JAHRBÜCHER FÜR NATIONALÖKONOMIE UND STATISTIK

Begründet von

BRUNO HILDEBRAND

Fortgeführt von

JOHANNES CONRAD, LUDWIG ELSTER
OTTO v. ZWIEDINECK-SÜDENHORST
GERHARD ALBRECHT, FRIEDRICH LÜTGE
ERICH PREISER und KNUT BORCHARDT

Herausgegeben von

ALFRED E. OTT, HEINRICH STRECKER
HEINZ LAMPERT, ALOIS OBERHAUSER
ADOLF WAGNER

BAND 205

SEMPER BONIS ARTIBUS

GUSTAV FISCHER VERLAG STUTTGART

1988

Satz: Mitterweger Werksatz GmbH, Plankstadt
Printed in Germany

Jahrb. f. Nationalök. u. Stat. (G. Fischer Verlag, Stuttgart 1988) Bd. (Vol.) 205/4

Strom- und Bestandsrestriktionen in makroökonomischen Modellen

Flow and Stock Constraints in Macroeconomic Models

Von Alfred Maußner, Erlangen-Nürnberg

I. *Einleitung*

In der makroökonomischen Literatur, insbesondere den Lehrbüchern, ist es üblich, den Wertpapiermarkt aus der (expliziten) Gleichgewichtsanalyse auszuklammern. Begründet wird dies mit dem Verweis auf das Gesetz von Walras[1]) oder mit Bezug auf eine Bestandsrestriktion für die Finanzmärkte[2]). Im ersten Fall bleiben die Autoren meist den Nachweis schuldig, daß in der von ihnen beschriebenen Wirtschaft das Walras-Gesetz gilt. Im zweiten Fall taucht beim (studentischen) Leser die berechtigte Frage auf, ob denn neben einer Bestandsrestriktion auch das Walras-Gesetz gilt, was zur Schlußfolgerung verleiten kann, das Modell habe einen Freiheitsgrad zuviel[3]). Zusätzlicher Interpretationsspielraum entsteht, wenn die Modellvariablen nicht zeitindiziert sind, so daß offen bleibt, ob ein Modell in diskreter oder stetiger Zeitdarstellung vorliegt.

Ziel dieses Beitrages ist es, in dieser Hinsicht mehr Klarheit zu schaffen, indem die logischen Beziehungen zwischen Strom- und Bestandsrestriktionen sowie der Zeitstruktur makroökonomischer Modelle herausgearbeitet werden.

Grundlage der Analyse sind die Kreislaufbeziehungen einer geschlossenen Volkswirtschaft mit den Sektoren Haushalte, Unternehmen und Staat. Die Beschränkung auf eine geschlossene Volkswirtschaft wird gewählt, weil der für eine offene Volkswirtschaft erforderliche definitorische Mehraufwand nicht durch grundsätzlich neue Einsichten entschädigt, sondern eher die gedanklichen Zusammenhänge hinter einer Vielzahl von Variablen verbirgt. Hingegen würde ein Kreislaufmodell ohne Staat wichtige Unterschiede zwischen den zu diskutierenden Modellkonzepten nicht erkennen lassen, wie die von der bisherigen Literatur zu diesem Thema[4]) abweichenden Ergebnisse der vorliegenden Analyse zeigen.

---

[1]) Beispielsweise *Neumann* (1983), S. 168 ff, *Gapinsky* (1982), S. 27.

[2]) Beispielsweise *Felderer* und *Homburg* (1984), S. 126, *Sargent* (1979), S. 13 f.

[3]) Hierzu ist die Analyse von *Hayakawa* (1983) lesenswert.

[4]) Die Auseinandersetzung mit dem Thema beginnt mit einem Artikel von *May* (1970). Hierzu nimmt *Karni* (1978) Stellung. Weitere wichtige Beiträge stammen von *Foley* (1975) und *Buiter* (1980), der den Stand der Diskussion in den siebziger Jahren zusammenfaßt und die Debatte fortführt. Aus jüngster Zeit ist der Artikel von *Hayakawa* (1983) zu nennen. Mit dem hier diskutierten Thema lose verknüpft ist auch die These von *Felderer* und *Homburg* (1986), die IS-Kurve sei als Gleichgewichtsbedingung des Kapitalmarktes zu deuten.

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut: Abschnitt II.1. entwickelt eine Typologie makroökonomischer Modelle, die zusammen mit dem eingangs von Abschnitt II.2. formulierten Kreislaufmodell den Analyserahmen absteckt. Dieser Abschnitt zeigt des weiteren, unter welchen Bedingungen das Walras-Gesetz in seiner in Makromodellen üblichen Verwendung zutrifft. Modelle, in denen sowohl in diskreter wie auch in stetiger Zeitdarstellung eine Bestandsrestriktion die Funktion des Walras-Gesetzes übernimmt, werden in Abschnitt II.3. besprochen. Der Frage, ob die verschiedenen Modellkonzepte zueinander äquivalent sind, geht Abschnitt II.4. nach. Der Schlußabschnitt III. faßt die Ergebnisse zusammen und plädiert für mehr Sorgfalt bei der Formulierung makroökonomischer Modelle.

II. Strom- und Bestandsrestriktionen in Periodenmodellen und in zeitstetigen Modellen

1. Die Zeitstruktur makroökonomischer Modelle

Im Anschluß an Foley (1975) werden makroökonomische Modelle anhand zweier Kriterien typisiert: Der Dauer der Kreislaufperiode und der Organisation der Finanzmärkte.

Periodenmodelle haben eine $h > 0$ Zeiteinheiten währende Kreislaufperiode. Modelle mit stetiger Zeitdarstellung, sogenannte zeitstetige Modelle, erwachsen aus Periodenmodellen, wenn die Dauer der Kreislaufperiode auf Null schrumpft.

Finanzmärkte können als Termin- oder als Spotmärkte organisiert sein. Im ersten Fall wird ein zum Zeitpunkt t geschlossener Vertrag zu einem späteren Termin erfüllt, während im zweiten Fall Vertragsabschluß und Vertragserfüllung zeitlich zusammenfallen. Für Periodenmodelle hat diese Unterscheidung weitreichende Folgen: Werden die Finanzmärkte als Terminmärkte betrachtet, können zu Periodenbeginn Verträge geschlossen werden, welche die während der Periode geplanten Ersparnisse und Investitionen in der Anlageentscheidung berücksichtigen. Auf Spotmärkten ist dies nicht möglich.

Zum Zeitpunkt θ erstellen die Wirtschaftssubjekte Angebots- und Nachfragepläne und bilden Erwartungen bezüglich künftiger Preise und Mengen. Die Pläne werden durch Märkte am Beginn einer Kreislaufperiode in v koordiniert. Soweit Stromgrößen betroffen sind, werden die koordinierten Pläne im Verlauf der Kreislaufperiode realisiert. Für Finanzanlagen können Terminkontrakte auch das Ende einer anderen Kreislaufperiode, τ, vorsehen.

