
INSTITUT FÜR VOLKSWIRTSCHAFTSLEHRE

der

UNIVERSITÄT AUGSBURG



Psychologie des Aktienmarktes in dynamischer Betrachtung:

Entstehung und Zusammenbruch spekulativer Blasen

von

Friedrich Kugler und Horst Hanusch

Beitrag Nr. 77

Juni 1992

01

**QC
072
V922
-77**

Volkswirtschaftliche Diskussionsreihe

QC 072 V922-77
01/ ~~QC 620 K95 P9~~

Institut für Volkswirtschaftslehre
Universität Augsburg

Memminger Straße 14
8900 Augsburg
Tel.-Nr. (08 21) 5 98-(1)
Telex 5 3 830 uniaug
Telefax (08 21) 5 98-55 05

Psychologie des Aktienmarktes in dynamischer Betrachtung:

Entstehung und Zusammenbruch spekulativer Blasen

von

Friedrich Kugler und Horst Hanusch

Beitrag Nr. 77

Juni 1992

<08026988040028

<08026988040028

UB Augsburg

Psychologie des Aktienmarktes in dynamischer Betrachtung: Entstehung und Zusammenbruch spekulativer Blasen

1 Einleitung

Das aggregierte Verhalten der Investoren auf Aktienmärkten wird seit jeher determiniert von psychologischen und von ökonomischen Einflußfaktoren. Jedoch wurde bisher in den theoretischen Modellen zur Erklärung dieses Verhaltens fast ausschließlich der ökonomische Aspekt betont. Dieser ist zudem geprägt vom Menschenbild des „homo oeconomicus“. Auch unter Einbeziehung stochastischer Elemente und der Annahme risikoaversen Verhaltens handelt dieser stets rational und vom Eigennutz bestimmt (Frey/Gülker (1988)).

Andrerseits hat schon Kindleberger (1978) darauf hingewiesen, daß die Rationalität auf spekulativen Märkten mehr eine a priori-Annahme als eine Beschreibung der Realität darstelle. Zudem aufgeschreckt durch die in jüngster Zeit erfolgten Kurszusammenbrüche auf den Aktienmärkten versucht man in neueren ökonomischen Theorieansätzen das strenge Rationalitätspostulat nach und nach aufzulockern. So haben De Long/Shleifer/Summers/Waldmann (1990) ein Modell vorgestellt, worin sogenannte naive Marktteilnehmer für starke Kursschwankungen der Aktien verantwortlich sind. Jene erzeugen durch ihr irrationales Verhalten ein zusätzliches Risiko für die rationalen Marktteilnehmer, das sich dann in extremen Kursauschlägen bemerkbar macht. Der Ansatz von Topol (1991) wiederum zielt weiterhin auf rationale Erwartungen ab, wie sie üblicherweise den Anlegern unterstellt werden. Er geht dabei aber von einer strengen und von einer lockeren Form rationaler Erwartungen aus, die sich in der Mächtigkeit

der Informationsmengen unterscheiden, die für die Erwartungsbildung zur Verfügung stehen. Durch das Zusammenspiel dieser beiden Formen kann es ebenfalls zu starken Kursschwankungen kommen.

In der Psychologie freilich vertritt man schon länger die Meinung, daß Aktienkursschwankungen weniger die tatsächliche ökonomische Situation widerspiegeln, sondern vor allem Hoffnungen und Befürchtungen der Marktteilnehmer ausdrücken (Maas/Weibler (1988)). Obwohl, aus dieser Sicht heraus, der Aktienmarkt eigentlich ein umfangreiches Betätigungsfeld für Psychologen darstellen müßte, haben sich diese, von einzelnen Ausnahmen abgesehen, in ihrem Interesse bis vor kurzem relativ zurückgehalten (Bungard/Schultz-Gambard (1990)). Ein Grund dafür könnte wohl sein, daß der Aktienmarkt traditionell zu den Forschungsobjekten der Wirtschaftswissenschaften zählt und somit für die Psychologie eine Art Tabu darstellt (Wiendieck (1990)). Jedoch, mit den Arbeiten von Maital/Firer/Simon (1986), Schachter/Hood/Andreassen/Gerin (1986), Schachter/Quellette/Whittle/Gerin (1987) und von Andreassen (1987), die unter anderem die Motivation, die Beeinflußbarkeit sowie die Erwartungsbildung von Börsenakteuren theoretisch, empirisch und experimentell untersucht haben, findet auch in diesem Wissenschaftsbereich ein gewisses Umdenken statt.

Unser Beitrag versucht nun eine Synthese sowohl ökonomischer als auch psychologischer Vorstellungen auf theoretisch formaler Ebene vorzunehmen. Wir gehen damit auch auf jüngste Forderungen ein, die eine verstärkte Integration psychologischer Elemente in die Ökonomik verlangen.¹ Zu diesem Zweck erweitern wir ein Modell von Kugler/Hanusch (1992), das Aktienkursabweichungen von ihren fundamentalen Werten, sogenannte spekulative Blasen, primär auf psychologische Einflußfaktoren wie Optimismus, Pessimismus und Zweifel zurückführt, um eine dynamische Komponente. Indem wir Erkenntnisse und Methoden aus der Theorie selbstorganisierender Systeme übernehmen, können wir aufzeigen, wie das dynamische

¹Siehe dazu einzelne Beiträge in Hanusch/Recktenwald (1992).

Zusammenspiel der psychologischen Faktoren mit der Höhe der Kursabweichungen endogen Über- und Unterbewertungen des Aktienkurses und sogar Kurszusammenbrüche zu generieren vermag. Unser Modell stellt somit, im vereinfachten Sinne, formal das dar, was Shiller (1990) in seinen Untersuchungen zum amerikanischen Aktienmarkt als Rückkopplungssystem mit komplizierter Dynamik bezeichnet.

Wir gehen in unserem Beitrag wie folgt vor: Im nächsten Abschnitt spezifizieren wir das dynamische Modell des Aktienmarktes sowie die darin enthaltenen Annahmen. Eine dynamische Analyse dieses Modells auf qualitativer Ebene wird in Abschnitt drei vorgenommen. Im vierten Abschnitt wird das Modell numerisch spezifiziert und simuliert. Dabei werden die qualitativen und numerischen Ergebnisse vergleichend diskutiert. Der Abschnitt fünf faßt die Vorgehensweise und die wichtigsten Ergebnisse zusammen und erörtert Möglichkeiten zur Weiterentwicklung.

2 Das Modell

2.1 Grundlagen der Erwartungsbildung

Wir betrachten einen Aktienmarkt, auf dem in Periode t eine spekulative Blase entsteht, die als Abweichung y des Aktienkurses p von seinem fundamentalen Wert p^F definiert ist. Für diese Differenz

$$y_t = p_t - p_t^F \quad (1)$$

muß demnach gelten $y_t \neq 0$.

Weiterhin nehmen wir an, die Investoren bilden ihre Kurs- und Dividendenerwartungen, die letztendlich ursächlich für den tatsächlichen Aktienkurs sind, nach dem Modalwertkriterium. Der Modalwert einer Wahrscheinlichkeitsverteilung gehört ebenso zur Familie der Lageparameter wie der üblicherweise in solchen Modellen verwendete Erwartungswert. Bei diskreten Verteilungen entspricht der Modalwert dem wahrscheinlichsten

Wert. In Kugler/Hanusch (1992) wird gezeigt, wie unter der Verwendung von Quartischen-Modalwert-Erwartungen (QME)² bei gegebenem Fundamentalwert der Aktie die Verteilungsdichtefunktion der spekulativen Blase y in der Periode t topologisch äquivalent ist zur Funktion³

$$f_t(y|k, l) = \exp\{-(y^4 + k_t y^2 + l_t y)\}. \quad (2)$$

Da bei stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilungen, wie im Falle von (2), das Modalwertkriterium die lokale Maximierung der Dichtefunktion impliziert, ergibt sich die spekulative Blase y in Periode t aus der Lösung des Maximierungsproblems

$$y_t = \max_{\{y\}} \{f_t(y|k, l)\}, \quad (3)$$

beziehungsweise aus der Bedingung 1. Ordnung

$$4y^3 + 2k_t y + l_t = 0. \quad (4)$$

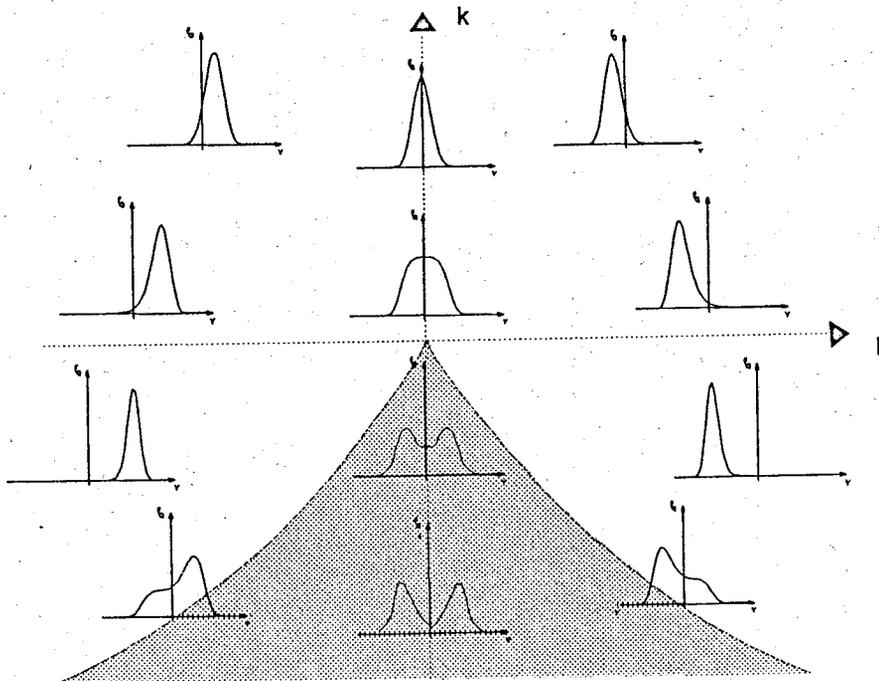
Die zeitabhängigen Parameter k und l wollen wir dabei in Analogie zum QME-Ansatz als psychologische Einflußfaktoren ansehen. Ihre genaue Bedeutung werden wir gleich näher spezifizieren. Zunächst aber wollen wir uns noch ansehen, wie beide Parameter die Gestalt der Dichtefunktion $f_t(y|k, l)$ beeinflussen. Betrachten wir dazu die Abbildung 1. Dort sind für einige k - und l -Werte jeweils die korrespondierenden Dichtefunktionen eingezeichnet. Wir können nun anhand dieser Graphik verdeutlichen, wie die Form der Dichtefunktion auf zeitliche Veränderungen von k und l reagiert.

²Diese bilden die Grundlage eines Erwartungsbildungsmodells, das durch die Anwendung des Modalwertkriteriums auf die Quartische-Exponential-Verteilung charakterisiert ist. Für eine ausführliche Darstellung dieses Ansatzes sei auch auf v.Natzmer (1985) verwiesen.

³Die topologische Äquivalenz beschreibt die qualitative Ähnlichkeit im Aussehen von Funktionen. Das Aussehen der Verteilungsfunktionen mit einem Exponentialteil wird nur durch den Teil des Exponenten bestimmt, in dem die Zufallsvariable auftritt. Im weiteren Text wird nicht mehr zwischen der Verteilungsfunktion und ihrer topologischen Äquivalenz unterschieden.

Betrachten wir zuerst den Fall $k \geq 0$. Die Dichte besitzt hier überall eine unimodale Gestalt. Auf dem positiven Teil der k -Achse, das heißt bei $l = 0$, ist sie zusätzlich noch symmetrisch. Für die Differenz in (1) hat diese Symmetrie zur Folge, daß in diesem Bereich der Modalwert und der Erwartungswert identisch sind und somit der Aktienkurs genau seinem fundamentalen Wert entspricht. Dementsprechend läßt eine Abweichung von $y_t = 0$ die Dichtefunktion maximal werden.

