Soziale Bezüge beim mathematischen Beweisen sehen – Verschiedene Akzente bei Mädchen und Jungen

Renate Motzer, Augsburg

Mädchen und Jungen haben manchmal unterschiedliche soziale Bedürfnisse. Mädchen scheinen mehr das Bedürfnis nach Kommunikation, nach sozialem Austausch zu haben, auch danach über Probleme zu reden u.ä. Jungen dagegen scheint ihre Stellung im sozialen Gefüge wichtiger zu sein. Wissenschaftler streiten sich, ob solche Unterschiede genetisch bedingt sind und sich auf Grund der Aufgaben ergeben haben, die Männer und Frauen in den Zeiten von Jägern und Sammlern einzunehmen hatten, oder ob sie nur von der aktuell lebenden Gesellschaft weitergegeben werden (vgl. Jordan & Quaiser-Pohl 2004). Jedenfalls wirken sich diese unterschiedlichen Bedürfnisse auch auf die bevorzugten Arbeitsformen im Mathematikunterricht aus (vgl. Jahnke-Klein 2001).
Auch in den in dieser Untersuchung betrachteten Themenstudien, d.h. in Aufsätzen zu mathematischen Themen, die anhand von verschiedenen Materialien erstellt werden sollten, betonen einige Schülerinnen, dass ihnen dieses selbstständige Arbeiten insofern sehr zugesagt hat, dass sie die Materialien in Zweier- , in Ausnahmefällen auch Dreier- Gruppen bearbeiten durften.
Doch nicht nur bezüglich der Organisation der Unterrichtsform spielen soziale Präferenzen eine Rolle. Auch inhaltliche Gesichtspunkte sind von Bedeutung, vor allem wenn sie mit der Motivation zusammenhängen, warum man sich mit bestimmten Inhalten und Verfahren beschäftigt. So kann es etwa beim Beweisen im Mathematikunterricht von Bedeutung sein, in welchem sozialen Kontext Beweise gesehen werden. Daher soll hier der Frage nachgegangen werden: Welche Aufgaben haben mathematische Beweise im Miteinander von Menschen? Genauer gefragt, welche Aufgaben haben sie aus der Sicht von Schülerinnen und Schülern der achten Jahrgangsstufe? Diese Frage soll anhand von Äußerungen aus Themenstudien zur Bedeutung des Beweisens untersucht werden.

Ob es geschlechtstypische Unterschiede in solchen mathematischen Aufsätzen geben könnte und welcher Art diese sein könnten, war für mich zunächst eine offene Frage. Beim ersten Durchlesen der Schülerarbeiten sind mir keine inhaltlichen Unterschiede in die Augen gesprungen. Der Umgang mit den Rohmaterialien schien mir sehr ähnlich. Bei beiden Geschlechtern gibt es mehr und weniger gelungene Arbeiten. Die Vermutung, dass bei mathematischen Aufsätzen Mädchen aufgrund einer größeren Sprachgewandtheit im Vorteil sein könnten oder gewisse mathematische Schwächen eher ausgleichen könnten, lässt sich aus diesen Arbeiten nicht erhärten. Beim Schreiben von Sachtexten ist das Sachwissen vielleicht doch wichtiger als allgemeine rhetorische Fähigkeiten. Es mag sein, dass es in der Fähigkeit, Sachtexte zu schreiben, keine offensichtlichen Unterschiede zwischen den Geschlechtern gibt.
Schließlich entdeckte ich dann aber doch einen Unterschied, der es mir Wert erschien, die Arbeiten darauf hin genauer zu untersuchen. Mir fiel auf, dass manche Mädchen das Wort „Überzeugen", das in den Rohmaterialien mehrfach zu finden war, anders deuten als Jungen. Es scheint ihnen nicht so sehr darum zu gehen, an-

deren klar zu machen, dass sie Recht haben, sondern darum anderen die zu beweisende Aussage verständlich zu machen.
Im Kontext des Verständlichmachens scheint mir auch der Wunsch nach festen Regeln zu stehen, der bei Mädchen besonders ausgeprägt ist (vgl. auch Jahnke-Klein 2001, 117ff), und die Tatsache, dass die Mädchen der äußeren Form eine größere Rolle zukommen lassen. Beide können die Verständigung enorm erleichtern (wobei ich nicht behaupten möchte, feste Regeln und eine gute äußere Form dienten nur der Verständigung).

