

UNIVERSITÄT AUGSBURG

Fakultät für Angewandte Informatik

Präzise Regelung kinematisch vollständig bestimmter Seilroboter

Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

an der Fakultät für angewandte Informatik der Universität Augsburg

vorgelegt von:	Marcus Hamann
geboren am:	10.08.1990 in Erfurt
eingereicht am:	20.01.2020
Anfertigung am Lehrstuhl:	Regelungstechnik
	Fakultät für Angewandte Informatik
1. Gutachter:	Prof. DrIng. habil. Christoph Ament
2. Gutachter:	Prof. DrIng. Lars Mikelsons
3. Gutachter:	Prof. DrIng. Klaus Dietmayer
Tag der mündlichen Prüfung:	20.04.2020

Danksagung

Diese Dissertationsschrift wäre ohne die Mitwirkung zahlreicher Personen so nicht entstanden. Ich möchte die folgenden Zeilen nutzen, um mich bei allen an dieser Arbeit beteiligten Personen zu bedanken.

Mein besonderer Dank gilt Prof. Dr.-Ing. habil. Christoph Ament. Ihre Begeisterung für die Regelungstechnik hat mich im Bachelorstudium überzeugt, diesen Bereich zu vertiefen. Ich bin Ihnen dankbar für die Möglichkeit, an der Universität Augsburg den Lehrstuhl für Regelungstechnik in seinen Anfängen geprägt haben zu können. Sie gaben mir die Freiheit und stellten nicht zuletzt die finanziellen Mittel zur Verfügung, den in dieser Arbeit beschriebenen Seilroboter von Grund auf entwickeln zu können. Für die stete Unterstützung in der Forschung, Lehre und meiner persönlichen Entwicklung möchte ich mich herzlichst bedanken.

Prof. Dr.-Ing. Lars Mikelsons danke ich für die Unterstützung in der finalen Phase meiner Arbeit. Trotz Deiner ersten Schritte als Lehrstuhlleiter hast Du immer Zeit gefunden, Dich mit mir auszutauschen und wertvolle Anregungen zu geben. Dein Blick auf die Arbeit hat mich mitunter aus meiner "regelungstechnischen Sicht" ausbrechen lassen und so die Arbeit bereichert.

Mein Dank gilt natürlich auch Prof. Dr.-Ing. Klaus Dietmayer für die spontane Übernahme und Erstellung des Gutachtens.

Besonders danken möchte ich David Winter. Wir haben uns zu Beginn Deines Bachelorstudiums kennengelernt. Aus einer Studienarbeit wurde eine Tätigkeit als wissenschaftliche Hilfskraft und daraus eine Freundschaft. Ich danke Dir vielmals für die vielen Stunden, die Du allein und wir gemeinsam am Seilroboter und im privaten Umfeld verbracht haben. Ich freue mich außerdem sehr, dass wir nach Deiner Masterarbeit die Chance hatten, gleichzeitig am Lehrstuhl arbeiten zu können.

Nach all den Jahren möchte ich ebenfalls Dr.-Ing. Mike Eichhorn danken. Im Zuge einer Studienarbeit im Bachelor kennengelernt, hast Du mich durch das Bachelor- und Masterstudium begleitet und dabei sehr geprägt. Wir waren gemeinsam auf meiner ersten Konferenz und Du hast mich auch während der Promotion menschlich und fachlich unterstützt. Ich danke Dir vielmals.

Meinen Kollegen aus den Lehrstühlen der Ingenieurinformatik möchte ich für die gemeinsame Zeit danken. Wir haben gemeinsam gelitten, falls etwas nicht funktionierte, auf Deadlines hingearbeitet und sie überschritten, die Lehre gemeinsam gestaltet und auch viel Spaß gehabt. Vielen Dank an Euch alle.

Wenn ich meinen Kollegen danke, meine ich damit explizit auch die wissenschaftlichen

Hilfskräfte. Wir hatten gemeinsam eine tolle Zeit und haben viel gelacht. Ihr habt Euch für mich ins Zeug gelegt, sei es am Seilroboter, dem Lasertracker oder für andere Aufgaben. Selbst, wenn Ihr nicht direkt an den Ergebnissen dieser Arbeit beteiligt gewesen sein solltet, habt Ihr mir doch stets Arbeit abgenommen und mir so den Rücken freigehalten. Ich bin glücklich und auch stolz, eine so angenehme Arbeitsatmosphäre geschaffen zu haben, in der Studierende und Mitarbeiter ebenbürtig miteinander arbeiten.

Abschließend möchte ich meiner Familie danken, meinen Eltern, meinen Großeltern und meinem Bruder. Es war nicht immer leicht für mich in dieser Zeit und Ihr seid immer für mich da. Ich danke Euch sehr dafür.

Kurzfassung

Die vorliegende Arbeit stellt eine automatisierte Kalibrierung und darauf aufbauende Mehrgrößenregelung eines kinematisch vollständig bestimmten Seilroboters mit drei Freiheitsgraden vor. Der Seilroboter wurde im Zuge dieser Arbeit konzeptioniert und aufgebaut.

Als Messeinrichtung dient ein Lasertrackersystem, welches aus vier einzelnen Trackermodulen besteht. Auf Grund der ähnlichen kinematischen Struktur im Vergleich zum Seilroboter wird ein Algorithmus zur Kalibrierung entwickelt, welcher sowohl auf das Messsystem – den Lasertracker – als auch auf den Seilroboter anwendbar ist. Auf diese Weise wird ein Absolutmesssystem geschaffen, welches echtzeitfähig die Position eines Retroreflektors, der am Endeffektor des Seilroboters befestigt ist, bestimmt.

Durch die modulare Struktur des Seilroboters kann sich dieser an veränderte Arbeitsraumanforderungen anpassen. Diese Wandelbarkeit erfordert die Möglichkeit der zügigen und automatisierten Identifikation geometrischer Systemparameter. Diese Parameter werden modellbasiert optimiert. Auf Grundlage dieser Ergebnisse werden die Parameter anschließend datenbasiert mit Hilfe radialer Basisfunktionen korrigiert.

Auf Basis des so parametrierten Seilroboters werden im zweiten Teil der Arbeit zwei Regelkonzepte vorgestellt. Zunächst wird ein kinematischer Ansatz präsentiert, welcher die Kinetik des Seilroboters unberücksichtigt lässt und auf einer lokalen Seillängenregelung auf Grundlage der inversen Kinematik des Seilroboters basiert. Dieser Ansatz wird um die datenbasierte Korrektur der Kalibrierung erweitert. Der zweite Regelansatz beruht auf einer exakten Linearisierung auf Basis des kinetischen Seilrobotermodells. Dieses Konzept wird anschließend um eine Folgeregelung und integrale Ausgangsrückführung erweitert.

Abschließend wird modellbasiert die parallele Positionierung und Schwingungsdämpfung eines sphärischen Pendels mit Hilfe des Seilroboters vorgestellt. Dazu wird der Endeffektor um ein Pendel erweitert. Als Grundlage dient hierbei der Ansatz der exakten Linearisierung. Die Pendeldämpfung selbst erfolgt durch einen Optimalregler. Zusätzlich wird das Konzept der datenbasierten Korrektur sowie der integralen Ausgangsrückführung wieder aufgegriffen, um eine präzise Positionierung des Reflektorzentrums zu gewährleisten.

Inhaltsverzeichnis

1	Einf	ührung	1
	1.1	Entwicklung der Seilrobotik	4
	1.2	Einordnung der Arbeit	6
	1.3	Aufbau der Arbeit	6
2	Aufl	bau und Modellbildung	9
	2.1	Komponenten	10
		2.1.1 Seilroboter	10
		2.1.2 Lasertracker	12
	2.2	Klassifikation	14
	2.3	Inverse Kinematik	19
		2.3.1 Seilroboter	20
		2.3.2 Lasertracker	22
	2.4	Direkte Kinematik	22
		2.4.1 Seilroboter	26
		2.4.2 Lasertracker	26
	2.5	Kinetische Modellierung	26
		2.5.1 Elektrisches Teilsystem	27
		2.5.2 Mechanisches Teilsystem	31
3	Iden	ntifikation geometrischer Systemparameter	39
	3.1	Stand der Technik	41
	3.2	Modellbasierte Identifikation	44
		3.2.1 Lasertracker	45
		3.2.2 Bestimmung initialer Laserlängen	49
		3.2.3 Seilroboter	52
		3.2.4 Vorgehen bei Verwendung eines einzelnen Trackermoduls	54
	3.3	Datenbasierte Korrektur	56
		3.3.1 Approximation durch radiale Basisfunktionen	57
		3.3.2 Verteilung der RBF-Zentren	60
		3.3.3 Positionskorrektur	61
4	Reg	elungskonzepte	67
	4.1	Stand der Technik	67

	4.2	2 Positions- und Folgeregelung auf Basis einer kinematischen Modellierung 71		
		4.2.1	Regelung des Motors	72
		4.2.2	Kinematischer Reglerentwurf	73
		4.2.3	Entwurf einer Vorsteuerung	74
		4.2.4	Implementierung und Ergebnisse	77
	4.3	Mehrg	größenregelung auf Basis einer exakten Linearisierung	85
		4.3.1	Exakte Linearisierung allgemeiner, nichtlinearer Systeme	85
		4.3.2	Reglerentwurf eingangsaffiner SISO-Systeme	87
		4.3.3	Reglerentwurf eingangsaffiner MIMO-Systeme	90
		4.3.4	Folgeregelung des exakt linearisierten Systems	93
		4.3.5	Kompensation der bleibenden Regelabweichung	94
		4.3.6	Regelung durch lokale Linearisierung	95
		4.3.7	Implementierung und Ergebnisse	95
	4.4	Disku	ssion der experimentellen Ergebnisse	106
5	Арр	likatior	n zur Dämpfung eines sphärischen Pendels	111
	5.1	Parall	ele Positions- und Pendelregelung	111
	5.2	Messu	ng und Verarbeitung der Zustandsgrößen	112
	5.3	Optim	alregelung des Pendels	115
	5.4	Super	position der Stell- und Führungssignale	116
	5.5	Entwi	rf einer Vorsteuerung	118
	5.6	Imple	mentierung und Ergebnisse	118
6	Zusa	ammen	fassung und Ausblick	127
Lit	eratu	ır		133

Abkürzungsverzeichnis

CABLEV	Cable Levitation
CoGiRo	Control of Giant Robots
CKRM	Completely Kinematic Restrained Manipulator
CRPM	Completely Restrained Positioning Mechanism
DETMAX	Mitchell's determinant maximization algorithm
DMS	Dehnungsmessstreifen
EKF	Extended Kalman Filter
FAST	Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope
HPPE	High Performance Polyethylene
IKRM	Incompletely Kinematic Restrained Manipulators
IRPM	Incompletely Restrained Positioning Mechanism
INRIA	Institut national de recherche en informatique et en automatique
IPA	Fraunhofer-Institut für Produktionstechnik und Automatisierung
LIRMM	Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier
LQR	Linear-Quadratischer Regler
MPC	Model Predictive Control
MoCaRo	Modular Cable Robot
RBF	Radiale Basisfunktion
RAMP	Redundantly Actuated Manipulators
RRPM	Redundantly Restrained Positioning Mechanism
RMSE	Root-Mean-Square Error

SEGESTA	Seilgetriebene Stewart-Plattformen in Theorie und Anwendung
\mathbf{SQP}	Sequential quadratic programming
TCP	Tool Center Point
WCW	Wrench-Closure Workspace

Symbolverzeichnis

(.)	Ableitung nach der Zeit
(.̂)	Geschätzte Größe
$\mathbf{a}(\mathbf{x})$	Systemmatrix der nichtlinearen Zustandsraumdarstellung
Α	Systemmatrix der Zustandsraumdarstellung
$\mathbf{b}(\mathbf{x})$	Eingangsmatrix der nichtlinearen Zustandsraumdarstellung
В	Eingangsmatrix der Zustandsraumdarstellung
$\mathbf{c}(\mathbf{x})$	Ausgangsmatrix der nichtlinearen Zustandsraumdarstellung
$\overset{\circ}{\mathbf{c}}(\mathbf{x})$	Ausgangsmatrix des exakt linearisierten Systems
С	Ausgangsmatrix der Zustandsraumdarstellung
D	Durchgangsmatrix der Zustandsraumdarstellung
$\mathbf{D}(\mathbf{x})$	Zustandsabhängige Durchgangsmatrix des exakt linearisierten Systems
$\mathbf{f}(.)$	Vektorfunktion
i	Elektrischer Strom, Laufindex
j	Laufindex
k	Laufindex
l	Pendellänge
m	Anzahl Seile
n	Anzahl Freiheitsgrade
N	Anzahl Messpunkte
Р	Kovarianzmatrix des Schätzfehlers
Q	Kovarianzmatrix des Prozessrauschens
r	Rollenradius

R	Kovarianzmatrix des Messrauschens
t	Zeit
u	Vektor der Eingangsgrößen
\mathbf{w}^*	Führungsgröße
х	Zustandsvektor
$\mathbf{X}_{ ext{B}}$	Beginn des Vektorzuges der inversen Kinematik
\mathbf{X}_{D}	Ablösepunkt
\mathbf{X}_{J}	Rückseitiger Auftreffpunkt
\mathbf{X}_{L}	Laseraustrittspunkt
\mathbf{X}_{S}	Umlenkrollenzentrum
\mathbf{X}_{T}	Anknüpfungspunkt
$\mathbf{X}_{\mathrm{TCP}}$	Reflektorzentrum
У	Vektor der Ausgangsgrößen
$\overset{\circ}{\mathbf{y}}$	Ausgangsgrößenvektor des exakt linearisierten Systems
lpha	Elevationswinkel des Seiles
β	Azimutwinkel des Seiles
γ	Ablösewinkel
δ	Relativer Grad
$\Delta oldsymbol{ ho}_{ m L}$	Laserlängenänderungen
$\Delta oldsymbol{ ho}_{ m S}$	Seillängenänderungen
ε	Standardabweichung der radialen Basisfunktion
heta	Rotationswinkel des Pendels um die Koordinatenachse \boldsymbol{y}
ρ	Vektor von Längen
$oldsymbol{ ho}_{0,\mathrm{L}}$	Vektor initialer Laserlängen
$oldsymbol{ ho}_{0,\mathrm{S}}$	Vektor initialer Seillängen
$oldsymbol{ ho}_{\mathrm{a}}$	Vektor aufliegender Seillängen

<u>X</u>_____

$oldsymbol{ ho}_{ m f}$	Vektor freihängender Seillängen
$ ho_{ m L}$	Inverse Kinematik des Lasertrackers
$oldsymbol{ ho}_{ m S}$	Inverse Kinematik des Seilroboters
σ	Standardabweichung einer Messung
arphi	Rotationswinkel des Pendels um die Koordinatenachse \boldsymbol{x}
ψ	Winkelstellung des Motors

1 Einführung

Roboter durchdringen zunehmend den beruflichen und privaten Alltag. Der Umsatz der deutschen Robotik- und Automationsbranche weist in den Jahren 2002 bis 2019 einen deutlich steigenden Trend auf und auch die Verbreitung von Robotern im privaten Sektor nimmt stetig zu [140] [16]. Die Größen von Robotern variieren dabei ebenso wie deren Arbeitsfelder. Im industriellen Umfeld erfordern sinkende Losgrößen strukturelle Veränderungen in der Fertigung. Dies erfordert ein hohes Maß an Flexibilität, die ein Industrieroboter im klassischen, dem industriellen, Sinne nicht gewährleistet. Im privaten Sektor spielen wechselnde Szenarien durch den Einsatz im häuslichen Umfeld eine noch größeren Rolle. Zudem sollten diese Roboter grundsätzlich ungefährlich sein. Kombiniert man die Anforderungen beider Domänen – der industriellen und privaten – wird ein geometrisch rekonfigurierbares System benötigt, welches automatisiert kalibriert werden kann und sich damit schnell an wandelbare Arbeitsumgebungen anpassen kann. Der zu entwickelnde Roboter sollte seine Aufgaben dynamisch schnell durchführen. Soll dieses System zusätzlich ungefährlich für den Einsatz im menschlichen Umfeld sein, zeigt sich, dass ein solcher Roboter aktuell keinen kommerziellen Einsatz findet. Einen Ansatz zur Auslegung, Kalibrierung und Regelung eines solchen Roboters soll die vorliegende Arbeit liefern.

