G., Melo, T., & Nickel, S. (2010). Dynamic transportation of patients in hospitals. *OR Spectrum*, 32(1), 77–107. <https://doi.org/10.1007/s00291-008-0135-6>
- Bektas, T. (2006). The multiple traveling salesman problem: An overview of formulations and solution procedures. *Omega*, 34(3), 209–219. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2004.10.004>
- Bektaş, T., & Laporte, G. (2011). The Pollution-Routing Problem. *Transportation Research Part B: Methodological*, 45(8), 1232–1250. <https://doi.org/10.1016/j.trb.2011.02.004>
- Bent, R., & Van Hentenryck, P. (2004). A Two-Stage Hybrid Local Search for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 38(4), 515-530.

- Bertazzi, L., & Speranza, M. G. (2012). Inventory routing problems: An introduction. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 1(4), 307–326.
<https://doi.org/10.1007/s13676-012-0016-7>
- Božić, D., Šego, D., Stanković, R., & Šafran, M. (2022). Logistics in healthcare: a selected review of literature from 2010 to 2022. *Transportation Research Procedia*, 64, 288–298, 10.1016/j.trpro.2022.09.033
- Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005a). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part I: Route Construction and Local Search Algorithms. *Transportation Science*, 39(1), 104–118. <https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0056>
- Bräysy, O., & Gendreau, M. (2005b). Vehicle Routing Problem with Time Windows, Part II: Metaheuristics. *Transportation Science*, 39(1), 119–139.
<https://doi.org/10.1287/trsc.1030.0057>
- Bundesministerium der Justiz. (2024, November 18). Arbeitszeitgesetz (ArbZG) § 4 Ruhepausen. [https://www.gesetze-im-internet.de/arbzg/_4.html#:~:text=Arbeitszeitgesetz%20\(ArbZG\),neun%20Stunden%20insgesamt%20zu%20unterbrechen.](https://www.gesetze-im-internet.de/arbzg/_4.html#:~:text=Arbeitszeitgesetz%20(ArbZG),neun%20Stunden%20insgesamt%20zu%20unterbrechen.)
- Burkard, R. E., & Zimmermann, U. T. (2013). Einführung in die Mathematische Optimierung. Springer-Lehrbuch, Springer Berlin, ISBN: 978-3-642-28673-5.
- Burns, L. R., & Lee, J. A. (2008). Hospital purchasing alliances: Utilization, services, and performance. *Health Care Management Review*, 33(3), 203–215.
<https://doi.org/10.1097/01.HMR.0000324906.04025.33>
- Campbell, A. M., & Wilson, J. H. (2014). Forty years of periodic vehicle routing. *Networks*, 63(1), 2–15. <https://doi.org/10.1002/net.21527>
- Cappart, Q., Thomas, C., Schaus, P., & Rousseau, L.-M. (2018). A Constraint Programming Approach for Solving Patient Transportation Problems. In J. Hooker (Hrsg.), *Principles and Practice of Constraint Programming* (Bd. 11008, S. 490–506). Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-319-98334-9_32
- Cattaruzza, D., Absi, N., Feillet, D., & Vidal, T. (2014). A memetic algorithm for the Multi Trip Vehicle Routing Problem. *European Journal of Operational Research*, 236(3), 833–848. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.06.012>
- Chabrier, A. (2006). Vehicle Routing Problem with elementary shortest path based column generation. *Computers & Operations Research*, 33(10), 2972–2990.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.02.029>
- Chao, I.-M. (2002). A tabu search method for the truck and trailer routing problem. *Computers & Operations Research*, 29(1), 33–51. [https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(00\)00056-3](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(00)00056-3)
- Cherfi, N., & Hifi, M. (2010). A column generation method for the multiple-choice multi-dimensional knapsack problem. *Computational Optimization and Applications*, 46(1), 51–73. <https://doi.org/10.1007/s10589-008-9184-7>

- Cissé, M., Yalçındağ, S., Kergosien, Y., Şahin, E., Lenté, C., & Matta, A. (2017). OR problems related to Home Health Care: A review of relevant routing and scheduling problems. *Operations Research for Health Care*, 13–14, 1–22. <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2017.06.001>
- Coelho, L. C., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2014). Thirty Years of Inventory Routing. *Transportation Science*, 48(1), 1–19. <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0472>
- Coppi, A., Detti, P., & Raffaelli, J. (2013). A planning and routing model for patient transportation in health care. *Electronic Notes in Discrete Mathematics*, 41, 125–132. <https://doi.org/10.1016/j.endm.2013.05.084>
- Cordeau, J.-F., Desaulniers, G., Desrosiers, J., Solomon, M. M., & Soumis, F. (2002). VRP with Time Windows. In *The Vehicle Routing Problem*. Toth, P., & Vigo, D. SIAM, Philadelphia, Chapter 7, 157–193.