Für meine Untersuchung lagen mir 87 Themenstudien über das Beweisen vor. 41 Mädchengruppen und 46 Jungengruppen aus 8. Klassen an Münchner Gymnasien wurden aufgefordert, sich 2003 anhand von verschiedenartigen Materialien Gedanken zum Beweisen zu machen und diese Gedanken schriftlich festzuhalten. Die Materialien, mit denen sich die Schülerinnen und Schüler in dieser Themenstudienarbeit auseinander setzten, beinhalteten mathematikbezogene Dokumente wie Argumentationsbeispiele und interdisziplinär orientierte Quellauszüge wie Rechtsnormen zu Beweisverfahren im Strafprozess. Den Schülerinnen und Schülern war freigestellt, welche Aspekte des Beweisens sie in ihrer Themenstudie behandeln wollten und welche Schwerpunkte sie dabei setzten. Soziale Aspekte werden dabei sehr oft angesprochen. In 66 Gruppen finden sich mehr oder weniger ausführliche Hinweise auf soziale Kontexte des mathematischen Beweisens (36 Mädchengruppen und 30 Jungengruppen). Sie stehen meistens (bei 62 Arbeiten) im Zusammenhang mit dem Wort „Überzeugen".

Das Wort „Überzeugen" in den Rohmaterialien

Dass dieser Bereich eine so große Bedeutung erlangen konnte, dürfte nicht unwesentlich an den Rohmaterialien liegen. Diese betonen den Aspekt des Überzeugens vor allem im ersten Dokument.
So lautet das erste dort erwähnte Zitat: „Überzeuge dich selbst, überzeuge deinen Freund, überzeuge deinen Feind – das letztere ist das, was man beim Beweisen machen muss."
Das dritte Zitat lautet: „Das Wesen des Beweises ist es, Überzeugung zu erzwingen."

Auch folgende Sätze des ersten Dokuments hängen mit dem sozialen Stellenwert eines mathematischen Beweises zusammen und werden von den Schülern und Schülerinnen häufig zitiert: „So wie es aussieht, haben wir in der Mathematik kein Regelwerk für die Art, in der Beweise geschrieben werden müssen ... Daher sollten wir vernünftigerweise zugeben, dass es in der Mathematik so etwas wie eine absolute Wahrheit nicht gibt, ..."
„Ein Beweis wird nur dadurch zu einem Beweis, dass er von den Mathematikern gemeinsam als solcher anerkannt wird. ..."
„... Beweisskizzen dienen dazu, andere Mathematiker zu überzeugen, dass der bewiesene Satz und sein Beweis richtig und der Ausbau der Beweisskizze zu einem absolut strengen Beweis möglich ist."

Bei nichtmathematischen Beweisen, vor allem bei juristischen (welche in den Materialien ebenfalls sehr ausführlich behandelt werden), spielt der Aspekt des Über-

zeugens eine noch größere Rolle. Der Richter soll von der Schuld oder Unschuld des Angeklagten überzeugt werden.
In der Mathematik, vor allem in der Schulmathematik besitzt das Motiv des Überzeugens keine derartige Bedeutung. In den meisten Schulbüchern wird es nicht erwähnt. Dass es in den Themenstudien so oft auftaucht, könnte man folglich als einen Lerneffekt aus den Materialien deuten.

Rezeption dieses Begriffes bei den Schülerinnen und Schülern

Interessant ist nun zu sehen, was bei den Jugendlichen mitschwingt, wenn sie dieses Wort „Überzeugen" in ihre Themenstudien mit aufnehmen. 62 Arbeiten enthalten das Wort „Überzeugen" im Zusammenhang mit mathematischen Beweisen. In 14 Arbeiten wird dieses Wort nur zitiert. Unter den 48 Arbeiten, die das Wort im Rahmen von selbst formulierten Sätzen verwenden, sind 15, die es nicht weiter erläutern. Die restlichen 33 Arbeiten stellen es in einen größeren Kontext, der hier genauer untersucht werden soll. Dabei können gewisse Unterschiede zwischen den Geschlechtern beobachtet werden.

Für etliche Schüler und Schülerinnen gibt es einen Zusammenhang mit der Aussage, dass mathematische Beweise von Mathematikern anerkannt werden müssen (14 Jungengruppen und 7 Mädchengruppen). Weiterhin stehen diese beiden Themen für 10 Jungen- und 5 Mädchengruppen im Kontext der Tatsache, dass es kein eindeutiges Regelwerk für mathematische Beweise gibt. Dabei fällt auf, dass die Jungen gewöhnlich diese Feststellung als Tatsache ohne eigene Wertung beschreiben, unter den 5 Mädchengruppen aber 3 sind, die darüber gar nicht sehr erfreut sind (detaillierter wird darauf später eingegangen).

Für 2 Mädchengruppen und 4 Jungengruppen geht dies schließlich noch damit einher, dass es eine absolute Wahrheit nicht gibt. Beweise stehen also immer, auch in Mathematik, im sozialen Kontext, sie müssen gemeinsam als solche verstanden werden.