Serielle und parallele Roboter

Grundsätzlich können Mehrkörpersysteme in offene und geschlossene kinematische Ketten unterteilt werden. Kinematische Ketten veranschaulichen den strukturellen Zusammenhang zwischen Gliedern und Gelenken einer Roboterstruktur [84]. Offene kinematische Ketten (auch offene Mehrkörpersysteme oder Baumstrukturen) zeichnen sich durch eine identische Anzahl von Gelenken und Körpern (auch Glieder) aus. Der Weg von einem beliebigen Körper zu einem anderen beliebigen Körper ist damit eindeutig bestimmt. Serielle Roboter werden offenen kinematischen Ketten zugeordnet. Häufig haben diese Roboter das Erscheinungsbild eines mechanischen Armes. Geschlossene kinematische Ketten (auch geschlossene Mehrkörpersysteme) entstehen durch Hinzufügen von zusätzlichen Gelenken zu einer gegebenen Baumstruktur. Weiterhin können teilweise und vollständig geschlossene kinematischen Ketten zugeordnet [122] [148] [124].

Ein weit verbreiteter Vertreter serieller Roboter ist ein Roboterarm, wie er in Abbildung 1.1 dargestellt ist. Zu sehen ist der KR QUANTEC Roboter der Firma KUKA Aktiengesell-

schaft [77]. Serielle Roboter bieten einen sehr großen Arbeitsraum im Vergleich zu ihrem eigenen Volumen bzw. ihrer Grundfläche (auch Footprint genannt). Er beschränkt sich in der Regel auf einige Kubikmeter. Auf Grund der offenen kinematischen Struktur serieller Roboter bieten sie eine verhältnismäßig geringe Steifigkeit und hohe Anfälligkeit gegenüber Schwingungen [109]. Diesem Umstand wird meist auf mechanischer Ebene begegnet, indem durch hohe Massen und geeignete kinematische Strukturen für den Anwendungsfall angemessene Kräfte und Momente erzeugt werden. Schließlich bieten serielle im Gegensatz zu parallelen Robotern geringe Genauigkeiten, wobei dabei zwischen der Richtigkeit und der Präzision unterschieden werden muss [25]. Meist ist die Präzision oder Wiederholgenauigkeit paralleler Roboter deutlich höher. Dies liegt hauptsächlich daran, dass sich Positionierfehler der seriellen Achsen auf Grund von Fertigungstoleranzen über die kinematische Kette hinweg aufsummieren [136]. Ein traditionelles Anwendungsfeld dieser Klasse von Robotern ist das Pick-and-Place. Durch die Weiterentwicklung von seriellen Robotern in Hinblick auf die Steifigkeit qualifizieren sich diese auch für den Einsatz im industriellen Umfeld. Zu den Aufgaben zählen dabei die mechanische Bearbeitung, wie das Stanzen, Schmieden oder Biegen von Bauteilen. Sie werden jedoch auch für Prozesse mit hohen Genauigkeitsanforderungen wie dem Laserschweißen oder -schneiden eingesetzt [78].

Ein Vertreter paralleler Roboter ist in Abbildung 1.2 zu sehen – der H-840 6-Achsen-Hexapod der Firma Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG [110]. Dieser bietet eine sehr hohe Positioniergenauigkeit und Dynamik durch die Verwendung paralleler Bewegungsachsen. Auf diese Weise summieren sich Positionierfehler einzelner Achsen nicht auf, wie es bei seriellen Robotern der Fall ist [136]. Durch die geschlossene kinematische Struktur und die Verwendung paralleler Achsen zur Bewegung der Plattform besitzt diese Roboterklasse eine hohe Steifigkeit. Außerdem werden bei dieser Klasse von Robotern grundsätzlich weniger Massen durch die einzelnen Achsen bewegt. In [83] wird vergleichend die Energieeffizienz für einen seriellen und parallelen Roboter mit gleichen Antrieben und ähnlichem Arbeitsraum thematisiert. Der Autor räumt jedoch ein, dass in den gezeigten Analysen Reibungseffekte entlang der kinematischen Kette sowie Wirkungsgrade der Antriebe nicht berücksichtigt wurden. Gerade die Reibung liefert jedoch einen wesentlichen Beitrag zur Energieeffizienz von parallelen Robotern. Speziell bei Hexapoden, als Vertreter paralleler Roboter ist der Arbeitsraum stark eingeschränkt. Die Ursprünge des Hexapoden gehen auf die Mitte des letzten Jahrhunderts zurück. Die Entwicklung erfolgte parallel durch Stewart und Gough. Die erste Veröffentlichung eines Prototypen erfolgte in [130]. Ein weiterer populärer Vertreter paralleler Roboter ist der Delta-Roboter. Dieser unterscheidet sich insofern von einem Hexapoden, als der Delta-Roboter von der Decke hängend Aufgaben im Bereich des Pick-and-Place oder Verpackens übernimmt. Serielle und parallele Roboter haben gemein, dass sie – einmal montiert – einen konstruktiv vorgegebenen Arbeitsraum in der Regel nicht überschreiten können. Das macht sie unflexibel, wenn es darum geht, sich an wandelbare Arbeitsumgebungen anzupassen.

Einen speziellen Vertreter parallelkinematischer Systeme stellt der Seilroboter dar. Grund-



Abbildung 1.1: Ein serieller Roboter der Firma KUKA Aktiengesellschaft



Abbildung 1.2: Ein paralleler Roboter der Firma Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG

sätzlich ist dieser durch die Bewegung einer Plattform oder eines Endeffektors durch Seile gekennzeichnet [29] [118] [95]. Die Seile werden dabei häufig durch Motoren in Kombination mit Seiltrommeln aktuiert. Die Anzahl und Verteilung der Seile sowie die Verbindung der Plattform mit diesen spielt dabei eine essenzielle Rolle in Bezug auf die Größe des Arbeitsraumes, die Bewegungsfreiheitsgrade, Dynamik und Schwingungsanfälligkeit. Der Arbeitsraum dieser Roboter kann wesentlich größer sein als der von seriellen und klassischen parallelen Robotern wie Hexapoden. Das in [98] vorgestellte Five-hundred-meter Aperture Spherical radio Telescope (FAST) auf Basis eines Seilroboters besitzt einen Durchmesser von 600 m. Die realisierbaren Beschleunigungen des Endeffektors eines Seilroboters sind ebenfalls sehr hoch. In [71] und [87] werden Systeme vorgestellt, die Beschleunigungen von bis zu 43g erreichen. Jedoch müssen die Seile stets gespannt sein, da sonst Freiheitsgrade eingebüßt werden und eine folgende Regelung eingeschränkt wird. Außerdem können durch die Seile nur Zugkräfte auf den Endeffektor ausgeübt werden. Das sind auch die größten Nachteile dieser Systeme, da die Beschleunigungen, die dem Endeffektor aufgeprägt werden können abhängig vom Arbeitspunkt sind. Begegnet wird diesen beispielsweise durch gegeneinander verspannte Seile. Wird der Seilroboter nun aber von konkurrierenden Seilen verspannt, wird die Zugänglichkeit, gerade in Hinblick auf eine Mensch-Roboter-Interaktion, stark eingeschränkt. Ist dies nicht der Fall und der Seilroboter hängt ausschließlich, kann eine Beschleunigung von 1g in Richtung der Erdbeschleunigung nicht überschritten werden [136]. Ein Seilroboter gilt als hängend, abgehängt oder nach oben abgespannt, wenn die folgende Ungleichung erfüllt ist.

$$\mathbf{u}_i \cdot \mathbf{g} < 0, \quad \text{für } i = 1, \dots, m \tag{1.1}$$

Dabei entspricht \mathbf{u}_i dem Richtungsvektor des *i*-ten Seils und \mathbf{g} dem Richtungsvektor der Schwerkraft. Wenn das Skalarprodukt dieser beiden Vektoren negativ ist, das heißt der zwischen dem *i*-ten Seil und der Schwerkraft eingeschlossene Winkel größer als 90° ist, spricht man von einem hängenden Seilroboter [115].

Ein hauptsächlich aus der Elastizität der Seile resultierender Nachteil ist die zu geringe Präzision von Seilrobotern gegenüber anderer Vertreter paralleler Roboter wie Hexapoden oder Delta-Robotern. Diese Präzision wird außerdem durch Reibung in der Seilführung und daraus resultierendem Schlupf beeinflusst. Eine grundsätzliche Herausforderung, die auch auf Seilroboter zutrifft, ist die korrekte Erfassung der Endeffektorposition durch interne und externe Sensorik. Außerdem ist auch diese Roboterklasse konstruktiv häufig an einen Arbeitsraum angepasst [117] [96] [47]. Ein rekonfigurierbarer Ansatz überwindet letzteren Nachteil. Es existieren Konzepte zum Thema rekonfigurierbarer Seilroboter. Diese gehen jedoch nicht auf die darauf basierende Regelung ein.

1.1 Entwicklung der Seilrobotik

Seilroboter basieren grundsätzlich auf parallelkinematischen Systemen. Sie werden im Gegensatz zu den seriellkinematischen Systemen, wie Montageroboter, kaum kommerziell eingesetzt. Einer der wenigen Anwendungsfälle ist einer der ersten vorgestellten Seilroboter – die für Aufnahmen in Stadien genutzte Skycam [127] [28]. Systeme wie diese werden mittlerweile in großer Zahl eingesetzt. Dazu zählen beispielsweise die Systeme *CableCam* [26], *Spidercam* [128] und *CamCat* [27]. Eine weitere kommerzielle Anwendung ist der fensterreinigende Seilroboter der Firma *KITE Robotics B.V.* [75]. Erste Forschungsaktivitäten können auf Mitte der 1980er Jahre datiert werden [115]. Als einer der ersten anwendungsorientierten Prototypen gilt der in [30] präsentierte *Robot Crane*, welcher mit dem Ziel einer hohen Steifigkeit und eines großen Arbeitsraumes entwickelt wurde. Dieser verbindet das Prinzip eines Kranes mit dem einer Seilkinematik. Es wurde damals ein verkleinerter Demonstrator des modellierten Roboters aufgebaut.

Zu dieser Zeit begann auch die Forschungsaktivität von Jean-Pierre Merlet, der nach eigener Aussage 1986 seine Forschungen auf dem Gebiet parallelkinematischer Systeme aufnahm [61]. Der Fokus seiner Arbeit liegt im Bereich der kinematischen Modellierung [89]. Die Arbeit an Seilrobotern begann 2004. Die Anwendungsfelder der am Institut national de recherche en informatique et en automatique (INRIA) entwickelten Systeme liegen im Bereich der Rehabilitierung, Krananwendungen für hohe Lasten in Rettungsszenarien oder Low-Cost-Systemen zur Unterstützung von körperlich beeinträchtigen Menschen [90].

In Deutschland nahm Manfred Hiller eine Vorreiterrolle auf dem Gebiet der Seilrobotik ein. Erste Veröffentlichungen zum Thema Arbeitsraumanalysen gehen auf Ende der neunziger Jahre zurück [143] [141]. Die experimentelle Verifikation und Validierung erfolgte an dem Prototypen SEGESTA, dessen Name aus dem ersten zu diesem Thema bearbeiteten DFG-Projekt (*Deutsche Forschungsgemeinschaft*) Seilgetriebene Stewart-Plattformen in Theorie und Anwendung hervorging. Aus dem Lehrstuhl für Mechatronik der Universität Duisburg-Essen gingen infolgedessen zahlreiche Dissertationen auf dem Gebiet der Seilrobotik hervor [142] [41] [114] [18].

So wird die Forschung in diesem Bereich aktuell von Tobias Bruckmann vorangetrieben. Fokus der Forschungsaktivitäten ist die Entwicklung von anwendungsreifen Seilrobotern. Dazu zählt die Entwicklung eines Seilroboters zur Handhabung von Hochregallagern als alternatives Konzept gegenüber konventionell eingesetzten Regalbediengeräten. Die Untersuchungen beinhalteten die Entwicklung eines leichten Aufbaus zur schnellen und präzisen Handhabung sowie Arbeitsraumanalysen [23] [21]. Weiterhin wird in [20] und [134] ein Seilroboter zur Bewegung von Schiffsmodellen in einem Windkanal vorgestellt. Das Ziel ist die Extrapolation der Erkenntnisse auf das Verhalten des Schiffes in Wasser. Ein aktueller Forschungsschwerpunkt liegt in dem automatisierten Mauern von Gebäuden. Damit einher geht das Ziel einer schnellen und (halb-)automatisierten Kalibrierung der Seilroboterkonstruktion durch beispielsweise laserbasierte Messsysteme sowie die darauffolgende präzise Positionierung der Steine [22] [24]. Andreas Pott vertiefte ebenso seine Arbeit am Fraunhofer-Institut für Produktionstechnik und Automatisierung (IPA). Durch die Forschung an einem industriereifen Seilroboter beschäftigte er sich mit der Entwicklung echtzeitfähiger Lösungen der direkten Kinematik [112], mit der optimalen Verteilung von Seilkräften eines Seilroboters [19] [116] [113], aber auch mit der Kalibrierung von Seilrobotern [94] [93]. Die Thematik der Kalibrierung wird im weiteren Verlauf dieser Arbeit noch vertieft und ausführlich recherchiert. Mit dem Seilroboter IPAnema, welcher sich aktuell in der dritten Generation befindet, arbeitet das zugehörige Institut an einem der zur Zeit ausgereiftesten Forschungssysteme [118].

Außerhalb Europas hat sich Clément Gosselin im Bereich der Seilrobotik etabliert. Die ersten Forschungsaktivitäten gehen bereits auf das Jahr 2000 zurück [7]. Er ist Leiter des *Laboratoire de robotique* an der Universität Laval, Kanada. Der Fokus seiner Arbeit liegt im Bereich der Parallelkinematiken mit einhergehenden Fragen des Greifens und der Kollaboration mit dem Menschen. Ein weiterer aktiver Vertreter auf dem Gebiet der Seilrobotik ist Marc Gouttefarde. Im Jahr 2004 erschien die erste Publikation von ihm zum Thema der Seilrobotik. Er ist Teil des Laboratoire d'Informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier (LIRMM). Die Forschungsaktivitäten sind breit gefächert, konzentrieren sich jedoch auf die Entwicklung von Applikationen, mit dem Ziel, diese an realen Demonstratoren umzusetzen [79]. Innerhalb des Instituts wurde der Seilroboter Control of Giant Robots (CoGiRo) entwickelt, mit dem Ziel der Umsetzung industrieller Aufgaben für sehr große Arbeitsräume und Nutzlasten [3]. Das Institut beschäftigt sich ebenfalls mit dem Design und der Analyse rekonfigurierbarer Seilroboter [51] [46] [44]. Auf diese Thematik wird im Verlauf der Arbeit noch intensiver eingegangen. Im Allgemeinen liegt der Fokus auf der Modellierung, Analyse und Auslegung von Seilrobotern mit sehr großen Arbeitsräumen [101] [52] [60].

