

Das Schulbuch - ein Vehikel zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht?

Dörte Balcke

Angaben zur Veröffentlichung / Publication details:

Balcke, Dörte. 2017. "Das Schulbuch – ein Vehikel zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht?" In *Heterogenität und Bildungsmedien = Heterogeneity and educational media*, edited by Bente Aamotsbakken, Eva Matthes, and Sylvia Schütze, 228–38. Bad Heilbrunn: Julius Klinkhardt.

Nutzungsbedingungen / Terms of use:

licgercopyright

Dieses Dokument wird unter folgenden Bedingungen zur Verfügung gestellt: / This document is made available under these conditions:

Deutsches Urheberrecht

Weitere Informationen finden Sie unter: / For more information see:

<https://www.uni-augsburg.de/de/organisation/bibliothek/publizieren-zitieren-archivieren/publiz/>



Das Schulbuch – ein Vehikel zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht?

Abstract

Especially in mathematics – in comparison to other subjects – the textbook has a distinguishing meaning for the planning and realization of teaching. The lecture presents selected results of an analysis, which investigated the issue, whether current mathematic textbooks provide support for teachers to use internal differentiation techniques. Tasks have a significant value within the didactic conception of mathematic textbooks; accordingly the analysis focused on the type and arrangement of the tasks. The exemplary study examined mathematic books of the Bavarian “Mittelschule” and of the “Realschule” (both secondary schools) in comparison to those used in the Saxon “Mittel-/Oberschule” (comprehensive school), and for different grades.

1. Der Zusammenhang zwischen Aufgaben im Schulbuch und Binnendifferenzierung

Offensichtlich herrscht in deutschen Klassenzimmern eine große Heterogenität der Schüler(innen)schaft. So lernen „Kinder und Jugendliche aus verschiedenen ethnischen und kulturellen Kontexten, aus unterschiedlichen familiären Konstellationen, sozialen Schichten und Milieus sowie aus verschiedenen sprachlichen Hintergründen“ gemeinsam in der Schule (Eisenmann/Grimm 2011, S. 1). Obgleich das deutsche Schulsystem über die äußere Differenzierung eine relative Leistungshomogenität innerhalb der jeweiligen Schularten anstrebt, haben die PISA-Ergebnisse der vergangenen Jahre gezeigt, dass weiterhin eine große Streuung der Leistungen der Schülerinnen und Schüler in den einzelnen Schularten besteht. „Auch im gegliederten Schulsystem bleibt die ‚homogene Lerngruppe‘ eine Fiktion“ (Tillmann 2004, S. 8). Lehrkräfte stehen somit vor der Herausforderung, selbst in dieser Hinsicht mit Heterogenität umgehen zu müssen. Entsprechend haben die Lehrenden ihren Unterricht durch Formen innerer Differenzierung – innerhalb der Schulklasse – so zu gestalten, dass er den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler gerecht wird, um die im Lehrplan geforderten Lernziele zu erreichen. Im Unterricht lassen sich vielfältige Strategien der Binnendifferenzierung realisieren, beispielweise durch das Angebot unterschiedlicher Lerninhalte und Lernmittel, Sozial- bzw. Tätigkeitsformen wie auch Aufgabenstellungen (vgl. u.a. Bruder/Linneweber-Lammerskitten/Reibold 2015, S. 514–519; Eisenmann/Grimm 2011, S. IV; Eberle/Kuch/Track 2011, S. 7f.).

Für die Unterrichtsplanung und -gestaltung spielt das Schulbuch, wie empirische Studien zeigen, noch mehr als in anderen Fächern im Mathematikunterricht eine wichtige Rolle (vgl. Hanisch 1995, S. 242f.; Neumann 2015, S. 88). Während nach Astleitner die Binnendifferenzierung im Unterricht als gut erforscht und ihre Bedeutung, trotz einer aus vielerlei Gründen noch schwachen Umsetzung in der Unterrichtspraxis, erkannt scheint, zeigen sich der unterrichtspraktische Umgang mit dem Schulbuch und das Schulbuch selbst als noch nicht hinreichend untersucht. Da das Schulbuch (insbesondere im Mathematikunterricht) eine wesentliche „Lehr- und Lernhilfe“ darstellt und die Maßnahmen der inneren Differenzierung Lernprozesse bei den Schülerinnen und Schülern fördern, sollte eine Verknüpfung beider Elemente zu einer grundlegenden Verbesserung der Lerneffekte im Unterricht beitragen (vgl. Astleitner 2009, S. 2f.). Sander sieht den Zusammenhang zwischen Schulbüchern und innerer Differenzierung folgendermaßen:

„Desgleichen sind Schulbücher als besonders lernfördernd anzusehen, die sich für *innere Differenzierungsmaßnahmen* eignen oder zumindest Textteile enthalten, die unterschiedlichen kognitiven Niveaus und Motivations- und Interessenslagen entgegenkommen“ (Sander 1995, S. 225; Hervorh. im Original).

Für diese Kombination ist es demnach von entscheidender Bedeutung, ob die (Mathematik-)Schulbücher so gestaltet sind, dass sie Maßnahmen der Binnendifferenzierung überhaupt unterstützen können.