Während dieser Argumentationszusammenhang, der den Zitaten des ersten Dokuments entspricht, also eher von den Jungen übernommen wurde als von den Mädchen, finden sich umgekehrt bei den Mädchen deutlich häufiger Aussagen, die sich auf das Verstehen von Beweisen beziehen, genauer gesagt auf das Verständlichmachen. Nicht nur man selbst soll den Beweis verstehen, sondern das Überzeugen des Gegenübers besteht darin, ihm den Beweis verständlich und nachvollziehbar zu machen. Die Worte „verstehen" bzw. „verständlich" findet man im Kontext des Überzeugens bei 10 Mädchen- und 5 Jungenarbeiten. Dabei betont je eine Jungen- und eine Mädchengruppe die internationale Verständlichkeit der Mathematik. Das Wort „nachvollziehbar" findet sich bei 5 Mädchen- und 2 Jungengruppen. Eine Mädchengruppe qualifiziert dabei die Verständlichkeit als eine logische, eine Jungengruppe nennt sie objektiv. Eine Mädchengruppe verwendet statt „nachvollziehen" an einer Stelle das gefühlsbetontere „nachempfinden".

3 Mädchengruppen geht es beim mathematischen Beweisen darum, anderen etwas glaubhaft zu machen. Nur ein Junge verwendet dieses Wort. Beweisen heißt für ihn auch etwas „glaubhaft anderen verkaufen können."

Überzeugen im Sinne von Rechthaben

Es gibt noch weitere Formulierungen, die unterschiedliche Tendenzen aufzeigen in dem, was für Jungen und Mädchen beim Wort „Überzeugen" mitschwingt. Die Ausführungen von Jungen gehen manchmal eher in die Richtung, dass man selbst Recht haben will, dass einem niemand mehr widersprechen kann. Beweise in der Schule sind z.B. dazu da, „um anderen Schülern und Lehrern zu zeigen, dass jemand recht bzw. unrecht hat." Andere Jungen meinen, in der Mathematik muss man „nicht nur überzeugen, man muss es so beweisen, dass man es gar nicht mehr abstreiten kann." Man muss den anderen überzeugen, „ohne dass er was dagegen einwenden kann." „In der Mathematik gibt es keinen Kompromiss", ist für eine weitere Jungengruppe wichtig.

Drei andere Jungen meinen:

> Beweise dienen nicht nur den Mathematikern, sondern auch den Physikern, Biologen und Juristen. Man benutzt sie um Dinge unwiderruflich zu belegen. Manchmal sitzen, vor allem die Mathematiker, Monate lang vor den Aufgaben die es zu beweisen gilt. Sinn ist es nicht nur durch ausprobieren und Vermutungen Dinge zu beweisen, sondern die Beweise müssen Hieb- und Stichfest sein. Man sagt auch: Selbst seinen schlimmsten Feind muss man überzeugen können.

Sie sehen außerdem die „gegenseitige Herausforderung der Mathematiker". Beim Vergleich mit juristischen Beweisen, die vor allem der Richter anerkennen muss, stellen sie fest, dass in der Mathematik „jeder Leser sie als wahr anerkennt". Wobei sie einschränkend bemerken, dass sie aber evtl. nicht von allen Lesern verstanden werden. Ähnliches fällt einer anderen Jungengruppe auf: Mathematische Beweise sind ihrer Ansicht nach „immer noch subjektiv, da jeder Leser andere Voraussetzungen" mitbringt.

Überzeugen im Sinne von Verständlichmachen

Mädchen ist diese Subjektivität nicht aufgefallen. Eine Gruppe wünscht sich vielmehr, dass „alle zustimmen, alle überzeugt" sind. Einer anderen Gruppe scheint das Wichtigste am Beweisen überhaupt zu sein, dass man „nicht nur selbst von seinen Ideen überzeugt ist, sondern auch andere dafür begeistern" kann.

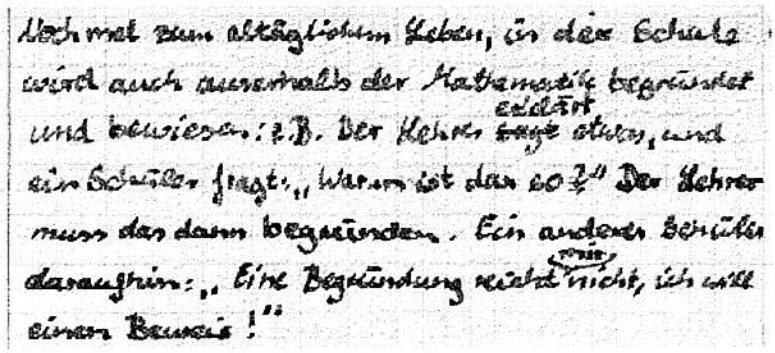
> Das Wichtigste an Beweisen ist es jedoch, Überzeugung zu gewinnen. So sollte man aber nicht nur selbst von seiner Idee überzeugt sein, sondern auch andere dafür begeistern. Zum Beispiel Freunde, Lehrer, Verwandte und Bekannte, Eltern und Geschwister. Denn ein Beweis gilt nur dann als solcher, wenn er auch von allen anderen anerkannt wird.