Abbildung 1



Verändert sich nun der Parameter l im Zeitablauf positiv (negativ), so bekommt die Verteilungsdichte eine linksschiefe (rechtsschiefe) Form. Die Abweichung y_t wird negativ (positiv) und der Aktienkurs befindet sich unterhalb (oberhalb) des fundamentalen Wertes. Außerhalb des schraffierten

Bereiches gilt dies auch für den Bereich $k < 0$. Da, je nach Vorzeichen von l , der Aktienkurs höher oder niedriger als der Fundamentalwert liegt, findet eine Über- beziehungsweise Unterbewertung der Aktie durch die Anleger statt.

Der Parameter l bietet sich auf diese Weise geradezu als Gradmesser für den Optimismus beziehungsweise Pessimismus an, der den gesamten Aktienmarkt kennzeichnet.

Im schraffierten Bereich verursacht eine Vorzeichenänderung von k eine Änderung in der Anzahl der Modalwerte, das heißt, die Dichtefunktion nimmt eine bimodale Gestalt an. Zur besseren Verdeutlichung nehmen wir an, es werde der Rand des schraffierten Bereichs von links überschritten. Dann bildet sich ein zusätzlicher Modalwert heraus, der für $l < 0$ einen geringeren Dichtewert besitzt als der ursprüngliche Modalwert. Für zunehmendes l wächst der Funktionswert des neuen Modalwertes. Auf dem negativen Teil der k -Achse besitzen beide Modalwerte denselben Dichtewert und für $l > 0$ liegt der Funktionswert des neu hinzugekommenen Modalwerts über dem des ursprünglichen, bis letzterer beim Überschreiten des rechten Randes gänzlich verschwindet.

Auf die Psychologie des Aktienmarktes bezogen bedeutet dies folgendes: Vor dem linken Rand des schraffierten Bereiches befindet sich der Markt in einer optimistischen Stimmungslage ($l < 0$). Nimmt dieser Optimismus ab, so entsteht innerhalb des schraffierten Bereichs eine zusätzliche äußerst wahrscheinliche Kursentwicklung, die deutlich unterhalb des Fundamentalwertes liegt. Die Investoren beginnen an ihren bisherigen optimistischen Kurserwartungen zu zweifeln. Der für diese Entwicklung verantwortliche Parameter k kann somit als Gradmesser für den Zweifel am Aktienmarkt interpretiert werden. Später werden wir sehen, daß die Anleger innerhalb des schraffierten Bereichs ihre Erwartungen sogar plötzlich und ganz abrupt ändern können.

Formal hat dieser Vorgang seine Ursache in der Lösungsmenge der kubi-

schen Gleichung (3), die wiederum durch das Vorzeichen der Diskriminante

$$D = 8k_t^3 + 27l_t^2 \quad (5)$$

bestimmt wird. Für $D \leq 0$ existieren drei reelle Lösungen, ansonsten nur eine. Im Fall $D = 0$ fallen entweder zwei dieser drei Lösungen (falls $k_t \neq 0$ und $l_t \neq 0$) oder alle drei (falls $k_t = l_t = 0$) zusammen. Innerhalb des schraffierten Bereichs in Abbildung 1 gilt $D < 0$ und auf dem Rand $D = 0$. Im übrigen Teil der Abbildung ist D positiv. Auf diese Weise durchläuft die Dichtefunktion innerhalb des schraffierten Bereichs einen Übergang von der unimodalen zur bimodalen Form.

Der Vollständigkeit halber sei erwähnt, daß natürlich auch im Falle von $k > 0$ Änderungen von optimistischen hin zu pessimistischen Erwartungen möglich sind. Im Gegensatz zu den eben besprochenen Erwartungsänderungen vollziehen sich diese jedoch kontinuierlich und stetig. Abruptes, diskontinuierliches Umschlagen der Erwartungen tritt nur im schraffierten Bereich auf.

2.2 Elemente der Psycho-Dynamik

Unser Ziel ist es nun in einem etwas vereinfachten Rahmen das formal darzustellen, was Shiller (1990) als „a feedback system ... with possibly complicated dynamics“ bezeichnet. Er hat dabei in Untersuchungen des Aktienmarktes in den USA nach dem Börsencrash im Jahre 1987 festgestellt, daß den damaligen Zusammenbruch kein exogener Auslöser in Verbindung mit einer massenpsychologischen Panik verursacht hat. Verantwortlich dafür war aus seiner Sicht vielmehr ein emotional psychologisches System mit einer eigenen, endogenen Dynamik. Auch wir sind der Meinung, daß Kursabweichungen von den Fundamentalwerten, einerseits, sowie die Gradmesser für Optimismus/Pessimismus und für Zweifel, andererseits, nicht unabhängig voneinander zu sehen sind. Es bestehen vielmehr Interdependenzen, die in der Lage sein sollten, ein eigendynamisches System

zu generieren, welches spekulative Blasen entstehen und platzen läßt, und zwar unabhängig von den fundamentalen Gegebenheiten. Um eine solche, im gewissen Sinne psychologische Dynamik des Gesamtsystems darstellen zu können, unterstellen wir, das Geschehen auf einem Aktienmarkt sei durch verschiedene Bewegungsgleichungen determiniert. Zur formalen Modellierung greifen wir zudem auf Gedanken der nichtlinearen Dynamik beziehungsweise der selbstorganisierenden Systeme zurück, worin sich Bewegungen über Rückkopplungen selbst regulieren können.

Da die Anleger ihre Erwartungen nach dem QME-Ansatz bilden, garantiert nachstehende Gleichung die Einhaltung der lokalen Maximierung aus (3):

$$\dot{y} = -\nu(4y^3 + 2ky + l), \quad (6)$$

mit $\nu \gg 0$ als Anpassungsgeschwindigkeit der Erwartungen an die zeitlichen Parameterveränderungen von k und l . Die Bedingung 1. Ordnung aus (4) definiert hier für beliebige reelle Werte von k und l eine Gleichgewichtsfläche für den jeweiligen y -Wert. Denn, wie man sieht, gilt bei Erfüllung von Bedingung (4) $\dot{y} = 0$. Aufgrund der schnellen Anpassungsgeschwindigkeit sorgt Gleichung (6) dafür, daß sich Veränderungen von k und l augenblicklich in Kursabweichungen niederschlagen. Die Anleger am Aktienmarkt passen demnach ihre Erwartungen ohne Verzögerung der veränderten Stimmungslage im Markt an.

Die zeitliche Entwicklung des Zweifelparameters folgt der Bewegungsgleichung

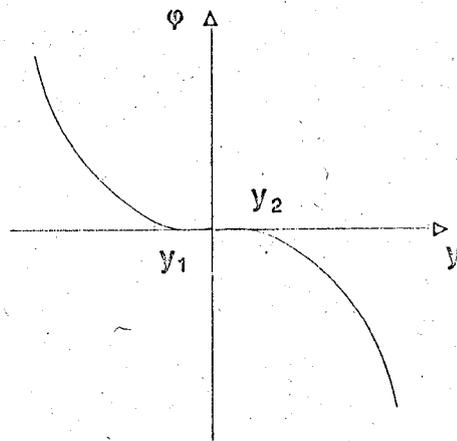
$$\dot{k} = \frac{1}{\nu}(\varphi(y) + l). \quad (7)$$

Hierbei gilt: $\varphi(0) = 0$, $\varphi'(y) < 0 \forall y \neq 0$, $\varphi'(0) = 0$. Aus Gleichung (7) ist ersichtlich, daß der Einfluß des Optimismus/Pessimismus-Parameters auf die zeitliche Entwicklung des Zweifels direkt erfolgt. Dies soll ein allgemein bekanntes Phänomen widerspiegeln: Je höher der Grad des Optimismus ist ($l < 0$), umso mehr wächst auch der Zweifel, ob die optimistischen

Erwartungen sich auch in der Zukunft erfüllen werden.

Der Einfluß der Kursabweichung y auf die Entwicklung des Zweifelparameters erfolgt dagegen indirekt über die Funktion φ . Mit Hilfe dieser Funktion unterstellen wir, daß generell eine positive Kursabweichung der Aktie von ihrem Fundamentalwert zweifelfördernd wirke, eine negative Abweichung hingegen soll den Zweifel grundsätzlich reduzieren. Dieser funktionale Zusammenhang ist in Abbildung 2 dargestellt.

Abbildung 2



Zusätzlich nehmen wir an, der Einfluß der Funktion φ auf die Entwicklung des Zweifelparameters sei innerhalb des Intervalls $[y_1, y_2]$ relativ gering. Dies bedeutet, beispielsweise, eine geringe Überbewertung der Aktie, also $0 < y < y_2$, läßt nur wenig Zweifel an einer weiteren positiven Kursentwicklung aufkommen. Nimmt die Überbewertung jedoch zu, $y > y_2$, so verstärken sich diese Zweifel rapide.

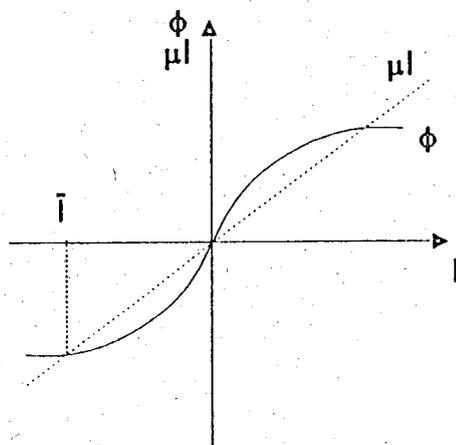
Etwas komplexer gestaltet sich die Bewegungsgleichung für die zeitliche Entwicklung des Optimismus/Pessimismus-Parameters:

$$\dot{l} = \frac{1}{\nu}(\Lambda - k - \mu l + \phi(l)), \quad (8)$$

mit $\mu > 0$, $\phi(0) = 0$, $\phi'(l) > 0$, $\phi''(0) = 0$, $\text{sign } \phi''(l) = -\text{sign } l$.

Auch Gleichung (8) wird determiniert durch direkte und indirekte Einflüsse. Auf die Entwicklung des Optimismus/Pessimismus-Parameters wirken direkt ein: ein exogen gegebener Parameter $\Lambda \in \mathbb{R}$, der eine bestimmte Grundstimmung auf dem Aktienmarkt widerspiegeln soll, sowie der Grad des Zweifels k und der jeweils zu einem bestimmten Zeitpunkt herrschende Grad des Optimismus/Pessimismus. Während der Einfluß von k auf die zeitliche Entwicklung von l eindeutig ist - das heißt die Abwesenheit von Zweifel ($k > 0$) steigert den Optimismus im Zeitablauf ($\dot{l} < 0$) - ist der Einfluß der jeweiligen Optimismus/Pessimismus-Situation (l) auf deren weitere zeitliche Entwicklung nicht ebenso eindeutig. Letzterer setzt sich zusammen aus einer direkten Wirkung, nämlich μl , und einem indirekten Effekt über die Funktion ϕ . Abbildung 3 versucht diese Zusammenhänge noch besser zu veranschaulichen.