Durch die hohe erreichbare Dynamik von Seilrobotern kommt es häufig auch zu Schwingungen im Seil und der Plattform. Die Modellierung und Regelung dieser Vibrationen ist in der Vergangenheit ebenfalls Inhalt von Untersuchungen gewesen [153] [81]. Das Regelungskonzept wird an geeigneter Stelle nochmals aufgegriffen. Außerdem sind Arbeitsraumanalysen in Form von posenabhängigen Seilkraftverteilungen [50] Teil der Forschungsaktivitäten. Es wurden ebenfalls erreichbare Posen für verschiedene Seilroboterkonfigurationen unter der Annahme, dass die Seile ausschließlich Zugkräfte ausüben können, untersucht [49] [48]. Letzterer Forschungsschwerpunkt wird auch Wrench-Closure Workspace (WCW) genannt.

In [31] wird eine Übersicht zahlreicher bis dato existierender Seilroboter gegeben. Diese Übersicht zeigt die Vielfalt vorhandener Seilroboter. Die Außenmaße der aufgeführten Seilroboter variieren dabei im Bereich von 1,2 m - 730 m, bei Nutzlasten einschließlich der Plattformmasse von 0,115 kg - 450 kg. Abhängig von dem betrachteten System werden dabei absolute Positioniergenauigkeiten von $1 \times 10^{-3} \text{ m} - 1 \times 10^{-1} \text{ m}$ erreicht. Im Zuge einer Klassifikation von Seilrobotern wird in Abschnitt 2.2 näher auf deren Eigenschaften eingegangen. Eine ausführliche Recherche über vorhandene Seilrobotersysteme wurde in [76] vorgenommen.

1.2 Einordnung der Arbeit

Ein hinreichend präziser und rekonfigurierbarer Seilroboter existiert nicht. Der Endeffektor eines Seilroboters wurde zudem bisher nicht durch ein externes Referenzmesssystem bestimmt, um den Endeffektor auf Basis dessen echtzeitfähig zu regeln. Deshalb zeigt diese Arbeit den durchgängigen Entwurf eines rekonfigurierbaren, nach oben abgespannten Seilroboters mit drei Bewegungsfreiheitsgraden. Das Ziel der Arbeit ist die präzise Positionierung des Endeffektors, welcher in den Freiheitsgraden x, y und z bewegt werden kann. Infolge der Rekonfigurierbarkeit stellen sich auf diesem Weg Fragestellungen in Bezug auf die automatisierte Kalibrierung der geometrischen Systemparameter und der darauf basierenden Regelung. Beide Teilaspekte dieser Arbeit basieren technisch sowohl auf der Verarbeitung interner, als auch externe Sensorik. Das externe Messsystem – ein Lasertracker – dient dabei zum einen der dynamischen und präzisen Verfolgung des Endeffektors, welche unabdingbar für eine qualitativ hochwertige Regelung ist. Der Lasertracker fungiert damit als Referenzmesssystem. Außerdem dient er dem Nachweis der Übertragbarkeit des Kalibrierungsansatzes auf andere parallelkinematische Systeme. Auf regelungstechnischer Seite werden zwei grundverschiedene Ansätze vorgestellt und experimentell validiert. Einem rein kinematischen Ansatz in Form lokaler Seillängenregler wird ein modellbasierter Mehrgrößenregler gegenüber gestellt.

1.3 Aufbau der Arbeit

Die Arbeit gliedert sich in sechs Kapitel. Es folgt die Modellierung des Systems. Dazu zählt die Vorstellung der Hard- und Softwarekomponenten und die Klassifikation des Seilroboters anhand vergleichender Kriterien. Außerdem wird auf die inverse und direkte Kinematik des Messsystems und des Seilroboters eingegangen, um abschließend die kinetische Modellierung des elektrischen und mechanischen Teilsystems vorzunehmen. Im dritten Kapitel wird nach einem Abriss über den aktuellen Stand der Forschung aus dem Themengebiet der Kalibrierung von Seilrobotern die Identifikation der geometrischen Systemparameter auf Seiten des Lasertrackers und des Seilroboters vorgestellt. Letztere wird weiterhin durch einen datenbasierten Ansatz erweitert. Dieser Ansatz soll im vierten Kapitel – nach einer kurzen Vorstellung des aktuellen Standes der Forschung – zunächst die Grundlage für einen kinematischen Reglerentwurf sein, welcher durch die Regelung der Motoren motiviert wird. Die zweite Hälfte dieses Kapitels widmet sich dem Entwurf eines Mehrgrößenreglers auf Basis einer exakten Linearisierung des kinetischen Modells. Dieser Regleransatz wird bis hin zu einer im Experiment stationär genauen Folgeregelung ausgebaut. Beide Regelansätze werden im Experiment vergleichbar validiert. Im fünften Kapitel wird der Mehrgrößenregler genutzt, um seine Leistungsfähigkeit in einer Applikation in Form eines zu dämpfenden, hängenden Pendels zu zeigen. Die Ergebnisse werden auch hier mit denen des kinematischen Reglers verglichen. Abschließend wird ein reflektierendes Fazit gezogen und ein Ausblick auf noch bestehende Fragestellungen gegeben.

2 Aufbau und Modellbildung

Die Idee des Seilroboters entstand aus dem Ziel, ein 3D-Positioniersystem zu entwickeln. Dieses sollte einen Endeffektor präzise und schwingungsfrei im Raum bewegen können. Neben den zahlreichen Alternativen – wie Gelenkarmroboter, Delta-Roboter, Hexapoden oder Quadrocopter – bieten Seilroboter grundsätzlich die Möglichkeit, mit verhältnismäßig einfachen Mitteln einen großen Arbeitsraum aufzuspannen. Die Herausforderung besteht nun darin, trotz dieses großen Arbeitsraumes eine hohe Präzision zu erreichen. Die Konstruktion der Einzelkomponenten erfolgte mit Unterstützung der Firma *Etschel + Eichner GmbH*. Die Fertigung leistete die Firma *Coluzzi Maschinenbau GmbH*. Gefördert wurde das Projekt durch Lehrstuhlgelder.

Der im Zuge dieser Arbeit neu entwickelte Seilroboter Modular Cable Robot (MoCaRo) ist modular aufgebaut. Die Bewegungsachsen des Roboters verlaufen parallel zu den entsprechenden Seilen. Sie starten im *Windenmodul* und schneiden sich in einem Punkt, der als Anknüpfungspunkt \mathbf{X}_{T} bezeichnet wird. Dieser beschreibt den Ortsvektor im Koordinatensystem des Seilroboters. Der Anknüpfungspunkt stellt die Verbindung zur Plattform (auch Endeffektor) des Seilroboters dar.

Der Lasertracker als Messsystem kann ebenso als modulare, parallele Kinematik aufgefasst werden. Er besteht aus bis zu vier einzelnen *Trackermodulen*, die als Gesamtsystem in der Lage sind, den Tool Center Point (TCP) eines Roboters berührungslos zu bestimmen. Hier bildet jeder dieser Einzeltracker ein Modul. Die parallelen Achsen entsprechen in diesem Fall den Laserstrahlen, welche alle in einem Reflektorzentrum \mathbf{X}_{TCP} zusammentreffen. Das Reflektorzentrum entspricht damit im Folgendem immer dem TCP und ist Teil des Endeffektors. Die Einzelkomponenten werden modulweise zusammengefasst, um ein Gesamtsystem zu bilden, wie es in Abbildung 2.1 dargestellt ist.

Im folgenden Kapitel werden zunächst die Hard- und Softwarekomponenten des Seilroboters MoCaRo vorgestellt und visualisiert. Zudem wird das Messsystem in Form eines Lasertrackers eingeführt. Anschließend werden Klassifikationskriterien für Seilroboter zusammengestellt, um anhand derer den Seilroboter MoCaRo einzuordnen. Ein besonderer Fokus wird dabei auf die Rekonfigurierbarkeit gelegt. Daraufhin wird die inverse und direkte Kinematik beider Systeme – des Lasertrackers und des Seilroboters – dargestellt. Abschließend wird eine kinetische Modellierung des elektrischen und mechanischen Teilsystems vorgestellt.



Abbildung 2.1: Darstellung des Gesamtsystems;

Windenmodul (1), Retroreflektor (TCP) (2), Umlenkrolle (3), Aluminium-Profilrahmen (4), Trackermodule (5), Optischer Tisch (6)

2.1 Komponenten

2.1.1 Seilroboter

Die Bewegungsachsen des Seilroboters werden durch Motoren angetrieben. Dabei handelt es sich um die Niederspannungs-Servomotoren AM8131-0F21-0000 der Firma Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. Diese besitzen ein Nenndrehmoment von 1,35 Nm und ein Spitzendrehmoment von 6,07 Nm. Die elektrische Ansteuerung und Signalauswertung erfolgt mit Hilfe der Servomotorenklemme EL7211-0010. Diese stellt zudem ein absolutes Positionssignal bereit. Die Rotordrehung wird mit insgesamt 32 Bits aufgelöst. Dabei entsprechen 20 Bits Singleturn Bits, welche eine einzelne Rotordrehung auflösen und 12 Bits Multiturn Bits, welche die Anzahl ganzer Umdrehungen zählen. Zusätzlich wurde die Brems-Chopper-Klemme EL9576 verwendet. Diese wandelt aus Überspannungen resultierende Energie über einen internen Bremswiderstand in thermische Energie um. Ein weiterer, externer Bremswiderstand ist nicht notwendig. Durch diese Konfiguration ist eine sehr dynamische und präzise Bewegung der Motoren gewährleistet [9] [11] [10]. Die Motoren können über die von der Firma Beckhoff bereitgestellte Software TwinCAT 3 [8] konfiguriert werden. Dazu gehört insbesondere die Möglichkeit, die Führungsgröße des Motorreglers zu verändern. Es stehen drei Alternativen zur Verfügung, den Motor anzusteuern: durch eine Drehmoment-, Winkelgeschwindigkeitsoder Winkelvorgabe. Die internen Regler sind kaskadiert aufgebaut und werden je nach Bedarf zugeschaltet.



Abbildung 2.2: Explosionszeichnung des Motors einschließlich der Seiltrommel;
 Motor (1), Nabe (2), Passstifte (3), Seiltrommel (4), Kunststoff-Gleitlager (5),
 Mutter (6), Kugelgewindetrieb (7)

Abbildung 2.2 zeigt den Motor als Explosionszeichnung im Detail. Der Motor (1) ist mechanisch über eine Nabe (2) und zusätzliche Passstifte (3) mit der Seiltrommel (4) verbunden. Die Passstifte werden über Kunststoff-Gleitlager (5) geführt. Die Trommel ist zudem über eine Mutter (6) mit einem Kugelgewindetrieb (7) verbunden. Dieser besitzt die gleiche Steigung wie die Wendelnut der Trommel. Auf diese Weise ist gewährleistet, dass das Seil immer unter dem gleichen Winkel aus der Trommel austritt und somit an dieser Stelle keine zusätzlichen geometrischen Parameter beachtet werden müssen. Mit einem Durchmesser von 10 cm, einer Steigung der Wendelnut von 1 mm und einer Länge der Trommel von 4 cm können ungefähr 12 m Seil aufgerollt werden. Diese Länge beschränkt maßgeblich die maximale Größe des Arbeitsraumes des Seilroboters.

Das Windenmodul, welches den Motor und die Seiltrommel konstruktiv miteinander verbindet, beinhaltet zusätzlich noch eine Wägezelle und Auswerteelektronik zur Seilkraftmessung. Dabei wird das Seil, tangential aus der Trommel austretend, über zwei Rollen umgelenkt, wobei eine dieser Rollen mit dem Federkörper verbunden ist. Ist das Seil unter Spannung, misst die Wägezelle immer die doppelte im Seil vorliegende Kraft. Abbildung 2.3 zeigt das Windenmodul im Detail.

Tritt das Seil aus der Winde aus, so wird es über eine Umlenkrolle in den Arbeitsraum geführt. Diese Umlenkrolle ist schwenkbar. Die Schwenkachse verläuft entlang des Seiles, so dass diese durch den Ablösepunkt des Seiles von der letzten Rolle der Winde und dem Auftreffpunkt des Seiles auf der Umlenkrolle festgelegt ist. Abbildung 2.4 zeigt die Umlenkrolle im Detail als CAD-Zeichnung. Das Seil besteht aus einer synthetischen Chemiefaser und besitzt eine sehr geringe Elastizität im Vergleich zu häufig verwendeten Metallseilen. Es hat einen Durchmesser von 0,39 mm und ist 8-fach geflochten bei einer Tragkraft von 67 kg [5].

All die oben beschriebenen Komponenten – der Motor mit der Trommel und der Wägezelle,



Abbildung 2.3: Windenmodul bestehend aus Motor, Seiltrommel und Wägezelle als CAD-Zeichnung



Abbildung 2.4: CAD-Zeichnung der Umlenkrolle

welche gemeinsam die Winde bilden, die Umlenkrolle und das Seil – bilden gemeinsam ein Modul des Seilroboters und können flexibel angeordnet werden, um einen anforderungsspezifischen Arbeitsraum innerhalb eines Aluminium-Profilrahmens aufzuspannen. Dieser Rahmen besitzt Außenmaße von $2,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}$. Im Folgenden wird von einem Seilroboter bestehend aus drei Windenmodulen ausgegangen. In Abschnitt 2.2 wird auf die Folgen, die sich daraus ergeben, eingegangen.

Die Echtzeit-Datenverarbeitung auf Seiten des Seilroboters erfolgt über ein SCALEXIO-System der Firma dSPACE [36]. Innerhalb dieses Systems kommuniziert ein EtherCAT-Master der Firma Hilscher [59] mit den verwendeten Buskomponenten [53]. Dem Paradigma des EtherCAT-Protokolls folgend, wurden sämtliche Datenflüsse auf dem Bus bereitgestellt. Es gibt eine Schnittstelle außerhalb des Busprotokolls, welche über eine SCALEXIO LabBox bereitgestellt wird [37]. Diese wird im Zuge dieser Arbeit nicht verwendet. Die Softwareentwicklung erfolgt mit Hilfe von MATLAB und Simulink [139]. Für die Programmierung der Hardware stellt die Firma dSPACE eine Toolchain bestehend aus ConfigurationDesk [34] und ControlDesk [35] bereit. Auf diese Weise ist es möglich, C-Code einzubinden, diesen für die dSPACE-Hardware zu kompilieren und echtzeitfähig ausführen zu lassen sowie Signalverläufe anzeigen und aufnehmen zu lassen. Durch den EtherCAT-Master sind Abtastraten von bis zu 4 kHz möglich.