- Coustasse, A., Tomblin, S., & Slack, C. (2013). Impact of Radio-Frequency Identification (RFID) Technologies on the Hospital Supply Chain: A Literature Review. *Perspectives in Health Information Management*.
- Dantzig, G. B., & Ramser, J. H. (1959). The Truck Dispatching Problem. *Management Science*, 6(1), 80–91.
- Dayarian, I., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Rei, W. (2015). A column generation approach for a multi-attribute vehicle routing problem. *European Journal of Operational Research*, 241(3), 888–906. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2014.09.015>
- De Freitas Aquino, R., & Arroyo, J. E. C. (2014). A hybrid multi-objective iterated local search heuristic for vehicle routing problem with time windows. 2014 14th International Conference on Hybrid Intelligent Systems, 117–122. <https://doi.org/10.1109/HIS.2014.7086183>
- Derigs, U., Gottlieb, J., Kalkoff, J., Piesche, M., Rothlauf, F., & Vogel, U. (2011). Vehicle routing with compartments: Applications, modelling and heuristics. *OR Spectrum*, 33(4), 885–914. <https://doi.org/10.1007/s00291-010-0194-3>
- Desaulniers, G., Desrosiers, J., & Solomon, M. M. (2005). *Column Generation*. Springer Science+Business Media, Inc., ISBN: 978-0-387-25485-2.
- Desrochers, M., Desrosiers, J., & Solomon, M. (1992). A New Optimization Algorithm for the Vehicle Routing Problem with Time Windows. *Operations Research*, 40(2), 342–354. <https://doi.org/10.1287/opre.40.2.342>
- Desrochers, M., Lenstra, J. K., Savelsbergh, M. W. P., & Soumis, F. (1988). Vehicle Routing with Time Windows: Optimization and Approximation.
- Desrosiers, J., & Lübbecke, M. E. (2005). A Primer in Column Generation. In *Column Generation*, Desaulniers, G., Desrosiers, J., & Solomon, M. M., Chapter 1, 1–32.
- Desrosiers, J., Soumis, F., & Desrochers, M. (1984). Routing with time windows by column generation. *Networks*, 14(4), 545–565. <https://doi.org/10.1002/net.3230140406>

- Drexler, M. (2012). Rich vehicle routing in theory and practice. *Logistics Research*, 5(1–2), 47–63. <https://doi.org/10.1007/s12159-012-0080-2>
- Drexler, M. (2013). Applications of the vehicle routing problem with trailers and transshipments. *European Journal of Operational Research*, 227(2), 275–283. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2012.12.015>
- Dror, M., & Trudeau, P. (1990). Split delivery routing. *Naval Research Logistics (NRL)*, 37(3), 383–402. <https://doi.org/10.1002/nav.3800370304>
- Du, J. Y., Brunner, J. O., & Kolisch, R. (2014). Planning towing processes at airports more efficiently. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 70, 293–304. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2014.07.008>
- Eikenbroek, O. A. L., Still, G. J., & van Berkum, E. C. (2022). Improving the performance of a traffic system by fair rerouting of travelers. *European Journal of Operational Research* 299(1), 195-207.