Schließlich stellen diese Mädchen fest: „Noch besser ist es, sich zu mehreren Leuten zusammenzusetzen, um eventuell Fehler zu vermeiden."

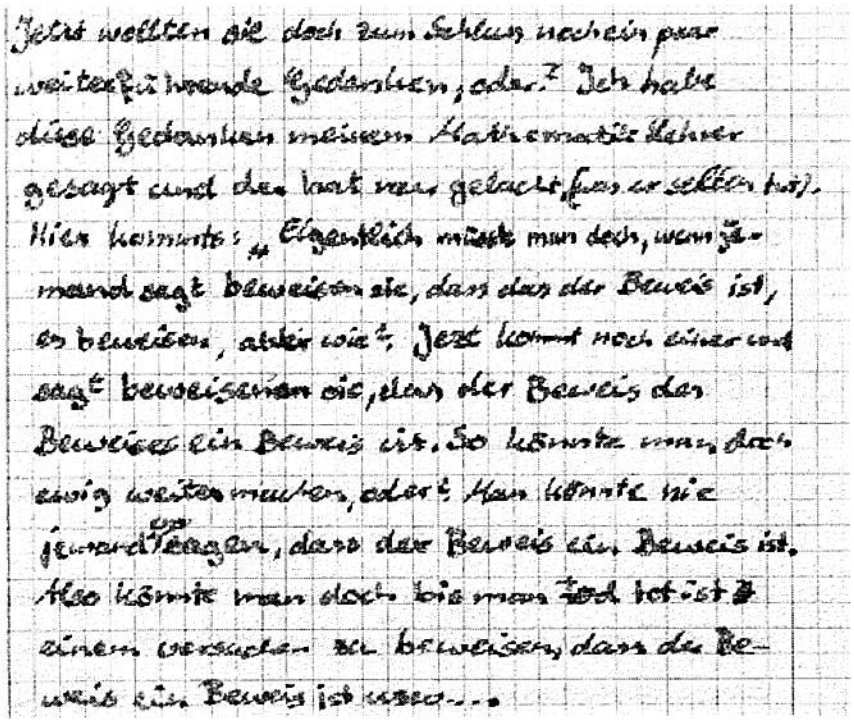
Eine weitere Gruppe formuliert es so: „Überzeugungen sollten nicht erzwungen werden – es ist wichtiger, etwas verstehen oder nachvollziehen zu können. Nur so erfüllt ein Beweis auch seinen Zweck."

Es gibt dabei durchaus den Zusammenhang mit den Fachleuten. Zwei Mädchen nennen verschiedene Situationen, in denen bewiesen wird: „Ein Beweis soll auch Dinge, die man selbst versteht, für andere verständlich machen. Ein Beweis ist nur dann richtig, wenn andere den Tatbestand oder die Wirklichkeit durch ihn sehen. Er muss von Fachleuten anerkannt werden. ... Wir verstehen unter einem mathematischen Beweis, dass der Lehrer uns wirklich beweisen kann, dass ein neu durchgenommener Stoff wirklich in dieser Art und Weise funktioniert. ... Hätte man nicht schon vor vielen Zeiten angefangen zu beweisen, würden wir jetzt immer noch glauben, die Erde sei flach und wir wären die einzigen im Universum."

Dass es Aufgabe des Lehrers ist zu beweisen (und das nicht nur im Mathematikunterricht), sieht auch ein anderes Mädchen:


Noch mal zum alltäglichen Leben, in der Schule wird auch außerhalb der Mathematik begründet und bewiesen: z.B. Der Lehrer ~~sagt~~ erklärt etwas, und ein Schüler fragt: „Warum ist das so?" Der Lehrer muss das dann begründen. Ein anderer Schüler daraufhin: „Eine Begründung reicht mir nicht, ich will einen Beweis!"

Der Schlussgedanke dieser Schülerin ist ebenfalls beachtenswert:


Jetzt wollten sie doch zum Schluss noch ein paar weiterführende Gedanken, oder? Ich habe diese Gedanken meinem Mathematik Lehrer gesagt und der hat mir gelacht, (was er selten tut). Hier kommt: „Eigentlich müsste man doch, wenn jemand sagt beweisen sie, dass das der Beweis ist, es beweisen, aber wie? Jetzt kommt noch einer und sagt beweisen sie, dass der Beweis des Beweises ein Beweis ist. So könnte man doch ewig weiter machen, oder? Man könnte nie jemand überzeugen, dass der Beweis ein Beweis ist. Also könnte man doch bis man tot ist ~~?~~ einem versuchen zu beweisen, dass der Beweis ein Beweis ist usw...