Abbildung 3



Aufgrund der besonderen Form der Funktion ϕ führt zunächst geringer Optimismus ($\bar{l} < l < 0$), bei geeignetem μ ($< \phi'(l)$, $\forall \bar{l} < l < 0$), zu einer

es aber äußerst schwierig ist, ein 3-dimensionales Differentialgleichungssystem qualitativ zu analysieren, müssen wir zunächst eine vereinfachende Annahme treffen, um so zu einem, für die Analyse günstigeren, 2-dimensionalen System zu gelangen. Zu diesem Zweck unterstellen wir, die Kursabweichung y einer Aktie habe keinerlei Einfluß auf die Entwicklung des Zweifels der Investoren, das heißt es soll gelten: $\varphi(y) = \bar{\varphi} = 0$. Auf diese Weise wird es möglich, die für das Entstehen einer spekulativen Blase essentiellen Veränderungen von k und l mit Hilfe des nachstehenden 2-dimensionalen Differentialgleichungssystems zu betrachten:

$$\begin{aligned} \dot{k} &= \frac{1}{\nu} l, \\ \dot{l} &= \frac{1}{\nu} (\Lambda - k - \mu l + \phi(l)). \end{aligned} \quad (10)$$

Das Gleichgewicht von System (10) ist bei $(\hat{k}, \hat{l}) = (\Lambda, 0)$ gegeben. Für unseren Aktienmarkt hat ein Gleichgewicht die Bedeutung, daß sich der Aktienkurs nur mit seinem Fundamentalwert verändert. Für $\Lambda \geq 0$ sind dabei Kurs und fundamentaler Wert identisch, für $\Lambda < 0$ kann es zusätzlich entweder zu einer konstanten Überbewertung oder zu einer konstanten Unterbewertung kommen. Wie wir noch sehen werden ist dies vom Verhalten der einzelnen Anlegergruppen abhängig. Da für $\Lambda = 0$ keinerlei psychologische Einflüsse existieren, entspricht der Punkt $(k^R, l^R) = 0$ zusammen mit der korrespondierenden Kursabweichung $y^R = 0$ dem Gleichgewicht bei rationalen Erwartungen. Dieses soll im folgenden Ausgangspunkt für die dynamische Entwicklung des Modells sein.

Die Jacobi-Matrix im Punkt (\hat{k}, \hat{l}) lautet:

$$J = \frac{1}{\nu} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \Pi \end{bmatrix}, \text{ mit } \Pi := \phi'(0) - \mu. \quad (11)$$

Eine Stabilitätsuntersuchung von (\hat{k}, \hat{l}) ergibt, daß für negative (positive) Π -Werte das Gleichgewicht stabil (instabil) ist. Eine Berechnung der Eigenwerte ergibt: $\lambda_{1/2} = \frac{1}{2\nu} (\Pi \pm \sqrt{\Pi^2 - 4})$. Hieraus kann man ersehen, daß für $|\Pi| < 2$ die Trajektorien, je nach Vorzeichen von Π , zyklisch zum

Gleichgewicht hin beziehungsweise davon wegführen. Für $\Pi = \Pi_c = 0$ sind die Eigenwerte rein komplex. Eine Anwendung des Bifurkations-Theorems von Hopf weist auf die Existenz eines Grenzzyklus in der Umgebung von Π_c hin.⁴ Diesen wollen wir mit Hilfe der Mittelwertmethode (eine Beschreibung befindet sich im Anhang 1) näher untersuchen.

Die Näherungsgleichung für das System in (10) lautet:

$$\dot{\rho} = \frac{1}{2\nu}(g(\rho) - \mu\rho) \quad \text{mit} \quad g(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \phi(\rho \sin \theta) \sin \theta \, d\theta. \quad (12)$$

Hierin bezeichnen ρ eine Annäherung an die Amplitude des Zyklus und $\rho \sin \theta$ die Variable l in Polarkoordinatenform.

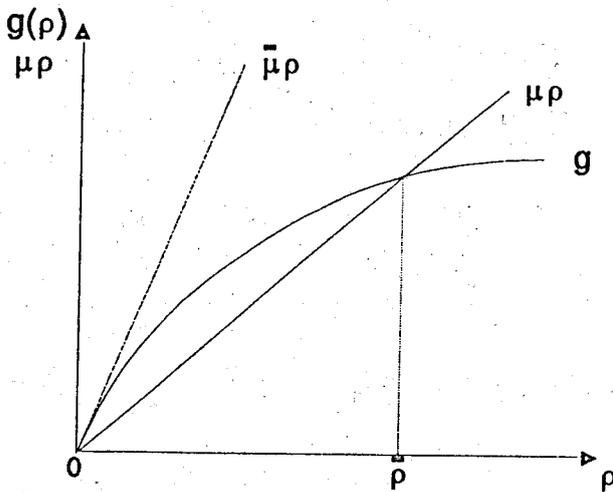
Die Dynamik dieser Näherungsgleichung läßt sich anhand von Abbildung 4 veranschaulichen. Das System (12) ist demnach im Gleichgewicht, falls für $\rho \geq 0$ gilt: $\mu\rho = g(\rho)$. Diese Bedingung ist in Abbildung 4 graphisch dargestellt. Auf die besondere Form der Funktion $g(\rho)$, die für die Analyse sehr wichtig ist, gehen wir dabei im Anhang 1 ein.

Für $\mu \geq \bar{\mu}$ besitzt die Differentialgleichung in (12) nur einen Gleichgewichtspunkt an der Stelle $\rho = 0$. Dieser entspricht dem stabilen Punktgleichgewicht (\hat{k}, \hat{l}) des Systems aus (10). Verringert sich nun der Vorsichtsparameter μ derart, daß $\mu < \bar{\mu}$ gilt, so besitzt (12) einen weiteren Gleichgewichtspunkt bei $\bar{\rho}$.

Darüberhinaus wird der erste Gleichgewichtspunkt instabil, da im Gegensatz zu vorher für $0 < \rho < \bar{\rho}$ die Variable $\dot{\rho}$ positiv ist. Für das System (10) bedeutet dies ebenfalls, daß das Gleichgewicht (\hat{k}, \hat{l}) jetzt instabil wird. Ferner läßt sich mit dieser Methode feststellen, ob im Modell für $\Pi > 0$ in der Umgebung von Π_c ein Grenzzyklus existiert. Es wurde bereits erwähnt, daß $\bar{\rho}$ eine Annäherung für die Amplitude dieses Zyklus darstellt, dessen Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität im Anhang 1 nachgewiesen wird.

⁴Denn es gilt für den Realteil der Eigenwerte $Re(\lambda)$ die Bedingung: $\partial Re(\lambda)/\partial \Pi|_{\Pi=\Pi_c} = 1/2\nu \neq 0$. Für eine ausführliche Darstellung des Hopf-Theorems sei auf Lorenz (1989) oder auf Guckenheimer/Holmes (1983) verwiesen.

Abbildung 4



Mit Hilfe von (12) läßt sich auch eine komparativ dynamische Analyse durchführen. Insbesondere ist in diesem Zusammenhang der Einfluß einer Veränderung des Vorsichtparameters auf die Amplitude des Grenzyklus von Bedeutung. Wegen

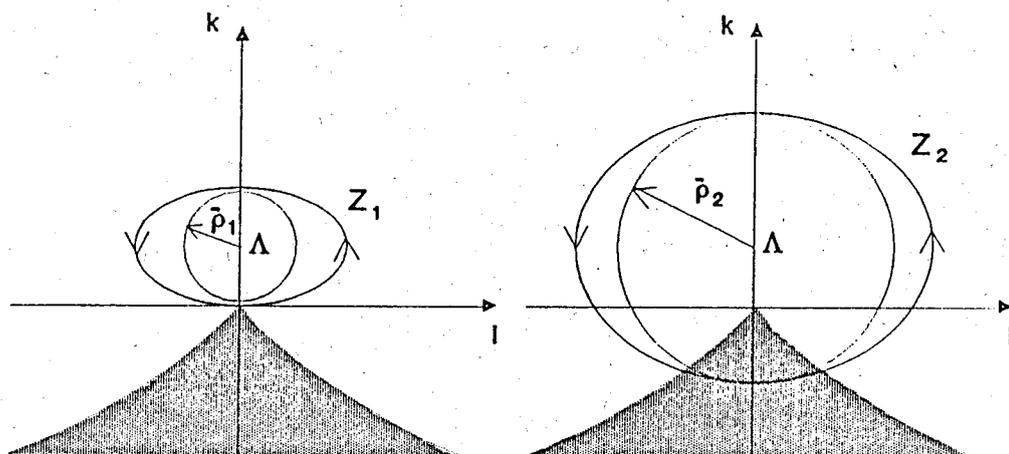
$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial \mu} = \frac{\bar{\rho}}{g'(\bar{\rho}) - \mu} < 0 \quad (13)$$

verringert sich die Amplitude des Zyklus und somit die Höhe der Aktienkursabweichung je besonnener der Markt reagiert. Diese Entwicklung kann bei einem weiteren Anstieg von μ bis hin zu dem oben besprochenen Punktgleichgewicht führen. Den Zusammenhang zwischen $\bar{\rho}$ und zwei möglichen Zyklen Z_1 und Z_2 für $\mu_2 < \mu_1 < \bar{\mu}$ haben wir bei positivem Λ in Abbildung 5 beispielhaft nachgezeichnet.

Während im linken Teil ein relativ hoher Vorsichtparameter μ_1 mit einer relativ geringen Amplitude korrespondiert, ist im rechten Teil bei geringerer Vorsicht μ_2 die Amplitude so groß, daß der Zyklus durch den schraffierten Bereich der Parameterebene verläuft. Hier ist die Möglichkeit

einer diskontinuierlichen Kurskorrektur gegeben, wie bereits in Abschnitt 2 angemerkt wurde. Wie wir weiter unten noch ausführen werden, ist das Ausmaß dieser abrupten Änderung von der Stärke der verschiedenen Anlegergruppen abhängig.

Abbildung 5



Wir wollen jetzt die bisher rein technische Analyse durch eine ökonomische Betrachtung ergänzen. Dazu nehmen wir an, der Aktienmarkt befinde sich bis zur Periode τ im rationalen Erwartungsgleichgewicht $(y^R, k^R, l^R) = (0, 0, 0)$. Dieses Gleichgewicht soll sodann durch exogene Einflüsse, etwa gute oder schlechte Nachrichten aus dem politischen Umfeld, gestört werden. Diese Störung kann sich entweder in einer optimistischen ($\Lambda < 0$) oder in einer pessimistischen Grundtendenz ($\Lambda > 0$) niederschlagen. Um unsere nachstehenden Überlegungen überschaubarer darstellen zu können, gehen wir von einer pessimistischen Grundtendenz aus. Wir haben dann zwei Fälle zu unterscheiden:

(i) Der Markt reagiert äußerst vorsichtig ($\Pi < 0$):

Der Aktienkurs kehrt entweder zyklisch oder direkt nach einer anfänglichen Unterbewertung zu seinem Fundamentalwert zurück. Im neuen Gleichgewicht gilt: $(y^{R'}, k^{R'}, l^{R'}) = (0, \Lambda, 0)$.

(ii) Der Markt reagiert leichtsinnig ($\Pi \geq 0$):

Der Aktienkurs entfernt sich entweder zyklisch oder direkt von seinem Fundamentalwert und nähert sich einem Grenzyklus. Jetzt wären wiederum, je nach Größe des Vorsichtsparameters μ gemäß den beiden Darstellungen in Abbildung 5, zwei Fälle zu unterscheiden. Wir wollen uns im folgenden jedoch nur auf den interessanteren Fall beschränken.

Bei geringem μ , das heißt, wenn der Markt extrem leichtsinnig reagiert, verläuft, wie aus dem rechten Teil von Abbildung 5 ersichtlich ist, der Grenzyklus von links kommend durch den schraffierten Bereich. Aus Abschnitt 2 wissen wir, daß hier die Dichtefunktion zwei Modalwerte besitzt. Die Anleger halten also zwei Kursentwicklungen für äußerst wahrscheinlich. Daß eine solche Verhaltensweise sich in der Empirie durchaus vorfinden läßt, hat Hofstätter (1990) bestätigt. Bei nachlassendem Boom konnte er eine zunehmende Widersprüchlichkeit in den erwartungsbildenden Elementarfaktoren beobachten, wie sie beispielsweise über Fachmedien verbreitet werden.

Rein mathematisch gesehen existiert diese Unsicherheit freilich nicht. Die Dynamik des Systems verbleibt solange auf dem ursprünglichen Modalwert, bis dieser bei Überschreiten des rechten Randes gänzlich verschwindet. Erst dann vollzieht es einen abrupten Übergang zum zweiten Modalwert hin. Diese mathematische Verhaltensweise sollte man so allerdings nicht auf den ökonomischen Erklärungsansatz übertragen. Da die Anleger bei der Erwartungsbildung lokal ihre Dichtefunktion maximieren, können sie innerhalb des schraffierten Bereichs jederzeit ihre Erwartungen ändern und somit zum anderen Modalwert überwechseln.