- Erdoğan, S., & Miller-Hooks, E. (2012). A Green Vehicle Routing Problem. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, 48(1), 100–114. <https://doi.org/10.1016/j.tre.2011.08.001>
- Errico, F., Desaulniers, G., Gendreau, M., Rei, W., & Rousseau, L.-M. (2018). The vehicle routing problem with hard time windows and stochastic service times. *EURO Journal on Transportation and Logistics*, 7(3), 223–251. <https://doi.org/10.1007/s13676-016-0101-4>
- European Commission. (2024, November 18). Working Conditions—Working Time Directive. Employment, Social Affairs & Inclusion. <https://ec.europa.eu/social/main.jsp?catId=706&intPageId=205&langId=en>
- Fosso Wamba, S., Anand, A., & Carter, L. (2013). A literature review of RFID-enabled healthcare applications and issues. *International Journal of Information Management*, 33(5), 875–891. <https://doi.org/10.1016/j.ijinfomgt.2013.07.005>
- Garraffa, M., Bekhti, M., Letocart, L., Achir, N., & Boussetta, K. (2018). Drones path planning for WSN data gathering: A column generation heuristic approach. 2018 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC), 1–6. <https://doi.org/10.1109/WCNC.2018.8377391>
- Gendreau, M., Iori, M., Laporte, G., & Martello, S. (2006). A Tabu Search Algorithm for a Routing and Container Loading Problem. *Transportation Science*, 40(3), 342–350. <https://doi.org/10.1287/trsc.1050.0145>
- Gendreau, M., Laporte, G., & Séguin, R. (1996). Stochastic vehicle routing. *European Journal of Operational Research*, 88(1), 3–12. [https://doi.org/10.1016/0377-2217\(95\)00050-X](https://doi.org/10.1016/0377-2217(95)00050-X)
- Gilmore, P. C., & Gomory, R. E. (1961). A Linear Programming Approach to the Cutting-Stock Problem. *Operations Research*, 9(6), 849–859. <https://doi.org/10.1287/opre.9.6.849>

- Gilmore, P. C., & Gomory, R. E. (1963). A Linear Programming Approach to the Cutting Stock Problem—Part II. *Operations Research*, 11(6), 863–888.
<https://doi.org/10.1287/opre.11.6.863>
- Glover, F., & Kochenberger, G. A. (2003). *Handbook of Metaheuristics*. International Series in Operations Research & Management Science, eBook ISBN: 0-306-48056-5, Print ISBN: 1-4020-7263-5.
- Goel, A. (2009). Vehicle Scheduling and Routing with Drivers' Working Hours. *Transportation Science*, 43(1), 17-26. <https://doi.org/10.1287/trsc.1070.0226>
- Goel, A., Archetti, C., & Savelsbergh, M. (2012). Truck driver scheduling in Australia. *Computers & Operations Research*, 39(5), 1122-1132.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2011.05.021>
- Goel, A., & Kok, L. (2012). Truck Driver Scheduling in the United States. *Transportation Science*, 46(3), 317-326. <https://doi.org/10.1287/trsc.1110.0382>
- Goel, A., & Rousseau, L.-M. (2012). Truck driver scheduling in Canada. *Journal of Scheduling*, 15, 783-799. <https://doi.org/10.1007/s10951-011-0249-6>
- Golden, B. L., Assad, A. A., & Wasil, E. A. (2002). Routing vehicles in the real world: Applications in the solid waste, beverage, food, dairy, and newspaper industries. In *The Vehicle Routing Problem*. Toth, P., & Vigo, D. SIAM, Philadelphia, Chapter 10, 245-286.
- Groër, C., Golden, B., & Wasil, E. (2009). The Consistent Vehicle Routing Problem. *Manufacturing & Service Operations Management*, 11(4), 630–643.
<https://doi.org/10.1287/msom.1080.0243>
- Gross, C. N., Brunner, J. O., & Blobner, M. (2019). Hospital physicians can't get no long-term satisfaction – an indicator for fairness in preference fulfillment on duty schedules. *Health Care Management Science*, 22(4), 691–708.
<https://doi.org/10.1007/s10729-018-9452-8>
- Guastaroba, G., Speranza, M. G., & Vigo, D. (2015). *Intermediate Facilities in Freight Transportation Planning: A Survey*.
- Günther, H.-O., & Tempelmeier, H. (2011). *Produktion und Logistik* (9. Aufl.). Springer.
- Hachicha, M., John Hodgson, M., Laporte, G., & Semet, F. (2000). Heuristics for the multi-vehicle covering tour problem. *Computers & Operations Research*, 27(1), 29–42.
