BANKARCHIV

ZEITSCHRIFT FÜR DAS GESAMTE BANK- UND BÖRSENWESEN

2001

49. Jahrgang

JAHRESREGISTER

HERAUSGEGEBEN VON DER
ÖSTERREICHISCHEN BANKWISSENSCHAFTLICHEN GESELLSCHAFT

BANK VERLAG WIEN

Verlag Orac

Bewertung und Konstruktion von attraktiven strukturierten Produkten am Beispiel von Cheapest-to-Deliver-Aktienzertifikaten

Marco Wilkens / Oliver Entrop / Hendrik Scholz

Vor dem Hintergrund weiterhin sinkender Volumina und Margen bei den klassischen Passivprodukten stellt sich für Kreditinstitute die Frage nach alternativen und lukrativen Refinanzierungsmöglichkeiten. Ein hohes Erfolgspotential verspricht seit neuerem die Emission strukturierter Finanzprodukte. In diesem Beitrag werden Cheapest-to-Deliver(CTD)-Zertifikate, die aus Anlegersicht besonders interessante Ausstattungsmerkmale und Zahlungsprofile aufweisen, zunächst dargestellt und bewertet. Anschließend wird untersucht, wie CTD-Zertifikate aus Emittentensicht konstruiert werden sollten, damit sie für Anleger besonders attraktiv sind beziehungsweise erscheinen. Darauf aufbauend erfolgen Überlegungen zur Produktkommunikation. Insofern gibt der Beitrag potentiellen Emittenten solcher Finanztitel Hilfestellung beim Financial Engineering und Vertrieb.

Stichwörter: Financial Engineering, Strukturierte Finanzprodukte, Exchange Optionen, Exotische Optionen, Aktienzertifikate.

This article is concerned with cheapest-to-deliver certificates, a new innovative equity-linked retail product with seemingly attractive features. We show how this product can be duplicated and which parameters influence the (issue) price according to the valuation model we present. Moreover we discuss the structuring, pricing and marketing of cheapest-to-deliver certificates.

Privatdozent Dr. *Marco Wilkens*, Institut für Betriebswirtschaftliche Geldwirtschaft (IFBG) der Universität Göttingen; e-mail: mwilken@uni-goettingen.de

Dipl.-Math. *Oliver Entrop*, Institut für Betriebswirtschaftliche Geldwirtschaft (IFBG) der Universität Göttingen; e-mail: oentrop@uni-goettingen.de

Dipl.-Kfm. *Hendrik Scholz*, Institut für Betriebswirtschaftliche Geldwirtschaft (IFBG) der Universität Göttingen; e-mail: hscholz@uni-goettingen.de

1. Einleitung

Die Bedeutung der kapitalmarktorientierten Geldanlage nimmt für Privatanleger trotz teilweiser Kursrückschläge in den letzten Jahren stetig zu. Diese Entwicklung manifestiert sich für Kreditinstitute in einer zum Teil dramatischen Umschichtung von klassischen Bankprodukten wie Spareinlagen in Aktien- und Rentenfonds sowie in innovative Finanzinstrumente. Für Kreditinstitute stellt sich daher unter anderem die Frage nach alternativen lukrativen Refinanzierungsmöglichkeiten und generell margenträchtigen Produktarten. Zu diesen gehören seit neuerem strukturierte Finanzprodukte [1]. Diese Produkte haben gegenüber klassischen Finanztiteln nicht nur aus Emittentensicht interessante Eigenschaften, sondern weisen auch aus Anlegersicht attraktive beziehungsweise attraktiv erscheinende Ausstattungsmerkmale auf, wie zum Teil deutlich über dem Marktniveau liegende Nominalverzinsungen oder Preisabschläge gegenüber Direktinvestitionen in Aktien.

Als ein innovatives Beispiel hierfür werden im folgenden Cheapest-to-Deliver(CTD)-Zertifikate dargestellt, bewertet und analysiert. Diese Finanztitel werden in letzter Zeit verstärkt emittiert und weisen weiterhin ein enormes Entwicklungspotential

[1] Zu verschiedenen Grund- und Sonderformen von Anleiheemissionen vgl. *Betsch / Groh / Lohmann* (2000), S. 292–298.

auf [2]. Um die Ausführungen möglichst anschaulich zu gestalten, werden in Abschnitt 2 zunächst die Ausstattungsmerkmale und Zahlungsprofile solcher Zertifikate an einem Beispiel erläutert. Die Bewertung und Analyse in Abschnitt 3 basiert auf dem für die Derivatebewertung klassischen Duplikationsgedanken. Die Sensitivitätsanalysen in Abschnitt 4 sind der Ausgangspunkt für die Überlegungen in Abschnitt 5, wie CTD-Zertifikate von Emittenten konstruiert werden sollten, damit sie Anlegern einen „attraktiven" Diskont bieten. Ferner erfolgen Überlegungen zur Produktkommunikation. Insofern gibt der Beitrag unter anderem potentiellen Emittenten solcher Finanztitel Hilfestellung beim Financial Engineering und Vertrieb von CTD-Zertifikaten. Die Bewertung von CTD-Zertifikaten und anderen strukturierten Produkten kann mit einer im Internet unter www.wertpapiermanagement.de verfügbaren Excel-Datei nachvollzogen und variiert werden.

2. Ausstattungsmerkmale und Eigenschaften von Cheapest-to-Deliver-Zertifikaten

Die Grundlage eines CTD-Zertifikates sind zwei Aktien beziehungsweise Aktienindices A und B. Der Käufer des CTD-Zertifikates hat bei Fälligkeit einen Anspruch auf die Lieferung von x_A Stücken der Aktie A oder x_B Stücken der Aktie B. Die Emittentin entscheidet, welche der beiden Aktienpositionen sie bei Fälligkeit liefert [3]. Eine rationale Entscheidung vorausgesetzt, wird dies die Position mit dem geringeren Wert sein. Der Anleger erwirbt durch den Kauf eines CTD-Zertifikates somit einen Anspruch auf das Minimum der beiden Positionen, das heißt auf min ($x_A\,A_T$; $x_B\,B_T$), wobei A_T und B_T die jeweiligen Kurse bei Fälligkeit des Zertifikates in T bezeichnen. In praxi ist festzustellen, daß die Anzahl der zu liefernden Aktien im allgemeinen so bestimmt wird, daß beide Positionen im Emissionszeitpunkt näherungsweise den gleichen Wert besitzen, das heißt $x_A\,A_0 \approx x_B\,B_0$ erfüllt ist [4]. Der Preis dieser Zertifikate liegt dann regelmäßig unter dem der entsprechenden Aktienpositionen, die Aktien werden damit quasi zum Diskont verkauft.