Um freilich das Modell nicht unnötig zu komplizieren, indem man die gesamte Vielfalt individueller Verhaltensmöglichkeiten in die Betrachtung



einbezieht, die sich auf obige Art ergeben kann, wollen wir im folgenden analog zu anderen Ansätzen (Zeeman (1974), Beja/Goldman (1980), Genotte/Leland (1989), Chiarella (1992)) vorgehen und die Anleger in verschiedene Anlegergruppen einteilen. Dabei nehmen wir nicht die übliche Einteilung in Fundamentalisten und Chartisten oder in informierte und nichtinformierte Anleger vor, wie man sie in der Literatur zumeist vorfindet. Wir gehen vielmehr einen eigenen Weg und nehmen an, daß sich die Investoren in ihren Reaktionen auf die oben erwähnte Widersprüchlichkeit im „kritischen“ Bereich unterscheiden. Im Einklang mit neueren psychologischen Ansätzen, die auf Aggregatebene weitgehend gleiches Verhalten der Anleger registrieren (Hofstätter (1990), Frey/Stahlberg (1990)), lassen wir nur in diesem Bereich maximal drei unterschiedliche Verhaltensweisen zu:

- (i) die normale Verhaltensweise,
- (ii) die konservative Verhaltensweise,
- (iii) die spekulative Verhaltensweise.

Bei der normalen Verhaltensweise schlägt die Erwartung immer dann abrupt um, wenn der neu hinzugekommene Modalwert eine höhere Dichte erreicht. Dies ist auf dem gesamten negativen Abschnitt der k -Achse der Fall.

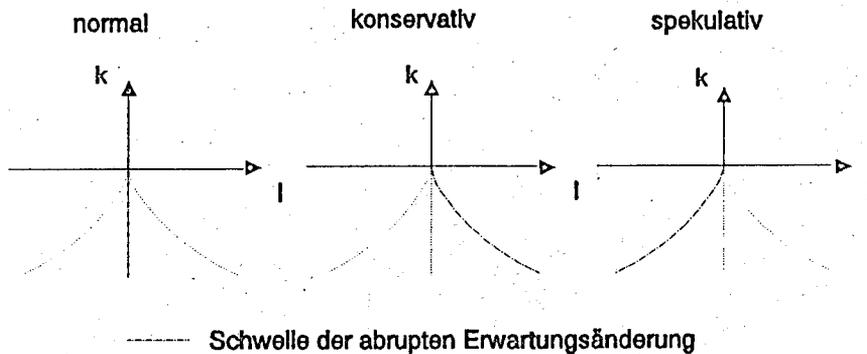
Konservatives Verhalten ist gekennzeichnet durch das Beharren auf der einmal eingeschlagenen Erwartungsrichtung. Die Erwartung schlägt erst bei Überschreiten des rechten Randes plötzlich um, wenn der ursprüngliche Modalwert gänzlich verschwunden ist. Diese Verhaltensannahme ist identisch mit dem mathematischen Verhalten des Systems.

Die spekulative Verhaltensweise kann je nach Richtung des Übergangprozesses spekulativ pessimistisch ($i > 0$) oder spekulativ optimistisch ($i < 0$) sein. In der Börsenpraxis spricht man einmal von einer Baisse-

das andere Mal von einer Hausse-Spekulation. Die Erwartungsänderung erfolgt abrupt bei spekulativ pessimistischem (optimistischem) Verhalten am linken (rechten) Rand des schraffierten Bereichs.

In Abbildung 6 sind die Schwellen der jeweiligen abrupten Erwartungsänderungen für die drei Verhaltensweisen graphisch veranschaulicht. Im „kritischen Bereich“ der k, l -Ebene reagieren also die einzelnen Anlegerklassen auf den nicht eindeutigen Modalwert in der oben beschriebenen Weise. Als Folge davon kommt es zu abrupten Kurssprüngen, deren Ausmaß mit der Größe der einzelnen Anlegergruppen schwanken kann.

Abbildung 6

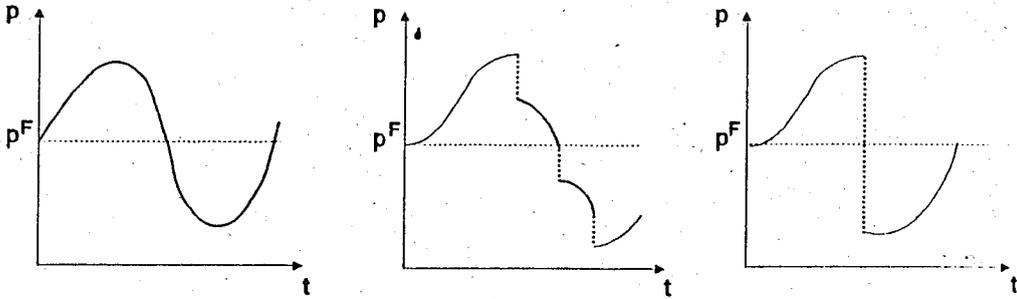


In Abbildung 7 haben wir beispielhaft drei Kursverläufe dargestellt. So entspricht im Teilbild links außen die Kursentwicklung der Aktie dem Zyklus Z_1 von Abbildung 5. Der Kurs verläuft hier in relativ „geordneten“ Bahnen, welche durch kontinuierliche und konstante Oszillationen um den Fundamentalwert p_i^* gekennzeichnet sind. Aufgrund des immer eindeutigen Modalwertes bleiben abrupte Erwartungsänderungen und demzufolge diskontinuierliche Kurssprünge der Aktie aus.

Die Darstellung in der Mitte geht davon aus, daß alle 3 Anlegergruppen in etwa gleich groß sind. Es treten analog zu den Schwellen der abrupten Erwartungsänderungen in Abbildung 6 diskontinuierliche Kurssprünge auf,

deren Umfang mit der Größe der drei Anlegergruppen variiert.

Abbildung 7



Im Teilbild rechts außen bestehen die Investoren beispielsweise nur aus Spekulanten. Dies bewirkt einen einzigen, aber sehr großen Kurssprung der Aktie. Die Dominanz einer bestimmten Anlegergruppe kann somit im Modell zu einem mehr oder weniger großen Ausschlag des Aktienkurses führen.

Zusammenfassend läßt sich für den Kursverlauf einer Aktie in unserem Modell folgendes feststellen:

Infolge der angenommenen Entwicklungsgleichungen, die die Stimmungsveränderungen auf einem fiktiven Aktienmarkt erfassen sollen, tritt eine spekulative Blase dann auf, wenn das stabile Punktgleichgewicht sich durch Änderungen im Anlegerverhalten zu einem stabilen Grenzzyklus hin verändert. Der Zyklus, dessen Eigendynamik durch das nichtlineare Zusammenwirken psychologischer Faktoren generiert wird, ist in Lage und Amplitude beeinflussbar durch eine optimistische beziehungsweise pessimistische Grundtendenz sowie durch ein vorsichtiges beziehungsweise leichtsinniges Anlegerverhalten. Letzteres bewirkt eine Vergrößerung der Zyklus-Amplitude und dies kann bei einer bestimmten Anlegerkonstellation zu abrupten Stimmungsumschwüngen und somit zu diskontinuierlichen Kurs-

veränderungen führen. Dieses Platzen der spekulativen Blase erweist sich somit als endogener Prozess. Weiterhin ist zu beachten, daß die Kursbewegungen der Aktie bei unverändertem Fundamentalwert auftreten.

Um zu überprüfen, ob das soeben beschriebene dynamische Verhalten des vereinfachten Systems (10) auch auf das Ausgangssystem (9) zutrifft, wenden wir uns nun wieder diesem System zu. Der Gleichgewichtspunkt $(y^{R'}, k^{R'}, l^{R'}) = (0, \Lambda, 0)$ des vereinfachten Systems ist auch Gleichgewichtspunkt im ursprünglichen System. Die Jacobi-Matrix in diesem Punkt lautet:

$$J = \begin{bmatrix} -2\Lambda k\nu & 0 & -\nu \\ 0 & 0 & \frac{1}{\nu} \\ 0 & -\frac{1}{\nu} & \frac{1}{\nu}\Pi \end{bmatrix}. \quad (14)$$

Die dazugehörigen Eigenwerte sind

$$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = \frac{1}{2\nu}(-4\Lambda\nu^2, \Pi + \sqrt{\Pi^2 - 4}, \Pi - \sqrt{\Pi^2 - 4}). \quad (15)$$

Für $\Pi < 0 (> 0)$ ist das Gleichgewicht bei positiven Λ lokal stabil (instabil). Darüberhinaus ist es für ein negatives Λ sattelpunktstabil. Analog zum vereinfachten System besitzt auch (14) für $\Pi = \Pi_c$ rein komplexe Eigenwerte. Die Anwendung des Bifurkations-Theorems von Hopf weist hier ebenfalls auf die Existenz eines Grenzzyklus hin. Dies legt die Vermutung nahe, daß das System in (9), zumindest in einer Umgebung des lokalen Gleichgewichtspunktes, ein ähnliches dynamisches Verhalten aufweist wie das vorhin ausführlich diskutierte 2-dimensionale System. Da keine geeigneten mathematischen Werkzeuge zur qualitativen Analyse des umfassenderen 3-dimensionalen Systems existieren, müssen wir eine Modellsimulation vornehmen, um nähere Aufschlüsse zu erhalten. Mit Hilfe dieser Simulation werden wir im nächsten Abschnitt überprüfen, ob, im Rahmen unserer numerischen Spezifikation des Modells, die wichtigsten qualitativen Ergebnisse des vereinfachten Systems auch weiterhin Bestand haben.

4 Simulation des Modells

Bisher haben wir die Psycho-Dynamik unseres Aktienmarktes mit qualitativen Hilfsmitteln untersucht. Dabei haben wir festgestellt, daß die eindeutigen Ergebnisse, die wir aus der Analyse des vereinfachten Systems (10) gewonnen haben mit großer Wahrscheinlichkeit auch für das Ausgangssystem (9) gelten. Um eine größere Gewissheit dafür zu bekommen werden wir in diesem Abschnitt die Simulation einer numerisch spezifizierten Version des Modells durchführen.

Zu diesem Zweck unterstellen wir die folgenden Simulationsgleichungen für unser Modell:

$$\begin{aligned} \dot{y} &= -5(4y^3 + 2ky + l), \\ \dot{k} &= 0.2(-0.016y^3 + l), \\ \dot{l} &= 0.2(\Lambda - k + h(l)). \end{aligned} \quad (16)$$

Hierbei ist die Funktion $h(l) := -\mu'l - (0.005l^3 - 5l)$ topologisch äquivalent zur Funktion $H(l) := -\mu l + \phi(l)$. Das Gleichgewicht liegt bei $(0, \Lambda, 0)$ und die dazugehörigen Eigenwerte sind

$$(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = (-10\Lambda, 0.1\Pi' + 0.1\sqrt{\Pi'^2 - 4}, 0.1\Pi' - 0.1\sqrt{\Pi'^2 - 4}), \quad (17)$$

mit $\Pi' := 5 - \mu'$. Ausgangspunkt für unsere Simulationen, deren graphische Darstellungen im Anhang 2 zusammengefaßt sind, ist das Gleichgewicht bei rationalen Erwartungen (y^R, k^R, l^R) .

Um den Fall der Sattelpunktstabilität aus Vereinfachungsgründen auszuschließen, nehmen wir im folgenden an, daß Λ positiv sei. Somit ist das Gleichgewicht für $\mu' > 5$ lokal punktstabil. In Abbildung A2.1 haben wir für $\Lambda = 0.5$ und für $\mu' = 5.3$ die zyklische Anpassung an das Gleichgewicht in der k, l -Ebene, sowie die zeitliche Entwicklung der 3 Variablen nachgezeichnet.