[https://doi.org/10.1016/S0305-0548\(99\)00006-4](https://doi.org/10.1016/S0305-0548(99)00006-4)
- Haghani, A., & Jung, S. (2005). A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times. *Computers & Operations Research*, 32(11), 2959–2986.
<https://doi.org/10.1016/j.cor.2004.04.013>
- Hanne, T., Melo, T., & Nickel, S. (2009). Bringing Robustness to Patient Flow Management Through Optimized Patient Transports in Hospitals. *Interfaces*, 39(3), 241–255.
<https://doi.org/10.1287/inte.1080.0379>

- Harvey, W. D., & Ginsberg, M. L. (1995). Limited Discrepancy Search. In Proceedings of the Fourteenth International Joint Conference on Artificial Intelligence, Montréal, Canada.
- Hecker, U., & Meier, E. (2017). Unterwegs im Krankenhaus – Pflegerische Aufgaben beim Patiententransport. Springer Berlin Heidelberg. <https://doi.org/10.1007/978-3-662-53192-1>
- Heilporn, G., Cordeau, J.-F., & Laporte, G. (2010). The Delivery Man Problem with time windows. *Discrete Optimization*, 7(4), 269–282. <https://doi.org/10.1016/j.disopt.2010.06.002>
- Hoffman, K., & Padberg, M. (2024). Set Covering, Packing, and Partitioning Problems. In *Encyclopedia of Optimization*, Pardalos, P. M., & Prokopyev, O. A. Springer, Cham. https://doi.org/10.1007/978-3-030-54621-2_599-1
- Iannone, R., Lambiase, A., Miranda, S., Riemma, S., & Sarno, D. (2014). Pulling Drugs along the Supply Chain: Centralization of Hospitals' Inventory. *International Journal of Engineering Business Management*, 6, 21. <https://doi.org/10.5772/58939>
- Iori, M., Salazar-González, J.-J., & Vigo, D. (2007). An Exact Approach for the Vehicle Routing Problem with Two-Dimensional Loading Constraints. *Transportation Science*, 41(2), 253–264. <https://doi.org/10.1287/trsc.1060.0165>
- Jaillet, P., & Wagner, M. R. (2008). Online Vehicle Routing Problems: A Survey. In B. Golden, S. Raghavan, & E. Wasil (Hrsg.), *The Vehicle Routing Problem: Latest Advances and New Challenges* (Bd. 43, S. 221–237). Springer US. https://doi.org/10.1007/978-0-387-77778-8_10
- Ji, Y. (2019). Optimal Scheduling in Home Health Care: Pharmacy-Hospital-Patient's Vehicle Routing Problem. *Proceedings of the 3rd International Conference on Computer Science and Application Engineering*, 1–6. <https://doi.org/10.1145/3331453.3361310>
- Jozefowiez, N., Semet, F., & Talbi, E.-G. (2008). Multi-objective vehicle routing problems. *European Journal of Operational Research*, 189(2), 293–309. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.05.055>
- Jozefowiez, N., Semet, F., & Talbi, E.-G. (2009). An evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with route balancing. *European Journal of Operational Research*, 195(3), 761–769. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.06.065>
- Kallehauge, B. (2008). Formulations and exact algorithms for the vehicle routing problem with time windows. *Computers & Operations Research*, 35(7), 2307–2330. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2006.11.006>
- Kamran, M. A., Karimi, B., & Dellaert, N. (2020). A column-generation-heuristic-based benders' decomposition for solving adaptive allocation scheduling of patients in operating rooms. *Computers & Industrial Engineering*, 148, 106698. <https://doi.org/10.1016/j.cie.2020.106698>
- Karlsruher Institut für Technologie. (2024, März 27). Health Care Logistik (KIT). Christiane Birgit Pfitzner. <https://dol.ior.kit.edu/HealthCare.php>

- Kek, A. G. H., Cheu, R. L., & Meng, Q. (2008). Distance-constrained capacitated vehicle routing problems with flexible assignment of start and end depots. *Mathematical and Computer Modelling*, 47(1–2), 140–152. <https://doi.org/10.1016/j.mcm.2007.02.007>
- Kergosien, Y., Lenté, C., & Billaut, J.-C. (2009). An extended multiple Traveling Salesman Problem.