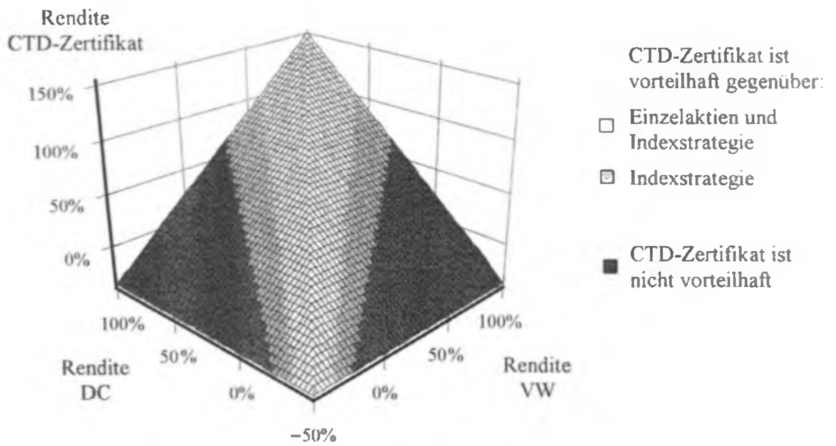
Da es ökonomisch irrelevant ist, ob den CTD-Zertifikaten Einzelaktien oder Aktienpositionen (als Vielfaches von Einzelaktien) zugrunde liegen, kann im folgenden ohne Beschränkung der Allgemeinheit davon ausgegangen werden, daß sich die hier betrachteten Zertifikate auf Einzelaktien beziehen ($x_A = x_B = 1$). Darüber hinaus wird ein Schwerpunkt der Untersuchung auf den Emissionszeitpunkt gelegt, sodaß sowohl im betrachteten Beispiel als auch in den weiterführenden Betrachtungen von $A_0 = B_0$ ausgegangen werden kann, obgleich die Ausführungen auch bei beliebigen Parameterkombinationen ihre Gültigkeit behalten.

Die Darstellung und Analyse von CTD-Zertifikaten erfolgt anhand eines stilisierten Beispiels in Verbindung mit hinsichtlich der Größenordnung realistischen Marktdaten (vgl. Tab. 1). Betrachtet wird ein CTD-Zertifikat auf DaimlerChrysler (DC) und Volkswagen (VW) mit Fälligkeit in zwei Jahren ($T = 2$). Damit hat der

Tab. 1: Beispielhafte Marktdaten

	Aktie A DaimlerChrysler (DC)	Aktie B Volkswagen (VW)
heutiger Aktienkurs DC_0 bzw. VW_0	55	55
Standardabweichung der kontinuierlichen Aktienrenditen (Volatilität) σ_{DC} bzw. σ_{VW}	40%	40%
Kontinuierliche Dividendenrendite δ_{DC} bzw. δ_{VW}	2%	2%
Korrelation zwischen den kontinuierlichen Aktienrenditen ρ	0,6	

Abb. 1: Vergleich der Renditen des CTD-Zertifikates und der Einzelaktien sowie einer Indexstrategie per $T = 2$



[2] Zur Produktpalette der beispielsweise von HSBC Trinkaus & Burkhardt emittierten Cheapest-to-Deliver-Zertifikate siehe den entsprechenden Menüpunkt unter www.hsbctrinkaus.de.

[3] Regelmäßig erfolgt die (verbindliche) Entscheidung, welche Aktie geliefert wird, ein bis zwei Wochen vor Fälligkeit des Zertifikates. Auf die Berücksichtigung dieser Praxisusance wird im weiteren verzichtet, da der Einfluß dieser vereinfachenden Annahme auf den Wert von CTD-Zertifikaten im allgemeinen gering ist.

[4] Hierüber wird die Produktkommunikation im Emissionszeitpunkt deutlich erleichtert, vgl. Abschnitt 5.

Anleger in zwei Jahren einen Anspruch auf Lieferung einer DC- oder einer VW-Aktie, gemäß den obigen Ausführungen somit auf min(DC_2; VW_2). Auf der Grundlage der beispielhaften Marktdaten ergibt sich ein fairer Wert [5] dieses CTD-Zertifikates in Höhe von 42,29. Bei Emission des Zertifikates zu diesem Wert werden die Aktien folglich mit einem absoluten Diskont von 55 – 42,29 = 12,71 beziehungsweise einem relativen Diskont von 12,71 / 55 = 23,11% verkauft.

In Abb. 1 werden die bei Fälligkeit mit dem CTD-Zertifikat erzielbaren diskreten Gesamtrenditen in Beziehung zu den Renditen der unterliegenden Aktien gesetzt, um so einen anschaulichen Vergleich der Finanztitel zu ermöglichen. Im hell gekennzeichneten Bereich weist das Zertifikat eine höhere Rendite auf als die beiden Einzelaktien. Weiterhin ist der Bereich (mitteldunkel) angegeben, in dem das Zertifikat eine höhere Rendite erzielt als eine Indexstrategie in Form einer Investition in DC- und VW-Aktien zu je 50%.

Der Anleger erzielt mit dem CTD-Zertifikat offenbar eine höhere Rendite als über eine Investition in die jeweiligen Einzelaktien, wenn deren Renditen nicht allzu weit auseinander liegen (vgl. den hellen Bereich). Der Grund hierfür ist, daß das CTD-Zertifikat zum Diskont, also zu einem geringeren Kurs als die jeweiligen Aktien erworben wird. In einem etwas breiteren Korridor ist die Performance des CTD-Zertifikates zumindest noch höher als die Performance einer hälftigen Investition in die beiden Aktien. Außerhalb dieser Korridore, also bei sehr uneinheitlicher Entwicklung der beiden Aktien (dunkler Bereich), erzielt der Anleger mit dem Zertifikat jeweils eine geringere Rendite. Die Investition in ein CTD-Zertifikat ist also vorteilhaft, wenn die zukünftigen Renditen der Aktien nahe beieinander liegen. Die Korridore, das heißt die Vorteilhaftigkeitsbereiche des CTD-Zertifikates sind umso breiter, je höher der relative Diskont des Zertifikates ist.

3. Bewertung von Cheapest-to-Deliver-Zertifikaten

3.1. Duplikation

Die Bewertung und Analyse des CTD-Zertifikates basiert auf dem Prinzip „Evaluation by Duplication" [6]. Um die Darstellung möglichst anschaulich zu gestalten, wird wie üblich auf die Berücksichtigung von Bonitätsrisiken, Geld-Brief-Spannen, Transaktionskosten und Steuern verzichtet. Eine Aufhebung dieser Annahmen erfordert Modifikationen des hier beschriebenen Vorgehens, ändert aber nichts an den dargestellten grundsätzlichen Zusammenhängen.

Es wird eine Duplikationsstrategie eruiert, die dem Anleger in zwei Jahren eine Zahlung in Höhe des Minimums der Kurse der Aktien A und B sichert. Offenbar ist der Wert, das heißt die Rückzahlung des CTD-Zertifikates in $T = 2$ Jahren daher

$$\begin{aligned} CTD_T &= \min(A_T; B_T) && \text{(1a)}\\ &= A_T - \max(A_T - B_T; 0) && \text{(1b)}\\ &= B_T - \max(B_T - A_T; 0). && \text{(1c)} \end{aligned}$$

Den Gleichungen (1a) und (1b) folgend ist es äquivalent, in zwei Jahren ein CTD-Zertifikat oder eine Aktie A und eine verkaufte Exchange-Option B gegen A zu halten. Der Käufer der Exchange-Option hat bei Fälligkeit das Recht, dem Inhaber der Aktie A im Tausch gegen die Aktie A eine Aktie B anzudienen. Bei Cash Settlement muß der Inhaber der Aktie A somit das Maximum aus der Differenz der dann gültigen Kurse der Aktien A und B sowie null zahlen. Eine alternative Interpretations- beziehungsweise Duplikationsmöglichkeit liefert (1c): Das CTD-Zertifikat ist auch äquivalent zum Halten einer Aktie B und Verkauf einer Exchange-Option A gegen B.