Aufgaben, die alltäglicher Gegenstand des Mathematikunterrichts sind, stellen „die häufigsten Anlässe für mathematische Aktivitäten von Schülerinnen und Schülern“ dar (Büchter/Leuders 2005, S. 7). Sie werden von den Beteiligten einerseits mit Lernkontrollen und Prüfungen verbunden, andererseits mit Übungen, die letztlich ebenfalls auf Prüfungen vorbereiten (vgl. Thonhauser 2008, S. 13). Doch Aufgaben stehen nicht nur am Ende von Lehr-/Lernprozessen, sondern dienen am Anfang von Lehr-/Lernprozessen häufig dem Lernen in inhaltlicher und formaler Hinsicht. „Formale Hinsicht“ meint in diesem Fall, auf welchen intellektuellen und emotionalen Niveaus gelernt wird. Somit können Aufgaben als „Katalysatoren von Lernprozessen“ gesehen werden (vgl. ebd., S. 15). Wie gelangen die Aufgaben an die Schüler und Schülerinnen? Die Aufgabenstellung erfolgt in der Schule gleichzeitig und unter ähnlichen Rahmenbedingungen für eine Gruppe oder eine ganze Schulklasse, wobei häufig (in der Regel aus zeitlichen oder organisatorischen Gründen) nicht die Heterogenität der Adressatinnen und Adressaten, z.B. hinsichtlich ihrer Lernvoraussetzungen, beachtet wird. Daraus ergibt sich, dass auch der Fortgang des Lernprozesses – ob die Aufgabe und wie gut sie gelöst wird – ungewiss bleibt. Jedoch stellen differenziert präsentierte Aufgaben eine gute Möglichkeit dar, mit der Heterogenität im Klassenzimmer umzugehen (vgl. ebd., S. 18). Auch nach Herber sind Aufgaben ein wesentliches Mittel für die innere Differenzierung im Unterricht. Der Einsatz von Aufgaben kann der Lehrperson zunächst dazu dienen, die Lernvoraussetzungen von Schülerinnen und Schülern zu ermitteln, um daraufhin mit geeigneten Aufgaben die Entwicklung der Lernenden entsprechend bestmöglich zu fördern (vgl. u.a. Herber 1983, S. 17–28). In den Mathematikschulbüchern bilden Aufgaben „die elementaren Gliederungseinheiten“. So lassen sich herkömmliche Schulbücher größtenteils „als eine systematische Sammlung verschiedener Aufgabentypen“ charakterisieren, die „nach fachsystematischen und lerntheoretischen Gesichtspunkten“ angeordnet sind (vgl. Büchter/Leuders 2005, S. 7).

Vor dem Hintergrund des beschriebenen Zusammenhangs zwischen Aufgaben im Schulbuch und der inneren Differenzierung im Unterricht wurde in der vorliegenden, exemplarischen und explorativen Untersuchung der Frage nachgegangen, ob und wie Mathematikschulbücher die Lehrkraft bei der inneren Differenzierung im Unterricht unterstützen. Im folgenden Abschnitt werden die Auswahl der analysierten Schulbücher und die methodische Herangehensweise begründet und beschrieben.

2. Auswahl der untersuchten Schulbücher und Vorgehensweise

Da, wie bereits ausgeführt, innerhalb der didaktischen Konzeption des Mathematikbuchs den Aufgaben ein zentraler Stellenwert zukommt, wurde der Fokus der Analyse auf die Art und Gestaltung der Aufgaben gelegt. Exemplarisch untersucht wurden jeweils zwei Mathematikbücher der bayerischen Mittel- und Realschule und in vergleichender Perspektive zwei Mathematikbücher der sächsischen Mittel- bzw. Oberschule einer Jahrgangsstufe. Die jeweiligen Schularten wurden ausgewählt, da in der Mittel(Haupt-) und Realschule von bildungspolitischer Seite her eine relativ homogene Lerngruppe im Unterricht erwartet und in der als Gesamtschule konzipierten sächsischen Mittelschule eher von einer heterogeneren Schülerschaft ausgegangen wird. Es wurde angenommen, dass der Vergleich Unterschiede hinsichtlich der Aufgabengestaltung in den Schulbüchern belegt. Die sächsische Mittelschule ist dahingehend organisiert, dass ab der siebten Jahrgangsstufe durch den Haupt- und Realschulbildungsgang wieder eine Differenzierung der Lernergruppe vorgenommen wird. Aus diesem Grund wurde der Schulbuchvergleich für die sechste Jahrgangsstufe durchgeführt, da auf dieser Stufe noch alle Schülerinnen und Schüler gemeinsam lernen.

In beiden Bundesländern durchlaufen die Schulbücher ein Zulassungsverfahren, weshalb in den jeweiligen Schulen nur zugelassene Lehrbücher verwendet werden dürfen. Das Sächsische Schulbuchverzeichnis des Sächsischen Staatsministeriums für Kultus listet für das Schuljahr 2016/17 zwei Lehrbücher von Cornelsen aus dem Jahr 2005 und vom Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers GmbH (im Folgenden nur Schroedel) aus dem Jahr 2013 für die Mittelschule (MS Sachsen) auf; beide Schulbücher wurden in die Analyse einbezogen. Für die bayerische Mittel(Haupt-)schule (HS Bayern) wurden für das Schuljahr 2016/17 vom Bayerischen Staatsministerium für Bildung und Kultus, Wissenschaft und Kunst sechs Schulbücher für den Mathematikunterricht zugelassen.¹ Von dieser Liste wurden die Bücher von den Verlagen Cornelsen und Schroedel, beide aus dem Jahr 2005, ausgewählt, da es sich bei beiden um Schulbücher aus den gleichen Verlagen handelt wie in Sachsen. Den Lehrkräften der bayerischen Realschule (RS Bayern) werden ebenfalls nur zwei Bücher, und zwar von den Verlagen C.C. Buchner und Westermann mit den Erscheinungsjahren 2012 und 2010, empfohlen; auch hier wurden beide untersucht.²

Zur Eingrenzung und um eine Vergleichbarkeit zu gewährleisten, wurde die komparative Inhaltsanalyse mit den im Folgenden beschriebenen Kategorien auf das mathematische

¹ Eine bedenkliche Feststellung hierbei war, dass vier der sechs für die bayerische Mittel(Haupt-)schule empfohlenen Schulbücher im Jahr 2005, eins im Jahr 2006 und nur eins relativ neu im Jahr 2010 herausgegeben wurden.