- Kergosien, Y., Lenté, Ch., Billaut, J.-C., & Perrin, S. (2013). Metaheuristic algorithms for solving two interconnected vehicle routing problems in a hospital complex. *Computers & Operations Research*, 40(10), 2508–2518. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2013.01.009>
- Kergosien, Y., Lenté, Ch., Piton, D., & Billaut, J.-C. (2011). A tabu search heuristic for the dynamic transportation of patients between care units. *European Journal of Operational Research*, 214(2), 442–452. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.04.033>
- Kok, A. L., Meyer, C. M., Kopfer, H., & Schutten, J. M. J. (2010). A Dynamic Programming Heuristic for the Vehicle Routing Problem with Time Windows and European Community Social Legislation. *Transportation Science*, 44(4), 442–454.
- Kumar, S. N., & Panneerselvam, R. (2012). A Survey on the Vehicle Routing Problem and Its Variants. *Intelligent Information Management*, 04(03), 66–74. <https://doi.org/10.4236/iim.2012.43010>
- Lacomme, P., Prins, C., Prodhon, C., & Ren, L. (2015). A Multi-Start Split based Path Relinking (MSSPR) approach for the vehicle routing problem with route balancing. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 38, 237–251. <https://doi.org/10.1016/j.engappai.2014.10.024>
- Landry, S., & Philippe, R. (2004). How Logistics Can Service Healthcare. *Supply Chain Forum: An International Journal*, 5(2), 24–30. <https://doi.org/10.1080/16258312.2004.11517130>
- Li, F., Golden, B., & Wasil, E. (2007). The open vehicle routing problem: Algorithms, large-scale test problems, and computational results. *Computers & Operations Research*, 34(10), 2918–2930. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2005.11.018>
- Li, J.-Q., Mirchandani, P. B., & Borenstein, D. (2009). Real-time vehicle rerouting problems with time windows. *European Journal of Operational Research*, 194(3), 711–727. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2007.12.037>
- Liberatore, F., Righini, G., & Salani, M. (2011). A column generation algorithm for the vehicle routing problem with soft time windows. *4OR*, 9(1), 49–82. <https://doi.org/10.1007/s10288-010-0136-6>
- Liu, R., Xie, X., Augusto, V., & Rodriguez, C. (2013). Heuristic algorithms for a vehicle routing problem with simultaneous delivery and pickup and time windows in home health care. *European Journal of Operational Research*, 230(3), 475–486. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2013.04.044>
- Luo, J. Y., Wang, J. Y., & Yu, H. (2011). A dynamic vehicle routing problem for medical supplies in large-scale emergencies. 2011 6th IEEE Joint International Information Technology and Artificial Intelligence Conference, 271–275. <https://doi.org/10.1109/ITAIC.2011.6030202>

- Luo, Z., Liu, M., & Lim, A. (2019). A Two-Phase Branch-and-Price-and-Cut for a Dial-a-Ride Problem in Patient Transportation. *Transportation Science*, 53(1), 113–130. <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0772>
- Matl, P., Hartl, R. F., & Vidal, T. (2018). Workload Equity in Vehicle Routing Problems: A Survey and Analysis. *Transportation Science*, 52(2), 239–260. <https://doi.org/10.1287/trsc.2017.0744>
- Melián-Batista, B., De Santiago, A., AngelBello, F., & Alvarez, A. (2014). A bi-objective vehicle routing problem with time windows: A real case in Tenerife. *Applied Soft Computing*, 17, 140–152. <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2013.12.012>
- Min, H. (1989). The multiple vehicle routing problem with simultaneous delivery and pick-up points. *Transportation Research Part A: General*, 23(5), 377–386. [https://doi.org/10.1016/0191-2607\(89\)90085-X](https://doi.org/10.1016/0191-2607(89)90085-X)
- Nagy, G., & Salhi, S. (2007). Location-routing: Issues, models and methods. *European Journal of Operational Research*, 177(2), 649–672. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.04.004>
- Nishi, T., & Izuno, T. (2014). Column generation heuristics for ship routing and scheduling problems in crude oil transportation with split deliveries. *Computers & Chemical Engineering*, 60, 329–338. <https://doi.org/10.1016/j.compchemeng.2013.09.019>
- Oyola, J., & Løkketangen, A. (2014). GRASP-ASP: An algorithm for the CVRP with route balancing. *Journal of Heuristics*, 20(4), 361–382. <https://doi.org/10.1007/s10732-014-9251-4>
- Parragh, S. N., Doerner, K. F., & Hartl, R. F. (2008). A survey on pickup and delivery problems: Part I: Transportation between customers and depot. *Journal Für Betriebswirtschaft*, 58(1), 21–51. <https://doi.org/10.1007/s11301-008-0033-7>
- Perboli, G., Tadei, R., & Vigo, D. (2011). The Two-Echelon Capacitated Vehicle Routing Problem: Models and Math-Based Heuristics. *Transportation Science*, 45(3), 364–380. <https://doi.org/10.1287/trsc.1110.0368>
- Pisinger, D., & Ropke, S. (2007). A general heuristic for vehicle routing problems. *Computers & Operations Research*, 34(8), 2403–2435.