2.1.2 Lasertracker

Abbildung 2.5 zeigt ein frei positionierbares Trackermodul in der Draufsicht. Dieses dient der Verfolgung eines Retroreflektors durch einen Laserstrahl sowie der Messung der Längenänderung dieses Laserstrahls. Diese wird im Folgenden Laserlängenänderung genannt. Aus



Abbildung 2.5: Draufsicht auf die Ablenk- und Nachführeinheit eines Lasertrackers;
Einkopplung des Laserstrahls (1), Strahlteiler (2), Spiegel (3), 4-Quadrantendiode (4), Galvanometerscanner (5), Detektor (6), Retroreflektor (7)

einer externen, frequenzstabilisierten Laserquelle kommend, wird der Laserstrahl dabei in die Ablenk- und Nachführeinheit eingekoppelt (1). Danach wird er über Strahlteiler (2) in Richtung der Spiegel (3) und einer 4-Quadrantendiode (4) abgelenkt, um eine Nachführung zu gewährleisten. Die Ablenkung des Laserstrahls erfolgt über zwei Galvanometerscanner (5), welche je einen Spiegel präzise bewegen. Diese Antriebe liefern zusätzlich einen dem Winkel proportionalen Strom, welcher anschließend in eine Spannung umgewandelt wird und von einem Echtzeitsystem ausgewertet werden kann.

Zusätzlich ist ein Interferometer Teil des Lasertrackers, dessen Detektor zur Wahrnehmung von Wellenmaxima in der Abbildung zu sehen ist (6). Die Auswertung der Laserlängenänderung erfolgt in einem externen Echtzeitsystem. Durch diesen Aufbau ist es möglich, einen TCP in Form eines Retroreflektors (7) im Raum zu verfolgen und parallel die resultierenden Winkeländerungen der Spiegel sowie relative Laserlängenänderungen zu messen. Die Echtzeitverarbeitung auf Seiten des Lasertrackers basiert ebenfalls auf einem System der Firma dSPACE. Eine Prozessorkarte sowie diverse Schnittstellen-Karten dienen der Signalverarbeitung und Regelung des Lasertrackers. Dabei werden die Winkelsignale der einzelnen Spiegel innerhalb eines optischen Öffnungswinkels von $\pm 30^{\circ}$ mit 16 Bits aufgelöst. Das Interferometersignal wird auf einer Strahllänge von 0,3314 m mit 32 Bits aufgelöst [126]. Für größere Distanzen, die in der Anwendung in der Regel auftreten, müssen die entstehenden Überläufe detektiert werden. Die Signale der Winkel und des Interferometers werden dem Seilroboter



Abbildung 2.6: Signalfluss zwischen den Teilsystemen Seilroboter und Lasertracker

über einen Teilbus zur Verfügung gestellt. Eine ausführliche Beschreibung der einzelnen Komponenten des Lasertrackers ist [102] zu entnehmen. Im Folgenden besteht das System Lasertracker aus vier Einzelmodulen, welche den TCP des Seilroboters verfolgen und dabei fortwährend je eine Laserlängenänderung messen.

Das zusammengefasste Gesamtsystem aus Abbildung 2.1 besteht aus vier Lasertracker-Modulen, die auf einem optischen Tisch montiert sind und drei Seilroboter-Modulen, die an einem Aluminium-Profilrahmen befestigt sind. Die Systeme Seilroboter und Lasertracker werden über den Endeffektor gekoppelt. Dieser besteht aus dem Anknüpfungspunkt, welcher mechanisch mit den Modulen des Seilroboters verbunden ist und dem Retroreflektor, welcher optisch mit den Modulen des Lasertrackers verbunden ist. Abbildung 2.6 zeigt den Signalfluss zwischen Lasertracker und Seilroboter. Dabei ist der Lasertracker in seiner Funktion als Messsystem unabhängig vom Seilroboter. Die gemessenen Daten, wie die Interferometersignale, werden der Echtzeitverarbeitung des Seilroboters ausschließlich zur Verfügung gestellt. Es wurden zu diesem Zweck zwei Teilbusse zu einem logischen Gesamtbus zusammengefasst. Die Teilbusse beschränken ihre Aufgaben jeweils auf den Seilroboter oder den Lasertracker. Die Verarbeitung aller echtzeitrelevanten Aufgaben erfolgt auf Seiten des Seilroboters mit einer Abtastzeit f_s von 2 kHz.

2.2 Klassifikation

In Abschnitt 2.1 wurden die Komponenten des Seilroboters und Lasertrackers vorgestellt. Seilroboter gibt es in verschiedenen Ausprägungen. Aus diesem Grund sollen im folgenden Abschnitt Klassifikatoren für diese Roboterklasse eingeführt werden und der Seilroboter MoCaRo anhand derer eingeordnet werden. In [115] werden dazu fünf Kategorien der Klassifikation von Seilrobotern eingeführt.

Klassifikation anhand der Kinematik

Ein Seilroboter mit m Seilen und n regelbaren Freiheitsgraden der Plattform kann in unterschiedliche Klassen unterteilt werden [115]. Die Position der Seilaustrittspunkte sei als bekannt vorausgesetzt.

- So nennt man einen Seilroboter, für den $m < n \le 6$ gilt, unterbestimmt. Der Roboter kann damit nicht beliebige Kräfte an die Plattform übertragen. Ebenso gilt für extern aufgeprägte Kräfte und Momente, wie auch die Gravitationskraft, dass diese zu mehrdeutigen Posen in den Ruhelagen führen können. In der Literatur werden diese Roboter auch Incompletely Restrained Positioning Mechanism (IRPM) genannt.
- Für den Fall m = n ist der Roboter vollständig bestimmt. Das Kräftegleichgewicht hängt hierbei immer noch von externen Kräften ab. Auf Grund dieser Tatsache werden auch diese Roboter meist IRPM genannt.
- Seilroboter, für die m = n + 1 gilt, sind vollständig bestimmt. Kräfte, die der Plattform aufgeprägt werden können, sind nur noch durch die minimalen und maximalen erzeugbaren Seilkräfte beschränkt. Man nennt diese *Completely Restrained Positioning Mechanism (CRPM)*.
- Schließlich sind Seilroboter überbestimmt für den Fall m > n + 1. In diesem Fall können und müssen Kräfte zwischen den Seilen aufgeteilt werden, um eine gültige Seilkraftverteilung zu erreichen. Damit wird ein Durchhängen der Seile vermieden. Seilroboter dieser Art werden *Redundantly Restrained Positioning Mechanism (RRPM)* genannt.

In [41] wird die Klassifikation einzig anhand der Kinematik ohne Betrachtung externer Kräfte durchgeführt. Danach können Seilroboter grundsätzlich in drei Klassen unterteilt werden. Die Position der Seilaustrittspunkte sei wiederum als bekannt vorausgesetzt.

- Für den Fall m < n gilt der Roboter als kinematisch unterbestimmt (Incompletely Kinematic Restrained Manipulators (IKRM)). Die Pose der Plattform ist damit durch die Seillängen nicht vollständig bestimmt.
- Falls die Anzahl der Seile m der Anzahl der Freiheitsgrade der Plattform n entspricht (m = n), so gilt der Seilroboter als kinematisch vollständig bestimmt (Completely Kinematic Restrained Manipulator (CKRM)).
- Falls $m \ge n+1$ gilt, das bedeutet, dass die Anzahl der Freiheitsgrade der Plattform größer als die Anzahl der Seile ist, so spricht man von kinematisch überbestimmten Seilrobotern (*Redundantly Actuated Manipulators (RAMP*)).

Freiheitsgrade	n	Art der Bewegung
1T	1	Lineare Bewegung einer Punktmasse
$2\mathrm{T}$	2	Planare Bewegung einer Punktmasse
1R2T	3	Planare Bewegung eines Starrkörpers
3T	3	Räumliche Bewegung einer Punktmasse
2R3T	5	Räumliche Bewegung eines Stabes
3R3T	6	Räumliche Bewegung eines Starrkörpers

Tabelle 2.1: Mögliche Bewegungsfreiheitsgrade eines Seilroboters, nach [142]

Klassifikation anhand der Bewegungsfreiheitsgrade

In [142] wird eine Klassifikation anhand von Bewegungsfreiheitsgraden durchgeführt. Die Notation der Freiheitsgrade folgt dabei dem Muster $n_{\rm R}Rn_{\rm T}T$, wobei R Rotations- und T Translationsfreiheitsgrade bezeichnen. Die Variablen $n_{\rm R}$ und $n_{\rm T}$ beschreiben die Anzahl der jeweiligen Freiheitsgrade der Plattform [115]. Tabelle 2.1 gibt eine Übersicht über die möglichen Freiheitsgrade von Seilrobotern. Abbildung 2.7 zeigt diese für konkrete parallelkinematische Strukturen.

Klassifikation anhand des Aktorsystems

Die meisten Seilroboter werden über Motoren, die ein Seil auf eine Trommel aufwickeln, gesteuert. Ein anderer Ansatz ist die Veränderung der Seillänge über Linearmotoren in Kombination mit Flaschenzügen, um größere Auslenkungen zu erreichen. Außerdem gibt es Anwendungen, in Anlehnung an Delta-Roboter, die über Hebel die Seillängen verändern, um so die Plattformposition zu manipulieren. Es gibt weitere spezielle Anwendungen. Dazu zählt beispielsweise die Veränderung der Seillänge über ein Tordieren des Seiles [123]. Auf diese Weise sind sehr präzise Seillängenänderungen denkbar. Schließlich gibt es Ansätze, bei denen die Seilaustrittspunkte durch separate Antriebe verändert werden [150][100]. Ebenso gibt es Seilroboter, die grundsätzlich einen rekonfigurierbaren Ansatz verfolgen [64] [45]. Die Rekonfigurierbarkeit soll im weiteren Verlauf ein separates Klassifikationsmerkmal bilden.

Klassifikation anhand der Funktion

Die funktionale Klassifikation kann unter folgenden Gesichtspunkten erfolgen:

- Erzeugung einer Bewegung der Plattform
- Messung einer Bewegung der Plattform
- Erzeugung einer Kraft oder eines Momentes auf die Plattform
- Messung einer Kraft oder eines Momentes auf die Plattform

Seilroboter können eine oder mehrere dieser Funktionen erfüllen, um ein gegebenes Ziel zu erreichen.



2R3T-Roboter



Abbildung 2.7: Klassifikation von Seilrobotern anhand ihrer Bewegungsfreiheitsgrade nach $\left[142\right]$

Klassifikation anhand Größe, Nutzlast, Dynamik

Abschließend führt [115] einige limitierende Klassifikatoren auf. Diese beziehen sich auf die Größe des Seilroboters, dessen Nutzlast und mögliche Beschleunigungen und Geschwindigkeiten der Plattform. Diese Faktoren hängen eng zusammen, beispielsweise bei der Auslegung des in [95] vorgestellten Simulators oder auch bei der Auslegung von Seilrobotern mit großen Arbeitsräumen [38].

Klassifikation anhand der Rekonfigurierbarkeit

Seilroboter können zusätzlich anhand ihrer rekonfigurierbaren Komponenten klassifiziert werden. Zu diesen zählen die Seilaustrittspunkte, die Anknüpfungspunkte der Seile an der Plattform und die Anzahl der Seile selbst. Im Falle der Seilaustritts- und Anknüpfungspunkte kann noch zwischen einer diskreten und einer kontinuierlichen Rekonfigurationsmöglichkeit unterschieden werden. Die Variation der Anzahl der Seile kann naturgemäß nur diskret erfolgen [44]. Gründe für eine Rekonfiguration können variierende Arbeitsräume, Nutzlasten oder dynamische Vorgaben sein. Das in [45] vorgestellte System zum Sandstrahlen und Lackieren großer Strukturen, beispielsweise bestehend aus Rohren, repräsentiert einen Seilroboter mit diskret rekonfigurierbaren Seilaustrittspunkten. Systeme wie die SkyCam [127] stellen als Vertreter von Seilrobotern mit kontinuierlich rekonfigurierbaren Seilaustrittspunkten sogar einen Spezialfall dar: Die Seile können ganz und gar frei im Raum angeordnet werden und sind nicht an beispielsweise Schienensysteme, wie der an einen Brückenkran angelehnte Seilroboter Cable Levitation (CABLEV) [149], gebunden. In [100] wird ein Seilroboter für große Arbeitsräume vorgestellt. Das Ziel ist der Transport schwerer Lasten innerhalb dieses Arbeitsraumes. Dazu kann das System um Seile erweitert werden. Ein Aspekt dieser Arbeit ist zudem die Onlinebzw. Offline-Rekonfiguration des Systems. Eine ausführliche Einordnung rekonfigurierbarer Seilroboter wurde in [104] ausgearbeitet.

Klassifikation des Seilroboters MoCaRo

Die Anzahl der Seile m des Seilroboters MoCaRo entspricht der Anzahl der ansteuerbaren Freiheitsgrade der Plattform n. Damit kann der Seilroboter nach [115] der Klasse der IRPM zugeordnet werden. Nach [41] wird er damit der Klasse der CKRM zugeordnet. Auf Grund der Doppeldeutigkeit der Klassifikation der Fälle $m < n \le 6$ und m = n nach [115], soll der Klassifikation von [41] gefolgt werden. Der Roboter MoCaRo ist ein Vertreter kinematisch vollständig bestimmter Seilroboter.

Die Plattformposition wird von drei Seilen manipuliert. Diese sind an einem Anknüpfungspunkt \mathbf{X}_{T} zusammengeführt. Damit besitzt er drei translatorische Freiheitsgrade. Es handelt sich demnach um einen 3T-Seilroboter. Durch Fertigungstoleranzen ist dieser Anknüpfungspunkt nicht ideal realisierbar. Die Modellbildung des Roboters erfolgt dennoch auf Basis dieser Annahme. Zudem ist der Seilroboter ausschließlich nach oben abgespannt.



Abbildung 2.8: Mechanische Verbindung der Seile mit der Plattform am Anknüpfungspunkt

Die Seile sind auf Trommeln aufgewickelt. Die Rotation der Seiltrommel erfolgt über eine Nabe durch einen Motor. Das Ziel des Aufbaus ist hauptsächlich eine präzise Bewegung eines TCP. Der Fokus liegt also auf der Erzeugung einer Bewegung der Plattform. Prinzipiell ist die Funktion der Messung einer Kraft durch Dehnungsmessstreifen (DMS) mechanisch vorgesehen, wird in dieser Arbeit allerdings nicht behandelt.

Die Außenmaße des Roboters sind aktuell beschränkt durch einen Aluminium-Profilrahmen mit den Maßen $2,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m} \times 2,5 \text{ m}$. Durch die theoretisch mögliche Seillänge eines einzelnen Moduls von 12 m ist jedoch auch ein wesentlich größerer Arbeitsraum realisierbar. Beschränkt durch die Nennmomente der Motoren sowie den nutzbaren Arbeitsraum, kann die Plattform in der Praxis ein maximales Gewicht von ungefähr 2 kg besitzen. Für ein höheres Gewicht ist der Seilroboter dynamisch deutlich eingeschränkt. Die Masse des Endeffektors, welcher im Zuge dieser Arbeit verwendet wird, beträgt 0,161 kg. Die möglichen Beschleunigungen sind richtungsabhängig. Durch den kinematischen Aufbau der nach oben abgespannten Seile kann in Richtung der Gewichtskraft auch nur eine äquivalente Beschleunigung ausgeübt werden. In entgegengesetzte Richtung sind praktikable Beschleunigungen von bis zu $4,5 \text{ m/s}^2$ möglich. Für ausgewählte Bahnbeschleunigungen und -geschwindigkeiten werden im Zuge der Abschnitte 4.2.4, 4.3.7 und 5.6 Ergebnisse präsentiert.

Durch seine modulare Struktur besitzt der Seilroboter MoCaRo die Möglichkeit der Rekonfiguration. In diesem Sinne können einzelne Module innerhalb des Aluminium-Profilrahmens verschoben werden, was bedeutet, dass die Seilaustrittspunkte kontinuierlich bewegt werden können. Die Anzahl der Windenmodule kann ebenfalls variiert werden. Die Anknüpfungspunkte an der Plattform sind, wie in Abbildung 2.8 zu sehen, an diskrete Positionen in Form von Gewindebohrungen gebunden.