² Die genauen bibliografischen Informationen sind im Literaturverzeichnis angegeben.

Thema *Gebrochene Zahlen* (Bruchzahlen und Dezimalzahlen) begrenzt. Dieses bei Schülerinnen und Schülern eher unbeliebte Themengebiet ist in den jeweiligen Lehrplänen der sechsten Jahrgangsstufe aller drei Schularten enthalten und spielt auf dieser Klassenstufe eine zentrale Rolle, da der Zahlenraum der Schülerinnen und Schüler erweitert wird und bspw. die Bruchrechnung Grundlage für weitere mathematische Inhalte wie die Prozentrechnung bildet.

Erkenntnisleitende Fragestellungen der Untersuchungen waren u.a.: Bieten die Bücher ein Spektrum an Aufgaben, das den heterogenen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler annähernd gerecht wird? Inwieweit werden unterschiedliche kognitive Niveaus berücksichtigt? Um die Fragestellung konkret messbar zu machen bzw. zu operationalisieren, wurde der Schwerpunkt bei der Untersuchung der Aufgaben auf drei ausgewählte Kategorien: *Anspruchsniveau*, *Aufgabenart* und *Sozialform*, gelegt. Diese drei Merkmale stellen wichtige Maßnahmen der inneren Differenzierung mithilfe von Aufgaben dar und sind unabhängig vom eigentlichen Unterrichtsgeschehen in den Schulbüchern erfassbar.

Die Definition des **Anspruchsniveaus** (Schwierigkeitsgrad) entspricht den in den KMK-Bildungsstandards Mathematik formulierten drei Anforderungsbereichen, die für alle Schularten gelten und ohne detaillierte Kenntnisse über das Vorwissen der Zielgruppe messbar sind. Eine Beschreibung der *Anforderungsbereiche I, II und III* ist in Tab. 1 dargestellt.

Tab. 1 Beschreibung der mathematischen Anforderungsbereiche (nach Ehmke et al. 2006, S. 226)

Anforderungsbereich	Beschreibung
<i>I: Reproduzieren</i>	Wiedergabe und direkte Anwendung von grundlegenden Begriffen, Sätzen und Verfahren in einem abgegrenzten Gebiet und einem wiederholenden Zusammenhang
<i>II: Zusammenhänge herstellen</i>	Bearbeiten bekannter Sachverhalte, indem Kenntnisse, Fertigkeiten und Fähigkeiten verknüpft werden, die in der Auseinandersetzung mit Mathematik auf verschiedenen Gebieten erworben wurden
<i>III: Verallgemeinern und reflektieren</i>	Bearbeiten komplexer Gegebenheiten u.a. mit dem Ziel, zu eigenen Problemformulierungen, Lösungen, Begründungen, Folgerungen, Interpretationen oder Wertungen zu gelangen

Die **Aufgabenarten** werden nach den unterschiedlichen Funktionen ihrer Anwendung im Unterricht nach vier Kriterien unterschieden: *Aufgaben zur Erarbeitung* des mathematischen Inhalts, wobei hier nochmals in *selbstentdeckend* und *vorgegeben* differenziert wird, Aufgaben zur *Übung* sowie zur *Leistungsüberprüfung*. *Erarbeitungsaufgaben* spielen in der Phase des Wissenserwerbs eine zentrale Rolle und sollen bei der Aneignung des Lerninhalts helfen. Den Transfer des erworbenen Wissens verlangen und das Training der flexiblen Anwendung dieses Wissens unterstützen sollen *Übungsaufgaben*. Aufgaben zur *Leistungsüberprüfung*, d.h. mit diagnostischem Potenzial,

sollen möglichst Prozesse des Verstehens offenbaren und zeitgleich Denkprozesse initialisieren (vgl. Bohl et al. 2013, S. 19). In die Analyse einbezogen wurden hierbei nur die Aufgaben, die im Schulbuch diesbezüglich klar gekennzeichnet sind. Zusätzlich wurden *offene Aufgaben*³ erfasst, die sich ebenfalls als probates didaktisch-metho- disches Mittel zur Differenzierung eignen (vgl. Bruder/Linneweber-Lammerskitten/ Reibold 2015, S. 517) und gleichzeitig Erarbeitungs-, Übungs- oder Leistungsüberprü- fungsaufgaben darstellen können und somit ebenfalls einer der jeweiligen vier Katego- rien zugeordnet wurden.

Hinsichtlich der **Sozialformen** wurden die Kategorien *Einzelarbeit*, *Partnerarbeit* und *Gruppenarbeit* unterschieden. Die Aufgaben wurden den Kategorien Partner- und Grup- penarbeit zugeordnet, wenn im Schulbuch diesbezüglich ein expliziter Hinweis in Satz- form in der Aufgabenstellung wie „Löse mit Deinem Nachbarn!“ oder anhand eines Symbols, das laut Nutzungshinweisen des Schulbuchs zur Gruppen- oder Partnerarbeit auffordert, gegeben wird; andernfalls wurde das Merkmal Einzelarbeit erfasst.