Formal betrachtet sind demnach alle Modellgrößen Funktionen der für sie jeweils relevanten Zeitvariablen θ, v und τ. Im einzelnen wird folgende Nomenklatur verwendet: Z ist das allgemeine Symbol für Bestandsgrößen. Die Superskripte s und d indizieren Angebots- bzw. Nachfragepläne. Demnach ist $Z^j(\theta, v, \tau)$, $j \in \{s, d\}$, ein in θ formulierter, auf dem Markt in v mit Termin τ geäußerter Bestandswunsch. $\tilde{q}^Z(\theta, v, \tau)$ ist der in θ erwartete Preis der entsprechenden Bestandsgröße. $Z(v)$ steht für den tatsächlichen Bestand am Beginn der Kreislaufperiode und $q^Z(v, \tau)$ für dessen Preis. Mit $Z_i^j(\theta, v, \tau) := \partial Z^j(\theta, v, \tau)/\partial i$, $i \in \{\theta, v, \tau\}$, wird die partielle Ableitung der Funktion Z^j nach der Variablen i bezeichnet. Inhaltlich ist darunter zu verstehen, in welcher Weise der Bestandswunsch auf Veränderungen des Plan-, Markt- bzw. Lieferdatums reagiert. Analog symbolisieren $\tilde{q}_i^Z(\theta, v, \tau)$ und $q_i^Z(v, \tau)$ die partiellen Ableitungen der Funktionen $\tilde{q}^Z(\theta, v, \tau)$ und $q^Z(v, \tau)$. Stromgrößen werden definiert als

$$X(v,h) \quad := \int_{v}^{v+h} x(v,\zeta,h)\,d\zeta\,. \tag{1.1}$$

Hierbei ist $X(v,h)$ die Stromgröße der Periode v mit der Periodenlänge h. $x(v,\zeta,h)$ ist die Stromrate (Stromgröße je Zeiteinheit) zum Zeitpunkt $\zeta \in [v, v+h]$. Nach dem Hauptsatz der Integralrechnung gilt somit:

$$\lim_{h \to 0} X(v,h) = 0 \tag{1.2}$$

$$\lim_{h \to 0} X(v,h)/h = x(v,v,0) =: x(v)\,. \tag{1.3}$$

Preise von Stromgrößen werden ebenfalls als Funktionen von v und h dargestellt.

2. Periodenendmodelle

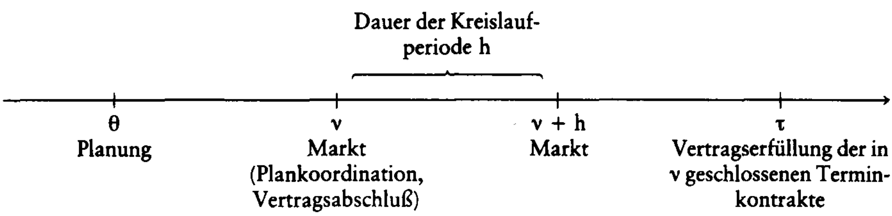
Der Analyserahmen

Grundlage der folgenden Analyse ist eine geschlossene Volkswirtschaft. Der Unternehmenssektor produziert ein homogenes Gut Y, das für konsumtive, C, investive, I, und öffentliche Zwecke, G, verwendbar ist. Bezogen auf die Kreislaufperiode sind die

Mittels der beiden Kriterien können somit vier Modelltypen gebildet werden:

Zeitdauer h der Kreislaufperiode / Organisation der Finanzmärkte	$h > 0$	$h = 0$
Terminmärkte	Periodenendmodell in diskreter Zeit	Periodenendmodell in stetiger Zeit
Spotmärkte	Periodenbeginnmodell in diskreter Zeit	Periodenbeginnmodell in stetiger Zeit

Die jeweilige Zeitstruktur eines Modells beinhaltet darüberhinaus Annahmen über die nachstehend skizzierten Zeitpunkte[5]:



[5]) Siehe hierzu auch *Buiter* (1980), S. 1 ff.

vom Haushaltssektor angebotenen Arbeitsleistungen N der einzige variable Produktionsfaktor. Dem Haushaltssektor fließen Lohnzahlungen und Dividenden in Höhe des Periodengewinnes Π der Unternehmen zu. Die Unternehmen finanzieren ihre Investitionen über die Ausgabe von Aktien, E. Der Staat erwirbt Güter von den Unternehmen, erhebt Steuern T von den Haushalten, zahlt Zinsen für die von den Haushalten gehaltenen Staatsanleihen und finanziert sein Budgetdefizit über die Ausgabe von Geld, H, und Staatsanleihen, B. Die Finanzmärkte, d.h. Geld-, Anleihe- und Aktienmarkt, sind Terminmärkte. Betrachtet wird eine Kreislaufperiode, welche in $v = t$ beginnt und nach h Zeiteinheiten endet. Die drei Sektoren erstellen ihre Pläne am Periodenbeginn, $\theta = v = t$. Termingeschäfte beziehen sich auf das Ende der Kreislaufperiode, $\tau = t + h$.

Das Periodenendmodell in diskreter Zeit

Die vorstehend geschilderten Modellannahmen zusammen mit der in Abschnitt II.1. vereinbarten Nomenklatur führen zu folgenden Variablendefinitionen für das Periodenendmodell in diskreter Zeit: $X^j(t,h)$, $X \in \{Y, C, I, G, N\}$, kennzeichnet angebotene, $j = s$, bzw. nachgefragte, $j = d$, Güter- und Leistungsströme. Erwartete Stromgrößen, wie Gewinne und Steuern, werden durch Superskripte gekennzeichnet, wobei f für die Unternehmen, p für die Haushalte und g für den Staat verwendet wird. Bestandsgrößen sind Aktien, E, Staatsanleihen, B, und Geld, H, $Z \in \{E, B, H\}$. $q^Z(t, t+h)$ ist der in Einheiten des produzierten Gutes gemessene Terminmarktpreis der Variablen Z. $w(t,h)$ ist der Reallohnsatz. Schließlich wird angenommen, daß jede Staatsanleihe je Zeiteinheit mit einer Gütereinheit verzinst wird, so daß $B(t)\,h$ die realen Zinszahlungen je Kreislaufperiode sind.

Innerhalb dieses Modellrahmens genügen die Planungen der drei Sektoren folgenden Stromrestriktionen:

$$\begin{aligned} &q^E(t,t+h)\,[E^s(t,t,t+h) - E(t)] = \\ &= w(t,h)\,N^d(t,h) + \Pi^f(t,h) + I^d(t,h) - Y^s(t,h) \end{aligned} \tag{2.1.a}$$

$$\begin{aligned} &w(t,h)\,N^s(t,h) + \Pi^p(t,h) + B(t)\,h - T^p(t,h) - C^d(t,h) = \\ &= q^H(t,t+h)\,[H^d(t,t,t+h) - H(t)] + q^B(t,t+h)\,[B^d(t,t,t+h) - B(t)] + \\ &\quad + q^E(t,t+h)\,[E^d(t,t,t+h) - E(t)] \end{aligned} \tag{2.2.a}$$

$$\begin{aligned} &q^H(t,t+h)\,[H^s(t,t,t+h) - H(t)] + q^B(t,t+h)\,[B^s(t,t,t+h) - B(t)] = \\ &= G^d(t,h) + B(t)\,h - T^g(t,h) \end{aligned} \tag{2.3.a}$$

Gleichung (2.1.a) ist die Budgetrestriktion des Unternehmenssektors. Danach planen die Unternehmen zusätzliche Aktien in Höhe von $E^s(t,t,t+h) - E(t)$ zum realen Aktienpreis $q^E(t,t+h)$ auszugeben, um hierdurch das Finanzierungsdefizit $w(t,h)\,N^d(t,h) + \Pi^f(t,h) + I^d(t,h) - Y^s(t,h)$ zu decken. Das Finanzierungsdefizit ist der Überschuß der geplanten realen Ausgaben über die geplanten realen Einnahmen, welche dem geplanten Güterangebot $Y^s(t,h)$ entsprechen. Die Auszahlungen bestehen aus der Reallohnsumme $w(t,h)\,N^d(t,h)$, den Investitionsausgaben $I^d(t,h)$ und den

Dividenden. Diese werden in Höhe des erwarteten Gewinnes $\Pi^f(t,h)$ geplant,

$$\Pi^f(t,h) := Y^s(t,h) - w(t,h)\,N^d(t,h)\,,$$

so daß (2.1.a) auch als

$$q^E(t,t+h)\,[E^s(t,t,t+h) - E(t)] = I^d(t,h) \tag{2.1.b}$$

geschrieben werden kann.