2.3 Inverse Kinematik

Die inverse Kinematik dient in der Robotik der Bestimmung von Gelenkkoordinaten der kinematischen Kette anhand der Pose der Plattform. Für parallelkinematische Roboter ist die Bestimmung der inversen Kinematik auf Basis der geometrischen Zusammenhänge unmittelbar möglich. Die inverse Kinematik bestimmt im Falle von Seilrobotern als Vertreter paralleler Kinematiken die Seillängen auf Basis eines Anknüpfungspunktes an der Plattform und eines Austrittspunktes an einem festen Bezugspunkt. Sie ist eine im Allgemeinen nichtlineare Funktion [124][115]. Die inverse Kinematik kann allgemein formuliert werden als

$$\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{\varphi}_{\text{inv}}(\mathbf{y}) \,, \tag{2.1}$$

wobei φ_{inv} eine vektorwertige, nichtlineare Funktion und y die Pose der Plattform ist. ρ entspricht den resultierenden Längen.

2.3.1 Seilroboter

Im Falle des Seilroboters MoCaRo wird von einem punktförmigen Anknüpfungspunkt \mathbf{X}_{T} der Seile an der Plattform ausgegangen. Dadurch entfällt die Betrachtung der Orientierung der Plattform. Die Seile werden jedoch über eine Umlenkrolle in den Arbeitsraum geführt, was maßgeblichen Einfluss auf die inverse Kinematik des Seilroboters hat. Abbildung 2.9 veranschaulicht die Seilführung über die Umlenkrolle für eine Endeffektorposition. So liegt immer ein Teil des Seiles $ho_{\rm a}$ auf der Rolle auf, wohingegen ein anderer Teil $ho_{\rm f}$ freihängend im Raum gespannt ist. Die Summe beider Seillängen ergibt die Gesamtseillänge $\rho_{\rm S}$. Durch die Bewegung der Plattform verändert sich das Verhältnis der Längen $ho_{\rm a}$ und $ho_{\rm f}$ und auch der Ablösepunkt \mathbf{X}_{D} des Seiles bewegt sich auf der Rolle. Das Seil löst sich dabei immer tangential von der Umlenkrolle. Diese zweidimensionale Betrachtung ist ausreichend, da die Seillängenberechnung modulweise erfolgt und die Rolle im Falle des punktförmigen Anknüpfungspunktes immer in diese Ausgangslage rotiert werden kann. Der Punkt \mathbf{X}_{S} entspricht dem Zentrum der Umlenkrolle. Dieser Punkt verändert sich durch Schwenken der Rolle im Raum. Der rückseitige Auftreffpunkt X_J des Seiles auf der Umlenkrolle ist hingegen immer konstant. Die Schwenkachse der Rolle ist in der Abbildung links durch eine Strichpunktlinie gekennzeichnet. Der Abstand zwischen X_S und X_J entspricht immer dem Rollenradius r. Der Winkel γ wird als Ablösewinkel bezeichnet. Alle weiteren Strecken und Winkel, die in der Abbildung zu sehen sind, sind Hilfsgrößen und dienen der besseren Übersichtlichkeit der folgenden Darstellung. Die durch Kommata getrennten Indizes entsprechen der jeweiligen Komponente der betrachteten Größe. Die Seillänge ρ_S für ein Modul des Seilroboters ergibt sich aus

$$\rho_{\rm S} = \rho_{\rm f} + \rho_{\rm a} \,. \tag{2.2}$$

Die freihängende Seillänge ρ_f ergibt sich aus

$$\rho_{\rm f} = \sqrt{d_{xz}^2 - r^2} \tag{2.3}$$



Abbildung 2.9: Seilführung anhand einer zweidimensionalen Darstellung der Umlenkrolle und des Seiles in der Seitenansicht (oben) und Draufsicht (unten)

 mit

$$d_{xz} = \sqrt{d_x^2 + d_z^2}, \qquad (2.4)$$

$$d_x = d_{xy} - r = \sqrt{\left(X_{\mathrm{T},x} - X_{\mathrm{J},x}\right)^2 + \left(X_{\mathrm{T},y} - X_{\mathrm{J},y}\right)^2} - r \tag{2.5}$$

und

$$d_z = X_{J,z} - X_{T,z} \,. \tag{2.6}$$

Die Strecke d_{xy} ist durch die Punkte $\mathbf{X}_{\mathbf{J}}$ und $\mathbf{X}_{\mathbf{T}}$ in der *x-y*-Ebene definiert. Die aufliegende Seillänge $\rho_{\mathbf{a}}$ kann mit Hilfe des Ablösewinkels berechnet werden.

$$\rho_{\rm a} = r \cdot \gamma \tag{2.7}$$

Dabei berechnet sich der Ablösewinkel γ durch

$$\gamma = \pi - (\xi - \kappa) \tag{2.8}$$

mit

$$\xi = \sin^{-1} \left(\frac{\rho_{\rm f}}{d_{xz}} \right) \tag{2.9}$$

und

$$\kappa = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \left(\frac{d_x}{d_{xz}} \right) \,. \tag{2.10}$$

2.3.2 Lasertracker

Die inverse Kinematik $\rho_{\rm L}$ des Lasertrackers ergibt sich aus dem euklidischen Abstand vom Laseraustrittspunkt $\mathbf{X}_{\rm L}$ zum Reflektorzentrum $\mathbf{X}_{\rm TCP}$ durch

$$\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{L}} = \|\mathbf{X}_{\mathrm{TCP}} - \mathbf{X}_{\mathrm{L}}\|_2 \,. \tag{2.11}$$

Der Laseraustrittspunkt ist dabei durch den Punkt des Laserstrahls auf dem Spiegel vor Verlassen des Lasertracker-Moduls definiert. Dieser Punkt wandert auf der Spiegeloberfläche. Durch die nicht optimal kalibrierte Ausrichtung der Spiegelflächen zueinander sowie der nicht modellierten Verkippung der Laserquelle und optischer Bauelemente wie Strahlteiler wird die Bewegung des Laserpunktes auf den Spiegeln zusätzlich beeinflusst. Der daraus resultierende Fehler soll an dieser Stelle vernachlässigt werden.

2.4 Direkte Kinematik

Die direkte Kinematik beschreibt in der Robotik die Bestimmung der Pose einer Plattform anhand bekannter Gelenkkoordinaten. Speziell für Seilroboter bedeutet das die Bestimmung der Plattformpose auf Basis bekannter Seillängen und fester Bezugspunkte bzw. Seilaustrittspunkte [124]. Allgemein kann sie ausgedrückt werden als

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\varphi}_{\text{dir}}(\boldsymbol{\rho}) = \boldsymbol{\varphi}_{\text{inv}}^{-1}(\boldsymbol{\rho}) \tag{2.12}$$

und ist damit die Umkehrfunktion der inversen Kinematik, wie sie in Abschnitt 2.3 beschrieben wurde. Bei Parallelkinematiken ist die analytische Darstellung dieser Funktion entsprechend Gleichung 2.12 häufig nicht möglich. Zusätzlich kann für die direkte Kinematik sowohl keine Lösung als auch eine oder mehrere bis hin zu unendlich vielen Lösungen möglich sein [115]. Die Lösung der Funktion wird im Folgenden nicht analytisch bestimmt, sondern durch eine Schätzung ermittelt. Dafür wird ein *Extended Kalman Filter (EKF)* genutzt [68][69][125]. Eine alternative Möglichkeit der Berechnung der direkten Kinematik besteht in der Interpretation der Bestimmung der Pose anhand der inversen Kinematik als nichtlineares Optimierungsproblem, welches über verschiedene Ansätze (beispielsweise durch Gradientenverfahren) gelöst werden kann. Das EKF setzt ein diskretes Systemmodell der Form

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)) + \mathbf{w}(k)$$
(2.13)

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{g}\left(\mathbf{x}(k)\right) + \mathbf{v}(k) \tag{2.14}$$

voraus. Dabei ist $\mathbf{x}(k)$ der diskrete Zustand, $\mathbf{u}(k)$ der Vektor der Eingänge und $\mathbf{y}(k)$ der vektorwertige Ausgang des Systems zum Zeitschritt k. Das System wird in dieser Modellvorstellung von einem Prozessrauschen $\mathbf{w}(k)$ sowie einem Messrauschen $\mathbf{v}(k)$ gestört. Die Rauschprozesse unterliegen einigen Voraussetzungen, die im Folgenden als gegeben angenommen werden sollen. Die Störprozesse werden dabei als normalverteilt, mittelwertfrei, ergodisch und weiß vorausgesetzt. Zudem wird angenommen, dass sie unkorreliert zueinander und bezüglich des Anfangszustandes sind [125].

Die nichtlineare, vektorwertige Funktion $\mathbf{f}(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k))$ stellt die Differenzengleichungen und $\mathbf{g}(\mathbf{x}(k))$ die Ausgangsfunktionen des Systems dar. Im linearen Fall ergeben sich die Matrizen der diskreten Zustandsraumdarstellung

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{B}(k)\mathbf{u}(k) + \mathbf{w}(k)$$
(2.15)

$$\mathbf{y}(k) = \mathbf{C}(k)\mathbf{x}(k) + \mathbf{v}(k) \tag{2.16}$$

durch partielle Ableitung nach den Zuständen bzw. Eingängen allgemein zu

$$\mathbf{A}(k) = \frac{\partial \mathbf{f} \left(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k) \right)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, \mathbf{u} = \mathbf{u}_0}$$
(2.17)

$$\mathbf{B}(k) = \frac{\partial \mathbf{f} \left(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k) \right)}{\partial \mathbf{u}} \bigg|_{\mathbf{x} = \mathbf{x}_0, \mathbf{u} = \mathbf{u}_0}$$
(2.18)

$$\mathbf{C}(k) = \frac{\partial \mathbf{g}(\mathbf{x}(k))}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_0,\mathbf{u}=\mathbf{u}_0}.$$
(2.19)

Der Wert $\mathbf{x}_0(k)$ bzw. $\mathbf{u}_0(k)$ entspricht dabei allgemein einem gewählten Arbeitspunkt des Zustandes bzw. des Einganges.

Das EKF ermittelt nun eine Zustandsschätzung auf Basis eines Prädiktions- und eines Korrekturschrittes. Während des Prädiktionsschrittes wird zum einen die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{P}^{-}(k)$ auf Basis der linearisierten, zeitdiskreten Systemmatrix $\mathbf{A}(k-1)$ und der Kovarianz des Prozessrauschens $\mathbf{Q}(k-1)$ ermittelt. Die Systemmatrix ergibt sich dabei durch partielle Ableitung der Zustandsdifferenzengleichungen nach dem geschätzten Zustand des vorigen Schrittes zu

$$\mathbf{A}(k-1) = \frac{\partial \mathbf{f} \left(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1) \right)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^+(k-1)}.$$
 (2.20)

Zum anderen werden die Systemgleichungen für den aktuellen Zeitschritt k nach Gleichung 2.13 ermittelt. Die hochgestellten Indizes "+" und "-" beziehen sich in dieser Darstellung
auf die Schätzung der aktuellen bzw. der vergangenen Größe.

$$\mathbf{P}^{-}(k) = \mathbf{A}(k-1)\mathbf{P}^{+}(k-1)\mathbf{A}^{T}(k-1) + \mathbf{Q}(k-1)$$
(2.21)

$$\hat{\mathbf{x}}^{-}(k) = \mathbf{f}\left(\hat{\mathbf{x}}^{+}(k-1), \mathbf{u}(k-1)\right)$$
(2.22)

Innerhalb des Korrekturschrittes wird die Kalman-Verstärkung $\mathbf{K}(k)$ ermittelt, welche im folgenden Schritt den Vergleich zwischen Modellausgang $\mathbf{g}(\mathbf{x}(k))$ und gemessenem Ausgang $\mathbf{y}(k)$ gewichtet. Der Modellausgang entspricht der Lösung der inversen Kinematik (systemabhängig Gleichung 2.2 oder 2.11). Abschließend wird die Kovarianzmatrix des Schätzfehlers auf Basis der linearisierten, zeitdiskreten Ausgangsmatrix $\mathbf{C}(k)$ und der Kovarianz des Messrauschens $\mathbf{R}(k)$ korrigiert.

$$\mathbf{K}(k) = \mathbf{P}^{-}(k)\mathbf{C}^{T}(k)\left[\mathbf{R}(k) + \mathbf{C}(k)\mathbf{P}^{-}(k)\mathbf{C}^{T}(k)\right]^{-1}$$
(2.23)

$$\hat{\mathbf{x}}^{+}(k) = \hat{\mathbf{x}}^{-}(k) + \mathbf{K}(k) \left[\mathbf{y}(k) - \mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) \right]$$
(2.24)

$$\mathbf{P}^{+}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{C}(k))\mathbf{P}^{-}(k)(\mathbf{I} - \mathbf{K}(k)\mathbf{C}(k))^{T} + \mathbf{K}(k)\mathbf{R}(k)\mathbf{K}^{T}(k)$$
(2.25)

Die Ausgangsmatrix ergibt sich konkret durch die partielle Ableitung der Ausgangsgleichungen nach dem prädizierten Zustand des aktuellen Schrittes zu

$$\mathbf{C}(k) = \frac{\partial \mathbf{g}\left(\mathbf{x}(k), \mathbf{u}(k)\right)}{\partial \mathbf{x}} \bigg|_{\mathbf{x} = \hat{\mathbf{x}}^{-}(k)}.$$
(2.26)

Das konkrete Ziel ist nun, fortlaufend eine Position auf Basis von Längenänderungen zu ermitteln. Damit ergibt sich der zu schätzende Zustandsvektor allgemein zu

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} x & y & z & v_x & v_y & v_z \end{bmatrix}^T, \qquad (2.27)$$

wobei x, y und z den Komponenten der kartesischen Position und v_x, v_y und v_z den Komponenten der Geschwindigkeit des zu schätzenden Punktes entsprechen. Im Falle des Seilroboters ergibt sich der Zustandsvektor zu

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} X_{\mathrm{T},x} & X_{\mathrm{T},y} & X_{\mathrm{T},z} & X_{\mathrm{T},v_x} & X_{\mathrm{T},v_y} & X_{\mathrm{T},v_z} \end{bmatrix}^T, \qquad (2.28)$$

wobei X_{T,v_x} , X_{T,v_y} und X_{T,v_z} den kartesischen Komponenten der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes entsprechen. Nach Gleichung 2.22 wird ein Bewegungsmodell benötigt. Da keine weiteren Informationen zur Verfügung stehen, wird von einem linearen, zeitdiskreten, holonomen Bewegungsmodell auf Basis näherungsweise konstanter Geschwindigkeiten bei einer konstanten Abtastzeit T ausgegangen [39]. Diese Annahme sowie die Linearisierung aus Gleichung 2.17 führt zu folgender Systemmatrix:

$$\mathbf{A}(k) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & T & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & T & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & T \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} .$$
(2.29)

Zur Prädiktion des Zustandes im ersten Schritt wird weiterhin ein Anfangswert $\mathbf{x}(0)$ benötigt. Dieser muss vorgegeben werden und sollte in der Nähe der wahren Lösung liegen – das bedeutet möglichst innerhalb des Arbeitsraumes des Seilroboters.