3. Zentrale Ergebnisse der Untersuchung

In diesem Abschnitt werden zunächst die Ergebnisse der Analyse beschrieben; eine Einordnung bzw. Bewertung dieser erfolgt dann zusammengefasst im abschließenden Kapitel des Beitrags. Im Rahmen der Untersuchung wurden insgesamt 2.207 Aufgaben in den Schulbüchern analysiert (Verteilung siehe Tab. 2). Die Aufgaben wurden immer als Gesamtaufgabe erfasst, Teilaufgaben wurden demnach nicht gesondert gezählt.

Tab. 2 Verteilung der absoluten Aufgabenanzahl auf die einzelnen Schulbücher (für die bayerischen Schulen zusätzlich Anzahl der Aufgaben in den Arbeitsheften)

Mittel(Haupt-)schule Bayern		Realschule Bayern		Mittelschule Sachsen	
<i>Lernstufen</i> (Cornelsen)	<i>Mathe aktiv</i> (Schroedel)	<i>Mathe.Logo</i> (C.C. Buchner)	<i>Mathematik</i> (Westermann)	<i>Mathematik</i> <i>heute</i> (Schroedel)	<i>Schlüssel zur</i> <i>Mathematik</i> (Cornelsen)
354	538	431	334	530	320

Das Thema *Gebrochene Zahlen* nimmt im Schulbuch der bayerischen Mittel(Haupt-) schule vom Cornelsen Verlag 35 Prozent und vom Schroedel Verlag ca. 38 Prozent der Gesamtseitenzahl sowie im Mathematikbuch für die bayerische Realschule des C.C. Buchner Verlags etwa 32 Prozent und des Westermann Verlags 36 Prozent ein. In der sächsischen Mittelschule umfasst es im Schulbuch *Mathematik heute* (Schroedel) knapp 40 Prozent und im *Schlüssel zur Mathematik* (Cornelsen) ca. 24 Prozent der Seiten. Die- ser relativ bedeutende Umfang – in allen vier Schulbüchern der bayerischen Schulen sehr ähnlich mit annähernd einem Drittel des Gesamtstoffs – zeigt nochmals den hohen Stellenwert des Themas in der sechsten Jahrgangsstufe aller drei Schularten. In den

³ Definition nach Pehkonen (2001): „Eine offene Aufgabe wird offen genannt, wenn ihre Anfangs- und Endsituation nicht exakt gegeben ist“ (S. 62).

sächsischen Schulen besteht jedoch zwischen den Anteilen in den beiden Schulbüchern ein relativ großer Unterschied; eine Erklärung hierfür konnte nicht gefunden werden. Die folgenden Abbildungen zeigen die in drei Diagrammen visuell veranschaulichten Ergebnisse der Untersuchung eindrücklich. In Abb. 1 ist das starke Übergewicht der als *Anforderungsbereich I* klassifizierten Aufgaben in den Schulbüchern aller drei Schularten klar ersichtlich. Hierbei muss angemerkt werden, dass ein großer Teil der dem *Anforderungsbereich II* zugeordneten Aufgaben der bayerischen Mittel(Haupt-)schule in einem „Graubereich“ zwischen Niveau I und II liegt. Es handelt sich hierbei um Aufgaben mit der Kennzeichnung *höherer Schwierigkeitsgrad*. Jedoch nicht alle Aufgaben dieser Art konnten in den Anforderungsbereich II eingruppiert werden. Die mit höherem Schwierigkeitsgrad gekennzeichneten Aufgaben in den bayerischen Realschulbüchern und im sächsischen Mittelschulbuch *Mathematik heute* entsprechen tatsächlich dem Anforderungsbereich II der KMK-Bildungsstandards.

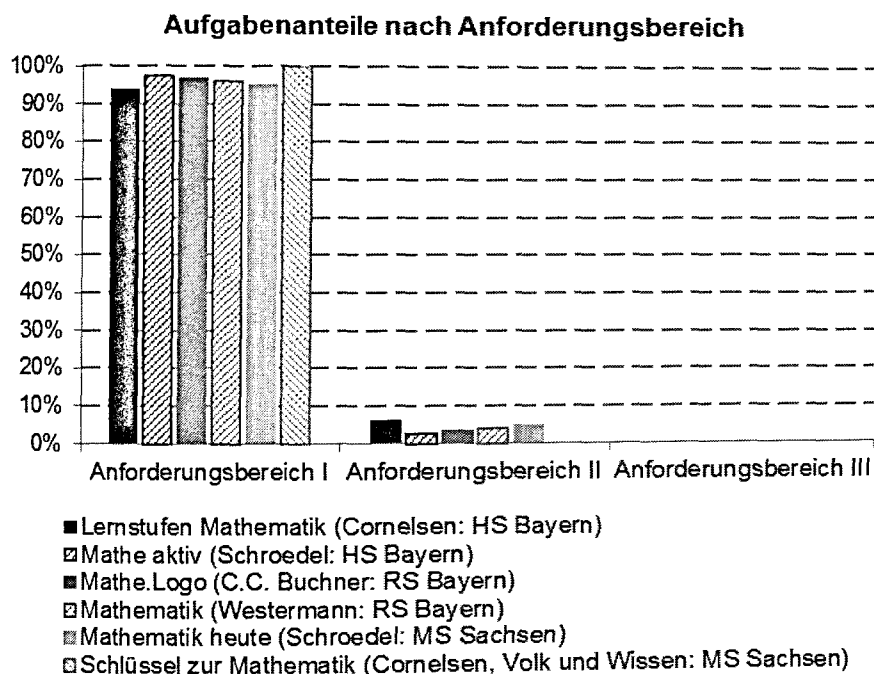


Abb. 1 Vergleich der Aufgabenanteile hinsichtlich des Anforderungsbereichs (bezogen auf die Gesamtzahl der Aufgaben zum Thema *Gebrochene Zahlen*) (Quelle: eigene Darstellung)