Tab. 2 beinhaltet die erste der beiden Duplikationsmöglichkeiten und die fairen Werte der entsprechenden Finanztitel auf Basis der in Tab. 1 angegebenen beispielhaften Marktdaten. Eine Long-Position in einer Aktie A in zwei Jahren kann unter Berücksichtigung einer sicheren kontinuierlichen Dividendenrendite δ_A, die annahmegemäß permanent wiederangelegt wird, über den heutigen Kauf von $e^{-\delta_A T}$ (= 0,96) Aktien A repliziert werden.

Tab. 2: Duplikation des CTD-Zertifikates gemäß 1b

$e^{-\delta_A T}$ Aktien A (long)	+ 52,84
Exchange-Option Aktie B gegen Aktie A (short)	– 10,55
CTD-Zertifikat (long)	**= 42,29**

Der Aufbau des aus $e^{-\delta_A T}$ Aktien A und einer Exchange-Option bestehenden Duplikationsportfolios ermöglicht zum einen die Bewertung des CTD-Zertifikates. Zum anderen bildet die Duplikation die Ausgangsbasis für die Untersuchung der preisbestimmenden Faktoren und deren Einflußgrade und -richtungen auf den fairen Wert des Zertifikates.

Die Differenz zwischen dem Wert der Aktie A und dem CTD-Zertifikat 55 – 42,29 = 12,71 kann aus Anlegersicht – wie dargelegt – als Abschlag beziehungsweise Diskont auf die Aktie A mit gleichzeitigem Recht der Emittentin, diese Aktie A in eine Aktie B umzutauschen, interpretiert werden. Mit anderen Worten wird es dem Anleger ermöglicht, die Aktie A zum Diskont zu kaufen. Der absolute Diskont in Höhe von 12,71 läßt sich auch in bezug zum gegenwärtigen Kurs als relativer Diskont ausdrücken: 12,71 / 55 = 23,11%.

Dieser Diskont im Vergleich zum heutigen Wert der Aktie A erklärt sich zum einen durch den heutigen geringeren Wert einer Aktie A in zwei Jahren bei Berücksichtigung kontinuierlicher Dividendenzahlungen. Dies führt zu einem Abschlag in Höhe von $(1 - e^{-\delta_A T})\,A_0 = 2{,}16$. Zum anderen bedingt die Short-Position in der Exchange-Option einen zusätzlichen Abschlag in Höhe des Wertes der Exchange-Option B gegen A von $EX_0(B, A) = 10{,}55$. Der gesamte Abschlag wird demzufolge umso höher ausfallen, je höher die Dividendenrendite und je höher der Wert der Exchange-Option [7] ist.

[5] Die Berechnungsvorschrift wird im weiteren sukzessive hergeleitet und erläutert.

[6] Zur Bewertung strukturierter Finanzprodukte auf Basis dieses Ansatzes siehe z. B. *Fischer / Keber / Maringer* (1999, 2000a, 2000b), *Wilkens / Scholz / Völker* (1999a, 1999b), *Wilkens / Scholz /* (2000), *Wilkens / Entrop / Scholz* (2001).

[7] Auch der Wert der Exchange-Option hängt von den entsprechenden Dividendenrenditen ab (vgl. Abschnitt 3.2).

Im folgenden wird zunächst die Exchange-Option bewertet. Darauf aufbauend kann eine geschlossene Bewertungsformel für CTD-Zertifikate hergeleitet werden.

3.2. Exchange-Optionen

Exchange-Optionen gehören zur Familie der Rainbow-Optionen [8]. Der Käufer einer (europäischen) Exchange-Option B gegen A hat zum Fälligkeitszeitpunkt T das Recht, dem Verkäufer eine Aktie B (beziehungsweise eine Aktienposition $x_B\,B$) anzudienen und dafür eine Aktie A (beziehungsweise eine Aktienposition $x_A\,A$) zu fordern. Die Option wird ausgeübt, wenn in T die Aktie B weniger wert ist als die Aktie A. Die Auszahlung dieser Option ist daher $\max(A_T - B_T;\ 0)$. Eine Exchange-Option kann damit als ein Call auf Aktie A mit variablem Basispreis B_T oder als ein Put auf Aktie B mit variablem Basispreis A_T interpretiert werden [9]. Die Bewertung derartiger Optionen erfolgt üblicherweise in einer verallgemeinerten *Black / Scholes / Merton*-Welt und geht auf *Margrabe* zurück [10]. Der heutige Wert der Exchange-Option B gegen A $EX_0(B, A)$ ergibt sich zu:

$$EX_0(B, A) = A_0\, e^{-\delta_A T} N(d_1) - B_0\, e^{-\delta_B T} N(d_2) \qquad (2)$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{B_0}\right) + \left(\delta_B - \delta_A + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$\text{und } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$\text{und mit } \sigma = \sqrt{\sigma_A^2 - 2\,\rho\,\sigma_A\,\sigma_B + \sigma_B^2}\,. \qquad (3)$$

$N(\cdot)$ repräsentiert die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung. Die Variable σ wird im folgenden als „bewertungsrelevante Volatilität" bezeichnet und kann als Standardabweichung der Differenz der kontinuierlichen Renditen der Aktie A und der Aktie B interpretiert werden. Wird eine Exchange-Option als Call auf Aktie A mit variablem Basispreis B_T verstanden, so entspricht die angegebene Formel letztlich der „klassischen" (um die Dividendenrendite erweiterten) *Black / Scholes / Merton*-Bewertungsformel für Calls [11], wobei jedoch der diskontierte fixe Basispreis durch den diskontierten Forwardpreis $B_0\, e^{-\delta_B T}$ ersetzt und die Volatilität wie angegeben angepaßt ist.

3.3. CTD-Zertifikate und Diskonts

Der heutige Wert des CTD-Zertifikates ergibt sich auf Basis der Gleichung (1b) zu (4) (siehe unten) [12].

Über (4) kann jedes CTD-Zertifikat bewertet werden [13]. Sind wie bei Emission die aktuellen Kurse von A und B identisch [14], so folgt:

$$CTD_0 = N(-d_1)\, A_0\, e^{-\delta_A T} + A_0\, e^{-\delta_B T} N(d_2) \qquad (5)$$

$$\text{mit} \quad d_1 = \frac{\left(\delta_B - \delta_A + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}}$$

$$\text{und } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}\,.$$

Sind wie im Beispiel auch die Dividendenrenditen gleich, vereinfachen sich die Gleichungen weiter mit

$$-d_1 = d_2 = -\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}$$

und es folgt [15]:

$$CTD_0 = 2\, A_0\, e^{-\delta_A T} N\left(-\frac{\sigma\sqrt{T}}{2}\right). \qquad (6)$$