Der Wunsch nach festen Regeln

Andererseits müssen freilich in der Schule immer wieder die Schüler für die Lehrer etwas beweisen (auch wenn das für Lehrer gewöhnlich nicht zu neuen Überzeugungen bezüglich des mathematischen Inhalts des Satzes führt). Die Problematik von in der Schule verlangten und bewerteten Beweisen taucht ebenfalls bei einigen Mädchen auf, nur indirekt bei einer Jungengruppe. Manche Mädchen sehen einen Zusammenhang zu der Tatsache, dass es laut Zitat kein Regelwerk gibt.

Wie man aus dem Zitat entnehmen kann, gibt es für Beweise keine Regeln, wie man ihn durchzuführen hat. Allerdings wäre es besser, wenn es Regeln dafür geben würde, da man diese dann befolgen könnte. Vorallem für Schüler ist dies ein Problem, aufgrund dass jeder Lehrer eine andere Vorstellung von Beweisen hat und der Schüler so nicht weiß, wie er seinen Lehrer zufriedenstellen soll.

Wie diese Mädchen das Beweisen im Unterricht für sich selbst empfinden, zeigt folgende Stellungnahme:

1.2. Die Bedeutung eines mathematischen Beweises für uns:
Unter einem mathematischen Beweis verstehen wir das krampfhafte Suchen oder Versuchen die Voraussetzung(en) und Behauptung eines mathematischen Satzes herauszuziehen, um damit eine von Mathematikern schon längst bewiesene Tatsache zu definieren.

Die Jungengruppe beschreibt die Schwierigkeit, keine festen Regeln zu haben, ohne den Lehrer oder den Unterricht zu nennen: „Es wäre besser, wenn es eine festgelegte Form für Beweise gäbe. Dann hätte man nicht immer das Problem nachzudenken, wie man den Beweis schreiben soll."

Zwei Mädchen erwähnen, dass es ungünstig ist, wenn „z.B. in der Schule der Lehrer nicht von dem Beweisgang des Schülers überzeugt ist. Das führt dann eventuell zu einer schlechteren Note."

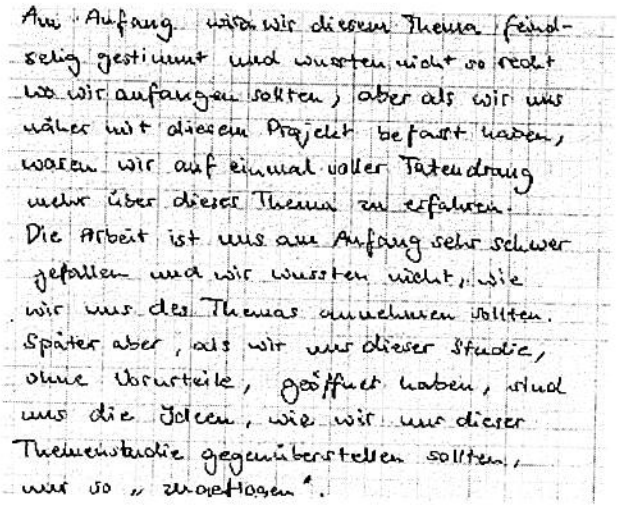
Zwei andere Mädchen finden mathematische Beweise „langweilig bzw. verwirrend", denn: „Uns fehlt ein Konzept, eine Regel, um einen mathematischen Beweis durchzuführen."

Ein Junge dagegen hat das Gefühl, dass es im Gegensatz zu Beweisen vor Gericht in der Mathematik eindeutiger ist, „wo jeder Beweis fast nach demselben Schema abläuft".

Damit sieht er es anders als die 10 Jungengruppen, die ohne Wertung die Feststellung aus den Rohmaterialien übernommen haben, dass es in der Mathematik kein Regelwerk gibt. Ein anderer Schüler ordnet den Weg, den er in der Schule gelernt hat, als einen möglichen Weg neben vielen anderen ein. Zumindest er empfindet den Weg aus der Schule durchaus als Weg mit festen Regeln.

Eine Mädchengruppe dagegen bescheinigt, dass schon aus ihren Unterrichtserfahrungen her „Beweise oft verwirrend sind, da man Beweise auf verschiedenen Wegen lösen kann."