Das verwendete Modell besitzt weiterhin keine Eingänge. Die zu initialisierende Kovarianzmatrix des Schätzfehlers $\mathbf{P}(0)$ wird zu Beginn mit sehr großen Werten im Bereich $1 \times 10^3 \text{ m}^2$ bzw. $1 \times 10^3 \text{ m}^2/\text{s}^2$ besetzt. Sie ist ein Gütemaß der Zustandsschätzung. Kleine Einträge in der Matrix deuten auf eine Konvergenz des Filters hin. Weiterhin muss die Kovarianzmatrix des Prozessrauschens $\mathbf{Q}(k)$ vorgegeben werden. Sie wurde zu

$$\mathbf{Q}(k) = \begin{vmatrix} 10^{-3} \,\mathrm{m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-3} \,\mathrm{m}^2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-3} \,\mathrm{m}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10^{-1} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-1} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 10^{-1} \,\mathrm{m}^2/\mathrm{s}^2 \end{vmatrix}$$
(2.30)

gewählt. Die Einträge entsprechen den Varianzen des Rauschens der Zustände. Kleine Einträge bedeuten eine hohe Güte des Modells. Auf Basis oben genannter Informationen kann eine Prädiktion durchgeführt werden.

Für den Korrekturschritt wird nach Gleichung 2.24 die Ausgangsfunktion benötigt. Diese lässt sich für den k-ten Zeitschritt allgemein formulieren als

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) = \mathbf{\Delta}\boldsymbol{\rho}(k) = \boldsymbol{\rho}(k) - \boldsymbol{\rho}_0.$$
(2.31)

Sie setzt sich in dieser messtechnischen Formulierung aus einem initialen, konstanten Gelenkwinkel ρ_0 im ersten Schritt der Schätzung und der aktuellen Gelenkwinkelstellung $\rho(k)$ zusammen. Daraus lässt sich die Matrix $\mathbf{C}(k)$ bestimmen. Sie entspricht der Jacobi-Matrix von $\mathbf{g}(\mathbf{x}(k))$ und berechnet sich entsprechend Gleichung 2.26.

Weitere Schritte der Korrektur beinhalten die Kovarianz des Messrauschens $\mathbf{R}(k)$. Diese ist abhängig von dem zugrundeliegenden System und wird in den folgenden Abschnitten 2.4.1 und 2.4.2 separat behandelt.

2.4.1 Seilroboter

Auf Seiten des Seilroboters entspricht die Ermittlung der direkten Kinematik der Bestimmung der Position und Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes \mathbf{X}_{T} auf Basis der Seillängen $\boldsymbol{\rho}_{\mathrm{S}}$ und bekannten, rückseitigen Auftreffpunkten \mathbf{X}_{J} . Der Zustandsvektor entspricht dann dem in Gleichung 2.28 dargestellten Vektor. Für den Korrekturschritt des Filters müssen die Ausgangsgleichungen entsprechend der gegebenen Messung im Sinne von Gleichung 2.31 umformuliert werden. Damit ergibt sich die vektorwertige Ausgangsfunktion im k-ten Zeitschritt zu

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) = \Delta \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{S}}(k) = \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{f}}(k) + \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{a}}(k) - \boldsymbol{\rho}_{0,\mathrm{S}}.$$
(2.32)

Die Kovarianzmatrix $\mathbf{R}(k)$ des Messrauschens kann durch eine Seillängenmessung in einer statischen Ruhelage ermittelt werden. Sie ergibt sich zu

$$\mathbf{R}(k) = \begin{bmatrix} 10^{-6} \,\mathrm{m}^2 & 0 & 0\\ 0 & 10^{-6} \,\mathrm{m}^2 & 0\\ 0 & 0 & 10^{-6} \,\mathrm{m}^2 \end{bmatrix}.$$
 (2.33)

2.4.2 Lasertracker

Seitens des Lasertrackers ist das Ziel der direkten Kinematik die Ermittlung des Reflektorzentrums \mathbf{X}_{TCP} auf Basis der Laserlängen ρ_{L} und bekannten Trackerpositionen bzw. Laseraustrittspunkte \mathbf{X}_{L} . Analog zu Gleichung 2.32 wird die inverse Kinematik entsprechend gegebener, relativer Laserlängenmessungen umformuliert. Damit ergibt sich die Ausgangsfunktion im k-ten Zeitschritt zu

$$\mathbf{g}(\mathbf{x}(k)) = \Delta \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{L}}(k) = \boldsymbol{\rho}_{\mathrm{L}}(k) - \boldsymbol{\rho}_{0,\mathrm{L}}.$$
(2.34)

Da die vektorwertige Ausgangsfunktion ebenfalls nichtlinear ist, wird analog zu Gleichung 2.26 die Jacobi-Matrix bestimmt. Die Kovarianzmatrix des Messrauschens wurde wiederum experimentell ermittelt. Diese ergibt sich zu

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 6 \times 10^{-7} \,\mathrm{m}^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 6 \times 10^{-7} \,\mathrm{m}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \times 10^{-7} \,\mathrm{m}^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 6 \times 10^{-7} \,\mathrm{m}^2 \end{bmatrix} \,. \tag{2.35}$$

2.5 Kinetische Modellierung

Die kinetische Modellierung beinhaltet sowohl die Modellbildung des elektrischen als auch des mechanischen Teilsystems. Zunächst wird das elektrische Teilsystem – das bedeutet

der Motor – betrachtet. Im Anschluss wird das mechanische Teilsystem modelliert. Dieses beinhaltet die Kinetik des Seilroboters, zunächst mit der Konzentration des Endeffektors in einer Punktmasse, um diesen daraufhin um ein sphärisches Pendel zu erweitern.

2.5.1 Elektrisches Teilsystem

Motor

Das Motormodell basiert auf der vereinfachten Annahme eines Gleichstrommotors. Der Motor kann durch interne Regler der Firma Beckhoff bezüglich einer vorgegebenen Position, Geschwindigkeit oder eines Momentes geregelt werden. Die Struktur der internen Kaskadenregelung ist in Abbildung 2.10 dargestellt.

Wird der Motor auf Basis einer Momentenvorgabe geregelt, können die äußeren Kaskaden selbstständig geschlossen und parametriert werden. Auf diese Weise bieten sich im weiteren Verlauf zahlreiche Möglichkeiten des Reglerentwurfs. Soll das in Abbildung 2.10 dargestellte Blockschaltbild nun in eine Zustandsraumdarstellung der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{b}u \tag{2.36}$$

$$y = \mathbf{c}^T \mathbf{x} \tag{2.37}$$

mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \psi \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix}$$
(2.38)

und der Eingangsgröße

$$u = \psi^* \tag{2.39}$$

überführt werden, wobei ψ der aktuellen Winkelstellung des Motors und ψ^* der Führungsgröße



Abbildung 2.10: Kaskadenstruktur der Motorregelung

Parameter	Wert	Einheit
Ks	$2{,}224\times10^{5}$	1/s
$T_{ m m}$	$0,\!9494$	\mathbf{S}
$K_{\mathrm{p},1}$	10	1
$K_{\mathrm{p},2}$	0,0004	1
T _n	$333.\overline{3}$	\mathbf{S}

Tabelle 2.2: Parameter des Motormodells

entspricht, wird folgender Ansatz zur Modellierung vorgeschlagen

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & K_{\rm s} & 0\\ \frac{K_{\rm p,2}}{T_{\rm n}} & -(T_{\rm m} + K_{\rm p,2}K_{\rm s}) & K_{\rm p,1}K_{\rm p,2}\\ 0 & -K_{\rm s} & -K_{\rm p,1} \end{bmatrix}$$
(2.40)

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} 0\\ K_{\mathrm{p},1}K_{\mathrm{p},2}\\ K_{\mathrm{p},1} \end{bmatrix}$$
(2.41)

$$\mathbf{c}^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \,. \tag{2.42}$$

Dabei wird davon ausgegangen, dass das Übertragungsverhalten des Motormoments $\ddot{\psi}$ zur Motordrehzahl $\dot{\psi}$ dem eines Proportional-Elementes mit Verzögerung 1. Ordnung (PT₁-Element) entspricht. Dieses Übertragungsglied besitzt mit dem Übertragungsbeiwert $K_{\rm s}$ und der Zeitkonstante $T_{\rm m}$ zwei Parameter, die im Zuge experimenteller Analysen der Sprungantwort ermittelt wurden. Der Parameter $K_{\rm p,1}$ entspricht der Verstärkung des äußeren Regelkreises. Der Parameter $K_{\rm p,2}$ entspricht der Verstärkung, der Parameter $T_{\rm n}$ der Nachstellzeit des inneren Regelkreises. Die Regelung des Motorstromes erfolgt durch den bereits implementierten Regler der Firma Beckhoff. Die konkreten Werte der einzelnen Parameter sind in Tabelle 2.2 angegeben. Die Motormodellierung sowie die experimentelle Validierung wurden in [146] und [103] durchgeführt.

Rastmomente und Reibung

Rastmomente treten bei Elektromotoren auf Grund der wechselwirkenden Magnetfelder zwischen Stator- und Rotor auf. Sie sind abhängig von der entsprechenden Stator- und Rotorgeometrie. Durch die Rotation des Motors verändert sich der magnetische Widerstand und damit das aufzubringende Drehmoment bei einer konstanten Drehzahl. Die Rastmomente äußern sich durch periodisch variierende Drehmomente, die der Motor aufbringen muss, um eine bestimmte Drehzahl zu halten. Dabei ist der Einfluss der Rastmomente bei kleinen Drehzahlen deutlich größer [13] [97].

Die Rastmomente können als Blackbox-System durch die Überlagerung mehrerer Sinus-

funktionen im Zuge eines Experimentes approximiert werden. Abbildung 2.11 zeigt eine solche Approximation auf Basis von realen Messdaten. In grau ist das gemessene Moment in Abhängigkeit der aktuellen Winkelstellung ψ als Vielfaches von 360° für eine Drehzahl von ca. $4 \min^{-1}$ dargestellt. Die Strichlinie zeigt die Approximation durch die Funktion

$$M_{\text{rast}}(\psi) = \sum_{i=1}^{4} a_i \cdot \sin\left(b_i \cdot \psi + c_i\right)$$
(2.43)

für

$$0 \le \psi \le 6 \tag{2.44}$$

 mit

$$a_1 = 29,31 \times 10^{-3} \,\mathrm{N\,m}$$
 $b_1 = 0.2168$ $c_1 = 0.4701$ (2.45) $a_2 = 15,62 \times 10^{-3} \,\mathrm{N\,m}$ $b_2 = 24$ $c_2 = 1,871 \times 10^{-5}$ $a_3 = 13,29 \times 10^{-3} \,\mathrm{N\,m}$ $b_3 = 0.3682$ $c_3 = 2.895$ $a_4 = 4,538 \times 10^{-3} \,\mathrm{N\,m}$ $b_4 = 7.992$ $c_4 = 2.875$,

welche abhängig von der aktuellen Winkelstellung ψ des Motors ist. In der Abbildung zeigt sich, dass die Approximation eine hohe Güte besitzt. Der Root-Mean-Square Error (RMSE) zwischen dem Modell und den Messwerten beträgt

$$RMSE_{rast} = 2.1 \times 10^{-3} N \,\mathrm{m} \,. \tag{2.46}$$

Das Modell der Rastmomente wurde anhand von Messungen des Motormoments für kleine Geschwindigkeiten ermittelt. Für höhere Geschwindigkeiten im Bereich von über 100 min^{-1} wird deutlich, dass sowohl die Amplituden als auch die Frequenz der Schwingung von der Geschwindigkeit abhängen. Für die Nutzung der Motoren im Kontext des Seilroboters besitzt das Modell jedoch Gültigkeit, da der Arbeitsbereich für diesen Anwendungsfall deutlich darunter liegt.

Außerdem fällt in Abbildung 2.11 auf, dass die Schwingung nicht mittelwertfrei ist. Anhand der approximierten Funktion kann ein Mittelwert von $16,03 \times 10^{-3}$ Nm ermittelt werden. Physikalisch entspricht dieser dem Anteil der viskosen Reibung (auch Flüssigkeitsreibung) im Reibmodell nach Stribeck, welches in Abbildung 2.12 dargestellt ist.

Dieses bildet die Reibkraft μ in Abhängigkeit der Reibgeschwindigkeit v ab und ist anwendbar für die Reibung in Gleitlagern wie sie in den Windenmodulen verbaut sind. Das Modell besteht aus drei Phasen: der Grenzreibung, der Mischreibung und der Flüssigkeitsreibung [133].

Bildet die Approximation des Rastmomentes dieses ideal ab, so ist damit implizit auch die Flüssigkeitsreibung für die konkrete Geschwindigkeit während des Experimentes modelliert.



Abbildung 2.11: Approximation der Rastmomente; gemessenes Moment (---), approximiertes Moment (---)



Abbildung 2.12: Stribeck-Kurve; Grenzreibung (I), Mischreibung (II), Flüssigkeitsreibung (III)

Daher muss die Approximation um ihren Mittelwert bereinigt werden. Dies wird im Zuge der Kompensation der Rastmomente und der Reibung in Abschnitt 4.2.1 durchgeführt. Die dritte Phase des Reibmodells – die Flüssigkeitsreibung – wird weiterhin als konstant angenommen – in Abbildung 2.12 als Volllinie dargestellt. Für steigende Geschwindigkeiten würde die Reibkraft wieder ansteigen – dargestellt durch die Strichlinie. Da der Motor jedoch mit Geschwindigkeiten von deutlich unter 100 min^{-1} betrieben wird, kann der geschwindigkeitsabhängige Einfluss der Flüssigkeitsreibung vernachlässigt werden.

2.5.2 Mechanisches Teilsystem

Seilroboter

Die Kinetik des Seilroboters kann in der Form

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}(\mathbf{x})\mathbf{u} \tag{2.47}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{c}(\mathbf{x}) \tag{2.48}$$

notiert werden. Der Zustandsvektor **x** ist dabei durch die Position des Anknüpfungspunktes $\mathbf{X}_{\mathrm{T}} = \begin{bmatrix} x & y & z \end{bmatrix}^{T}$ sowie dessen Geschwindigkeit vollständig definiert.

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}$$
(2.49)

Die Systemmatrix ergibt sich zu

$$\mathbf{a}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \\ 0 \\ 0 \\ -g \end{bmatrix}.$$
 (2.50)

Die nichtlineare Eingangsmatrix des eingangsaffinen Modells mit den drei Seilkräften

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \end{bmatrix} \tag{2.51}$$

kann ohne dissipativen Einfluss als

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos \beta_1 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \cos \beta_2 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_3 \cdot \cos \beta_3 \\ \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \sin \beta_1 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \sin \beta_2 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_3 \cdot \sin \beta_3 \\ \frac{1}{m} \cdot \sin \alpha_1 & \frac{1}{m} \cdot \sin \alpha_2 & \frac{1}{m} \cdot \sin \alpha_3 \end{bmatrix}$$
(2.52)



Abbildung 2.13: Geometrischer Zusammenhang zwischen Anknüpfungspunkt, Ablösepunkt und den zwei Winkeln α und β

geschrieben werden, wobei α_i dem Elevationswinkel und β_i dem Azimutwinkel des *i*-ten Seiles entspricht. Diese Winkel werden unter dem Vektor vom Anknüpfungspunkt zum Ablösepunkt des Seiles abgetragen. Sie sind damit abhängig vom Zustandsvektor und berechnen sich aus

$$\alpha_i(\mathbf{x}) = \operatorname{atan2}\left(\mathbf{X}_{\mathrm{D}_{z,i}} - z, \sqrt{\left(\mathbf{X}_{\mathrm{D}_{x,i}} - x\right)^2 + \left(\mathbf{X}_{\mathrm{D}_{y,i}} - y\right)^2}\right),\tag{2.53}$$

$$\beta_i(\mathbf{x}) = \operatorname{atan2} \left(\mathbf{X}_{\mathrm{D}_{y,i}} - y, \mathbf{X}_{\mathrm{D}_{x,i}} - x \right) \,. \tag{2.54}$$

Abbildung 2.13 zeigt den geometrischen Zusammenhang zwischen Anknüpfungspunkt, Ablösepunkt und den zwei Winkeln α und β exemplarisch für ein Seil bzw. einen Ablösepunkt. Wird davon ausgegangen, dass die Position des Anknüpfungspunktes gemessen bzw. geschätzt werden kann, lautet die Ausgangsmatrix

$$\mathbf{c}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \,. \tag{2.55}$$

Sphärisches Pendel

Der Endeffektor kann um ein Pendel der Länge l erweitert werden. Der erweiterte Aufbau ist in Abbildung 2.14 dargestellt.