4. Sensitivitäten

Im folgenden werden die Sensitivitäten von CTD-Zertifikaten gegenüber den wertbestimmenden Faktoren untersucht und ökonomisch interpretiert. Diese Analyse bildet den Ausgangspunkt der Überlegungen, für welche Anleger welche den CTD-Zertifikaten zugrunde liegenden Aktien ausgewählt werden sollten. Die Einflußfaktoren auf den Wert des CTD-Zertifikates sind nach (4) die beiden aktuellen Kurse, die Dividendenrenditen, die Volatilitäten, die Korrelation der Aktienkursrenditen und die Laufzeit des Zertifikates. Im folgenden wird der Fall betrachtet, daß die beiden Aktienkurse identisch sind, wie dies bei Emissionen regelmäßig in etwa der Fall ist. Darüber hinaus wird von identischen Dividendenrenditen

$$CTD_0 = \overbrace{A_0\, e^{-\delta_A T}}^{\text{Heutiger Wert Aktie A per } T} - \overbrace{(A_0\, e^{-\delta_A T} N(d_1) - B_0\, e^{-\delta_B T} N(d_2))}^{\text{Exchange-Option } EX_0(B,\,A)} \qquad (4)$$

$$= N(-d_1)\, A_0\, e^{-\delta_A T} + B_0\, e^{-\delta_B T} N(d_2)$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{B_0}\right) + \left(\delta_B - \delta_A + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}} \qquad \text{und } d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}$$

$$\text{und mit (3) } \sigma = \sqrt{\sigma_A^2 - 2\,\rho\,\sigma_A\,\sigma_B + \sigma_B^2}\,.$$

[8] Vgl. zu Rainbow-Optionen z.B. *Navatte / Wilkens* (1995), *Hunziker / Koch-Medina* (1996), *Sandmann* (1999), S. 90–95.

[9] Vgl. *Navatte / Wilkens* (1995), S. 7, *Steiner / Uhlir* (2001), S. 251 f.

[10] Vgl. *Margrabe* (1978), *Hunziker / Koch-Medina* (1996), S. 151–153, *Haug* (1998), S. 52, *Hull* (2000), S. 469 f u. 515–517. Dabei werden geometrische Brownsche Bewegungen für die Entwicklung der Aktienkurse unterstellt. Vgl. zu dieser Klasse stochastischer Prozesse und ihren Einsatz bei der Aktienkursmodellierung z. B. *Hull* (2000), S. 237–241.

[11] Vgl. *Black / Scholes* (1973), *Merton* (1973), *Haug* (1998), S. 7, *Hull* (2000), S. 275 f.

[12] Dabei wird im folgenden die Beziehung $N(-x) = 1 - N(x)$ ausgenutzt.

[13] Soll ein CTD-Zertifikat auf jeweils mehrere Aktien bewertet werden, so sind A_0 durch $x_A A_0$ und B_0 durch $x_B B_0$ zu ersetzen.

[14] In der Praxis werden – wie dargelegt – die jeweiligen Aktienpakete $x_A A_0$ und $x_B B_0$ überwiegend so gewählt, daß sich ihre Werte bei Emission in etwa entsprechen.

[15] Wird ferner davon ausgegangen, daß die Volatilitäten der beiden Aktien identisch sind, vereinfacht sich diese Beziehung weiter zu:

$$CTD_0 = 2 A_0 e^{-\delta_A T} N\left(-\sigma_A \sqrt{\frac{(1-\rho)T}{2}}\right).$$

ausgegangen. Mit Blick auf die zentralen Zusammenhänge können die Sensitivitäten des CTD-Zertifikates damit relativ einfach über Gleichung (6) analysiert werden [16]. Dabei werden, sofern explizit nichts anderes angegeben ist, die beispielhaften Marktdaten aus Tab. 1 zugrundegelegt.

Gemäß (6) ist der Wert eines CTD-Zertifikates umso geringer beziehungsweise der Diskont umso höher, je höher die Dividendenrendite ist. Die Abb. 2 veranschaulicht diesen Zusammenhang am Beispiel für verschiedene Dividendenrenditen in Abhängigkeit der Restlaufzeit.

Da die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung $N(\cdot)$ eine monoton wachsende Funktion darstellt, ist der Wert des CTD-Zertifikates CTD_0 umso geringer, je größer $(\sigma\sqrt{T})/2$ ist, das heißt je größer die Restlaufzeit (vgl. Abb. 2) und je höher die bewertungsrelevante Volatilität

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 - 2\rho\,\sigma_A\sigma_B + \sigma_B^2} \text{ ist.}$$

Eine eindeutige Wirkungsrichtung ergibt sich auch für die Korrelation, denn die bewertungsrelevante Volatilität σ ist umso größer, je geringer die Korrelation der Renditen beider Aktien ist. Der Diskont ist also umso größer, je geringer die Korrelation ist. Ebenso erhöht sich die bewertungsrelevante Volatilität bei gleichmäßig steigenden Volatilitäten beider Aktien. Zu diesen Zusammenhängen siehe Abb. 3.

Offen ist noch der Einfluß der Höhe der Einzelvolatilitäten der Aktien auf den Wert beziehungsweise Diskont. Da die Einzelvolatilitäten σ_A und σ_B allein in die bewertungsrelevante Volatilität σ eingehen und von dieser wie dargelegt der Wert des Zertifikates (negativ) monoton abhängt, reicht es also aus, den Zusammenhang zwischen σ_A respektive σ_B und σ zu betrachten. Aus Symmetriegründen ist hier die Analyse von σ_B ausreichend. Dafür sind bei konstanter Volatilität der Aktie A in Abb. 4 die Kombinationen der Volatilität σ_B und der Korrelation eingezeichnet, die zu identischen bewertungsrelevanten Volatilitäten und damit zu identischen Werten des CTD-Zertifikates führen.

Es können offenbar verschiedene Kombinationen der Einzelvolatilitäten und der Korrelation existieren, die zu identischen bewertungsrelevanten Volatilitäten und mithin zu identischen Diskonts führen. Eine monotone Abhängigkeit des Zertifikatwertes und mithin der Diskonts von den Einzelvolatilitäten besteht also nicht grundsätzlich. Bei positiven Korrelationen existieren jeweils zwei Volatilitäten der Renditen der Aktie B, die

Abb. 2: Wert sowie absoluter und relativer Diskont eines CTD-Zertifikates in Abhängigkeit von der (Rest-)Laufzeit für verschiedene Dividendenrenditen

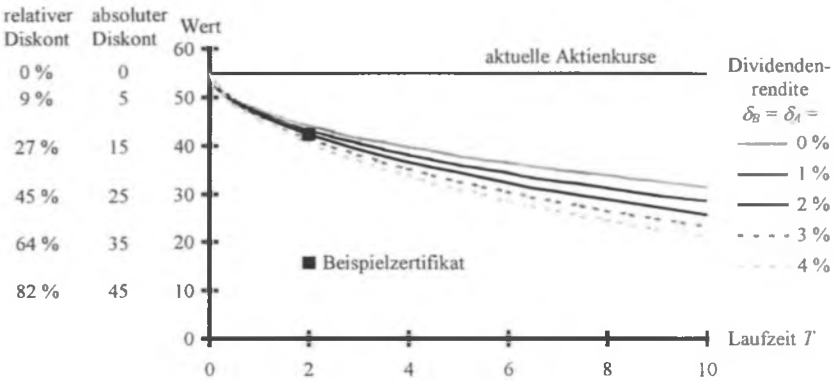


Abb. 3: Wert und relativer Diskont eines CTD-Zertifikates in Abhängigkeit von der Korrelation für verschiedene identische Volatilitäten