Gleichung (2.2.a) besagt, daß die von den Haushalten geplanten Ersparnisse,

$$S^p(t,h) := w(t,h)\,N^s(t,h) + \Pi^p(t,h) + B(t)\,h - T^p(t,h) - C^d(t,h)\,, \tag{2.2.b}$$

zum Erwerb von Geld, $H^d(t,t,t+h) - H(t)$, Staatsanleihen, $B^d(t,t,t+h) - B(t)$, und Aktien, $E^d(t,t,t+h) - E(t)$, verwendet werden sollen. Hierbei ist $q^H(t,t+h)$ der reale Preis des Geldes (d.h. der Kehrwert des Preisniveaus) und $q^B(t,t+h)$ der reale Preis einer Staatsanleihe. Die geplanten Ersparnisse sind definiert als die Differenz zwischen dem realen verfügbaren Einkommen, d.h. der Summe aus Lohneinkommen, $w(t,h)\,N^s(t,h)$, Dividenden, $\Pi^p(t,h)$, und Zinserträgen, $B(t)\,h$, abzüglich Steuerzahlungen, $T^p(t,h)$, und den Konsumausgaben, $C^d(t,h)$.

Nach Gleichung (2.3.a) finanziert der Staat sein geplantes Budgetdefizit über die Neuausgabe von Geld, $H^s(t,t,t+h) - H(t)$, und Staatsanleihen, $B^s(t,t,t+h) - B(t)$. Das Budgetdefizit, die Differenz aus geplanter staatlicher Investition, $I^g(t,h)$, und geplanter staatlicher Ersparnis, $S^g(t,h)$,

$$G^d(t,h) + B(t)\,h - T^g(t,h) \equiv I^g(t,h) - S^g(t,h)\,, \tag{2.3.b}$$

erwächst aus den nicht durch geplante Steuereinkünfte, $T^g(t,h)$, gedeckten Ausgaben für Zinszahlungen, $B(t)\,h$, und Güterkäufe, $G^d(t,h)$.

Addiert man die drei Gleichungen (2.1.a), (2.2.a) und (2.3.a), folgt

$$\begin{aligned}
&\{C^d(t,h) + I^d(t,h) + G^d(t,h) - Y^s(t,h)\} + w(t,h)\,\{N^d(t,h) - N^s(t,h)\} + \\
&+ q^H(t,t+h)\,\{[H^d(t,t,t+h) - H(t)] - [H^s(t,t,t+h) - H(t)]\} + \\
&+ q^B(t,t+h)\,\{[B^d(t,t,t+h) - B(t)] - [B^s(t,t,t+h) - B(t)]\} + \\
&+ q^E(t,t+h)\,\{[E^d(t,t,t+h) - E(t)] - [E^s(t,t,t+h) - E(t)]\} = \\
&= \Pi^p(t,h) - \Pi^f(t,h) + T^g(t,h) - T^p(t,h)\,.
\end{aligned} \tag{2.4.a}$$

Diese Gleichung reflektiert die Kreislaufzusammenhänge in Form einer gesamtwirtschaftlichen Relation zwischen Stromgrößen. Sie beruht auf der Prämisse, allen Marktteilnehmern seien die relevanten Preise bekannt. Unter dieser Annahme muß die Summe aus den Überschußnachfragen am Güter-, Arbeits-, Geld-, Anleihe- und Aktienmarkt mit dem Erwartungsfehler identisch sein, den unterschiedliche Gewinn- und Steuererwartungen der drei Sektoren hervorrufen.

Das Walras-Gesetz, wonach im vorliegenden Modell Gleichgewicht auf vier Märkten auch Gleichgewicht auf dem fünften Markt impliziert, setzt somit konsistente Gewinn- und Steuererwartungen voraus:

$$\Pi^p(t,h) = \Pi^f(t,h) \tag{2.5.a}$$

$$T^p(t,h) = T^g(t,h) \tag{2.5.b}$$

Im allgemeinen führt somit das Kreislaufmodell einer geschlossenen Volkswirtschaft zu fünf Märkten. Wenn häufig nur auf einen Wertpapiermarkt verwiesen wird, impliziert dies, daß Aktien und Staatsanleihen perfekte Substitute sind (oder der Staat sein Defizit nur durch Geldschöpfung finanziert). Unter dieser Prämisse haben Aktien und Staatsanleihen den selben Preis, $q^V(t, t+h)$, und die jeweiligen Bestände können zu $V(t) := B(t) + E(t)$ zusammengefaßt werden.

(2.4.a) läßt sich dann zu

$$\begin{aligned} &\{C^d(t,h) + I^d(t,h) + G^d(t,h) - Y^s(t,h)\} + w(t,h)\{N^d(t,h) - N^s(t,h)\} + \\ &+ q^H(t,t+h)\{[H^d(t,t,t+h) - H(t)] - [H^s(t,t,t+h) - H(t)]\} + \\ &+ q^V(t,t+h)\{[V^d(t,t,t+h) - V(t)] - [V^s(t,t,t+h) - V(t)]\} = 0 \end{aligned} \tag{2.6}$$

umschreiben, wenn (2.5) unterstellt wird. Diese Stromrestriktion begründet das häufig zitierte Walras-Gesetz, nach dem in Makromodellen der Wertpapiermarkt aus der expliziten Analyse ausgeschlossen wird.

Bildet man die Summe aus (2.1.a), (2.2.b) und (2.3.b) und definiert $S(t,h) := S^p(t,h) + S^g(t,h)$, $I(t,h) := I^d(t,h) + I^g(t,h)$, wird ein anderer Zusammenhang deutlich:

$$\begin{aligned} &\{C^d(t,h) + I^d(t,h) + G^d(t,h) - Y^s(t,h)\} + w(t,h)\{N^d(t,h) - N^s(t,h)\} + \\ &+ \{S(t,h) - I(t,h)\} = 0\,, \end{aligned} \tag{2.4.b}$$

wenn (2.5) zutrifft. Demnach impliziert ein Gleichgewicht auf Güter- und Arbeitsmarkt bei konsistenten Gewinn- und Steuererwartungen den Ausgleich von geplanter Ersparnis und geplanter Investition. Dies ist jedoch nur die Folge entsprechender Definitionen der geplanten Budgetsalden. Ein Kapitalmarkt, auf dem Ersparnis und Investition aufeinander abgestimmt werden, existiert im vorliegenden Modell nicht. Ersparnis und Investition werden implizit determiniert: Die von den Finanzmärkten koordinierten Anlagepläne legen gleichzeitig Struktur und Niveau von Ersparnis und Investition fest.