Für $\Pi' = 0$ durchläuft das System (16) eine Hopf-Bifurkation. In den Abbildungen A2.2 und A2.3 sind 2 Grenzzyklen sowie die entsprechenden zeitlichen Variablenentwicklungen dargestellt. Beide Zyklen verlaufen

durch den für k positiven Bereich der k, l -Ebene. In Abbildung A2.2 erfolgt eine zyklische Anpassung an den Grenzyklus, der nach ca. 650 Zeiteinheiten erreicht wird. Die Parameterwerte hierfür sind: $\Lambda = 5$, $\mu' = 4.9998$. Die Anpassung an den zweiten Zyklus erfolgt direkt, wodurch dieser, für die Parameterwerte $\Lambda = 50$ und $\mu' = 3$, bereits nach ca. 9 Zeiteinheiten erreicht wird.

Noch interessantere Ergebnisse erhalten wir, wenn wir den Wert von μ' im Zyklus von Abbildung A2.3 verkleinern. Setzen wir beispielsweise μ' auf den Wert 0.5, so verläuft der Grenzyklus durch den „kritischen“ Bereich in der k, l -Ebene, wie dies in Abbildung A2.4 dargestellt ist. Dieses Simulationsergebnis ist äquivalent zu dem Ergebnis unserer qualitativen Analyse des vereinfachten Systems. Ab dem Zeitpunkt 40 entsteht eine spekulative Blase, die zum Zeitpunkt 57 platzt. Die Kursabweichung ist dabei um ein vielfaches größer als in den Abbildungen A2.2 beziehungsweise A2.3.

Mit Hilfe der Simulation läßt sich natürlich nur die mathematische Entwicklung des Systems nachvollziehen. Unsere ökonomische Interpretation, wonach das Verhalten der Anleger zu drei Gruppen klassifiziert werden kann, läßt sich somit nicht simulieren. Wir sind daher gezwungen, die bei Zeitpunkt 57 auftretende abrupte Kurskorrektur als Ergebnis eines Aktienmarktes anzusehen, auf dem ausschließlich konservative Anleger tätig sind. Erwähnenswert ist in diesem Zusammenhang noch, daß die Variablen k und l in ihren zeitlichen Entwicklungen keinerlei derartige Sprünge aufweisen.

Abschließend wollen wir einen Simulationsablauf mit mehreren dynamischen Verhaltensweisen durchführen. Zunächst wird das Gleichgewicht unter rationalen Erwartungen im Zeitpunkt 10 gestört. Es breitet sich eine pessimistische Grundstimmung aus ($\Lambda = 50$) und der Aktienkurs weicht von seinem Fundamentalwert negativ ab. Eine Verringerung des Vorsichtsparsameters μ' von 5,7 auf 3 verhindert die Rückkehr des Systems zu einem Punktgleichgewicht. Als neuer Gleichgewichtszustand wird ein Grenzyklus erreicht, dessen Amplitude sich ab dem Zeitpunkt 40 infolge einer

weiteren Verringerung von μ' auf den Wert 0,5 stark vergrößert. Aufgrund des geringeren Vorsichtsparameter verläuft der Grenzyklus jetzt durch den „kritischen“ Bereich, in dem die Erwartungen und somit die Aktienkurse sich diskontinuierlich verändern können. In unserer Modellspezifikation hat dies zur Folge, daß die spekulative Blase zum Zeitpunkt 57 platzt. Dieses Platzen verursacht eine kurzfristige Kurskorrektur und somit den Zusammenbruch des Aktienkurses. Eine Erhöhung von μ' ab dem Zeitpunkt 59 auf den Wert 5,2 stabilisiert den Aktienmarkt. Der Aktienkurs kehrt wiederum zu seinem fundamentalen Wert zurück und das System zu einem neuen Punktgleichgewicht.

Die graphische Darstellung dieses Ablaufes ist in Abbildung A2.5 festgehalten.

In diesem Abschnitt haben wir mit Hilfe numerischer Simulationen versucht, die Ergebnisse der qualitativen Analyse insbesondere im Hinblick auf das System (9) zu bekräftigen. Zusammenfassend können wir sagen, das Zyklusverhalten stellt nicht den Ausnahmefall dar, sondern tritt für einen breiten Bereich sämtlicher Modellparameter auf. Auch Variationen der Anfangswerte bestätigen die qualitativen Ergebnisse ohne Ausnahme. Diese Aussagen wurden durch eine Vielzahl unterschiedlicher Simulationsläufe unterstrichen.

5 Zusammenfassung und Forschungsausblick

Ziel unseres Beitrages war es, das Geschehen auf einem Aktienmarkt in einen dynamischen Modellrahmen einzubeziehen. In seinen Untersuchungen zum Verhalten der Anleger, das zum Börsencrash 1987 führte, hat Shiller (1990) den Aktienmarkt als „a feedback system ... with possibly complicated dynamics“ bezeichnet. In seinem System sind es vor allem psychologische Faktoren, die für die festgestellten Dynamiken gesorgt haben. Durch die Verwendung des Ansatzes der Quartischen-Modalwert-

Erwartungsbildung konnten wir uns von den traditionellen, durchwegs rationalen Modellansätzen lösen und das vordergründig nicht-rationale Verhalten der Investoren stärker berücksichtigen. So sind es ebenfalls hauptsächlich psychologisch bedingte Faktoren, die das dynamische Verhalten unseres Modells generieren.

Wir haben gezeigt, daß, je nach Ausgestaltung der Modellparameter, der Aktienkurs nach einer exogenen Beeinflußung entweder zu seinem fundamentalen Wert zurückkehrt oder um diesen herum oszilliert. Verantwortlich hierfür sind Faktoren wie optimistische beziehungsweise pessimistische Marktstimmungen, vorsichtiges und unvorsichtiges Anlegerverhalten sowie entstehender Zweifel an den bisherigen Kurstrends. Darüberhinaus ist unser Modell durch seine selbstorganisierende Struktur in der Lage, endogen eine spekulative Blase entstehen und wieder platzen zu lassen. Eine numerische Simulation, worin die vorherigen qualitativen Ergebnisse bekräftigt und nochmals verdeutlicht werden, rundet unseren Beitrag ab.

Von Interesse wäre es nun, in einer weitergehenden Untersuchung, den Parameter, der vorsichtiges beziehungsweise unvorsichtiges Anlegerverhalten modelliert, und der primär für die Änderungen im dynamischen Verhalten des Modells verantwortlich ist, endogen zu bestimmen. Dies müßte aus einer mikroökonomischen Betrachtung heraus erfolgen, die quantitätsmäßige Veränderungen in den Relationen der verschiedenen Anlegergruppen dynamisch analysiert. In einem solchen Modellrahmen würden die sich daraus ergebenden, zusätzlichen Differentialgleichungen die Wahrscheinlichkeit für sogenanntes chaotisches Verhalten der Variablen noch erhöhen.

Um die Ergebnisse unseres Beitrages auch empirisch überprüfen zu können, müßten vor allem methodische Ansätze entwickelt werden, die es ermöglichen, die für das Wirtschaftsgeschehen eminent wichtige Erwartungsbildung realitätsgerechter zu erfassen.

Anhang 1:

**Anwendung der Mittelwertmethode,
Existenz, Eindeutigkeit und Stabilität des Grenzyklus**

(i) Anwendung der Mittelwertmethode in allgemeiner Form⁵

Die Mittelwertmethode ist eine Näherungstechnik zur qualitativen Analyse von Grenzyklen in der Ebene. Sei

$$\dot{x} = Jx + f(x) \quad (\text{A1.1})$$

ein 2-dimensionales Differentialgleichungssystem, von dem bekannt ist, daß ein Grenzyklus existiert (beispielsweise durch Anwendung des Bifurkationstheorem von Hopf). In (A1.1) stellt Jx den linearen und $f(x)$ den nichtlinearen Teil des Systems dar. Darüberhinaus sei J die Jacobi-Matrix im Gleichgewichtspunkt, um den der Grenzyklus vermutet wird.

Wir bringen (A1.1) mit Hilfe der Variablentransformationen $x_1 = r \cos \theta$ beziehungsweise $x_2 = r \sin \theta$ in Polarkoordinatenform und erhalten

$$\dot{r} = r[(J_{11} \cos^2 \theta + J_{22} \sin^2 \theta + (J_{12} + J_{21}) \cos \theta \sin \theta] + f_1(r \cos \theta, r \sin \theta) + f_2(r \cos \theta, r \sin \theta), \quad (\text{A1.2})$$

mit J_{ij} als ij -tes Element der Jacobi-Matrix.

Da Gleichung (A1.2) bezüglich der Variablen θ periodisch ist, ist eine Näherung in Form einer Fourier-Reihenentwicklung möglich. Den ersten Term dieser Reihe erhalten wir, indem wir für die rechte Seite von (A1.2) den Mittelwert über den Intervall $[0, 2\pi]$ bilden. Für $r \rightarrow \rho$ erhalten wir

$$\dot{\rho} = \frac{1}{2}\rho(J_{11} + J_{22}) + \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} [f_1(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \cos \theta + f_2(\rho \cos \theta, \rho \sin \theta) \sin \theta] d\theta. \quad (\text{A1.3})$$

Anhand der Mittelwertgleichung (A1.3), die eine Näherungsgleichung für (A1.1) darstellt können folgende Aussagen über den Grenzyklus getroffen werden:

⁵Siehe auch dazu die Ausführungen in Chiarella (1990).

Existenz: $\dot{\rho} = 0 \iff \rho = \bar{\rho} \neq 0$,

Eindeutigkeit: \exists nur ein $\bar{\rho}$ mit $\dot{\rho}|_{\bar{\rho}} = 0$,

Stabilität: $\dot{\rho} < (>) 0$, falls $\rho > (<) 0$.

(ii) Anwendung der Mittelwertmethode auf System (10)

In die Form von (A1.1) gebracht, lautet System (10):

$$\begin{bmatrix} \dot{k} \\ \dot{l} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{\nu} \\ -\frac{1}{\nu} & \frac{1}{\nu}\Pi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} k \\ l \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\nu}f(l) \end{bmatrix}, \quad (\text{A1.4})$$

mit $f(l) = \phi(l) + \Lambda - \phi'(0)l$. Nach Durchführung der Variablentransformationen $k = \rho \cos \theta$ beziehungsweise $l = \rho \sin \theta$ ergibt sich nach einigen Umformungen Näherungsgleichung (12).

Zum Nachweis der Existenz, der Eindeutigkeit und der Stabilität des Grenzyklus muß die Form von $g(\rho)$ analysiert werden. Es ist leicht nachzuvollziehen, daß $g(0) = 0$ sowie $g'(\rho) > 0$ gilt. Eine nochmalige Differentiation von g ergibt:

$$g''(\rho) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \phi''(\rho \sin \theta) \sin^3 \theta d\theta. \quad (\text{A1.5})$$

Obiger Ausdruck ist negativ, da g'' auf den einzelnen Teilintervallen

$$\left[0, \frac{\pi}{2}\right], \left[\frac{\pi}{2}, \pi\right], \left[\pi, \frac{3\pi}{2}\right], \left[\frac{3\pi}{2}, 2\pi\right]$$

jeweils negativ ist. Die Funktion $g(\rho)$ besitzt somit die Form, wie sie in Abbildung 4 aufgezeichnet ist.

Die Existenz, die Eindeutigkeit und die Stabilität des Grenzyklus ergibt sich direkt aus obigen allgemeinen Aussagen und der genauen Betrachtung von Abbildung 4.