Der Wunsch nach festen Regeln zeigt sich bei Mädchen übrigens auch, wenn es um offenere Unterrichtsformen wie das Verfassen einer Themenstudie geht. Doch hier hat sich die anfangs unsichere, eher ablehnende Haltung bei manchen (aber nicht allen) Schülerinnen im Lauf der Arbeit durchaus geändert:


Am Anfang waren wir diesem Thema feindselig gestimmt und wussten nicht so recht wo wir anfangen sollten, aber als wir uns näher mit diesem Projekt befasst haben, waren wir auf einmal voller Tatendrang mehr über dieses Thema zu erfahren.
Die Arbeit ist uns am Anfang sehr schwer gefallen und wir wussten nicht, wie wir uns des Themas annehmen sollten.
Später aber, als wir uns dieser Studie, ohne Vorurteile, geöffnet haben, sind uns die Ideen, wie wir uns dieser Themenstudie gegenüberstellen sollten, nur so „zugeflogen".

Die Bedeutung der äußeren Form als Hilfe zum Verstehen

Wenn es anscheinend schon keine festen Regeln für Beweise gibt, so soll doch zumindest die äußere Form eine Hilfe zum Verständnis von Beweisen sein. Auch wenn eine schöne Schrift u.ä. zunächst äußerlich und oberflächlich erscheinen mag, hat sie im Zusammenhang mit Überzeugen doch eine wichtige Bedeutung fürs Beweisen. Denn die äußerer Form, der „erste positive Eindruck", kann auch sehr zur Verständlichkeit eines Beweises beitragen. 3 Gruppen von Schülerinnen betonen das in ihren Arbeiten. Eine dieser 3 Gruppen hat interessanterweise die Reihenfolge der zu Überzeugenden abgeändert: „Überzeuge deinen Freund, überzeuge deinen Feind, überzeuge dich selbst !!" Ob dies unabsichtlich geschah oder die Schülerinnen bewusst machen wollten, dass es die schwerste Arbeit sei, sich selbst wirklich zu überzeugen, kann hier leider nicht geklärt werden.

Eine zweite dieser 3 Gruppen, denkt über die äußere Form hinaus noch weiter über die Verständlichkeit nach: „Es sollte ja jemand, der sich für den Beweis interessiert, ihn auch lesen können. Man sollte überflüssige Schritte weglassen, um den Beweis nicht umfangreicher und komplizierter als nötig zu gestalten." Dazu ist es auch wichtig, dass der Beweis übersichtlich ist. „Ein Beweis, bei dem man sich erst alles zusammensuchen muss, ist weder bei Mathematikern noch bei Richtern besonders beliebt."

Auf die Frage, wie kurz oder lang ein Beweis sein soll, gibt es geschlechtsspezifisch unterschiedliche Tendenzen. Jungen bevorzugen eher kurze Beweise, für Mädchen sollen sie nicht zu kurz sein, damit sie noch verständlich sind. Beweise, die nicht überzeugen, sind für eine Mädchengruppe „zu ungenau und unverständlich oder zu kurz". Länge allein macht einen Beweis freilich nicht besser. Denn es ist „nicht der Sinn eines Beweises nur so viele Variablen durcheinander zu verwenden, sondern auf direktem Weg etwas zu beweisen."

Bei der Frage, ob die Sprache dabei eher formal oder weniger formal sein soll, könnten sich wiederum die Geister scheiden. Dieser Aspekt taucht leider nur in 2 Arbeiten auf und kann daher nicht geschlechtsspezifisch gedeutet werden. Ein Junge schreibt: „Manches ist oft leichter mit Texten zu erklären." Einem Mädchen scheinen eigene Worte unmathematisch. Dabei ist ihr die formale mathematische Sprache auch wegen der Internationalität wichtig.

Unterschiede zwischen Beweisen und Verstehen

Bisher wurde davon ausgegangen, dass Verstehen etwas mit Überzeugt-Werden zu tun hat und es daher eine Aufgabe des Beweisens ist, einen Satz (für andere) verständlich zu machen. Das zweite Zitat aus den Rohmaterialien hingegen unterscheidet zwischen dem Beweisen und etwas (selbst) zu verstehen: „... Ich halte Beweise aber für nicht so extrem wichtig. Ich glaube, es ist wichtiger etwas zu verstehen. ..."

Nur 2 Mädchengruppen greifen dieses Zitat auf. Die eine schreibt am Ende ihrer Arbeit: „ Es ist wichtiger, die Mathematik zu verstehen als in der Lage zu sein, mit Beweisen zu arbeiten." Die andere hängt jedoch einer solchen Aussage eine die beide Aspekte verbindende Bemerkung an: „Gewiss hängt Beweisen mit Verstehen zusammen, denn wenn ich etwas nicht verstehe, kann ich es auch nicht beweisen. Wenn ich es jedoch beweisen kann, ist es sicher, dass ich es auch verstehe." Sie formuliert also im letzten Satz noch die Kontraposition zum vorletzten Satz, um ihn zu bekräftigen. Unklar bleibt freilich, wie es mit der Umkehrung des Satzes steht, also ob aus dem Verständnis schon die Fähigkeit folgt, einen Satz zu beweisen. Ob diese Schülerinnen dazu nichts sagen wollten oder meinten, sie hätten durch die Kontraposition schon etwas dazu gesagt, kann hier wiederum nicht geklärt werden.