- Reiter, P., & Gutjahr, W. J. (2012). Exact hybrid algorithms for solving a bi-objective vehicle routing problem. *Central European Journal of Operations Research*, 20(1), 19–43. <https://doi.org/10.1007/s10100-010-0158-3>
- Renaud, J., Laporte, G., & Boctor, F. F. (1996). A tabu search heuristic for the multi-depot vehicle routing problem. *Computers & Operations Research*, 23(3), 229–235. [https://doi.org/10.1016/0305-0548\(95\)00026-P](https://doi.org/10.1016/0305-0548(95)00026-P)
- Riazi, S., Wigstrom, O., Bengtsson, K., & Lennartson, B. (2019). A Column Generation-Based Gossip Algorithm for Home Healthcare Routing and Scheduling Problems. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 16(1), 127–137. <https://doi.org/10.1109/TASE.2018.2874392>

- Ropke, S., & Pisinger, D. (2006). An Adaptive Large Neighborhood Search Heuristic for the Pickup and Delivery Problem with Time Windows. *Transportation Science*, 40(4), 455–472.
- Rousseau, L.-M., Gendreau, M., Pesant, G., & Focacci, F. (2004). Solving VRPTWs with Constraint Programming Based Column Generation. *Annals of Operations Research*, 130(1–4), 199–216. <https://doi.org/10.1023/B:ANOR.0000032576.73681.29>
- Sankaran, J. K., & Ubgade, R. R. (1994). Routing Tankers for Dairy Milk Pickup. *Interfaces*, 24(5), 59–66. <https://doi.org/10.1287/inte.24.5.59>
- Santana, E. R. L., & Carvajal, J. de J. R. (2015). A hybrid column generation and clustering approach to the school bus routing problem with time windows. *Ingeniería*, 20(1), 101–117.
- Sarpong, B. M., Artigues, C., & Jozefowicz, N. (2013). Column Generation for Bi-Objective Vehicle Routing Problems with a Min-Max Objective [Application/pdf]. *OASICS*, Volume 33, ATMOS 2013, 33, 137–149. <https://doi.org/10.4230/OASICS.ATMOS.2013.137>
- Schneider, M., Stenger, A., & Goeke, D. (2014). The Electric Vehicle-Routing Problem with Time Windows and Recharging Stations. *Transportation Science*, 48(4), 500–520. <https://doi.org/10.1287/trsc.2013.0490>
- Schuster, M., Wicha, L. L., Fiege, M., & Goetz, A. E. (2007). Auslastung und Wechselzeit als Kennzahlen der OP-Effizienz. *Der Anaesthesist*, 56(10), 1060–1068. <https://doi.org/10.1007/s00101-007-1236-3>
- Séguin, S., Villeneuve, Y., & Blouin-Delisle, C.-H. (2019). Improving patient transportation in hospitals using a mixed-integer programming model. *Operations Research for Health Care*, 23, 100202. <https://doi.org/10.1016/j.orhc.2019.100202>
- Shaw, P. (1998). Using Constraint Programming and Local Search Methods to Solve Vehicle Routing Problems. In *CP-98 (Fourth International Conference on Principles and Practice of Constraint Programming)*, 1520 of *Lecture Notes in Computer Science*, Springer, Berlin, 417–431.