Anhang 2:

Graphische Darstellungen der Simulationsergebnisse

Abbildung A2.1

Zyklische Anpassung zum Gleichgewicht

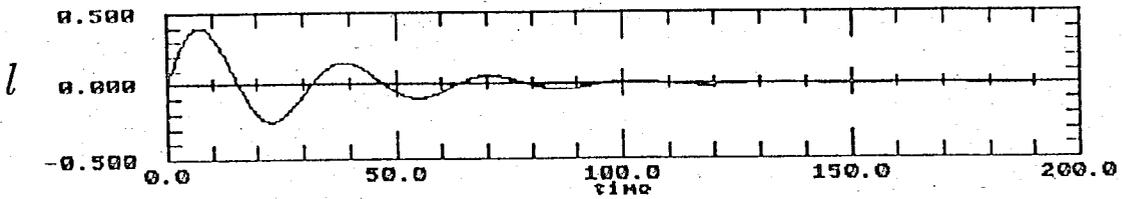
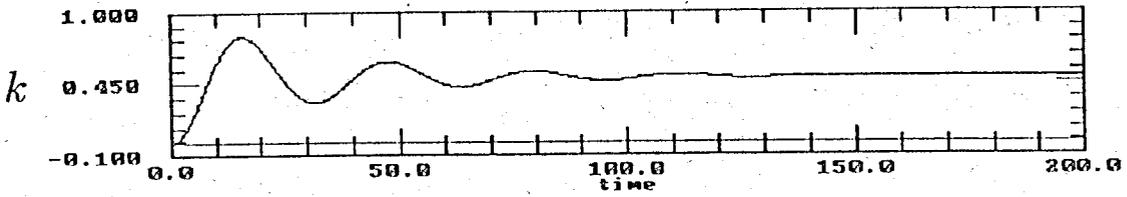
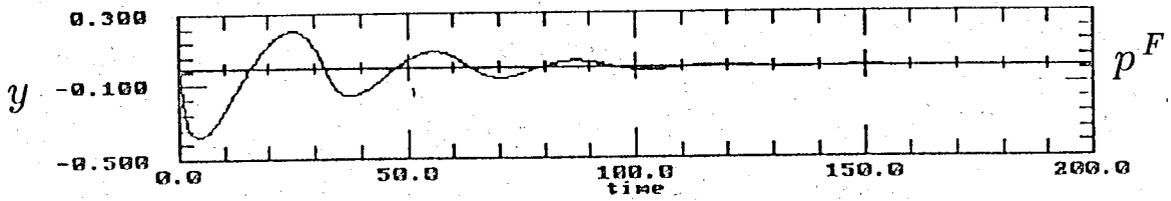
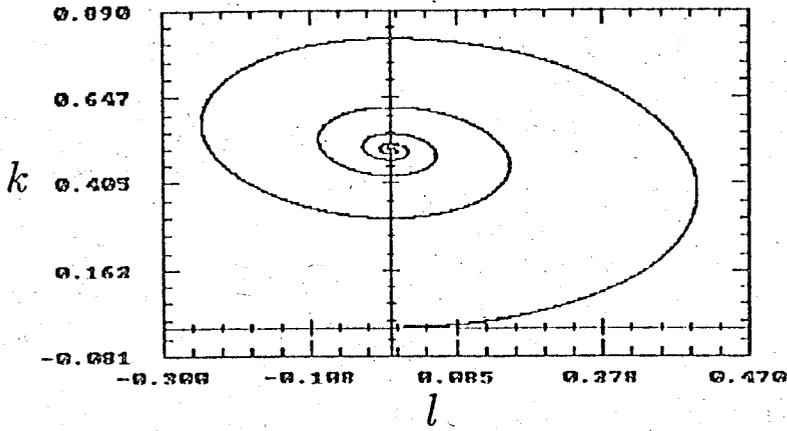


Abbildung A2.2

Zyklische Anpassung an den Grenzzyklus im „nichtkritischen“ Bereich

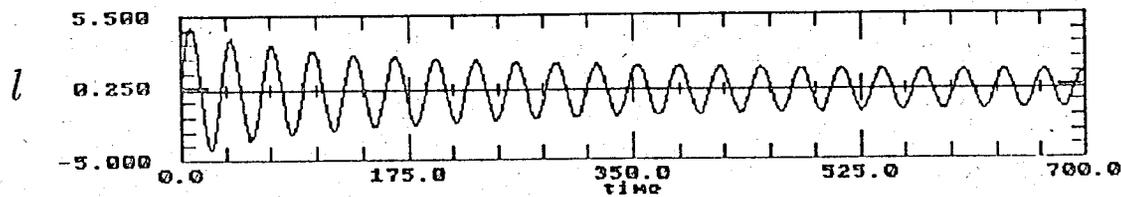
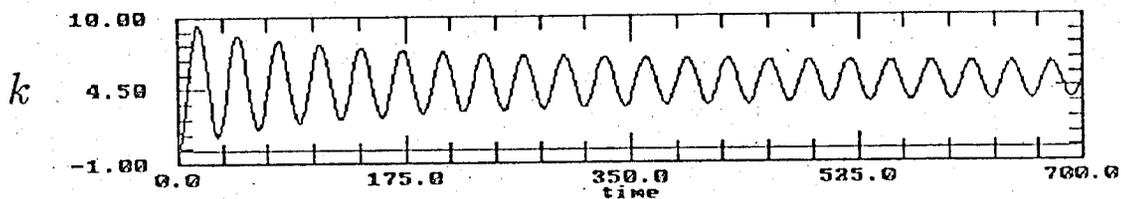
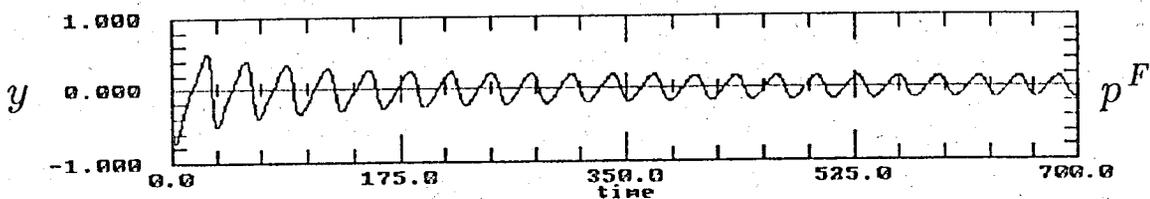
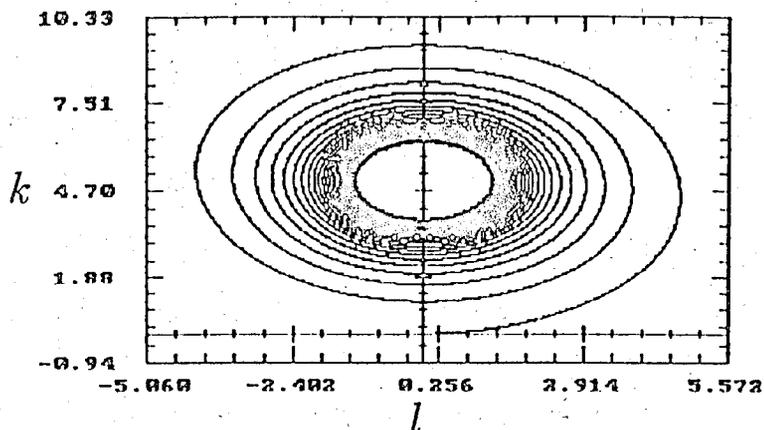


Abbildung A2.3

Gerade Anpassung an den Grenzyklus im „nichtkritischen“ Bereich

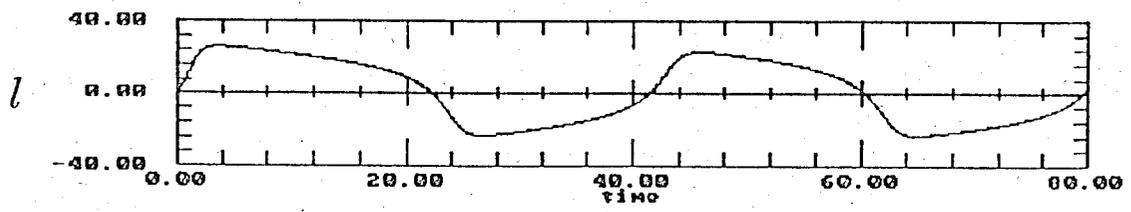
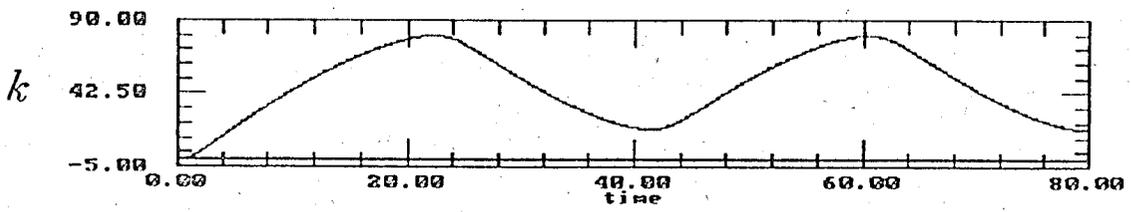
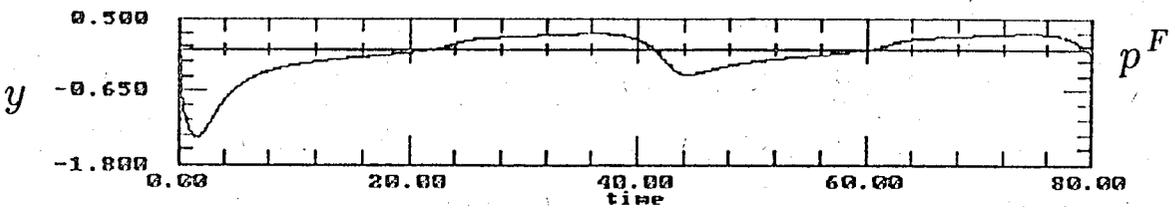
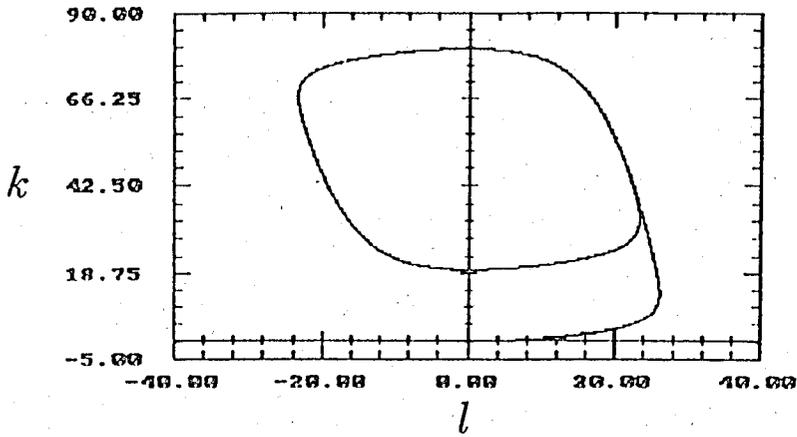