Normalerweise ist es noch nicht das gleiche, ob man nur versteht, dass etwas so ist, wie es ist, oder auch versteht, warum es so ist. Hinzu kommt, ob man das, was man verstanden und/oder bewiesen hat, auch an andere weitergeben kann. Das Zitat und seine Auslegung stehen nicht in diesem sozialen Kontext. Beim sozialen Aspekt könnte aber ein ähnlicher Unterschied zwischen Beweisen und Verständlichmachen bedacht werden.

Auswirkungen der Themenstudie auf die Sicht von mathematischen Beweisen

Zum Schluss sollen noch drei Mädchengruppen damit zu Wort kommen, in wie weit das Erstellen der Themenstudie sie von der Bedeutung mathematischer Beweise überzeugen konnte. Während einige Schüler und Schülerinnen am Ende der Arbeit nicht zu dem Ergebnis gekommen sind, dass Beweise in der Mathematik ihnen wichtig erscheinen (Beispiel: „In der Mathematik sind Beweise unsinnig, da sie keinen Einfluss auf das tägliche Leben haben und schwer zu verstehen sind."), hat das Ar-

beiten an den Rohmaterialien einer anderen Mädchengruppe doch geholfen, „mathematische Beweise nicht mehr zu hassen und zu verstehen.“ Zwei andere Schülerinnen sind sogar sehr optimistisch bzgl. der Mitschüler:

einsetzen. Im Großen und Ganzen hat diese Arbeit viel Spaß gemacht und wird bestimmt auch anderen Schülern helfen die Mathematik für nicht mehr sinnlos zu halten!

Wie man am ersten Zitat sieht, trifft diese optimistische Aussage nicht für alle Mitschüler und Mitschülerinnen zu. Zumindest einige wenige machen jedoch Aussagen in diese Richtung.

Zusammenfassung

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass die sozialen Aufgaben von mathematischen Beweisen von Jungen und Mädchen tendenziell tatsächlich unterschiedlich gesehen werden. Während Jungen vor allem den Aspekt sehen sich selbst erfolgreich mit ihrem Beweis durchzusetzen, geht es Mädchen mehr darum, dass auch andere den Beweis verstehen können.

Diese Tendenz konnte an einigen Zitaten aus den vorliegenden Themenstudien aufgezeigt werden. Mädchen betonen also mehr das Miteinander/ Füreinander als das Gegeneinander, und dies obwohl dieses Miteinander in den Rohmaterialien nicht ausdrücklich thematisiert wurde.

Neben einem ästhetischen Bedürfnis ist auch die bessere Verständlichkeit ein wichtiges Motiv, warum für manche Mädchen die äußere Form ebenfalls eine wichtige Rolle spielt.

Man könnte den Unterschied zwischen den Aussagen der Jungen und der Mädchen auch so deuten, dass die Jungen mehr ergebnisorientiert denken (die anderen wissen schließlich: die Aussage stimmt), während Mädchen eher prozessorientiert das Einsehen, das Verstehen vor Augen haben.

Vielleicht ist auch der Wunsch nach festen Regeln im Zusammenhang mit dem Bedürfnis nach Verstehbarkeit zu sehen. Wenn beide nach den gleichen Regeln kommunizieren, haben sie schon eine gemeinsame Basis, auf Grund derer sie sich besser verständlich machen können. Hier ist nun freilich auch die unterrichtliche Situation zu bedenken, dass, zumindest wenn der Schüler oder die Schülerin etwas beweisen soll, dies gewöhnlich nicht dazu dient, es der Lehrkraft verständlich zu machen. Die umgekehrte Situation, dass die Lehrkraft den Schülerinnen und Schülern etwas verständlich machen soll, gilt sehr wohl und wird vielleicht auch deswegen eher von Mädchen erwähnt als von Jungen, weil Mädchen der Aspekt des Verständlichmachens wichtiger ist.

Wenn es aber um die Beweise von Schülerinnen geht, dann spielt die Verständlichkeit nur insofern eine Rolle, dass ihre Note davon abhängt, ob der Lehrer/die Lehrerin ihren Beweis versteht oder nicht. Dies wird von ein paar Mädchen ebenfalls

thematisiert, ist für manche aber eine unnatürliche Situation, denn die Tatsachen, um die es hier geht, sind von anderen Mathematikern schon längst bewiesen worden.