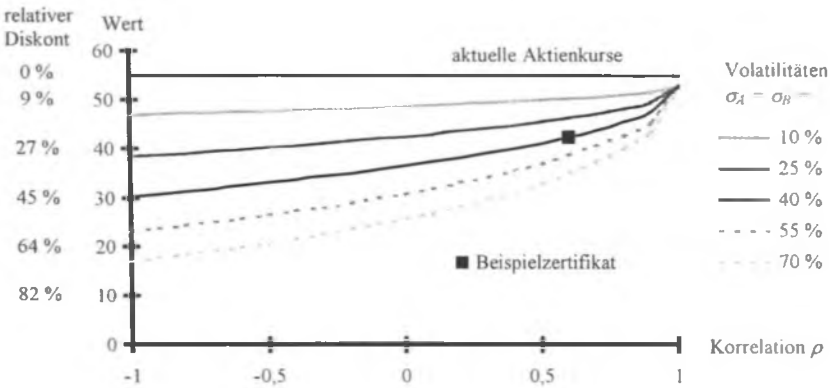
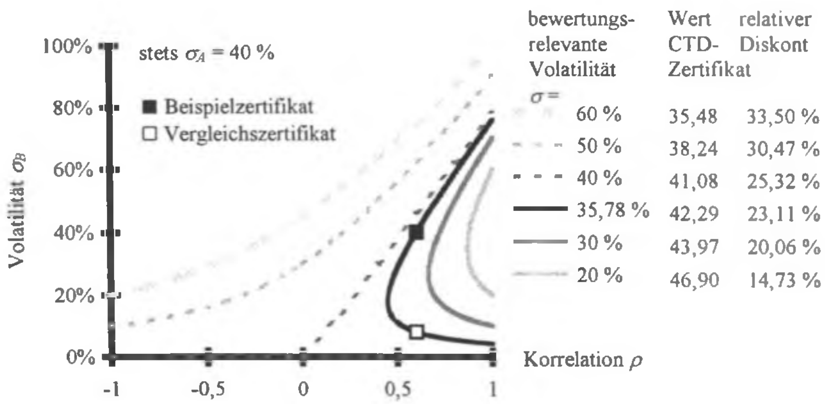


Abb. 4: Isoquanten für die bewertungsrelevante Volatilität beziehungsweise den Wert eines CTD-Zertifikates in Abhängigkeit von der Korrelation und der Volatilität σ_B (σ_A = 40%)



[16] Die dargestellten Sensitivitäten gelten auch bei beliebigen Parameterkombinationen (vgl. die Tab. 3 und den Anhang). Sie lassen sich unter den getroffenen Annahmen $A_0 = B_0$ und $\delta_A = \delta_B$ über (6) jedoch vergleichsweise einfach ohne partielle Differentiation herleiten.

zu identischen Werten des Zertifikates beziehungsweise Diskonts führen. Alternativ zu dem Beispielzertifikat kann etwa ein Vergleichszertifikat betrachtet werden, bei dem lediglich Aktie B durch eine andere Aktie B' ersetzt wird und außer der Volatilität $\sigma_{B'}$ sämtliche Parameter unverändert bleiben. Dann führt eine Volatilität der Aktie B' von (nur) $\sigma_{B'} = 8\%$ dazu, daß sich die bewertungsrelevante Volatilität und mithin der Diskont nicht verändert, obwohl $\sigma_{B'}$ wesentlich geringer als die „ursprüngliche" Volatilität $\sigma_B = 40\%$ ist. Wird die Volatilität der Aktie B' jedoch zwischen 8% und 40% gewählt, so wäre der mit dem Vergleichszertifikat verbundene Diskont geringer als bei dem Beispielzertifikat und außerhalb des Intervalls entsprechend höher.

In Abb. 5 sind für verschiedene Korrelationen unter anderem die relativen Diskonts in Abhängigkeit der Volatilität σ_B bei einer Volatilität der Aktie A von 40% abgetragen. Es ist ersichtlich, daß bei einer Korrelation von $\rho \leq 0$ der relative Diskont mit zunehmender Volatilität σ_B steigt, während dieser Zusammenhang für $\rho > 0$ nicht zwangsläufig erfüllt ist. Es existieren bei gegebener Korrelation Volatilitäten, bei denen der Zertifikatwert maximal und spiegelbildlich der Diskont minimal ist. Aus Emittentensicht ist dies von entscheidender Bedeutung, denn um einen hinreichend hohen Diskont zu generieren, sollte die gewählte Volatilität σ_B von diesen Extrema möglichst weit entfernt liegen. Diese für die Emission entscheidenden Zusammenhänge werden im folgenden analytisch und ökonomisch näher untersucht.

Im Extremfall einer Korrelation von $\rho = 1$ ist

$$\sigma = \sqrt{(\sigma_A - \sigma_B)^2} = |\sigma_A - \sigma_B|$$

und damit der Diskont umso höher, je höher die absolute Differenz der Einzelvolatilitäten ist. Eine Erhöhung der Volatilitäten einer der beiden Aktien führt damit nicht zwangsläufig – wie zunächst möglicherweise vermutet – zu einem niedrigeren Wert des CTD-Zertifikates beziehungsweise einem höheren Diskont. Im Fall einer Korrelation von eins ist der Abschlag am niedrigsten, wenn (auch) B eine Volatilität von 40% aufweist. Dieser Zusammenhang läßt sich ökonomisch folgendermaßen nachvollziehen: Bei einer Korrelation von eins und gleichen (Ausgangs-)Kursen und identischen Volatilitäten von jeweils 40% sind die Werte beider Aktien immer identisch. Es ist demzufolge unerheblich, welche der Aktien bei Fälligkeit geliefert wird. Die Exchange-Option ist in diesem Fall wertlos, der Diskont des Zertifikates ausschließlich auf die Dividendenrendite zurückzuführen.

Besitzt jedoch beispielsweise die Aktie B ceteris paribus eine höhere Volatilität als die Aktie A, so steigt und fällt der Kurs der Aktie B stets stärker als der Kurs der Aktie A. Am Ende der Laufzeit des Zertifikates notieren beide Aktien entweder über, unter oder zu ihrem heutigen Kurs. Im ersten Fall erhält der Anleger die Aktie A, sonst die Aktie B angedient, das heißt bei steigenden Kursen erhält der Anleger die Aktie, die weniger gestiegen, jedoch bei fallenden Kursen die Aktie, die stärker gefallen ist. Die Differenz zwischen diesen beiden Alternativen (und damit das Risiko) ist daher umso größer, je höher die Differenz der Volatilitäten der beiden Aktien ist. Dementsprechend ist der Wert der Exchange-Option von dieser Differenz abhängig.