Abbildung A2.4

Gerade Anpassung an den Grenzyklus im „kritischen“ Bereich

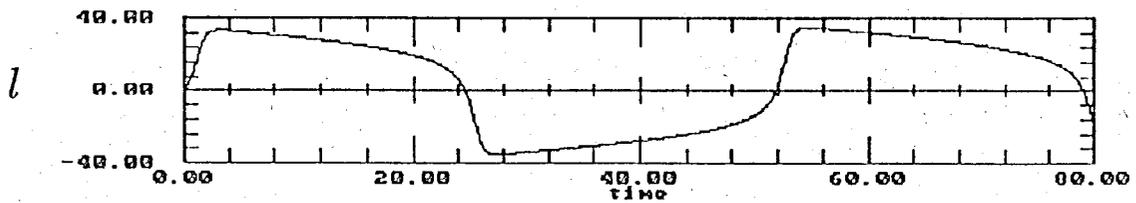
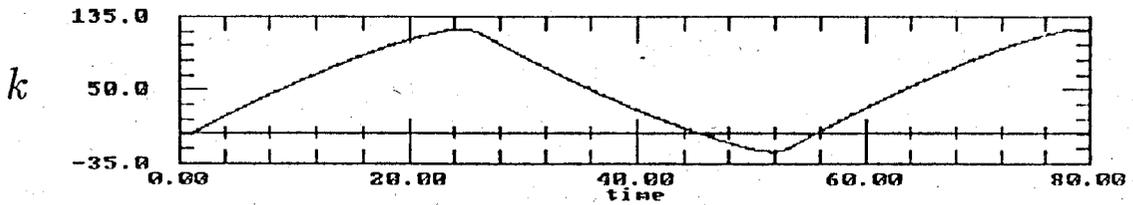
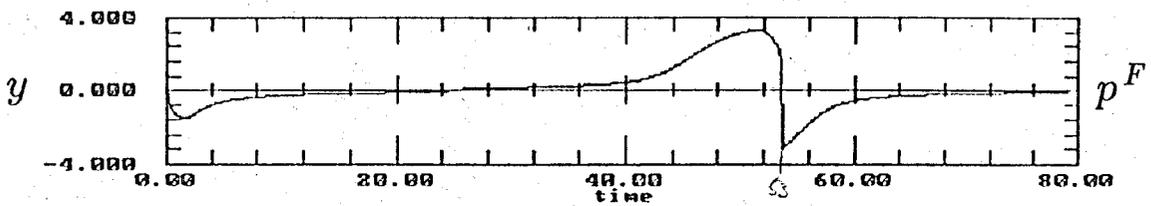
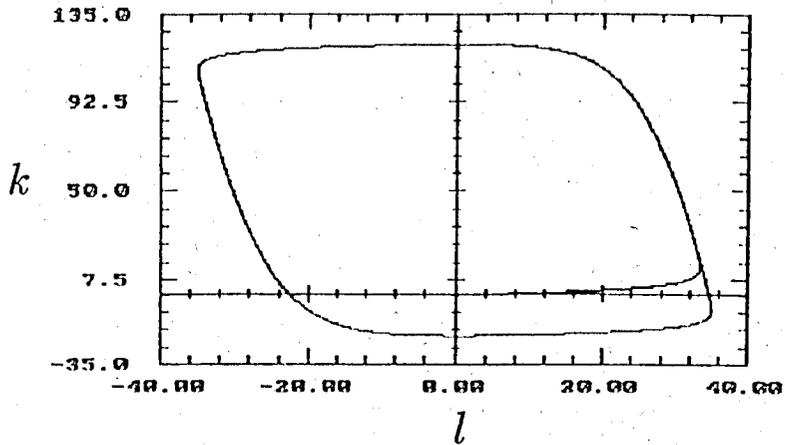
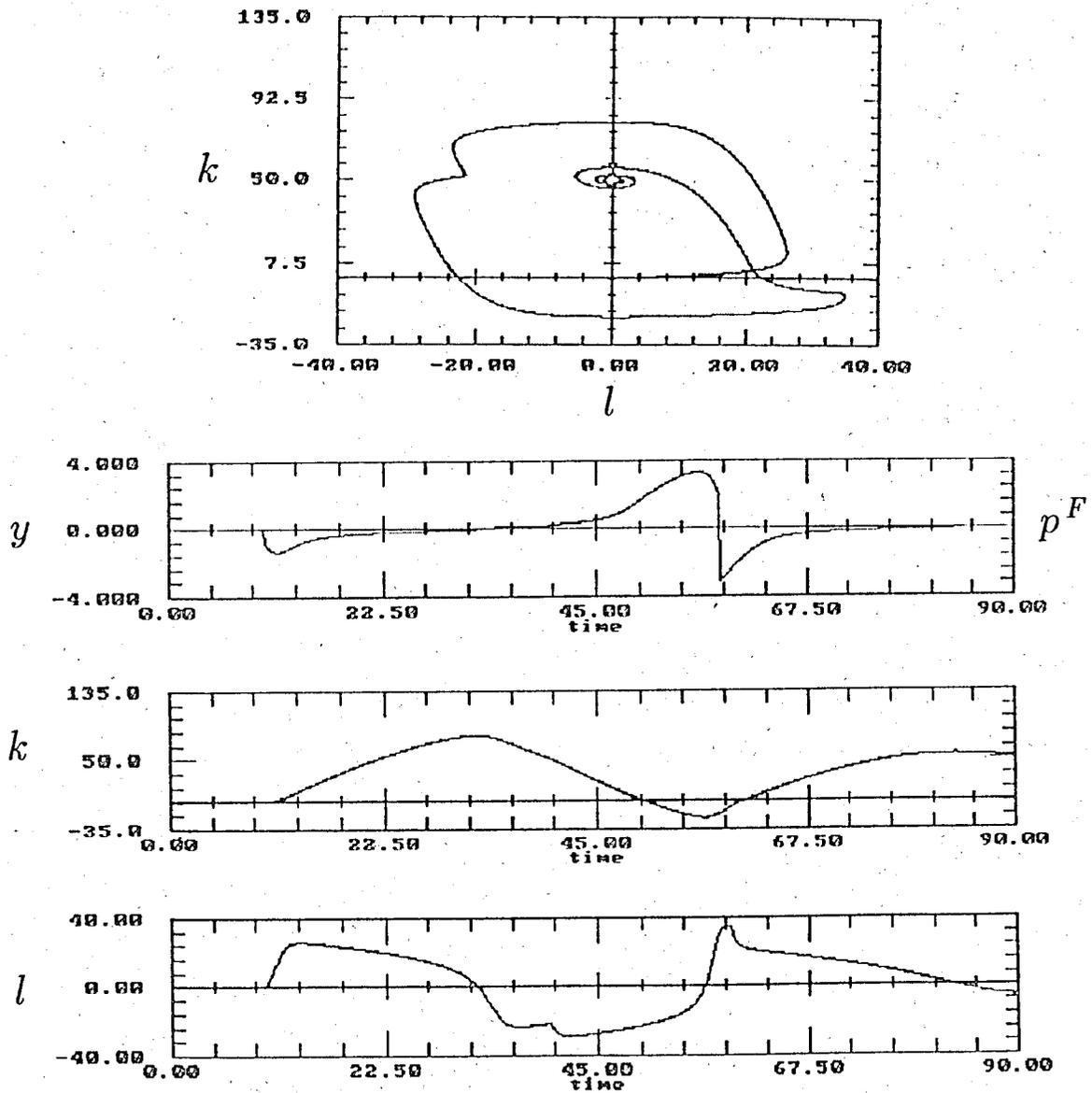


Abbildung A2.5

Mehrere dynamische Verhaltensweisen in einem Zeitablauf



Literaturverzeichnis

- Andreassen, P.B. (1987) On the Social Psychology of the Stock Market: Aggregate Attributional Effects and the Regressiveness of Prediction. *Journal of Personality and Social Psychology*, Band 53(3), S.490-496.
- Beja, A., Goldman, M.B. (1980) On the Dynamic Behaviour of Prices in Disequilibrium. *Journal of Finance*, Band 35(2), S.235-248.
- Bungard, W., Schultz-Gambard, J. (1990) Überlegungen zum Verhalten von Börsenakteuren aus kontrolltheoretischer Sicht. In Maas, P., Weibler, J. (Hrsg.): *Börse und Psychologie, Plädoyer für eine neue Perspektive*. Deutscher Instituts-Verlag, Köln.
- Chiarella, C. (1992) The Dynamics of Speculative Behavior. *Annals of Operations Research*, Special issue on "Nonlinear Methods in Economic Dynamics and Optimal Control", erscheint 1992.
- Chiarella, C. (1990) The Elements of a Nonlinear Theory of Economic Dynamics. In: *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems*, Band 343, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- De Long, J.B., Shleifer, A., Summers, L.H., Waldmann, R.J. (1990) Noise Trader Risk in Financial Markets. *Journal of Political Economy* 98, S.701-738.
- Frey, D., Gülker, G. (1988) Psychologie und Volkswirtschaftslehre: Möglichkeiten einer interdisziplinären Zusammenarbeit. *Jahrbuch für neue politische Ökonomie*, 7. Band, S.168-191.
- Frey, D., Stahlberg, D. (1990) Erwartungsbildung und Erwartungsveränderungen bei Börsenakteuren. In Maas P., Weibler J. (Hrsg.): *Börse und Psychologie, Plädoyer für eine neue Perspektive*. Deutscher Instituts-Verlag, Köln.

- Genotte, G., Leland, H. (1990) Market Liquidity, Hedging and Crashes. American Economic Review, Band 80(5), S.999-1021.
- Guckenheimer, J., Holmes, P. (1983) Nonlinear Oscillations, Dynamical Systems and Bifurcation of Vector Fields. Springer-Verlag, New York.
- Hanusch, H., Recktenwald, H.C., (Hrsg.) (1992) Ökonomische Wissenschaft in der Zukunft. Ansichten führender Ökonomen. Verlag Wirtschaft und Finanzen, Düsseldorf.
- Hofstätter, P.R. (1990) Zur Sozialpsychologie der Spekulation mit Aktien. In Maas P., Weibler J. (Hrsg.): Börse und Psychologie, Plädoyer für eine neue Perspektive. Deutscher Instituts-Verlag, Köln.
- Kindleberger, C.P. (1978) Manias, Panics and Crashes. A History of Financial Crises. Macmillan Press, London.
- Kugler, F., Hanusch, H. (1992) Theorie spekulativer Blasen: Rationaler Erwartungsansatz versus Ansatz der Quartischen-Modalwert-Erwartungen. Institut für Volkswirtschaftslehre der Universität Augsburg, Arbeitspapier Nr. 72.
- Lorenz, H.W. (1989) Nonlinear Dynamical Economics and Chaotic Motion In: Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems, Band 334, Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, New York.
- Maas, P., Weibler, J. (1988): Psychologie und Börse. Einige heuristische Überlegungen zu ausgewählten Problemen aus wirtschaftspsychologischer Sicht. Köln-Mannheimer Beiträge zur Wirtschafts- und Organisationspsychologie, Band 1, S.82-105.
- Maital, S., Filer, R., Simon, J. (1986) What Do People Bring to the Stock Market (Besides Money)? The Economic Psychology of Stock Market Behavior. In Gilad, B., Kaish, S. (Hrsg.): Handbook of Behavioral Economics, Band 3, S.273-307. Greenwich, London.

- v.Natzmer, W. (1985) Erwartungen in der Ökonomie: Das Modell der Quartischen-Modalwert-Erwartungen. Rudolf Haufe Verlag, Freiburg im Breisgau.
- Schachter, S., Hood, D.C., Andreassen, P.B., Gerin W. (1986) Aggregate Variables in Psychology and Economics: Dependence and the Stock Market. In Gilad, B., Kaish, S. (Hrsg.): Handbook of Behavioral Economics, Band 3, S.273-307. Greenwich, London.
- Schachter, S., Quellette, R., Whittle, B., Gerin W. (1987) Effects of Trend and of Profit or Loss on the Tendency to Sell Stock. Basic and Applied Social Psychology, Band 8(4), S.259-271.
- Shiller, R.J. (1990) Speculative Prices and Popular Models. The Journal of Economic Perspectives, Band 4(2), S.55-65.
- Topol, R. (1991) Bubbles and Volatility of Stock Prices: Effect of Mimetic Contagion. The Economic Journal, Band 101, S.786-800.
- Wiendieck, G. (1990) Börse als vernachlässigter Bereich der Wirtschaftspsychologie. In Maas, P., Weibler, J. (Hrsg.): Börse und Psychologie, Plädoyer für eine neue Perspektive. Deutscher Instituts-Verlag, Köln.
- Zeeman, E.C. (1977) On the Unstable Behaviour of Stock Exchanges. Journal of Mathematical Economics, Band 1, S.39-49.