Hinsichtlich der Aufgabenarten liegt die Verteilung etwas gestreuter, gleichwohl hier schulartenübergreifend die *Übungsaufgaben* mit einem Anteil von 58 bis 80 Prozent überwiegen (siehe Abb. 2). Zudem fallen das Mittel(Haupt-)schulbuch *Mathe aktiv* und das Realschulbuch *Mathe.Logo* bezüglich der Aufgaben zur *Leistungsüberprüfung* auf; ihr Anteil liegt bei ca. einem Fünftel der Gesamtaufgaben. Der Blick auf die Anteile der *Erarbeitungsaufgaben* zeigt, dass in den Schulbüchern der bayerischen Mittel(Haupt)-

schule mit der im Schulartenvergleich geringen Aufgabenanzahl dieser Kategorie die mit *vorgegebenem* Lösungsweg überwiegen. Auffällig ist das Ergebnis für das Schulbuch *Mathematik* der bayerischen Realschule; hier bildet der Anteil der *selbstentdeckenden Erarbeitungsaufgaben* mehr als 30 Prozent. In den sächsischen Mathematikbüchern ist das Verhältnis zwischen selbstentdeckenden (mit einem leichten Überhang) und vorgegebenen Erarbeitungsaufgaben relativ ausgeglichen. Der Anteil der *offenen Aufgaben* ist in allen Schulbüchern mit unter 2,5 Prozent am geringsten; in denen der bayerischen Mittel(Haupt-)schule werden gar keine Aufgaben diesen Typs angeboten. Die wenigen offenen Aufgaben sind oftmals auf das Erfinden einer eigenen Aufgabenstellung beschränkt.

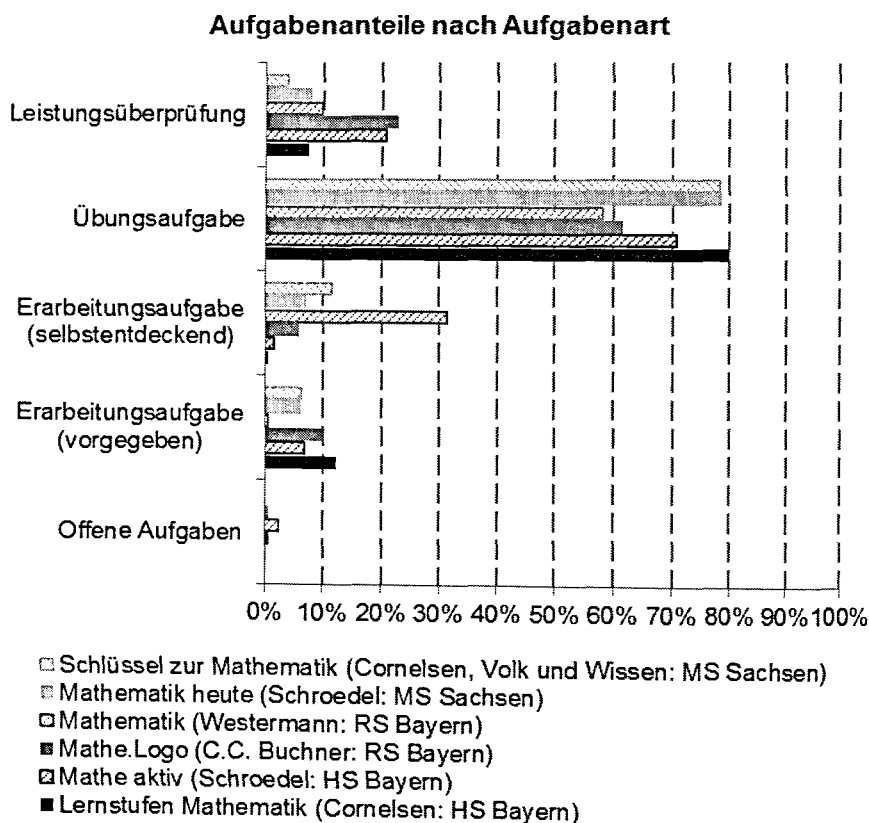


Abb. 2 Vergleich der Aufgabenanteile hinsichtlich der Aufgabenart (bezogen auf die Gesamtzahl der Aufgaben zum Thema *Gebrochene Zahlen*) (Quelle: eigene Darstellung)

Auch Abb. 3 (siehe folgende Seite) zeigt ein sehr deutliches Ergebnis; in den Mathematikbüchern, ausgenommen *Mathe.Logo* für die bayerische Realschule, werden wenige bis gar keine alternativen Sozialformen zur *Einzelarbeit* empfohlen.