Liegt hingegen der praktisch kaum relevante Fall einer Korrelation von kleiner oder gleich null vor, so ist

$$\sigma \geq \sqrt{\sigma_A^2 + \sigma_B^2}$$

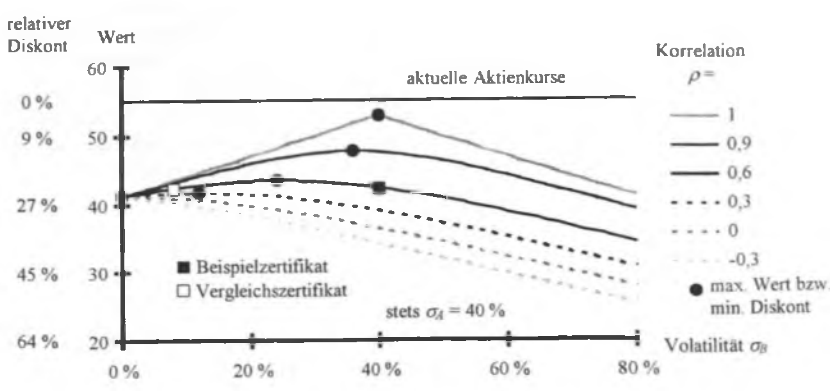
(vgl. (3)) und damit σ umso höher, je höher die Einzelvolatilitäten sind. In diesen Fällen existiert also eine eindeutige Wirkungsrichtung. Je geringer die Korrelation, desto wahrscheinlicher ist, daß sich eine der beiden Aktien negativ entwickelt. Das Ausmaß ist umso höher, je größer die Volatilitäten σ_A beziehungsweise σ_B sind. Aus diesem Grund ist es plausibel, daß die Diskonts bei Korrelationen kleiner gleich null umso höher ausfallen, je größer die entsprechenden Volatilitäten sind.

Damit sind also in den betrachteten Korrelationsbereichen zwei Wirkungsrichtungen isoliert: zum einen eine positive Abhängigkeit des Diskonts von der Volatilitätsdifferenz (bei $\rho = 1$) und zum anderen von der Höhe der Einzelvolatilitäten (bei $\rho < 0$).

Im realistischen Bereich $0 < \rho < 1$ wirken beide Zusammenhänge in Kombination. Ausgehend von $\sigma_B = 0$ fällt der Diskont zunächst bis zu einem Scheitelpunkt, die Wirkung der abnehmenden Volatilitätsdifferenz dominiert. Bei einer Volatilität von $\sigma_B = \rho\,\sigma_A$ ist der Abschlag bei gegebener Korrelation am geringsten (in Abb. 5 durch die Markierungen der jeweils maximalen Werte beziehungsweise minimalen Diskonts gekennzeichnet). Danach steigt der Diskont, weil der zweitgenannte Effekt überwiegt beziehungsweise ab $\sigma_B = \sigma_A$ beide Effekte in die gleiche Richtung wirken.

Es wird nun für $0 < \rho < 1$ untersucht, wann eine höhere Volatilität von B einen höheren Diskont bedingt. Ist wie beim Beispielzertifikat $\sigma_B \geq \rho\,\sigma_A$, so führt jede Volatilitätserhöhung zu einem höheren Abschlag. Ist hingegen $\sigma_B < \rho\,\sigma_A$ (wie beispielsweise beim Vergleichszertifikat mit $\sigma_{B'} = 0{,}08 < 0{,}6 \cdot 0{,}4 = 0{,}24$), so muß offenbar erst ein Volatilitätsbereich übersprungen werden, um über eine höhere Volatilität einen höheren Diskont zu erzielen. Die Volatilität $\sigma_{B,neu} = \sigma_B + x$, $x > 0$, ab der der Ab-

Abb. 5: Wert und relativer Diskont eines CTD-Zertifikates in Abhängigkeit von der Volatilität σ_B für verschiedene Korrelationen (σ_A = 40%)



schlag höher ist als mit σ_B, ergibt sich über:

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 - 2\,\rho\,\sigma_A\,\sigma_B + \sigma_B^2} \leq$$

$$\sqrt{\sigma_A^2 - 2\,\rho\,\sigma_A(\sigma_B + x) + (\sigma_B + x)^2}$$

$$= \sigma_{neu}$$

Einfaches Nachrechnen zeigt, daß dies für $x \geq 2\,(\rho\,\sigma_A - \sigma_B)$ der Fall ist, das heißt die Volatilität muß gerade mindestens um das Zweifache der Differenz aus Scheitelpunkt und jetziger Volatilität σ_B erhöht werden. Ausgehend von $\sigma_{B^*} = 8\%$ beim Vergleichszertifikat muß also die Volatilität mindestens um $2\,(\rho\,\sigma_A - \sigma_{B^*}) = 2\,(0{,}6 \cdot 0{,}4 - 0{,}08) = 32\%$ steigen, um einen höheren Diskont zu generieren (vgl. auch Abb. 5).

Tab. 3 faßt die dargestellten Sensitivitäten zusammen, die unabhängig von den getroffenen Annahmen bezüglich Aktienkursen und Dividendenrenditen für beliebige (sinnvolle) Parameterkonstellationen Gültigkeit besitzen. Die Allgemeingültigkeit ergibt sich über die im Anhang angegebenen partiellen Ableitungen des CTD-Wertes nach den Aktienkursen, den Dividendenrenditen, der (Rest-) Laufzeit und der bewertungsrelevanten Volatilität [17]. Da die Einzelvolatilitäten und die Korrelation allein auf die bewertungsrelevante Volatilität wirken und der CTD-Wert wiederum stets monoton fallend von der bewertungsrelevanten Volatilität abhängt, lassen sich auch die oben dargestellten Sensitivitäten bezüglich der Korrelation und der Einzelvolatilitäten auf den allgemeinen Fall übertragen.

Tab. 3: Sensitivitäten von CTD-Zertifikaten

				Wert CTD-Zertifikat CTD_0	Diskont
Aktienkurs				+	nicht sinnvoll
Dividendenrendite				−	+
Restlaufzeit				−	+
bewertungs-relvante Volatilität σ				−	+
	Korrelation			+	−
	Volatilitä σ_B (σ_A fest)*	$0 < \rho \leq 1$	im Bereich $\sigma_B < \rho\,\sigma_A$	+	−
			im Bereich $\sigma_B \geq \rho\,\sigma_A$	−	+
		$\rho \leq 0$		−	+

* Da die bewertungsrelevante Volatilität σ symmetrisch von σ_A und σ_B abhängt, gelten die Zusammenhänge analog für σ_A bei festem σ_B.

5. Überlegungen zur Produktkonstruktion und Produktkommunikation

Für die Akzeptanz von CTD-Zertifikaten bei Anlegern spricht unter anderem deren (vermeintliche) Einfachheit: Mit CTD-Zertifikaten können Aktien mit einem Abschlag erworben werden. In diesem Zusammenhang könnte darüber hinaus argumentiert werden, daß Aktienkursverluste erst dann entstehen, wenn die Kurse am Aktienmarkt deutlich sinken. Insofern kommt einem hinreichend hohen Diskont besondere Bedeutung bei der Produktgestaltung zu. Im weiteren wird auf der Grundlage der vorangegangenen Ausführungen untersucht, welche Aktien für CTD-Zertifikate besonders attraktiv sind beziehungsweise – besser – besonders attraktiv erscheinen.