Im vorliegenden Modellkontext läßt sich die von Felderer und Homburg (1986) vertretene These nicht aufrechterhalten, wonach die IS-Kurve als Gleichgewichtsbedingung des Kapitalmarktes anzusehen sei. Wie soeben gezeigt wurde, werden Ersparnis und Investition über drei Finanzmärkte koordiniert. Nur in einem Spezialfall ist diese These vertretbar: Im Kreislaufmodell einer geschlossenen Volkswirtschaft ohne Staat. Hier existiert als einziger Finanzmarkt der Aktienmarkt. Die Ersparnis ist mit der Nachfrage nach Aktien identisch, die Investition mit deren Angebot. Die Bedingung $S^p(t,h) = I^d(t,h)$ ist dann zu $E^d(t,t,t+h) = E^s(t,t,t+h)$ äquivalent.

Das Periodenendmodell in stetiger Zeit

Betrachten wir nun das zum vorstehend geschilderten Modell korrespondierende zeitstetige Modell. Die auf gesamtwirtschaftlicher Ebene gültigen Restriktionen lassen sich aus Gleichung (2.4.a) ableiten. Läßt man h gegen Null gehen, folgt aus (2.4.a) unmittelbar

$$\begin{aligned} & q^H(t,t)\,\{[H^d(t,t,t) - H(t)] - [H^s(t,t,t) - H(t)]\} + \\ & + q^B(t,t)\,\{[B^d(t,t,t) - B(t)] - [B^s(t,t,t) - B(t)]\} + \\ & + q^E(t,t)\,\{[E^d(t,t,t) - E(t)] - [E^s(t,t,t) - E(t)]\} = 0\,. \end{aligned} \tag{2.4.a'}$$

Subtrahiert man diese Gleichung von Gleichung (2.4.a), dividiert das Ergebnis durch h und läßt h wiederum gegen Null gehen, erhält man (siehe Anhang)

$$\begin{aligned} & \{c^d(t) + i^d(t) + g^d(t) - y^s(t)\} + w(t,0)\,\{n^d(t) - n^s(t)\} + \\ & + q^H(t,t)\,[H^d_\tau(t,t,t) - H^s_\tau(t,t,t)] + q^B(t,t)\,[B^d_\tau(t,t,t) - B^s_\tau(t,t,t)] + \\ & + q^E(t,t)\,[E^d_\tau(t,t,t) - E^s_\tau(t,t,t)] + q^H_\tau(t,t)\,\{H^d(t,t,t) - H^s(t,t,t)\} + \\ & + q^B_\tau(t,t)\,\{B^d(t,t,t) - B^s(t,t,t)\} + q^E_\tau(t,t)\,\{E^d(t,t,t) - E^s(t,t,t)\} = \\ & = \pi^p(t) - \pi^f(t) + t^g(t) - t^p(t)\,, \end{aligned} \tag{2.4.a''}$$

wenn berücksichtigt wird, daß aus (2.1.b) für $h \to 0$ $E^s(t,t,t) = E(t)$ folgt. In Gleichung (2.4.a″) symbolisieren $c^d(t)$, $i^d(t)$, $g^d(t)$, $y^s(t)$, $n^d(t)$, $n^s(t)$, $\pi^f(t)$, $\pi^p(t)$, $t^g(t)$ und $t^p(t)$ die Stromraten der durch entsprechende Großbuchstaben gekennzeichneten Stromgrößen. Bezüglich der Erläuterung der partiellen Ableitungen $Z^j_\tau(t,t,t)$ und $q^Z_\tau(t,t)$, $Z \in \{H,B,E\}$, $j \in \{s,d\}$, wird auf Abschnitt II.1. verwiesen.

Als erstes Ergebnis ist demnach festzuhalten, daß die Stromrestriktion des Periodenmodells, Gleichung (2.4.a), in eine Bestandsrestriktion, (2.4.a′), und in eine Stromrestriktion, (2.4.a″), aufgeht, wenn die Periodendauer auf Null verkürzt wird. Auf den Finanzmärkten wird nunmehr das in t vorhandene Realvermögen,

$$W(t) := q^H(t,t)\,H(t) + q^B(t,t)\,B(t) + q^E(t,t)\,E(t)\,,$$

realloziert. Schließt man Offenmarktoperationen des Staates aus, $H^s(t,t,t) = H(t)$ und $B^s(t,t,t) = B(t)$, haben die Finanzmärkte nur die Aufgabe, die Bestandswünsche der Haushalte mit den von diesen gehaltenen Beständen in Einklang zu bringen.

Die Bestandsrestriktion (2.4.a′) impliziert, daß nur zwei der drei Finanzmärkte voneinander unabhängig sind. Während somit im Periodenmodell über das Walras-Gesetz jeder beliebige Markt ausgeschlossen werden kann, müssen bei der Formulierung von Gleichgewichtsbedingungen im stetigen Modell außer zwei Finanzmärkten stets der Arbeits- und Gütermarkt berücksichtigt werden.

Dividiert man Gleichung (2.4.b) mit h, folgt aus $h \to 0$

$$\{c^d(t) + i^d(t) + g^d(t) - y^s(t)\} + w(t,0)\,\{n^d(t) - n^s(t)\} + \{s(t) - i(t)\} = 0\,. \tag{2.4.b'}$$

Güter- und Arbeitsmarktgleichgweicht implizieren zusammen, daß die Sparrate in t, s (t), der Investitionsrate, i (t), entspricht. Im Hinblick auf die These von Felderer und Homburg (1986) ist festzustellen, daß es in diesem Modellkonzept keinen Kapitalmarkt gibt, der Ersparnis und Investition koordinieren könnte.

Portfoliogleichgewicht und Bestandsrestriktion

Unterstellt man, wie Hayakawa (1983), im Periodenendmodell seien die am Periodenbeginn zu halten gewünschten Bestände (definitorisch) gleich den vorhandenen Beständen, d.h.

$$Z^d(t,t,t) = Z(t) = Z^s(t,t,t) \qquad \forall\, Z = H, B, E\,, \tag{2.7}$$

kann die Bestandsrestriktion (2.4.a′) nicht im Sinne eines Walras-Gesetzes für Bestände interpretiert werden[6]. Dies zeigen die folgenden Überlegungen. Im Periodenendmodell beschreibt

$$Z^d(t,t,t+h) = Z^s(t,t,t+h) \qquad \forall\, Z = H, B, E \tag{2.8}$$

das Gleichgewicht der Finanzmärkte. Subtrahiert man (2.7) von (2.8) und dividiert mit h, folgt für $h \to 0$

$$Z^d_\tau(t,t,t) = Z^s_\tau(t,t,t) \qquad \forall\, Z = H, B, E\,. \tag{2.9}$$

Interpretierte man nun (2.4.a′) in dem Sinne, daß Gleichgewicht auf zwei Finanzmärkten Gleichgewicht auf dem dritten impliziert, wäre das Modell unterbestimmt, denn aus Gleichung (2.4.a″) folgt zusammen mit (2.9)

$$\{c^d(t) + i^d(t) + g^d(t) - y^s(t)\} + w(t,0)\,\{n^d(t) - n^s(t)\} = 0\,. \tag{2.10}$$

Demnach stünden nur drei voneinander unabhängige Gleichungen zur Bestimmung von vier Preisvariablen zur Verfügung. Die Finanzmarktgleichgewichtsbedingungen sind folglich als drei voneinander unabhängige Gleichungen zu betrachten. Die Stromrestriktion (2.4.a″) impliziert, daß nur vier Märkte voneinander unabhängig sind. Dies zeigt die folgende Argumentation:

Aus (2.7) zum Zeitpunkt $t + h$ folgt $Z(t+h) = Z^j(t+h, t+h, t+h)$ $\forall\, Z = H, B, E$ und $j = s, d$. Gleichzeitig trifft auch $Z(t+h) = Z^j(t,t,t+h)$ $\forall\, Z = H, B, E$ und $j = s, d$, zu. Aus beidem folgt über den Satz von Taylor

$$[Z^j(t+h, t+h, t+h) - Z^j(t,t,t+h)]/h =$$

$$= Z^j_\theta(t+\lambda, t+\mu, t+h) + Z^j_v(t+\lambda, t+\mu, t+h) = 0$$

für $\lambda, \mu \in (0, h)$ und für alle $Z = H, B, E$ und $j = s, d$. Hieraus folgt für $h \to 0$

$$Z^j_\theta(t,t,t) + Z^j_v(t,t,t) = 0 \qquad \forall\, Z = H, B, E \quad \text{und} \quad j = s, d\,. \tag{2.11}$$

[6]) Vgl. *Hayakawa* (1983), S. 196 f.

Unterstellt man nun, daß zwei der drei Finanzmärkte sowie Güter- und Arbeitsmarkt im Gleichgewicht sind, so folgt aus (2.4.a″) und (2.5)

$$q_\tau^Z(t,t)\,\{Z^d(t,t,t) - Z^s(t,t,t)\} + q^Z(t,t)\,[Z_\tau^d(t,t,t) - Z_\tau^s(t,t,t)] = 0$$

für Z = H oder B oder E. Diese Gleichung hat wegen (2.9) und (2.11) nur die Lösung $Z^d(t,t,t) = Z^s(t,t,t)$.

3. Periodenbeginnmodelle

Das Periodenbeginnmodell in diskreter Zeit

Betrachten wir nun unsere Modellwirtschaft unter der Prämisse, die Finanzmärkte seien Spotmärkte, so daß $v = \tau$ ist. Die Dauer der Kreislaufperiode sei weiterhin $h > 0$. Die zum Zeitpunkt $\theta = t$ erstellten Planungen der drei Sektoren genügen nun je einer Bestands- und einer Stromrestriktion. Diese werden durch folgende Gleichungen beschrieben:

$$E^s(t,t,t) = E(t) \tag{3.1.a}$$

$$\begin{aligned}&\tilde{q}^E(t,t+h,t+h)\,[E^s(t,t+h,t+h) - E(t)] = \\ &= w(t,h)\,N^d(t,h) + \Pi^f(t,h) + I^d(t,h) - Y^s(t,h)\end{aligned} \tag{3.1.b}$$

$$\begin{aligned}&q^H(t,t)\,H(t) + q^B(t,t)\,B(t) + q^E(t,t)\,E(t) = \\ &= q^H(t,t)\,H^d(t,t,t) + q^B(t,t)\,B^d(t,t,t) + q^E(t,t)\,E^d(t,t,t)\end{aligned} \tag{3.2.a}$$

$$\begin{aligned}&w(t,h)\,N^s(t,h) + \Pi^p(t,h) + B(t)\,h - T^p(t,h) - C^d(t,h) = \\ &= \tilde{q}^H(t,t+h,t+h)\,[H^d(t,t+h,t+h) - H(t)] + \\ &\quad + \tilde{q}^B(t,t+h,t+h)\,[B^d(t,t+h,t+h) - B(t)] + \\ &\quad + \tilde{q}^E(t,t+h,t+h)\,[E^d(t,t+h,t+h) - E(t)]\end{aligned} \tag{3.2.b}$$

$$q^H(t,t)\,H^s(t,t,t) + q^B(t,t)\,B^s(t,t,t) = q^H(t,t)\,H(t) + q^B(t,t)\,B(t) \tag{3.3.a}$$

$$\begin{aligned}&\tilde{q}^H(t,t+h,t+h)\,[H^s(t,t+h,t+h) - H(t)] + \\ &+ \tilde{q}^B(t,t+h,t+h)\,[B^s(t,t+h,t+h) - B(t)] = G^d(t,h) + B(t)\,h - T^g(t,h)\end{aligned} \tag{3.3.b}$$

Da die Finanzmärkte Spotmärkte sind, kann die von den Unternehmen auf dem Markt in t angebotene Zahl von Aktien die Anzahl bereits emittierter Aktien nicht übersteigen (Gleichung (3.1.a)). Das für die Kreislaufperiode geplante Finanzierungsdefizit (rechte Seite der Gleichung (3.1.b)) kann erst am Anfang der nächsten Periode zu dem dann geltenden Aktienpreis durch eine Neuemission gedeckt werden. Demgemäß ist $E^s(t, t + h, t + h)$ die in t für den Markt in $v = t + h$ geplante Anzahl angebotener Aktien. Der künftige Spotpreis dieser Aktien ist im Planungszeitpunkt unbekannt.

$\tilde{q}^E(t, t+h, t+h)$ ist deshalb der in t erwartete Spotpreis der Aktien in $t + h$. Wie die weiteren Gleichungen zeigen, wird von der Annahme ausgegangen, die einzelnen Sektoren hätten jeweils die selben Erwartungen bezüglich der künftigen Spotpreise von Geld, $\tilde{q}^H(t, t+h, t+h)$, Anleihen, $\tilde{q}^B(t, t+h, t+h)$, und Aktien.

Gleichung (3.2.a) ist die Anlagerestriktion des Haushaltssektors. Das reale Vermögen am Periodenanfang,

$$W(t) := q^H(t,t)\,H(t) + q^B(t,t)\,B(t) + q^E(t,t)\,E(t)\,,$$

kann in Geld, Anleihen und Aktien angelegt werden. Die während der Kreislaufperiode anfallenden Ersparnisse,

$$S^p(t,h) := w(t,h)\,N^s(t,h) + \Pi^p(t,h) + B(t)\,h - T^p(t,h) - C^d(t,h)\,,$$

bestimmen zusammen mit den erwarteten künftigen Geld-, Anleihe- und Aktienpreisen in welchem Umfang in $t + h$ die Geld-, Anleihe- und Aktienbestände aufgestockt werden können, $H^d(t, t+h, t+h) - H(t)$, $B^d(t, t+h, t+h) - B(t)$, $E^d(t, t+h, t+h) - E(t)$ in Gleichung (3.2.b).

Gleichung (3.3.a) erlaubt dem Staat Offenmarktoperationen, mittels derer die Struktur der Staatsschuld, $q^H(t,t)\,H(t) + q^B(t,t)\,B(t)$, in t geändert werden kann. Die geplante Neuverschuldung, $G^d(t,h) + B(t)\,h - T^g(t,h)$, muß zu künftigen Spotpreisen für Geld und Anleihen auf den jeweiligen Spotmärkten in $t + h$ finanziert werden. Hierfür plant der Staat in t die Neuausgabe von Geld und Anleihen in Höhe von $H^s(t, t+h, t+h) - H(t)$ bzw. $B^s(t, t+h, t+h) - B(t)$.