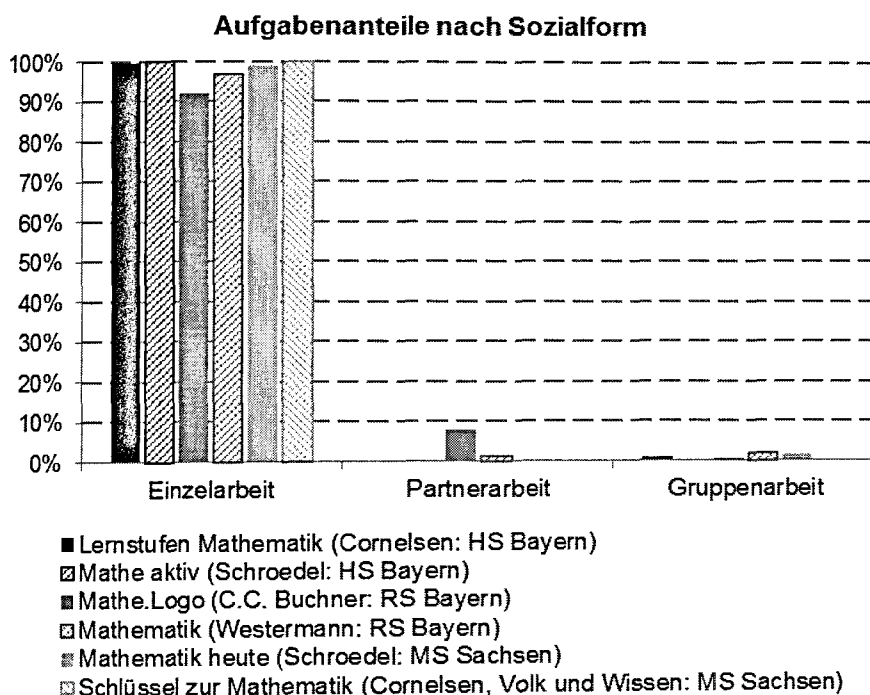


Abb. 3 Vergleich der Aufgabenanteile hinsichtlich der Sozialform (bezogen auf die Gesamtzahl der Aufgaben zum Thema *Gebrochene Zahlen*) (Quelle: eigene Darstellung)

Nur das zuvor genannte Realschulbuch regt in knapp 8 Prozent der Aufgaben zur Partnerarbeit an. Der Anteil der Aufgaben mit Aufforderung zur *Gruppenarbeit* liegt bei unter 2 Prozent.

Zusätzlich zur Aufgabenanalyse wurde auch der Aufbau bzw. die Strukturierung des Themengebietes *Gebrochene Zahlen* in den einzelnen Schulbüchern untersucht, da dies ebenfalls Aufschlüsse darüber gibt, wie sich das Lehrbuch zur Differenzierung im Unterricht eignet. Es zeigte sich, dass die Strukturierung des Lerninhalts in den Lehrbüchern sehr unterschiedlich erfolgt. In den Schulbüchern der bayerischen Mittel(Haupt-)schule lässt sich eine Differenzierung zwischen den Aufgaben bzw. den Phasen des Lernprozesses kaum bis gar nicht erkennen; insbesondere bei dem Buch *Mathe aktiv* vom Schroedel Verlag handelt es sich um eine reine Aneinanderreihung von Aufgaben. In dem etwas strukturierteren Lehrbuch *Lernstufen Mathematik* beginnen die Teilkapitel zumeist mit einer vorgegebenen Erarbeitungsaufgabe, dann folgen jeweils Übungsaufgaben, am Ende des jeweiligen Gesamtkapitels stehen Wiederholungsaufgaben und Aufgaben zur Leistungsüberprüfung („Mathe-Meisterschaft“) zur Verfügung. Eine klar gegliederte Form weisen dagegen das bayerische Realschulbuch *Mathe.Logo* vom C.C. Buchner Verlag und das sächsische Mittelschulbuch *Mathematik heute* vom Schroedel Verlag auf. Beide relativ neu erschienenen Mathematikbücher (2012/2013) beginnen mit einer

Einführung zum methodischen Aufbau der Lerneinheiten. Die Lerneinheiten sind so gestaltet, dass klar erkennbar wird, in welcher Phase des Unterrichts bzw. des Lernprozesses man sich auf den betreffenden Seiten gerade befindet. Zudem beinhalten beide einen Verweis auf Differenzierungsmöglichkeiten hinsichtlich unterschiedlicher Schwierigkeitsgrade der Aufgaben; dass diese jedoch teilweise nicht feststellbar waren, wurde bereits ausgeführt.

4. Das Schulbuch – nur bedingt ein Vehikel zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht

Die Untersuchung hat viele Schwächen hinsichtlich der Eignung des Schulbuchs als Vehikel zur Binnendifferenzierung im Mathematikunterricht aufgedeckt. Die schwerwiegendste Kritik lässt sich an der Einseitigkeit bei den Schwierigkeitsgraden der angebotenen Aufgaben üben. Aufgrund dieser Tatsache kann die Lehrkraft mithilfe des Lehrbuchs nur mit der Quantität, d.h. mit einem Mehr oder Weniger desselben Aufgabentyps, im Unterricht differenzieren statt mit der Qualität, d.h. Aufgaben, die im Anspruch variieren (vgl. Eisenmann/Grimm 2011, S. IV).