Im Folgenden sollen die Bewegungsdifferentialgleichungen dieser Kinematik anhand der Lagrange-Gleichungen 2. Art mit Hilfe des Lagrange-Formalismus ermittelt werden. Die dafür verwendeten generalisierten Koordinaten lauten

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ \theta \\ \varphi \end{bmatrix} . \tag{2.56}$$



Abbildung 2.14: Sphärisches Pendel als CAD-Zeichnung

Die Komponenten x, y und z entsprechen den kartesischen Koordinaten des Massepunktes m_1 . Die Winkel θ und φ entsprechen den Rotationswinkeln um die Koordinatenachsen y bzw. x und damit den Kardan-Winkeln des Pendels. Abbildung 2.15 zeigt diese Winkel für ein konkretes Beispiel.

In der Literatur wird das sphärische Pendel häufig mit Hilfe der Eulerwinkel modelliert [108]. Diese Winkel entsprechen dem entstehenden Winkel bei Auslenkung des Pendels aus der Ruhelage sowie dessen Rotation um die Achse der Ruhelage. Das hat zur Folge, dass in den Bewegungsdifferentialgleichungen eine Singularität in der Ruhelage entsteht, welche zu einer unendlich hohen Winkelgeschwindigkeit bei Drehung um die Achse der Ruhelage führen würde. Deshalb fiel die Wahl auf Kardanwinkel als generalisierte Koordinaten.

Im Anschluss werden die Richtungsvektoren r_1 und r_2 vom Koordinatenursprung zu den Punktmassen m_1 und m_2 ermittelt. Diese ergeben sich zu

$$\mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \tag{2.57}$$

und

$$\mathbf{r}_{2} = \begin{bmatrix} x + l \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ y + l \cdot \sin \varphi \\ z - l \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{bmatrix}.$$
 (2.58)



Abbildung 2.15: x-z-Ansicht (links) und y-z-Ansicht (rechts) des sphärischen Pendels

Die zeitlichen Ableitungen der Richtungsvektoren lauten damit

$$\dot{\mathbf{r}}_1 = \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{bmatrix}$$
(2.59)

und

$$\dot{\mathbf{r}}_{2} = \begin{bmatrix} \dot{x} + l \cdot \cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot \dot{\theta} - l \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \dot{\varphi} \\ \dot{y} + l \cdot \cos\varphi \cdot \dot{\varphi} \\ \dot{z} + l \cdot \cos\theta \cdot \sin\varphi \cdot \dot{\varphi} + l \cdot \sin\theta \cdot \cos\varphi \cdot \dot{\theta} \end{bmatrix}.$$
(2.60)

Die generalisierten Kräfte, die an den Punktmassen angreifen, können für den i-ten Richtungsvektor und die j-te generalisierte Koordinate formuliert werden als

$$Q_j = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{F}_i \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_j} \,. \tag{2.61}$$

Zusammengefasst in je einem Vektor entsprechend der generalisierten Koordinaten je Rich-

tungsvektor ergeben sich diese Kräfte damit zu

$$\mathbf{Q}_{r_1} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$
(2.62)

und

$$\mathbf{Q}_{r_2} = \begin{bmatrix} 0\\0 \end{bmatrix} \,. \tag{2.63}$$

Für die konkrete kinematische Struktur ergibt sich die kinetische Energie zu

$$T = \frac{1}{2} \cdot m_1 \cdot \left(\dot{\mathbf{r}}_1^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_1 \right) + \frac{1}{2} \cdot m_2 \cdot \left(\dot{\mathbf{r}}_2^T \cdot \dot{\mathbf{r}}_2 \right)$$
(2.64)

und die potentielle Energie zu

$$V = m_1 \cdot g \cdot r_{1,z} + m_2 \cdot g \cdot r_{2,z} , \qquad (2.65)$$

wobei $r_{i,z}$ der z-Komponente des *i*-ten Richtungsvektors entspricht. Die Lagrange-Funktion lautet allgemein

$$L = T - V \tag{2.66}$$

und die Lagrange-Gleichung lautet ohne dissipativen Anteil

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial L}{\partial q_j} - Q_j = 0.$$
(2.67)

Damit ergeben sich fünf Bewegungsdifferentialgleichungen zweiter Ordnung für die generalisierten Koordinaten. Auf die Notation wird aus Gründen der Darstellbarkeit an dieser Stelle verzichtet. Es resultieren jedoch fünf nichtlineare, verkoppelte Differentialgleichungen der Form

$$\ddot{x} = f(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, F_x)$$
(2.68)

$$\ddot{y} = f(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, F_y) \tag{2.69}$$

$$\ddot{z} = f(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{\theta}, F_z)$$
(2.70)

$$\ddot{\theta} = f(\varphi, \dot{\varphi}, \theta, \dot{\theta}, \ddot{x}, \ddot{z}) \tag{2.71}$$

$$\ddot{\varphi} = f(\varphi, \theta, \dot{\theta}, \ddot{x}, \ddot{y}, \ddot{z}) \,. \tag{2.72}$$

Wie in der allgemeinen Struktur der Gleichungen ersichtlich ist, handelt es sich um ein implizites Gleichungssystem, da die rechten Seiten Ausdrücke zweiter Ordnung enthalten. Diese können nach [148] in die folgende Darstellungsform überführt werden.

$$\mathbf{M}(\mathbf{q},t)\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{k}^{c}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t) + \mathbf{k}^{e}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t)$$
(2.73)

Dabei entspricht $\mathbf{M}(\mathbf{q}, t)$ der Massenmatrix, $\mathbf{k}^{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ dem Vektor der verallgemeinerten Zentrifugal- und Coriolis-Kräfte und $\mathbf{k}^{e}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$ dem Vektor der verallgemeinerten eingeprägten Kräfte. Für das konkrete Beispiel des sphärischen Pendels gilt

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}, t) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -\frac{lm_2 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta}{m_1 + m_2} & \frac{lm_2 \cdot \sin \varphi \sin \theta}{m_1 + m_2} \\ 0 & -1 & 0 & 0 & -\frac{lm_2 \cdot \cos \varphi}{m_1 + m_2} \\ 0 & 0 & -1 & -\frac{lm_2 \cdot \cos \varphi \sin \theta}{m_1 + m_2} & -\frac{lm_2 \cdot \sin \varphi \cos \theta}{m_1 + m_2} \\ -\frac{\cos \theta}{l \cos \varphi} & 0 & -\frac{\sin \theta}{l \cos \varphi} & -1 & 0 \\ \frac{\sin \varphi \cdot \sin \theta}{l} & -\frac{\cos \varphi}{l} & -\frac{\cos \theta \sin \varphi}{l} & 0 & -1 \end{bmatrix}$$
(2.74)
$$\mathbf{k}^c(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \begin{bmatrix} \frac{lm_2}{m_1 + m_2} \cdot \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \dot{\varphi}^2 + 2 \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\theta} + \cos \varphi \cdot \sin \theta \cdot \dot{\theta}^2 \\ \frac{lm_2}{m_1 + m_2} \cdot \sin \varphi \cdot \dot{\varphi}^2 \\ -\frac{lm_2}{m_1 + m_2} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta \cdot \dot{\varphi}^2 - 2 \cdot \sin \varphi \cdot \sin \theta \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\theta} + \cos \varphi \cdot \cos \theta \cdot \dot{\theta}^2 \\ \frac{2l \cdot \dot{\varphi} \cdot \dot{\theta} \sin \varphi}{l \cos \varphi} \\ -\frac{l \cos \varphi \cdot \sin \varphi}{l} \end{bmatrix}$$
(2.75)
$$\mathbf{k}^e(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = \begin{bmatrix} \frac{F_x}{m_1 + m_2} \\ \frac{F_x}{m_1 + m_2} \\ -\frac{F_x}{m_1 + m_2} \\ \frac{F_y}{m_1 + m_2} \\ -\frac{g \sin \theta}{l \cos \varphi} \\ -\frac{g \sin \theta}{l \cos \varphi} \\ -\frac{g \sin \theta}{l \cos \varphi} \\ \end{bmatrix} .$$
(2.76)

Durch die Umformung

$$\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{M}(\mathbf{q}, t)^{-1} \left(\mathbf{k}^{c}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \mathbf{k}^{e}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) \right)$$
(2.77)

entsteht eine explizite, vektorwertige Differentialgleichung $\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$. Diese lässt sich numerisch ohne Weiteres lösen und um einen Arbeitspunkt linearisieren, was sich in Kapitel 5 zu Nutze gemacht wird. Die Voraussetzung dafür ist die Invertierbarkeit von $\mathbf{M}(\mathbf{q}, t)$, welche

für das vorliegende Beispiel erfüllt ist. Auf die Darstellung des resultierenden Ausdruckes der rechten Seite von Gleichung 2.77 wird wiederum aus Gründen der Übersichtlichkeit an dieser Stelle wieder verzichtet.

3 Identifikation geometrischer Systemparameter

Durch den modularen Aufbau des Lasertrackers und des Seilroboters ergibt sich eine hohe Flexibilität in Hinblick auf die Anordnung der einzelnen Module. Diese kann beispielsweise erforderlich sein, falls sich veränderte Arbeitsraumanforderungen ergeben, denen durch eine geänderte Aktor- und Sensorstruktur Rechnung getragen werden muss. Die Folge ist, dass sich für das vorliegende System auf Seiten des Lasertrackers die Positionen der Laseraustrittspunkte \mathbf{X}_{L} und auf Seiten des Seilroboters die der rückseitigen Auftreffpunkte \mathbf{X}_{J} verändern können. Eine Veränderung dieser geometrischen Parameter hat im Falle des Seilroboters jedoch maßgeblichen Einfluss auf die Kinematik und letztlich auch auf die Kinetik des Endeffektors. Damit ist eine im Folgenden zu entwerfende Regelung stark von der genauen Kenntnis der geometrischen Parameter und damit von einer optimalen Identifikation dieser abhängig. Deshalb widmet sich dieses Kapitel der systematischen Ermittlung der oben genannten Parameter.

Das Verfahren zur Identifikation des Seilroboters ist dabei grundsätzlich zweistufig aufgebaut. Der erste Schritt ist eine modellbasierte Identifikation, welche auf der inversen Kinematik des jeweiligen Teilsystems beruht. Anschließend wird im zweiten Schritt eine datenbasierte Korrektur des Restfehlers auf der Grundlage radialer Basisfunktionen (RBF) durchgeführt. Abbildung 3.1 zeigt den Kalibrierungsprozess als Programmablaufplan. Die Unterprogramme einschließlich der Ausgaben werden in den nebenstehenden Abschnitten behandelt. Nach dem Start der Kalibrierung muss sichergestellt werden, dass vier oder mehr Lasertracker zur Verfügung stehen. Der Sonderfall der Kalibrierung mit Hilfe eines einzelnen Trackers wird in Abschnitt 3.2.4 beschrieben. Andernfalls werden zunächst die Laseraustrittspunkte bestimmt (siehe Abschnitt 3.2.1). Daraufhin müssen die initialen Laserlängen für eine Reset-Position ermittelt werden (siehe Abschnitt 3.2.2). Auf Basis dieser Ergebnisse können mit Hilfe des Vorgehens aus Abschnitt 3.2.3 die rückseitigen Seilauftreffpunkte identifiziert werden. Diese drei Schritte können alternativ durch eine für einen einzelnen Tracker angepasste Routine ersetzt werden. Diese Routine wird in Abschnitt 3.2.4 beschrieben. Auf Basis der Seilauftreffpunkte wird abschließend eine datenbasierte Korrektur durchgeführt (siehe Abschnitt 3.3). Das Ziel dieses Schrittes ist es, einen Satz von Parametern für die im Zuge dessen eingeführten RBF zu finden. Dieser vierte und letzte Schritt schließt die Kalibrierung ab.

In den folgenden Ausführungen werden neben den Methoden auch deren Umsetzung in realen Kalibrierungsszenarien vorgestellt. Tabelle 3.1 zeigt die vier Szenarien, auf die im weiteren



Abbildung 3.1: Kalibrierungsprozess als Programmablaufplan

Szenario	Anzahl	Kurzbeschreibung	Abschnitt
	Messungen		
\mathcal{K}_1	12	Bestimmung des optimalen Verhältnisses zwischen der Anzahl der Messpunkte N und des Messvolumens V	3.2.1
\mathcal{K}_2	12	Identifikation der rückseitigen Auftreffpunkte \mathbf{X}_{J} auf Basis der Messung von vier Trackermodulen	3.2.3
\mathcal{K}_3	20	Identifikation der rückseitigen Auftreffpunkte \mathbf{X}_{J} auf Basis der Messungen eines einzelnen Trackermoduls	3.2.4
\mathcal{K}_4	je eine	Bestimmung des optimalen Verhältnisses zwischen der Anzahl der RBF-Zentren n_0 und der Standardabweichung ε	3.3.3

Tabelle 3.1: Übersicht der Kalibrierungsszenarien

Verlauf näher eingegangen werden soll. Die Tabelle zeigt das betreffende Szenario, die Anzahl der Messungen bzw. Wiederholungen des Szenarios sowie eine Kurzbeschreibung und den Abschnitt, in welchem es beschrieben wird.

Zunächst wird das Kapitel jedoch von einem Stand der Technik aus dem Bereich der Kalibrierung von Aktor- und Sensorsystemen im Allgemeinen und Seilrobotern im Speziellen eingeführt.

3.1 Stand der Technik

Die Identifikation geometrischer Systemparameter ist ein Teilgebiet der Kalibrierung. *Kalibrierung* beschreibt den Vorgang der reproduzierbaren Feststellung eines Verhältnisses zwischen quantitativ messbaren Größen eines Standards und einem zugehörigen gemessenen Wert. In einem zweiten Schritt der Kalibrierung werden die so gewonnenen Informationen zur Korrektur der Messung berücksichtigt [25].

Die *Roboterkalibrierung* beschäftigt sich mit der Beseitigung von Ungenauigkeiten von Geometrie- oder Lageparametern von an einer Roboteraufgabe beteiligten Komponenten und hat im Speziellen beispielsweise die Verbesserung der Positioniergenauigkeit zum Ziel [145]. Die Kalibrierung ist notwendig, da sich das theoretische Modell eines Roboters beispielsweise auf Grund einer fehlerhaften Modellbildung, Fertigung oder Montage von dem realen System unterscheidet. Ein Spezialfall der Kalibrierung ist die Selbst-Kalibrierung, bei der ausschließlich interne Sensorik zur Bestimmung der Parameter herangezogen wird. Im Folgenden soll ein Überblick über Kalibrierungsverfahren vorhandener Seilroboter gegeben werden.