Die Summe der Bestandsrestriktionen (3.1.a), (3.2.a) und (3.3.a) ergibt

$$\begin{aligned} &q^H(t,t)\,\{H^d(t,t,t) - H^s(t,t,t)\} + q^B(t,t)\,\{B^d(t,t,t) - B^s(t,t,t)\} + \\ &+ q^E(t,t)\,\{E^d(t,t,t) - E^s(t,t,t)\} = 0\,. \end{aligned} \tag{3.4.a}$$

Die Summe der Stromrestriktionen führt zu

$$\begin{aligned} &\{C^d(t,h) + I^d(t,h) + G^d(t,h) - Y^s(t,h)\} + w(t,h)\,\{N^d(t,h) - N^s(t,h)\} + \\ &\quad + \tilde{q}^H(t,t+h,t+h)\,\{H^d(t,t+h,t+h) - H^s(t,t+h,t+h)\} + \\ &\quad + \tilde{q}^B(t,t+h,t+h)\,\{B^d(t,t+h,t+h) - B^s(t,t+h,t+h)\} + \\ &\quad + \tilde{q}^E(t,t+h,t+h)\,\{E^d(t,t+h,t+h) - E^s(t,t+h,t+h)\} = \\ &= \Pi^p(t,h) - \Pi^f(t,h) + T^g(t,h) - T^p(t,h)\,. \end{aligned} \tag{3.4.b}$$

Der wesentliche Unterschied zwischen einem Periodenmodell mit Terminmärkten und einem Periodenmodell mit Spotmärkten ist mithin der, daß in letzterem zur Strom- eine Bestandsrestriktion hinzutritt. Die Stromrestriktion im Periodenbeginnmodell ist jedoch nicht im Sinne des Walras-Gesetzes nutzbar: Unter den ohnehin restriktiven Prämissen konsistenter Preis-, Gewinn- und Steuererwartungen impliziert sie, daß die Überschußnachfrage auf Güter- und Arbeitsmarkt in der Gegenwart, t, betragsmäßig ebenso groß ist wie die Summe der Überschußnachfrage auf den Finanzmärkten der

Zukunft, t + h. Berücksichtigt man, daß auch in diesem Modellkonzept Gleichung (2.4.b) gilt, impliziert ein Gleichgewicht auf dem Güter- und Arbeitsmarkt, daß die Summe der Überschußnachfrage auf den Finanzmärkten der Zukunft gleich Null ist.

Die Bestandsrestriktion (3.4.a) erlaubt es, einen der drei Finanzmärkte aus der Gleichgewichtsanalyse auszuklammern. Im Hinblick auf die Notwendigkeit, Güter- und Arbeitsmarkt explizit zu erfassen, gleicht das Periodenbeginnmodell dem Periodenendmodell in stetiger Zeit.

Das Periodenbeginnmodell in stetiger Zeit

Um das vorstehend geschilderte Periodenmodell in ein zeitstetiges Modell zu überführen, muß geklärt werden, wie die erwarteten Preise auf die Verkürzung der Kreislaufperiode reagieren. Hier wird unterstellt, daß

$$\lim_{h \to 0} \frac{\tilde{q}^Z(t, t+h, t+h) - \tilde{q}^Z(t, t, t)}{h} = q_v^Z(t, t) + q_\tau^Z(t, t) \tag{3.5}$$

gilt[7]), d.h. die erwartete Veränderung der Preise als Reaktion auf die Verkürzung von Markt- und Lieferperiode stimmt mit der tatsächlichen Preisänderung überein.

Mit Hilfe dieser Annahme kann (3.4.b) in die Stromrestriktion des zeitstetigen Modells überführt werden. Das Ergebnis ist

$$\begin{aligned}
&\{c^d(t) + i^d(t) + g^d(t) - y^s(t)\} + w(t, 0)\,\{n^d(t) - n^s(t)\} + \\
&+ q^H(t, t)\,[H_v^d(t, t, t) + H_\tau^d(t, t, t) - H_v^s(t, t, t) - H_\tau^s(t, t, t)] + \\
&+ q^B(t, t)\,[B_v^d(t, t, t) + B_\tau^d(t, t, t) - B_v^s(t, t, t) - B_\tau^s(t, t, t)] + \\
&+ q^E(t, t)\,[E_v^d(t, t, t) + E_\tau^d(t, t, t) - E_v^s(t, t, t) - E_\tau^s(t, t, t)] + \qquad (3.4.b') \\
&+ [q_v^H(t, t) + q_\tau^H(t, t)]\,\{H^d(t, t, t) - H^s(t, t, t)\} + \\
&+ [q_v^B(t, t) + q_\tau^B(t, t)]\,\{B^d(t, t, t) - B^s(t, t, t)\} + \\
&+ [q_v^E(t, t) + q_\tau^E(t, t)]\,\{E^d(t, t, t) - E^s(t, t, t)\} = \pi^p(t) - \pi^f(t) + t^g(t) - t^p(t)\,.
\end{aligned}$$

Die Bestandsrestriktion (3.4.a) gilt unabhängig von der Dauer der Kreislaufperiode. Demnach müssen auch bei stetiger Zeitdarstellung Arbeits- und Gütermarkt explizit berücksichtigt werden, während einer der Finanzmärkte aufgrund von (3.4.a) eliminiert werden kann.

4. Zur Äquivalenz von Periodenend- und Periodenbeginnmodellen

In diesem Abschnitt wird der Frage nachgegangen, inwieweit die Lösungsmenge der Gleichgewichtsbedingungen eines Periodenendmodells mit der eines Perodenbeginnmodells übereinstimmt, so daß beide Modellkonzepte in dieser Hinsicht äquivalent sind.

---

[7]) Siehe hierzu Turnovsky und Burmeister (1977), S. 381.

Diese Äquivalenz ist im allgemeinen nicht gegeben. Sie läßt sich jedoch für den Spezialfall stationärer Gleichgewichte mit vollkommener Voraussicht herleiten, wie die folgende Argumentation zeigt:

Vernachlässigt man aufgrund des Walras-Gesetzes bei Periodenendmodellen den Aktienmarkt, lauten die Gleichgewichtsbedingungen für die Periode t:

$$Y^s(t,h) = C^d(t,h) + I^d(t,h) + G^d(t,h) \tag{4.1.a}$$

$$N^s(t,h) = N^d(t,h) \tag{4.1.b}$$

$$H^d(t,t,t+h) - H(t) = \alpha\,[G^d(t,h) + B(t)h - T(t,h)]/q^H(t,t+h) \tag{4.1.c}$$

$$B^d(t,t,t+h) - B(t) = (1-\alpha)\,[G^d(t,h) + B(t)h - T(t,h)]/q^B(t,t+h) \tag{4.1.d}$$

wobei α, $0 \leqq \alpha \leqq 1$, der Bruchteil des staatlichen Defizits ist, der durch Geldschöpfung finanziert wird.