Bisher erschienen unter der Fachgruppe Makroökonomie

Beitrag Nr.	1:	Bernhard Gahlen	Neuere Entwicklungstendenzen und Schätzmethode in der Produktions- theorie
Beitrag Nr.	2:	Ulrich Schittko	Euler- und Pontrjagin-Wachstums- pfade
Beitrag Nr.	3:	Rainer Feuerstack	Umfang und Struktur geburtenregeln- der Maßnahmen
Beitrag Nr.	4:	Reinhard Blum	Der Preiswettbewerb im § 16 GWB und seine Konsequenzen für ein "Neues Wettbewerbskonzept"
Beitrag Nr.	5:	Martin Pfaff	Measurement Of Subjective Welfare And Satisfaction
Beitrag Nr.	6:	Arthur Strassl	Die Bedingungen gleichgewichti- gen Wachstums

Bisher erschienen unter dem Institut für Volkswirtschaftslehre

Beitrag Nr.	7:	Reinhard Blum	Thesen zum neuen wettbewerbs- politischen Leitbild der Bundes- republik Deutschland
Beitrag Nr.	8:	Horst Hanusch	Tendencies In Fiscal Federalism
Beitrag Nr.	9:	Reinhard Blum	Die Gefahren der Privatisierung öffentlicher Dienstleistungen
Beitrag Nr.	10:	Reinhard Blum	Ansätze zu einer rationalen Struk- turpolitik im Rahmen der marktwirt- schaftlichen Ordnung
Beitrag Nr.	11:	Heinz Lampert	Wachstum und Konjunktur in der Wirtschaftsregion Augsburg
Beitrag Nr.	12:	Fritz Rahmeyer	Reallohn und Beschäftigungsgrad in der Gleichgewichts- und Un- gleichgewichtstheorie
Beitrag Nr.	13:	Alfred E. Ott	Möglichkeiten und Grenzen einer Regionalisierung der Konjunktur- politik

Beitrag Nr.	14:	Reinhard Blum	Wettbewerb als Freiheitsnorm und Organisationsprinzip
Beitrag Nr.	15:	Hans K. Schneider	Die Interdependenz zwischen Energieversorgung und Gesamtwirtschaft als wirtschaftspolitisches Problem
Beitrag Nr.	16:	Eberhard Marwede Roland Götz	Durchschnittliche Dauer und zeitliche Verteilung von Großinvestitionen in deutschen Unternehmen
Beitrag Nr.	17:	Reinhard Blum	Soziale Marktwirtschaft als weltwirtschaftliche Strategie
Beitrag Nr.	18:	Klaus Hüttinger Eckehard von Knorring Peter Welzel	Unternehmensgröße und Beschäftigungsverhalten - Ein Beitrag zur empirischen Überprüfung der sog. Mittelstands- bzw. Konzentrationshypothese -
Beitrag Nr.	19:	Reinhard Blum	Was denken wir, wenn wir wirtschaftlich denken?
Beitrag Nr.	20:	Eberhard Marwede	Die Abgrenzungsproblematik mittelständischer Unternehmen - Eine Literaturanalyse -
Beitrag Nr.	21:	Fritz Rahmeyer Rolf Grönberg	Preis- und Mengenanpassung in den Konjunkturzyklen der Bundesrepublik Deutschland 1963 - 1981
Beitrag Nr.	22:	Peter Hurler Anita B. Pfaff Theo Riss Anna Maria Theis	Die Ausweitung des Systems der sozialen Sicherung und ihre Auswirkungen auf die Ersparnisbildung
Beitrag Nr.	23:	Bernhard Gahlen	Strukturpolitik für die 80er Jahre
Beitrag Nr.	24:	Fritz Rahmeyer	Marktstruktur und industrielle Preisentwicklung
Beitrag Nr.	25:	Bernhard Gahlen Andrew J. Buck Stefan Arz	Ökonomische Indikatoren in Verbindung mit der Konzentration. Eine empirische Untersuchung für die Bundesrepublik Deutschland
Beitrag Nr.	26A:	Christian Herrmann	Die Auslandsproduktion der deutschen Industrie. Versuch einer Quantifizierung

Beitrag Nr.	26B:	Gebhard Flaig	Ein Modell der Elektrizitätsnachfrage privater Haushalte mit indirekt beobachteten Variablen
Beitrag Nr.	27A:	Reinhard Blum	Akzeptanz des technischen Fortschritts - Wissenschafts- und Politikversagen -
Beitrag Nr.	27B:	Anita B. Pfaff Martin Pfaff	Distributive Effects of Alternative Health-Care Financing Mechanisms: Cost-Sharing and Risk-Equivalent Contributions
Beitrag Nr.	28A:	László Kassai	Wirtschaftliche Stellung deutscher Unternehmen in Chile. Ergebnisse einer empirischen Analyse (erschieden zusammen mit Mesa Redonda Nr. 9)
Beitrag Nr.	28B:	Gebhard Flaig Manfred Stadler	Beschäftigungseffekte privater F&E-Aufwendungen - Eine Paneldaten-Analyse
Beitrag Nr.	29:	Gebhard Flaig Viktor Steiner	Stability and Dynamic Properties of Labour Demand in West-German Manufacturing
Beitrag Nr.	30:	Viktor Steiner	Determinanten der Betroffenheit von erneuter Arbeitslosigkeit - Eine empirische Analyse mittels Individualdaten
Beitrag Nr.	31:	Viktor Steiner	Berufswechsel und Erwerbsstatus von Lehrabsolventen - Ein bivariates Probit-Modell
Beitrag Nr.	32:	Georg Licht Viktor Steiner	Workers and Hours in a Dynamic Model of Labour Demand - West German Manufacturing Industries 1962 - 1985
Beitrag Nr.	33:	Heinz Lampert	Notwendigkeit, Aufgaben und Grundzüge einer Theorie der Sozialpolitik
Beitrag Nr.	34:	Fritz Rahmeyer	Strukturkrise in der eisenschaffenden Industrie - Markttheoretische Analyse und wirtschaftspolitische Strategien

Beitrag Nr.	35	Manfred Stadler	Die Bedeutung der Marktstruktur im Innovationsprozeß - Eine spieltheoretische Analyse des Schumpeterischen Wettbewerbs
Beitrag Nr.	36	Peter Welzel	Die Harmonisierung nationaler Produktionssubventionen in einem Zwei-Länder-Modell
Beitrag Nr.	37	Richard Spies	Kostenvorteile als Determinanten des Marktanteils kleiner und mittlerer Unternehmen
Beitrag Nr.	38A	Viktor Steiner	Langzeitarbeitslosigkeit, Heterogenität und "State Dependence": Eine mikroökonomische Analyse
Beitrag Nr.	38B	Peter Welzel	A Note on the Time Consistency of Strategic Trade Policy
Beitrag Nr.	39	Günter Lang	Ein dynamisches Marktmodell am Beispiel der Papiererzeugenden Industrie
Beitrag Nr.	40	Gebhard Flaig Viktor Steiner	Markup Differentials, Cost Flexibility, and Capacity Utilization in West-German Manufacturing
Beitrag Nr.	41	Georg Licht Viktor Steiner	Abgang aus der Arbeitslosigkeit, Individualeffekte und Hysteresis. Eine Panelanalyse für die Bundesrepublik
Beitrag Nr.	42	Thomas Kuhn	Zur Theorie der Zuweisungen im kommunalen Finanzausgleich
Beitrag Nr.	43	Uwe Cantner	Produkt- und Prozeßinnovation in einem Ricardo-Außenhandelsmodell
Beitrag Nr.	44	Thomas Kuhn	Zuweisungen und Allokation im kommunalen Finanzausgleich
Beitrag Nr.	45	Gebhard Flaig Viktor Steiner	Searching for the Productivity Slowdown: Some Surprising Findings from West German Manufacturing
Beitrag Nr.	46	Manfred Stadler	F&E-Verhalten und Gewinnentwicklung im dynamischen Wettbewerb. Ein Beitrag zur Chaos-Theorie
Beitrag Nr.	47	Alfred Greiner	A Dynamic Theory of the Firm with Engogenous Technical Change

Beitrag Nr.	48	Horst Hanusch Markus Hierl	Productivity, Profitability and Innovative Behavior in West-German Industries
Beitrag Nr.	49	Karl Morasch	F&E-Erfolgswahrscheinlichkeit und Kooperationsanreize
Beitrag Nr.	50	Manfred Stadler	Determinanten der Innovationsaktivitäten in oligopolistischen Märkten
Beitrag Nr.	51	Uwe Cantner Horst Hanusch	On the Renaissance of Schumpeterian Economics
Beitrag Nr.	52	Fritz Rahmeyer	Evolutorische Ökonomik, technischer Wandel und sektorales Produktivitätswachstum
Beitrag Nr.	53	Uwe Cantner Horst Hanusch	The Transition of Planning Economies to Market Economies: Some Schumpeterian Ideas to Unveil a Great Puzzle
Beitrag Nr.	54	Reinhard Blum	Theorie und Praxis des Übergangs zur marktwirtschaftlichen Ordnung in den ehemals sozialistischen Ländern
Beitrag Nr.	55	Georg Licht Viktor Steiner	Individuelle Einkommensdynamik und Humankapitaleffekte nach Erwerbsunterbrechungen
Beitrag Nr.	56	Thomas Kuhn	Zur theoretischen Fundierung des kommunalen Finanzbedarfs in Zuweisungssystemen
Beitrag Nr.	57	Thomas Kuhn	Der kommunale Finanzausgleich - Vorbild für die neuen Bundesländer?
Beitrag Nr.	58	Günter Lang	Faktorsubstitution in der Papierindustrie bei Einführung von Maschinen und Energiesteuern
Beitrag Nr.	59	Peter Welzel	Strategische Interaktion nationaler Handelspolitiken. Freies Spiel der Kräfte oder internationale Organisation?
Beitrag Nr.	60	Alfred Greiner	A Dynamic Model of the Firm with Cyclical Innovations and Production: Towards a Schumpeterian Theory of the Firm
Beitrag Nr.	61	Uwe Cantner Thomas Kuhn	Technischer Fortschritt in Bürokratien

Beitrag Nr.	62	Klaus Deimer	Wohlfahrtsverbände und Selbsthilfe - Plädoyer für eine Kooperation bei der Leistungserstellung
Beitrag Nr.	63	Günter Lang Peter Welzel	Budgetdefizite, Wahlzyklen und Geldpolitik: Empirische Ergebnisse für die Bundesrepublik Deutschland, 1962-1989
Beitrag Nr.	64	Uwe Cantner Horst Hanusch	New Developments in the Economics of Technology and Innovation
Beitrag Nr.	65	Georg Licht Victor Steiner	Male-Female Wage Differentials, Labor Force Attachment, and Human- Capital Accumulation in Germany
Beitrag Nr.	66	Heinz Lampert	The Development and the Present Situation of Social Policy in the Fed- eral Republic of Germany (FRG) within the Social-Market-Economy
Beitrag Nr.	67	Manfred Stadler	Marktkonzentration, Unsicherheit und Kapitalakkumulation
Beitrag Nr.	68	Andrew J. Buck and Manfred Stadler	R&D Activity in a Dynamic Factor Demand Model: A Panel Data Analysis of Small and Medium Size German Firms
Beitrag Nr.	69	Karl Morasch	Wahl von Kooperationsformen bei Moral Hazard
Beitrag Nr.	70	Horst Hanusch und Uwe Cantner	Thesen zur Systemtransformation als Schumpeterianischem Prozeß
Beitrag Nr.	71	Peter Welzel	Commitment by Delegation Or: What's 'Strategic' about Strategic Alliances?
Beitrag Nr.	72	Friedrich Kugler und Horst Hanusch	Theorie spekulativer Blasen: Rationa- ler Erwartungsansatz versus Ansatz der Quartischen-Modalwert-Erwartungen
Beitrag Nr.	73	Uwe Cantner	Product and Process Innovations in a Three-Country-Model of International Trade Theory - A Ricardian Analysis
Beitrag Nr.	74	Alfred Greiner und Horst Hanusch	A Dynamic Model of the Firm In- cluding Keynesian and Schumpeterian Elements
Beitrag Nr.	75	Manfred Stadler	Unvollkommener Wettbewerb, Innova- tionen und endogenes Wachstum

Beitrag Nr. 76 Günter Lang

Faktorproduktivität in der Landwirtschaft und EG - Agrarreform