- Singgih, I. K. (2020). Mobile Laboratory Routing Problem for COVID-19 Testing Considering Limited Capacities of Hospitals. *2020 3rd International Conference on Mechanical, Electronics, Computer, and Industrial Technology (MECnIT)*, 80–83. <https://doi.org/10.1109/MECnIT48290.2020.9166664>
- Statistisches Bundesamt. (2023a, Oktober 4). Krankenhäuser—Krankenhauspersonal nach Berufsgruppen im Zeitraum bis 2022. Statista. Letzter Zugriff: 25.07.2024. <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/161100/umfrage/krankenhauspersonal-nach-berufsgruppen-1998-und-2008/>
- Statistisches Bundesamt. (2023b, Dezember 5). Personalkosten deutscher Krankenhäuser bis 2022. Statista. Letzter Zugriff: 24.07.2024. <https://de.statista.com/statistik/daten/studie/169304/umfrage/personalkosten-deutscher-krankenhaeuser-insgesamt-seit-2000/>

- Statistisches Bundesamt. (2023c, Dezember 13). Einrichtungen, Betten und Patientenbewegung. Statistisches Bundesamt. Letzter Zugriff: 25.07.2024. <https://www.destatis.de/DE/Themen/Gesellschaft-Umwelt/Gesundheit/Krankenhaeuser/Tabellen/gd-krankenhaeuser-jahre.html>
- Stolletz, R., & Brunner, J. O. (2012). Fair optimization of fortnightly physician schedules with flexible shifts. *European Journal of Operational Research*, 219(3), 622–629. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2011.10.038>
- Taillard, E. D., Laporte, G., & Gendreau, M. (1996). Vehicle Routeing with Multiple Use of Vehicles. *Journal of the Operational Research Society*, 47(8), 1065–1070.
- Talarico, L., Meisel, F., & Sörensen, K. (2015). Ambulance routing for disaster response with patient groups. *Computers & Operations Research*, 56, 120–133. <https://doi.org/10.1016/j.cor.2014.11.006>
- Toth, P., & Vigo, D. (Hrsg.). (2002). *The vehicle routing problem*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Toth, P., & Vigo, D. (2014). *Vehicle routing: Problems, methods, and applications* (Society for Industrial and Applied Mathematics & Mathematical Optimization Society, Hrsg.; Second edition). SIAM, Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Vidal, T., Crainic, T. G., Gendreau, M., & Prins, C. (2011). A Unifying View on Timing Problems and Algorithms. In Technical Report 2011-43, CIRRELT, Montréal, Canada.
- Volland, J., Fügener, A., Schoenfelder, J., & Brunner, J. O. (2017). Material logistics in hospitals: A literature review. *Omega*, 69, 82–101. <https://doi.org/10.1016/j.omega.2016.08.004>
- Wade, A. C., & Salhi, S. (2002). An investigation into a new class of vehicle routing problem with backhauls. *Omega*, 30(6), 479–487. [https://doi.org/10.1016/S0305-0483\(02\)00056-7](https://doi.org/10.1016/S0305-0483(02)00056-7)
- Wang, Y., Tang, J., & Fung, R. Y. K. (2014). A column-generation-based heuristic algorithm for solving operating theater planning problem under stochastic demand and surgery cancellation risk. *International Journal of Production Economics*, 158, 28–36. <https://doi.org/10.1016/j.ijpe.2014.07.015>
- Wang, Y., Zhang, G., Zhang, L., Tang, J., & Mu, H. (2018). A Column-Generation Based Approach for Integrating Surgeon and Surgery Scheduling. *IEEE Access*, 6, 41578–41589. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2018.2854839>
- World Health Organization (2023). Aktuelle Gesundheitsausgaben nach Gesundheitsfunktionen. Global Health Expenditure Database. Letzter Zugriff: 19.02.2024. <https://apps.who.int/nha/database/ViewData/Indicators/en>
- Zachariadis, E. E., Tarantilis, C. D., & Kiranoudis, C. T. (2012). The Pallet-Packing Vehicle Routing Problem. *Transportation Science*, 46(3), 341–358. <https://doi.org/10.1287/trsc.1110.0373>

Zhong, H., Hall, R. W., & Dessouky, M. (2007). Territory Planning and Vehicle Dispatching with Driver Learning. *Transportation Science*, 41(1), 74–89.
<https://doi.org/10.1287/trsc.1060.0167>