Doch nicht nur hinsichtlich des Anspruchsniveaus der Aufgaben ist der Gestaltungsspielraum für Lehrkräfte begrenzt, sondern auch im Hinblick auf die Aufgabenarten. So kann der Erarbeitungsprozess neuen Lernstoffs anhand des Mathematikbuchs in der bayerischen Mittel(Haupt-)schule fast ausschließlich nur mit vorgerechneten Beispielen erfolgen. Selbstentdeckende Aufgaben bilden eine absolute Ausnahme. Dabei besitzt das selbstentdeckende Lernen nach Büchter/Leuders (2005) eine lange Tradition im Mathematikunterricht. Drei wichtige Gründe sprechen für aktiv-entdeckendes Lernen: (1) Um Mathematik authentisch zu lehren, sollte Mathematik als Prozess aufgefasst werden und Kindern und Jugendlichen ermöglicht werden, Mathematik durch Modellieren und Problemlösen aktiv zu erleben; (2) auch aus lernpsychologischer Sicht fördert das selbstentdeckende Lernen die Nachhaltigkeit der Lernergebnisse; außerdem (3) begünstigt es die Entwicklung allgemeiner personaler Kompetenzen (vgl. ebd., S. 115ff.). Sollte Schülerinnen und Schülern der bayerischen Mittel(Haupt-)schule dieser Zugang zur Mathematik vorenthalten bleiben? Einen anderen Zugang ermöglicht das Realschulbuch *Mathematik* vom Westermann Verlag; hier müssen die Schülerinnen und Schüler sich stets zu Beginn des Kapitels zunächst selbst einen Rechenweg passend zum neuen Thema erschließen, bevor ein offizieller Lösungsweg bekannt gegeben wird. In den restlichen Schulbüchern steht ein etwas ausgewogeneres Verhältnis von selbstentdeckenden und vorgegebenen Aufgaben zur Verfügung. Insgesamt lässt sich feststellen, dass es an Aufgaben in den Schulbüchern nicht mangelt, obwohl diese hinsichtlich der Anzahl von 320 bis 538 variieren. Den größten Anteil bilden Übungsaufgaben, was jedoch im Mathematikunterricht eine notwendige Voraussetzung bzw. Grundlage darstellt; doch gerade in diesem Zusammenhang wäre ein variables Angebot an Aufgaben mit unterschiedlichem Anspruch wünschenswert.

Einen weiteren gravierenden Kritikpunkt an den untersuchten Schulbüchern stellt der Mangel an offenen Aufgaben dar. Das Merkmal Offenheit ermöglicht einen authentischen Umgang mit Mathematik und sollte angemessen in der Schule Berücksichtigung finden. So kann Mathematik allgemeinbildend unterrichtet und dadurch für eine Anwen-

dung in Alltagssituationen gelernt werden. Bei einer Dominanz des geschlossenen Aufgabentyps kann sich bei den Schülerinnen und Schülern u.a. die Vorstellung verfestigen, dass es in der Mathematik nur darum gehe, Verfahren für die Lösung bestimmter Aufgaben beherrschen zu lernen, und dass die Mathematik „aus bestimmten Typen von Aufgaben [bestehe; D.B.], die ihnen nur in der Schule begegnen“ (vgl. Büchter/Leuders 2005, S. 89f.).

Hinsichtlich der Sozialformen muss ebenfalls an den Schulbüchern Kritik geübt werden. Partner- und Gruppenarbeit spielen in den untersuchten Büchern eine eher untergeordnete bis gar keine Rolle. Doch für die Anwendung solcher kooperativen Lernformen im Mathematikunterricht sind zwei fachspezifische Gründe zu nennen: „1. Kooperatives Lernen ist eine tragende Säule eines allgemeinbildenden Mathematikunterrichts“, und „2. Mathematiktreiben und Mathematiklernen vollzieht sich in Kommunikationsprozessen“. Ein kooperativ organisierter Unterricht bietet den Schülerinnen und Schülern Gelegenheit, Mathematik auf individuellen Lernwegen zu entdecken und zu erfinden, die sie dann durch gemeinsames Vergleichen und Erkunden „und schließlich in einem Prozess der Konsensführung zusammenführen“ (vgl. Bruder/Leuders/Büchter 2008, S. 130–134). Im Unterricht sollte die Lehrkraft jedoch ausreichend Einfluss und Möglichkeiten besitzen, auch unabhängig von den Empfehlungen des Schulbuchs das kooperative Lernen im Mathematikunterricht zu gestalten, aber ebenso Einzelarbeitsphasen, insbesondere für das Üben, einzubeziehen.

Bei der Gestaltung der untersuchten Schulbücher bezüglich der Strukturierung des Themas besteht in der Mehrheit ebenfalls ein Überarbeitungsbedarf. Als positive Entwicklung zu bewerten sind die zwei zuletzt erschienenen Lehrbücher *Mathe.Logo* und *Mathematik heute*. Beide Bücher besitzen einen klar gegliederten Themenaufbau, an dem nicht nur die Lehrenden, sondern auch die Lernenden erkennen können, in welcher Phase des Lehr-/Lernprozesses sie sich gerade befinden. Die Aneinanderreihung von „Rechentürmchen“, wie sie in den anderen Büchern häufig zu finden ist, kann auf die Schülerinnen und Schüler eher demotivierend wirken und sie die Freude an der Mathematik verlieren lassen.

Wie die vorangegangenen Ausführungen zeigen, gibt es schulartenübergreifend noch großes Potenzial, die Schulbücher so zu gestalten, dass sie den Lehrkräften als Vehikel zur Binnendifferenzierung im Unterricht dienen. Die hier durchgeführte Untersuchung stellt jedoch nur einen exemplarischen Auszug dar. Um wirklich verallgemeinerbare Aussagen treffen zu können, müsste eine Analyse der gesamten Schulbücher unter Berücksichtigung eines breiteren Kategorienrasters, z.B. hinsichtlich des Lebens- und Interessenbezugs der Schülerinnen und Schüler, angestellt werden. Des Weiteren ist es auch zu kurz gegriffen, die Gestaltung und das Gelingen des Unterrichts allein auf das Schulbuch zurückzuführen; die wesentliche Rolle spielen die Lehrenden mit ihren Kenntnissen in Bezug auf Methodik und Didaktik des Unterrichtsfachs. Mit einer entsprechenden Professionalität gelingt es ihnen auch mit einem „schlechten“ Schulbuch, die Lehr- und Lernprozesse im Unterricht gegebenenfalls mithilfe zusätzlichen Materials effektiv und produktiv zu initiieren und zu gestalten. Doch sicher wäre es für Lehrkräfte eine große Hilfe, ein Schulbuch verwenden zu können, das sie bei der Planung und Durchführung des Unterrichts, vor allem im häufig zeitlich eng getakteten Schulalltag, unterstützt.