Die Gleichgewichtsbedingungen für das Periodenbeginnmodell in der Periode $t + h$ lauten:

$$Y^s(t+h,h) = C^d(t+h,h) + I^d(t+h,h) + G^d(t+h,h) \tag{4.2.a}$$

$$N^s(t+h,h) = N^d(t+h,h) \tag{4.2.b}$$

$$H^s(t+h,t+h,t+h) = H^d(t+h,t+h,t+h) \tag{4.2.c}$$

$$B^s(t+h,t+h,t+h) = B^d(t+h,t+h,t+h) \tag{4.2.d}$$

In deterministischen Modellen impliziert die Annahme vollkommener Voraussicht nicht nur, daß künftige Preise bereits in der Gegenwart bekannt sind, sondern auch, daß die in der Gegenwart für den künftigen Spotmarkt geplanten Angebots- und Nachfragewünsche mit den dann tatsächlich auf diesem Markt stattfindenden Transaktionen übereinstimmen:

$$\left.\begin{aligned} \tilde{q}^Z(t,t+h,t+h) &= q^Z(t+h,t+h) & (4.3.a)\\ Z^j(t,t+h,t+h) &= Z^j(t+h,t+h,t+h) & (4.3.b) \end{aligned}\right\}\ \forall\, Z = H,B,E \text{ und } j = s,d\,.$$

Aus der staatlichen Budgetrestriktion der Periode t (3.3.b), folgt dann

$$\begin{aligned} &H^d(t,t+h,t+h) - H(t) = \\ &= \alpha\,[G^d(t,h) + B(t)h - T(t,h)]/q^H(t+h,t+h) \end{aligned} \tag{4.2.c'}$$

$$\begin{aligned} &B^d(t,t+h,t+h) - B(t) = \\ &= (1-\alpha)\,[G^d(t,h) + B(t)h - T(t,h)]/q^B(t+h,t+h)\,. \end{aligned} \tag{4.2.d'}$$

In einem deterministischen Modell ist die Annahme zu rechtfertigen, ein Anleger sei indifferent zwischen den Alternativen, Wertpapiere auf Terminmärkten der Gegenwart oder auf Spotmärkten der Zukunft zu erwerben, sofern keine Preisunterschiede vorliegen. Aufgrund der Kenntnis aller künftigen Umweltzustände ist aber niemand bereit, Terminkontrakte zu erwerben, deren Preise die mit Sicherheit bekannten Spotpreise übersteigen. Demnach können Spot- und Terminpreise nicht auseinander klaffen,

$$q^Z(t, t+h) = q^Z(t+h, t+h), \tag{4.4.a}$$

was wiederum

$$Z^j(t, t, t+h) = Z^j(t, t+h, t+h) \qquad \forall Z = H, B, E \quad \text{und} \quad j = s, d, \tag{4.4.b}$$

impliziert. Unter diesen Umständen sind die Gleichgewichtsbedingungen (4.1.c) und (4.1.d) mit den Gleichgewichtsbedingungen (4.2.c′) und (4.2.d′) identisch.

Hieraus folgt aber nicht die Äquivalenz beider Modellkonzepte, da die Gleichgewichtsbedingungen (4.1.a) und (4.1.b) nicht mit den Gleichgewichtsbedingungen (4.2.a) und (4.2.b) übereinstimmen. Erst die Stationaritätsannahme, $Y^s(t+h, h) = Y^s(t, h)$, $C^d(t+h, h) = C^d(t, h)$, $I^d(t+h, h) = I^d(t, h)$, $G^d(t+h, h) = G^d(t, h)$ und $N^j(t+h, h) = N^j(t, h)$ für alle t und gegebenes h, führt dazu, daß auch die Gleichgewichtsbedingungen (4.1.a) und (4.2.a) bzw. (4.1.b) und (4.2.b) identisch sind.

Der von Foley (1975) abgeleitete Zusammenhang, wonach bereits die Annahme vollkommener Voraussicht hinreicht, um aus dem Periodenbeginnmodell das Periodenendmodell folgen zu lassen, trifft mithin im allgemeinen nicht zu. Foleys Ergebnis beruht darauf, daß sein Modell auf Geld- und (Aktien)Kapitalmarkt beschränkt ist, so daß der Unterschied in der Zeitstruktur, wie er sich in (4.1) und (4.2) manifestiert, nicht zutage treten kann.

Die Annahmen (4.3) und (4.4) implizieren zusammen mit (2.5), daß bei Gleichgewicht auf den drei Finanzmärkten die Summe der Überschußnachfrage auf Arbeits- und Gütermarkt gleich Null ist. Demnach ist die Bestandsrestriktion (3.4.a) in diesem Spezialfall wiederum nicht im Sinne eines Walras-Gesetzes für Bestände zu sehen. Das Walras-Gesetz kann nun aus (3.4.b) abgeleitet werden. Diese Gleichung ist unter den genannten Annahmen mit Gleichung (2.4.a) identisch.

Im Falle eines stationären Gleichgewichts mit vollkommener Voraussicht sind auch Periodenend- und Periodenbeginnmodell in stetiger Zeit äquivalent. Dies läßt sich wie folgt zeigen:

Vollkommene Voraussicht impliziert, daß Annahme (3.5) erfüllt ist. Aus (4.3.b) bzw. (4.4.a) folgt über den Mittelwertsatz[8])

$$Z^j_v(t, t, t) = 0 \qquad \forall Z = H, B, E \quad \text{und} \quad j = s, d, \tag{4.5.a}$$

bzw.

$$q^Z_v(t, t) = 0 \qquad \forall Z = H, B, E. \tag{4.5.b}$$

Demnach ist die Stromrestriktion (2.4.a″) mit (3.4.b′) identisch.

---

[8]) Nach dem Mittelwertsatz existiert ein $\lambda \in (0, h)$, so daß $[Z^j(t+h, t+h, t+h) - Z^j(t, t+h, t+h)]/h = Z^j_v(t+\lambda, t+h, t+h) = 0$ (letztere Gleichsetzung folgt aus (4.3.b)) gilt. Für $h \to 0$ folgt das angegebene Ergebnis.

Über den Mittelwertsatz kann aus (4.4.b) $Z^j_\theta(t,t,t) = 0 \; \forall \; Z = H, B, E$ und $j = s, d$, abgeleitet werden. Differenziert man die Finanzmarktgleichgewichtsbedingung $Z^s(t,t,t) = Z^d(t,t,t)$ nach allen drei Zeitvariablen und berücksichtigt (4.5.a), folgt somit $Z^s_\tau(t,t,t) = Z^d_\tau(t,t,t)$. Gleichgewicht auf den drei Finanzmärkten impliziert demnach $\{c^d(t) + i^d(t) + g^d(t) - y^s(t)\} + w(t,0)\,\{n^d(t) - n^s(t)\} = 0$. Umgekehrt impliziert ein Gleichgewicht auf Arbeits- und Gütermarkt zusammen mit Gleichgewicht auf zwei Finanzmärkten $q^Z_\tau(t,t)\,\{Z^d(t,t,t) - Z^s(t,t,t)\} + q^Z(t,t)\,[Z^d_\tau(t,t,t) - Z^s_\tau(t,t,t)] = 0$ für $Z = H$ oder B oder E. Dies ist aber nichts anderes als die Implikation der Bestandsrestriktion (2.4.a′), wenn man diese nach allen drei Zeitvariablen differenziert und die bisher abgeleiteten Ergebnisse berücksichtigt. Folglich impliziert nun die Strom- die Bestandsrestriktion. Analog zum Walras-Gesetz im Periodenendmodell in diskreter Zeit kann nun jeder beliebige der fünf Märkte aus der Analyse ausgeschlossen werden.