Zunächst ist es sinnvoll, bei Emission der CTD-Zertifikate die Aktien beziehungsweise ihre Stückzahlen so auszuwählen, daß die Aktienpositionen $x_A A_0$ und $x_B B_0$ (in etwa) den gleichen Wert aufweisen. Dies läßt sich wie folgt begründen: Haben beide Aktienpositionen bei Emission den gleichen Wert, so ist der „Abschlag", daß heißt die Differenz zwischen Aktienkurs und Zertifikatwert in beiden Duplikationsalternativen gemäß (1b) und (1c) identisch. Würde hingegen vom Beispiel abweichend B einen aktuellen Kurs von 60 aufweisen, so wären die Abschläge $B_0 - CTD_0$ und $A_0 - CTD_0$ und damit die Diskonts unterschiedlich. Insofern gibt es dann keine eingängige Kommunikationsmöglichkeit des für den Anleger attraktiven Begriffs „Abschlag" [18]. Ferner läßt sich mit Hilfe der dargestellten Bewertungsalgorithmen zeigen, daß der bezüglich $\min(A_0; B_0)$ berechnete Abschlag im allgemeinen am größten ist, wenn $A_0 = B_0$ (bzw. $x_A A_0 = x_B B_0$) gilt.

Darüber hinaus liegt es nahe, Aktien mit hohen Dividendenrenditen auszuwählen, da dies den Diskont positiv beeinflußt. In diesem Zusammenhang ist oft zu beobachten, daß die Laufzeit dieser beziehungsweise vergleichbarer strukturierter Produkte so festgelegt wird, daß Dividendenzahlungstermine der zugrundeliegenden Aktien gerade noch in die Laufzeit der strukturierten Produkte fallen.

Die Laufzeit eines CTD-Zertifikates wirkt zwar positiv auf den Diskont, allerdings nimmt der Einfluß im allgemeinen ab. Wird eine sehr lange Laufzeit gewählt, erscheint das Zertifikat für den Anleger möglicherweise zu riskant. Auf der anderen Seite erscheint eine Laufzeit von einigen Jahren damit begründbar, daß sich beide Aktienkurse bei hinreichend hoher Korrelation längerfristig tendenziell in die gleiche, im allgemeinen positive Richtung bewegen und dies (vgl. Abb. 1) gerade die Investition in ein CTD-Zertifikat gegenüber der Wahl von Einzelaktien oder einer Indexstrategie vorteilhaft macht.

Ein hoher Abschlag kann ferner auch über eine geringe Korrelation der ausgewählten Aktien „erkauft" werden, da damit die Wahrscheinlichkeit erhöht wird, daß einer der beiden Werte nach unten ausbricht und der

[17] Die im Anhang aufgeführten partiellen Ableitungen weisen große formale Analoga zu den Greeks klassischer Calls auf, vgl. zu den Greeks z. B. *Hull* (2000), S. 310–329. Dies ist auch plausibel, da ein CTD-Zertifikat (auf Basis der Duplikation) implizit eine Exchange-Option enthält. Diese kann – wie dargelegt – als Call (mit variablem Basispreis) interpretiert werden.

[18] Denkbar wäre beispielsweise die Definition von $\min(A_0; B_0) - CTD_0$, doch ist dies komplizierter und daher schwieriger zu kommunizieren.

Anleger bei Fälligkeit des Zertifikates eine Aktie mit vergleichsweise geringem Wert erhält. Da dieser Wirkungszusammenhang jedoch auch intuitiv leicht nachvollziehbar ist und als Nachteil empfunden werden kann, werden häufig CTD-Zertifikate emittiert, die auf Aktien derselben Branche beruhen wie zum Beispiel DaimlerChrysler/VW, RWE/EON und Deutsche Bank/Commerzbank. Als Verkaufsargument kann dann angeführt werden, daß es durch die höhere Korrelation vergleichsweise unwahrscheinlich ist, daß sich die beiden Aktien unterschiedlich entwickeln. Da dies typischerweise für Aktien innerhalb einer Branche gilt, kann ein CTD-Zertifikat auch als *günstige* Investitionsmöglichkeit in eine Branche (im Beispiel Automobil) angesehen werden. Der Anleger wird dann zusätzlich von der Wahl der Einzeltitel entlastet.

Wie bereits ausgeführt, ist der Einfluß der Volatilitäten der Renditen der Aktien auf den Wert von CTD-Zertifikaten nicht immer eindeutig. Insofern bestehen hier interessante Konstruktionsmöglichkeiten für Emittenten. Grundsätzlich gilt zwar, daß mit einer hinreichend hohen Volatilität beider Aktien auch der Diskont steigt, allerdings werden sich solche Zertifikate auf beispielsweise zwei Werte am Neuen Markt aufgrund des offensichtlich hohen Risikos auch schwerer verkaufen lassen. Wie die Ausführungen im Zusammenhang mit Abb. 4 und Abb. 5 gezeigt haben, kann es durchaus attraktiv sein, wenn eine der beiden Aktien beziehungsweise Aktienpositionen eine geringe Volatilität aufweist. Denkbar wäre es beispielsweise, ein CTD-Zertifikat auf einen (riskanten) Branchenindex und einen (vergleichsweise sicheren) Gesamtmarktindex zu konstruieren.

6. Zusammenfassung und weiterführende Überlegungen

In diesem Beitrag wurde gezeigt, wie Cheapest-to-Deliver-Zertifikate auf zwei Aktien konstruiert und bewertet werden können. Besonderer Wert wurde dabei auf die ökonomische Interpretation und Veranschaulichung der zentralen Bewertungsprinzipien gelegt. Hierzu gehört insbesondere die Wirkung der Volatilitäten der Renditen beider Aktien sowie deren Korrelation auf den Diskont, das heißt den Preisabschlag gegenüber den aktuellen Werten der Aktien. Diese Überlegungen waren Grundlage für die Untersuchung, wie Emittenten Produkte mit besonders attraktiven Ausstattungsmerkmalen konstruieren können.

Im Ergebnis stellen CTD-Zertifikate ein interessantes innovatives Passivprodukt für risikobewußte Anleger dar, die von einer gleichlaufenden und tendenziell steigenden Entwicklung der beiden zugrunde liegenden Aktien beziehungsweise Aktienindices ausgehen. Die besondere Attraktivität für Emittenten ergibt sich nicht zuletzt aus den erzielbaren Margen, die für solche und vergleichbare strukturierte Produkte gegenwärtig vergleichsweise hoch sind. Mit zunehmendem Wettbewerb innerhalb dieses Marktsegmentes ist mit sinkenden Margen zu rechnen, was wiederum die Attraktivität aus Investorensicht weiter erhöht. Es wäre wünschenswert, wenn solche Finanztitel auf die entsprechenden Bedürfnisse der Nachfrager individuell zugeschnitten werden könnten [19]. Dabei bietet sich die Variation der Ausstattungsmerkmale hinsichtlich der Laufzeit, der Art und Anzahl der unterlegten Aktien (verschiedene Indices, Länder, Branchen) und eines Mindest- und Höchstrückzahlungsbetrages an.