Literatur

Analysierte Schulbücher

- Lernstufen Mathematik 6, Hauptschule Bayern, Neue Ausgabe (2005). Hrsg. von Manfred Leppig. Berlin/München: Cornelsen.
- Mathe aktiv 6, Bayern (2005). Hrsg. von Alexander Wynands. Braunschweig: Schroedel.
- Mathe.Logo 6, Realschule Bayern (2012). Hrsg. von Michael Kleine, Matthias Ludwig und Patricia Weixler. Bamberg: C.C. Buchner.
- Mathematik 6, Realschule Bayern (2010). Hrsg. von Christa Englmaier und Franz-Josef Götz. Braunschweig: Westermann.
- Mathematik heute 6, Sachsen (2013). Hrsg. von Rudolf vom Hofe, Bernhard Humpert, Heinz Griesel und Helmut Postel. Braunschweig: Bildungshaus Schulbuchverlage Westermann Schroedel Diesterweg Schöningh Winklers.
- Schlüssel zur Mathematik 6, Sachsen (2005). Hrsg. von Gaby Heintz, Karin Glaser und Ute Eckhardt. Berlin/München: Cornelsen.

Weiterführende Literatur

- Astleitner, Hermann (2009): Eine Didaktik-Theorie zur Inneren Differenzierung in Schulbüchern: Das Aufgaben-Rad-Modell (Forschungsbericht). Salzburg: Universität, Fachbereich Erziehungswissenschaft.
- Bohl, Thorsten/Kleinknecht, Marc/Batzel, Andrea/Richey, Petra (2013): Aufgabenkultur in der Schule. Eine vergleichende Analyse von Aufgaben und Lehrerhandeln im Hauptschul-, Realschul- und Gymnasialunterricht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Büchter, Andreas/Leuders, Timo (2005): Mathematikaufgaben selbst entwickeln. Lernen fördern – Leistung überprüfen. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bruder, Regina/Leuders, Timo/Büchter, Andreas (2008): Mathematikunterricht entwickeln. Bausteine für kompetenzorientiertes Unterrichten. Berlin: Cornelsen Scriptor.
- Bruder, Regina/Linneweber-Lammerskitten, Helmut/Reibold, Julia (2015): Individualisieren und differenzieren. In: Bruder, Regina/Hefendehl-Hebeker, Lisa/Schmidt-Thieme, Barbara/Weigand, Hans-Georg (Hrsg.): Handbuch der Mathematikdidaktik. Berlin/Heidelberg: Springer, S. 513–534.
- Eberle, Thomas/Kuch, Helge/Track, Sabine (2011): Differenzierung 2.0. In: Eisenmann, Maria/Grimm, Thomas (Hrsg.): Heterogene Klassen – Differenzierung in Schule und Unterricht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren, S. 1–36.
- Ehmke, Timo/Leiß, Dominik/Blum, Werner/Prenzel, Manfred (2006): Entwicklung von Testverfahren für die Bildungsstandards Mathematik. Rahmenkonzeption, Aufgabenentwicklung, Feld- und Haupttest. In: Unterrichtswissenschaft 34, H. 3, S. 220–238.
- Eisenmann, Maria/Grimm, Thomas (Hrsg.) (2011): Heterogene Klassen – Differenzierung in Schule und Unterricht. Baltmannsweiler: Schneider Verlag Hohengehren.
- Hanisch, Günter (1995): Die Verwendung des Schulbuchs bei Vorbereitung und Durchführung von Unterricht. Eine empirische Untersuchung. In: Olechowski, Richard (Hrsg.): Schulbuchforschung. Frankfurt a.M.: Lang, S. 242–245.
- Herber, Hans-Jörg (1983): Innere Differenzierung im Unterricht. Stuttgart et al.: Kohlhammer.
- Neumann, Dominik (2015): Bildungsmedien Online. Kostenloses Lehrmaterial aus dem Internet: Marktsichtung und empirische Nutzungsanalyse. Bad Heilbrunn: Klinkhardt.
- Pehkonen, Erkki (2001): Offene Probleme: Eine Methode zur Entwicklung des Mathematikunterrichts. In: Der Mathematikunterricht, H. 6, S. 60–72.
- Sander, Elisabeth (1995): Psychologische Aspekte des Schulbuchs. In: Olechowski, Richard (Hrsg.): Schulbuchforschung. Frankfurt a.M.: Lang, S. 221–227.
- Thonhauser, Josef (2008): Warum (neues) Interesse am Thema „Aufgaben“? In: Thonhauser, Josef (Hrsg.): Aufgaben als Katalysatoren von Lernprozessen. Eine zentrale Komponente organisierten Lehrens und Lernens aus der Sicht von Lernforschung, allgemeiner Didaktik und Fachdidaktik. Münster et al.: Waxmann, S. 13–27.
- Tillmann, Klaus-Jürgen (2004): System jagt Fiktion. Die homogene Lerngruppe. In: Heterogenität. Unterschiede nutzen – Gemeinsamkeiten stärken. Friedrich Jahresheft XXII, S. 6–9.