Folgerungen für das Behandeln von Beweisen im Unterricht

Es bleibt zu fragen, wo der Unterricht dahingehend geöffnet werden könnte, dass Beweise von Schülerinnen und Schülern tatsächlich dazu beitragen, dass andere die Inhalte und Zusammenhänge eines Satzes besser verstehen. Diese anderen können die Mitschülerinnen und Mitschüler sein (bei Referaten, bei Expertenpuzzles oder ähnlichen Unterrichtsformen), vielleicht auch außenstehende Personen. Selten könnte es auch die Lehrkraft sein. Dies würde wohl eine Situation voraussetzen, in der auch der Lehrkraft der zu beweisende Sachverhalt neu ist, z.B. weil er von Schülern selbst entdeckt wurde. Zumindest sollte ihr aber die Argumentation des Beweises neu sein und sie dabei Zusammenhänge lernen, die sie bisher noch nicht gesehen hat.

Ich weiß nicht, ob aus den Äußerungen der Schülerinnen wirklich gefolgert werden darf, dass sie sich Situationen im Unterricht wünschen, die Beweise von Schülern im Sinne des überzeugenden Verständlichmachens erfordern. Explizit geschrieben haben dies die Mädchen nicht. Sie sehen bestenfalls die Rolle ihres Lehrers so. Vielleicht haben sie ansonsten nur das Wort „Überzeugen" aus den Rohmaterialien in ihrer Deutung übersetzt und das allgemein der Situation des (mathematischen) Beweisens z.B. in der wissenschaftlichen Mathematik zugeschrieben, ohne einen Bezug zum Unterricht aufzubauen und auch aufbauen zu wollen. Aber wäre es nicht wünschenswert, diesen Bezug doch zu schaffen, damit Unterricht vielleicht auch deswegen mehr als „sinnstiftender Unterricht" empfunden werden kann (vgl. Jahnke-Klein 2001)?

Andererseits könnte man einwenden, ob nicht bei einem offeneren Unterricht, der zu echten Beweisanlässen führt, dem Bedürfnis vieler Mädchen nach festen Regeln noch weniger Rechnung getragen wird.

Nach Jahnke-Klein (2001) müssen Mädchen freilich „vielmehr schrittweise dazu geführt werden, eigenverantwortlich zu handeln. ... Als Ersatz für äußere ‚Haltegriffe' müssen den SchülerInnen dabei Methoden an die Hand gegeben werden, mit denen sie sich selbst Sicherheit verschaffen können. ... Leistungsdruck wäre in einer solchen ‚unsicheren' Situation, in der SchülerInnen ‚allein gelassen' werden, sicherlich besonders kontraproduktiv. Ziel sollte es sein, die SchülerInnen – besonders die Mädchen – behutsam an Eigenverantwortung und Unabhängigkeit heranzuführen." (S. 233) Dem Wunsch nach Schema F sollte also nicht immer nachgegeben werden. Die Mädchen sollen aber sehen, es lohnt sich, sich eigenständig mit einem mathematischen Problem zu beschäftigen.

Den Schülerinnen sollte dann vielleicht sogar freistehen, selbst nach Regeln für das Aufschreiben von Beweisen zu suchen und sie miteinander zu vereinbaren.

Folgerungen für die Arbeit mit anderen Rohmaterialien

Kann aus den geschilderten Beobachtungen auch etwas für den Mathematikunterricht gefolgert werden, wenn er sich gerade nicht mit Beweisen beschäftigt, sondern mit anderen Rohmaterialien? Als Lehrkraft ist mir dabei Folgendes bewusst geworden: Bei Schülerinnen und Schülern schwingt bei vielen Begriffen, die wir in

der Mathematik verwenden, und bei vielen Themen, die wir behandeln, noch anderes mit, an das wir nie gedacht hätten. Sollen Jugendliche solche Themen nun in Themenstudien bearbeiten, so kann dies auch ein Anlass sein, Assoziationen und Vorstellungen zu Tage treten zu lassen, die sonst nie zur Sprache gekommen wären. Als Lehrer/Lehrerin kann man sehen, welche Aspekte der Rohmaterialien, welche Aspekte des Unterrichts, welche zusätzlichen Materialien und welche eigenen Gedanken Jugendliche mit dem Unterrichtsthema verbinden, zumindest welche sie davon in ihren Arbeiten verbalisieren. Das kann ein interessantes Feedback zum Unterricht sein und gibt einen gewissen Einblick in das Denken der Jungendlichen. Es kann Aspekte bewusst machen, die vielleicht danach noch einmal im Unterricht aufgegriffen und vertieft werden können. Dass es diesen offenen Raum für eigene Gedanken und Assoziationen gibt, macht diese Arbeitsform besonders wertvoll.