III. *Schlußfolgerungen*

Die hier vorgenommene Analyse des Zusammenhanges zwischen Strom- und Bestandsrestriktionen in makroökonomischen Modellen in diskreter und stetiger Zeit hat folgendes gezeigt:

Das Walras-Gesetz gilt im allgemeinen nur in Periodenendmodellen mit diskreter Zeit; und hier auch nur, wenn konsistente Gewinn- und Steuererwartungen vorliegen. In den drei anderen Modellkonzepten tritt an die Stelle des Walras-Gesetzes eine Bestandsrestriktion für die Transaktionen auf den Finanzmärkten. Aufgrund dieser Restriktion kann einer der Finanzmärkte aus der (expliziten) Gleichgewichtsanalyse ausgeklammert werden. Güter- und Arbeitsmarkt sind in diesen Fällen stets explizit zu berücksichtigen, was bei Gültigkeit des Walras-Gesetzes nicht erforderlich ist. Hier kann einer dieser Märkte durch den dritten Finanzmarkt ersetzt werden. Diese Wahlmöglichkeit ist im zeitstetigen Periodenendmodell auch gegeben, wenn anfängliche Portfolioungleichgewichte im korrespondierenden diskreten Modell ausgeschlossen werden. Im Spezialfall stationärer Gleichgewichte mit vollkommener Voraussicht gilt das Walras-Gesetz in allen vier Modellkonzepten.

Aufgrund der Unterschiede in der Zeitstruktur führen Periodenend- und Periodenbeginnmodelle im allgemeinen nicht zum selben Satz von Gleichgewichtsbedingungen. Nur für stationäre Gleichgewichte mit vollkommener Voraussicht sind die Konzepte in dieser Hinsicht äquivalent; in einem Systemzustand also, in dem die Zeit irrelevant geworden ist.

In allen hier behandelten Modelltypen gibt es keinen Kapitalmarkt, dem es vorbehalten wäre, Ersparnis und Investition abzustimmen. Reduziert man das hier zugrunde gelegte Kreislaufmodell auf den Kreislauf einer geschlossenen Volkswirtschaft ohne Staat, kann der Aktienmarkt eines Periodenendmodells mit diskreter Zeit in diesem Sinne interpretiert werden. Generell ist es mithin nicht haltbar, die IS-Kurve als Gleichgewichtsbedingung des Kapitalmarktes zu deuten, wie es Felderer und Homburg (1986) tun.

Die Ergebnisse dieses Beitrages sprechen dafür, mehr Sorgfalt bei der Formulierung makroökonomischer Modelle walten zu lassen. Nur unter Verweis auf das gewählte Modellkonzept kann der Interpretationsspielraum beseitigt werden, der aus der gemeinhin üblichen Formulierung statischer Makromodelle erwächst.

Anhang

Gleichung (2.4.a) kann nach Subtraktion von (2.4.a′) und Division mit h wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{C^d(t,h) + I^d(t,h) + G^d(t,h) - Y^s(t,h)}{h} + w(t,h)\,\frac{N^d(t,h) - N^s(t,h)}{h} +$$

$$+ q^H(t,t+h)\,\frac{[H^d(t,t,t+h) - H^d(t,t,t)] - [H^s(t,t,t+h) - H^s(t,t,t)]}{h} +$$

$$+ \frac{q^H(t,t+h) - q^H(t,t)}{h}\,[H^d(t,t,t) - H^s(t,t,t)] +$$

$$+ q^B(t,t+h)\,\frac{[B^d(t,t,t+h) - B^d(t,t,t)] - [B^s(t,t,t+h) - B^s(t,t,t)]}{h} +$$

$$+ \frac{q^B(t,t+h) - q^B(t,t)}{h}\,[B^d(t,t,t) - B^s(t,t,t)] +$$

$$+ q^E(t,t+h)\,\frac{[E^d(t,t,t+h) - E^d(t,t,t)] - [E^s(t,t,t+h) - E^s(t,t,t)]}{h} +$$

$$+ \frac{q^E(t,t+h) - q^E(t,t)}{h}\,[E^d(t,t,t) - E^s(t,t,t)] =$$

$$= \Pi^p(t,h)/h - \Pi^f(t,h)/h + T^g(t,h)/h - T^p(t,h)/h$$

woraus für $h \to 0$ zusammen mit (1.2) und (1.3) sowie der Definition partieller Ableitungen die im Text angegebene Gleichung (2.4.a″) folgt.

Nach demselben Prinzip wird Gleichung (3.4.b) – unter Zuhilfenahme von Gleichung (3.4.a) – in Gleichung (3.4.b′) transformiert.

Literatur

Buiter, Willem H., Walras' Law and All That: Budget Constraints and Balance Sheet Constraints in Period Models and Continuous Time Models, International Economic Review, Vol. 21 (1980) S. 1–6.

Felderer, Bernhard und *Stefan Homburg,* Makroökonomik und neue Makroökonomik, Berlin u.a. (Springer) (1984).

Felderer, Bernhard und *Stefan Homburg,* Eine Fehlinterpretation des Keynesianischen Modells, Jahrbücher für Nationalökonomie und Statistik, Band 201 (1986) S. 457–668.

Foley, Duncan K., On Two Specifications of Asset Equilibrium in Macroeconomic Models, Journal of Political Economy, Vol. 83 (1975) S. 303–324.

Gapinski, James H., Macroeconomic Theory, Statics, Dynamics, and Policy, New York u.a. (McGraw-Hill Book Company) (1982).

Hayakawa, Hiroaki, Balance Sheet Identity and Walras' Law, Journal of Economic Theory, Vol. 34 (1983) S. 187–202.

Karni, Edi, Period Analysis and Continuous Analysis in Patinkin's Macroeconomic Model, Journal of Economic Theory, Vol. 17 (1978) S. 134–140.

May, Josef, Period Analysis and Continuous Analysis in Patinkin's Macroeconomic Model, Journal of Economic Theory, Vol. 2 (1970) S. 1–9.
Neumann, Manfred, Theoretische Volkswirtschaftslehre I, München (Vahlen) (1983).
Sargent, Thomas J., Macroeconomic Theory, New York u.a. (Academic Press) (1979).
Turnovsky, Stephen J. und *Edwin Burmeister,* Perfect Forsight, Expectational Consistency, and Macroeconomic Equilibrium, Journal of Political Economy, Vol. 85 (1977) S. 379–393.

Zusammenfassung

Diese Arbeit untersucht den logischen Zusammenhang zwischen Strom- und Bestandsrestriktionen sowie der Zeitstruktur makroökonomischer Modelle. Das Walras-Gesetz gilt in Periodenendmodellen in diskreter Zeit. In Periodenendmodellen in stetiger Zeit sowie in Periodenbeginnmodellen tritt eine Bestandsrestriktion an die Stelle des Walras-Gesetzes. Diese Restriktion impliziert, daß nur $n - 1$ von n Vermögensmärkten voneinander unabhängig sind. Für stationäre Gleichgewichte mit vollkommener Voraussicht sind Periodenendmodelle mit den entsprechenden Periodenbeginnmodellen äquivalent. In diesem Fall kann das Walras-Gesetz aus allen vier betrachteten Gleichgewichtskonzepten abgeleitet werden. Die Behauptung von Felderer/Homburg (1986), die IS-Kurve sei die Gleichgewichtsbedingung des Kapitalmarktes, trifft im allgemeinen nicht zu.

Summary

This paper investigates the logical relation between flow and stock constraints and the time structure of macroeconomic models. Walras' law holds in end-of-period models in discrete time. In end-of-period models in continuous time and in beginning-of-period models it is replaced by a stock constraint. This constraint implies that only $n - 1$ of n asset markets are independent from one another. For stationary equilibria with perfect forsight the models are equivalent, and Walras' law can be derived from all four types considered. The IS-curve is, in general, not the equilibrium condition of the capital market.

Dr. Alfred Maußner, Volkswirtschaftliches Institut, Universität Erlangen-Nürnberg, Lange Gasse 20, 8500 Nürnberg 1