Wesentliche Voraussetzung für den Einsatz des Bewertungsmodells in der finanzwirtschaftlichen Praxis ist die (hinreichende) Gültigkeit der Prämissen in Verbindung mit der tatsächlichen Duplizierbarkeit der Zertifikate. Aus Sicht der Emittenten solcher Finanztitel können viele der Prämissen als eingehalten beziehungsweise nicht so stark verletzt angesehen werden, als daß die Gültigkeit des Bewertungsmodells grundsätzlich in Frage zu stellen wäre. Hierzu gehören die beliebige Teilbarkeit der Wertpapiere, der Zugang zu allen relevanten Finanzmärkten und die damit verbundenen Informationen, die Zulässigkeit von Leerverkäufen und die Abstraktion von handels-, steuer- und bankaufsichtsrechtlichen Aspekten sowie von Transaktionskosten. Andere Prämissen können durch Weiterentwicklungen des Modells aufgehoben oder zumindest abgeschwächt werden, wie durch die Berücksichtigung von Bonitätsrisiken [20]. Aber auch bei solchen Weiterentwicklungen des Bewertungsmodells behalten die hier untersuchten zentralen Zusammenhänge ihre Gültigkeit. Aufgrund von Transaktionskostenüberlegungen sollten CTD-Zertifikate im Zusammenhang mit anderen Risikopositionen der Bank gehedgt werden (Makro-Hedging). Einhergehend sollten die Emittenten entsprechender Finanztitel prüfen, welche Restrisiken bei der praktischen Duplikation verbleiben und ob diese durch die mit solchen Finanztiteln erzielbaren Margen kompensiert werden.

Die Duplizierbarkeit von CTD-Zertifikaten dürfte für viele potentielle Emittenten mit überschaubaren Risiken verbunden sein. Hingegen ist sie für die meisten der potentiellen (Privat-)Anleger praktisch nicht gegeben beziehungsweise mit deutlich höheren Transaktionskosten und Risiken verbunden. Insofern liefert der beschriebene Bewertungsansatz „lediglich" den Wert solcher Zertifikate für professionelle Kapitalmarktteilnehmer. Das bedeutet zugleich, daß die beschriebenen Zertifikate aus Sicht vieler Privatanleger zur Vervollständigung des Finanzmarktes beitragen, denn das verbundene Zahlungsprofil ist für sie anderweitig nicht beziehungsweise nur zu einem höheren Preis verfügbar. Da die Emittenten mit der Konstruktion solcher Finanztitel die bereits erläuterten Restrisiken übernehmen und ferner eine bisher nicht verfügbare Finanzdienstleistung erbringen, ergibt sich damit zugleich die ökonomische Rechtfertigung einer angemessenen Marge der Emittenten.

Verzeichnis der zitierten Literatur

Betsch, O. / Groh, A. P. / Lohmann, L. G. E. (2000): Corporate Finance: Unternehmensbewertung, M & A und innovative Kapitalmarktfinanzierung, 2. Aufl., München.

[19] Vgl. *Wilkens, M.* (2000).

[20] Eine einfache, wenn auch nicht perfekte Möglichkeit der Berücksichtigung von Bonitätsrisiken bietet der *Hull / White*-Ansatz; vgl. *Hull / White* (1995). Im Prinzip wird hierbei lediglich der bereits bestimmte Wert des Zertifikates um den Bonitätsspread des jeweiligen Emittenten abgezinst.

Black, F. / Scholes, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, S. 637–654.

Fischer, E. O. / Keber, C. / Maringer, D. G. (1999): Darstellung, Analyse und Bewertung der BAWAG Dachs-Anleihe 1998–2008 auf den deutschen Aktienindex, in: Österreichisches Bankarchiv, Nr. 10/99, S. 789–796.

– (2000a): Darstellung, Analyse und Bewertung der ERSTE Bank-Aktienobligation 1999–2000 auf Volkswagen-Stammaktien, in: Österreichisches Bankarchiv, Nr. 3/00, S. 227–234.

– (2000b): Darstellung, Analyse und Bewertung der SKWB Schoellerbank Europa-Garantie 1998–2002 auf den Dow Jones Euro Stoxx 50, in: Österreichisches Bankarchiv, Nr. 8/00, S. 686–692.

Haug, E. G. (1998): The complete guide to options pricing formulas, New York u.a.

Hull, J. C. (2000): Options, futures and other derivatives, 4th ed., Upper Saddle River.

Hull, J. C. / White, A. (1995): The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 19, S. 299–322.

Hunziker, J. P. / Koch-Medina, P. (1996): Two-Color Rainbow Options, in: Nelken, A. (ed.): The Handbook of Exotic Options, Chicago u.a., S. 143–174.

Margrabe, W. (1978): The Value Of An Option To Exchange One Asset For Another, in: Journal of Finance, Vol. 33, S. 177–186.

Merton, R. C. (1973): Theory of rational option pricing, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, S. 141–183.

Navatte, P. / Wilkens, M. (1995): Bewertung und Eigenschaften von Rainbow-Optionen, IFBG-Studie Nr. 1, Göttingen.

Sandmann, K. (1999): Einführung in die Stochastik der Finanzmärkte, Berlin u.a.

Steiner, P. / Uhlir, H. (2001): Wertpapieranalyse, 4., überarb. und erw. Aufl., Heidelberg.

Wilkens, M. (2000): Individualisierte Bankprodukte – ein Ansatzpunkt zur Stärkung der Marktstellung von Filialbanken gegenüber Direktbanken, in: Holst, J. / Wilkens, M. (Hrsg.): Finanzielle Märkte und Banken – Innovative Entwicklungen am Beginn des 21. Jahrhunders, Berlin, S. 87–114.

Wilkens, M. / Entrop, O. / Scholz, H. (2000): Outperformance-Zertifikate auf Aktienindices in Fremdwährungsräumen, IFBG Working Paper, erscheint in: Kredit und Kapital.

Wilkens, M. / Scholz, H. (2000): Reverse Convertibles und Discount-Zertifikate – Bewertung, Pricingrisiko und implizite Volatilität, in: Finanz Betrieb, Heft 3/00, S. 171–179.

Wilkens, M. / Scholz, H. / Völker, J. (1999a): Duplikation und Bewertung strukturierter Finanzprodukte – Callable Step-Up Bonds, in: Die Bank, Heft 4/99, S. 262–268.

Wilkens, M. / Scholz, H. / Völker, J. (1999b): Analyse und Bewertung von Aktienanleihen und Diskontzertifikaten, in: Die Bank, Heft 5/99, S. 322–327.

Anhang: Partielle Ableitungen des Wertes von CTD-Zertifikaten bei beliebigen Parameterkonstellationen

$$\frac{\partial CTD}{\partial A_0} = e^{-\delta_A T} N(-d_1) > 0$$

$$\frac{\partial CTD}{\partial B_0} = e^{-\delta_B T} N(d_2) > 0$$

$$\frac{\partial CTD}{\partial \sigma} = -e^{-\delta_A T} A_0 \sqrt{T}\, N'(d_1) < 0$$

$$\frac{\partial CTD}{\partial \delta_A} = -e^{-\delta_A T} A_0\, T\, N(-d_1) < 0$$

$$\frac{\partial CTD}{\partial \delta_B} = -e^{-\delta_B T} B_0\, T\, N(d_2) < 0$$

$$\frac{\partial CTD}{\partial T} = -e^{-\delta_A T} \delta_A A_0 N(-d_1) - e^{-\delta_B T} \delta_B B_0 N(d_2) - \frac{\sigma}{2\sqrt{T}} e^{-\delta_A T} A_0 N'(d_1) < 0$$

$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln\left(\frac{A_0}{B_0}\right) + \left(\delta_B - \delta_A + \frac{\sigma^2}{2}\right) T}{\sigma \sqrt{T}} \quad \text{und} \quad d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T},$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_A^2 - 2\,\rho\,\sigma_A\,\sigma_B + \sigma_B^2},$$

$$N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}}\, dt \quad \text{und} \quad N'(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}.$$