Verfahren zur Kalibrierung von Seilrobotern können in verschiedene Klassen unterteilt werden. Grundlegend ist dabei der Einsatz von interner Sensorik – wie Seillängen oder Seilkraftmessungen – oder externer Sensorik – wie die Messung der Position eines TCP durch einen Lasertracker oder ein Kamerasystem. Bei der ausschließlichen Nutzung interner Sensorik spricht man von *Selbst-Kalibrierung*. Erfordert der Kalibrierungsprozess keinen manuellen Eingriff durch den Menschen, spricht man von einer *automatisierten Kalibrierung*. In der Regel wird dieser Eingriff jedoch verlangt. Die Umsetzung erfolgt meist auf Basis einer Minimierung. Dafür wird ein Modellausgang, wie die inverse Kinematik, mit einer Messung, beispielsweise einer Seillängenmessung, verglichen.

In [67] werden die simulativen Ergebnisse eines Kalibrierungsverfahrens für einen planaren Seilroboter präsentiert. Dazu wird ein Laserentfernungsmesser auf der Plattform befestigt. Dieser bestimmt während des Kalibrierungsvorganges den Abstand zu einem – initial in einem bekannten Abstand befindlichen – Reflektor. In [66] werden Erweiterungen des zugrundeliegenden Modells für Seilverformungen sowie einen dreidimensionalen Arbeitsraum vorgestellt. Außerdem wird eine experimentelle Erprobung präsentiert.

In [91] wird ein großer Seilroboter für Bergungsaktionen vorgestellt. Dieser soll flexibel am Einsatzort installiert werden können. Dementsprechend müssen die Positionen der Seilaustrittspunkte bestimmt werden. Dazu wird ein laserbasiertes Entfernungsmessgerät genutzt, welches auf drei punktförmige Ziele gerichtet wird. Die Ziele selbst sind kalibriert, so dass aus deren Position auf die Seilaustrittspunkte geschlossen werden kann.

In [80] wird ein Verfahren zur Bestimmung initialer Seillängen vorgestellt. Dieses basiert auf der Messung relativer Seillängen durch antriebsseitige Drehgeber. Es wird dazu die inverse Kinematik des modellierten Systems mit der Messung verglichen und im Sinne der Minimierung der kleinsten Fehlerquadrate optimiert. Die Seilaustrittspunkte sind dabei als bekannt angenommen. Das Verfahren wird anhand zweier simulativer und eines realen Experimentes validiert. Der reale Aufbau wird dazu während der Kalibrierung von einem Kamerasystem erfasst.

In [94] wird ausschließlich interne Sensorik genutzt, um einen Parametervektor bestehend aus den Seilaustrittspunkten und den Plattformkomponenten eines Seilroboters zu ermitteln. Zusätzlich wird ein Ansatz vorgestellt, der auf Basis einer Parameterkonfiguration Messungen aus einem Satz von potentiellen Posen auswählt, welche einen großen Einfluss auf die Optimierung der Kostenfunktion haben. Dazu wird die partielle Ableitung der Kostenfunktion nach den Seillängen gebildet. Diese Jacobi-Matrix, ausgewertet an verschiedenen Arbeitspunkten (in diesem Fall Posen der Plattform), werden anschließend in einer *Identifikationsmatrix* gesammelt. Diese wird im Anschluss um Einträge bzw. Posen reduziert. Dabei ist das Ziel, die Kondition der Identifikationsmatrix bezüglich ihres Ausgangswertes möglichst groß zu halten. Das Vorgehen wird in [93] auf die Auswertung von interner Sensorik in Form von Seilkraftmessungen beschränkt. Der Grund dafür ist der meist kostenintensive Einsatz präziser, externer Sensorik, wie eines Lasertrackers.

In [135] wird ein System zur Bergung von Erdbebenopfern vorgestellt. Dieses muss auf Grund der unvorhersehbaren Umstände an seine Umgebung angepasst werden. Dazu wird über dem Trümmergebiet ein Referenzsystem in Form eines Profilrahmens aufgestellt, innerhalb dessen die Plattform bewegt wird. Die Optimierung basiert auf dem Vergleich von Längenmessungen und modellierten Seillängenänderungen.

Im Zuge der Vorstellung des Networked InfoMechanical System for Planar Translation werden in [15] zwei Verfahren zur Selbst-Kalibrierung für einen planaren Seilroboter mit vier Seilen vorgestellt. Die Seilaustrittspunkte sind in diesem Fall bekannt und werden durch Lasermessgeräte bestimmt. Das Ziel ist die Bestimmung der Plattformpose. Damit unterscheidet sich die Zielstellung dieser Veröffentlichung wesentlich von den bereits vorgestellten. Diese basiert auf der Messung von Seilkräften. Dazu werden im ersten Ansatz initial zwei Seile auf einer konstanten Länge gehalten. In einem dritten Seil wird die Seilkraft erhöht, wohingegen im verbleibenden vierten Seil die Seilkraft konstant gehalten wird. Daraufhin wird die resultierende Seilkraftverteilung ermittelt. Danach wird wieder die initiale Seilkraftverteilung hergestellt. Nun wird die Seilkraft im dritten Seil konstant gehalten und im vierten Seil erhöht. Auch danach wird wieder die initiale Seilkraftverteilung hergestellt. In dem zweiten Ansatz werden zwei Seile durch eine Reglung unter einer vorgegebenen Kraft unter Spannung gehalten. Danach werden kleine Längenänderungen in den verbleibenden Seilen vorgenommen und die resultierenden Längenänderungen in den unter konstanter Seilspannung gehaltenen Seile ermittelt. Die Verfahren sind nach Angabe der Autoren echtzeitfähig.

In [33] wird auf Basis des Prototypen CoGiRo die Kalibrierung sowohl mit Hilfe externer als auch ausschließlich interner Sensorik vorgestellt. Auch hier werden die Parameter auf Basis des kinematischen Modells und der Messung von Seillängen bzw. dreier an der Plattform befestigter Reflektoren mit Hilfe einer Regression ermittelt. Die Validierung erfolgt an dem realen Aufbau. Außerdem wurde in [104] ein Überblick über die Kalibrierung von rekonfigurierbaren Seilrobotern erstellt.

Im Zuge der Roboterkalibrierung ist außerdem die Auswahl geeigneter Messpunkte ein wichtiger Faktor. Die Güte der Messpunktauswahl hängt von verschiedenen Faktoren ab: der Anzahl der Messpunkte, der Pose der Plattform in den einzelnen Messpunkten sowie der geometrischen Relation der Messpunkte zueinander. Die dazu verwendeten Verfahren basieren darauf, aus einem Satz von Posen der Plattform einen für die Kalibrierung günstigen Satz auszuwählen. Dazu wird häufig eine Identifikationsmatrix bestimmt, die den Kalibrierungsund Messfehler – das heißt im Falle von Seilrobotern die partiellen Ableitungen der inversen Kinematik nach den zu identifizierenden Parametern sowie den Messgrößen – in ein Verhältnis setzt. Anhand der Singulärwerte der Identifikationsmatrix kann nun eine Aussage über die Güte des Satzes von Messposen getroffen werden. Die Verfahren zur Auswahl der Posen sind iterativ. Das bedeutet, es werden sukzessive Posen aus dem Satz aller potentiellen Posen entfernt. Diese Elimination von Posen basiert häufig auf dem Mitchell's determinant maximization algorithm (DETMAX). Dieser kann – wie in [155] gezeigt – um einen zusätzlichen Algorithmus erweitert werden, um lokale Konvergenz zu vermeiden. In [144] wird das Standardvorgehen der Posenauswahl mit der Erweiterung aus [155] sowie einer zufälligen Posenauswahl und eines weiteren iterativen Ansatzes auf Basis von Sequential quadratic programming (SQP)

(umgesetzt durch den Befehl *fmincon* in MATLAB) am Beispiel eines 6-Dof-Seilroboters verglichen.

Die vorliegende Arbeit nutzt mathematisch ebenfalls eine Kostenfunktion, welche die Kinematik des Seilroboters mit Messungen vergleicht und daraus die geometrischen Systemparameter ermittelt. Es werden dazu sowohl interne als auch externe Messungen herangezogen. Für die externe Messung ist die vorangehende Kalibrierung des modularen Lasertrackers erforderlich, um diesen im Folgenden als Messsystem zur Kalibrierung des Seilroboters heranzuziehen. Dazu zählt die Bestimmung der Laseraustrittspunkte sowie die Bestimmung der initialen Laserlängen für eine beliebige Position des Retroreflektors im Arbeitsraum des Lasertrackers. Dies ist notwendig, da der Lasertracker im weiteren Verlauf der Arbeit als echtzeitfähiges Referenzmesssystem genutzt wird.

Die Kalibrierung des Lasertrackers und des Seilroboters ist vollständig automatisiert und bedarf keines zusätzlichen manuellen Eingriffes. Zudem basieren die existierenden Kalibrierungsstrategien einzig auf einem physikalischen Modell des Aufbaus. Die Kalibrierung des Seilroboters MoCaRo wird zusätzlich um einen datenbasierten Ansatz erweitert, um so die Positioniergenauigkeit des TCP zu steigern.

3.2 Modellbasierte Identifikation

Dem ersten, modellbasierten Schritt der Identifikation liegen die inversen Kinematiken des Seilroboters und Lasertrackers zugrunde. Diese wurden in Abschnitt 2.3 vorgestellt. Der Kern beider Identifikationen – der des Lasertrackers und der des Seilroboters – ist die Minimierung einer Kostenfunktion, die im Folgenden näher erläutert werden soll. Auf diese Weise können mit Hilfe des hier beschriebenen Verfahrens die geometrischen Systemparameter grundsätzlich jeder parallelkinematischen Struktur identifiziert werden, soweit Änderungen der Gelenkpositionen gemessen werden können.

Die Optimierung der Kostenfunktion $J_i(\mathbf{p}_i)$ wird modulweise für das *i*-te Modul durchgeführt. Die Kostenfunktion lautet

$$J_i(\mathbf{p}_i) = \min \sum_{k=1}^{N} \left(\rho_{i,k} - \rho_{0,i} - \Delta \rho_{i,k} \right)^2 \,, \tag{3.1}$$

mit dem Parametervektor

$$\mathbf{p}_{i} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}_{i,\mathrm{B}}^{T} & \rho_{0,i} \end{bmatrix}^{T} .$$
(3.2)

Die Kostenfunktion ist abhängig vom Parametervektor \mathbf{p}_i . Es werden N Messwerte für die Optimierung verwendet. Für jeden Messpunkt wird eine bekannte Referenzbewegung des Reflektorzentrums bzw. des Anknüpfungspunktes vorausgesetzt – dies hängt von dem zu identifizierenden Modul ab. Die inverse Kinematik ist abhängig von dieser Referenzbewe-

gung. Für jede Messung k wird anschließend eine Längenänderung $\Delta \rho_{i,k}$ gemessen. Diese Längenänderung beschreibt entweder eine Laser- oder eine Seillängenänderung – auch das ist modulabhängig. Die Funktion $\rho_{i,k}$ entspricht der Lösung der inversen Kinematik und ist abhängig vom Anfangspunkt des Vektorzuges der inversen Kinematik $\mathbf{X}_{i,B}$ und damit auch von dem zugrundeliegenden System. Der Vektor $\mathbf{X}_{i,B}$ sowie die initiale Länge $\rho_{0,i}$ ist Teil des Parametervektors. Damit sind pro Modul insgesamt vier Parameter zu bestimmen: die drei Komponenten des Vektors $\mathbf{X}_{i,B}$ sowie eine initiale Länge $\rho_{0,i}$.

Die Kostenfunktion wird nach Aufnahme aller Messwerte durch einen numerischen Optimierungsalgorithmus im Sinne der kleinsten Fehlerquadrate mit Hilfe des Levenberg-Marquardt-Verfahrens gelöst. Dieser Algorithmus dient der Parameterschätzung auf Basis von Messdaten und eines unterlagerten Modells. Die Umsetzung in MATLAB erfolgt hier durch den Solver *lsqnonlin*. Für diesen werden Anfangswerte benötigt. Diese sollten in der Größenordnung der wahren Lösung liegen. Das Verfahren ist jedoch robust gegenüber Variation der Anfangswerte. Das zeigten empirische Untersuchungen, in denen die Anfangswerte für eine bekannte, wahre Lösung und ein gegebenes Messrauschen variiert wurden. Anschaulich entspricht die Minimierung der Kostenfunktion einer Lateration auf Basis von mindestens drei bekannten Referenzpunkten und Längenänderungsmessungen.

Im folgenden Abschnitt werden zunächst die Parameter des Lasertrackers identifiziert, mit dem Ziel, dass dieser im weiteren Verlauf als Absolutmesssystem dient. Dazu wird anschließend eine Methode zur Ermittlung der initialen Laserlängen vorgestellt. Beide Schritte werden für den darauffolgenden Schritt der Identifikation der Parameter des Seilroboters benötigt. Abschließend wird eine alternative Möglichkeit der Identifikation der Parameter des Seilroboters vorgestellt, für die ausschließlich ein Trackermodul verwendet wird.

3.2.1 Lasertracker

Das Ziel der Identifikation ist in diesem Schritt die Ermittlung der Laseraustrittspunkte \mathbf{X}_{L} . Es gibt vier Trackermodule. Damit wird die Kostenfunktion aus Gleichung 3.1 für $i = 1 \dots 4$ minimiert. Der Ausdruck $\rho_{i,k}$ entspricht der Lösung der inversen Kinematik des *i*-ten Trackers in der *k*-ten Messung aus Gleichung 2.11. Diese ist abhängig von dem Punkt \mathbf{X}_{L} . Die Tracker verfolgen während einer Messfahrt den TCP. Die für die Identifikation der Laseraustrittspunkte notwendigen Referenzpunkte resultieren aus der Bewegung des Reflektors auf einem dreiachsigen Hochpräzisions-Lineartisch. Dieser besitzt pro kartesischer Achse einen Stellweg von 102 mm bei einer Wiederholgenauigkeit von $0,2 \,\mu\text{m}$ [111]. Der Punkt $\mathbf{X}_{\mathrm{TCP},k}$ enthält entsprechend Gleichung 2.11 die Komponenten der relativen Positionsänderungen des Reflektors auf dem Lineartisch. Der Ursprung des Lasertracker-Koordinatensystems wird in den ersten Messpunkt gelegt, so dass $\mathbf{X}_{\mathrm{TCP},1} = \mathbf{0}$ gilt.

Der Versuchsaufbau ist in Abbildung 3.2 dargestellt. Das Breadboard, auf dem sowohl die vier Trackermodule als auch das Positioniersystem befestigt sind, hat Außenmaße von $1,2 \text{ m} \times 0.75 \text{ m}$. Es ist auf einem schwingungsgedämpften, optischen Tisch gelagert. Auf diese



Abbildung 3.2: Versuchsaufbau während der Identifikation des Lasertrackers; Retroreflektor (1), Hochpräzisions-Lineartisch (2), Trackermodule (3), Breadboard (4), Optischer Tisch (5)

Weise wird der Einfluss externer Störungen reduziert. An dem Positioniersystem ist ein Reflektor befestigt. Die Laserstrahlen sind in Rot dargestellt.

Für die Messung wurden N = 64 gleichmäßig in einem Kubus angeordnete Punkte im Arbeitsraum des Positioniersystems verwendet. Der Arbeitsraum des Positioniersystems ist auf einen Quader mit den Außenmaßen $0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m} \times 0,1 \text{ m}$ beschränkt. Die resultierenden Positionen der Laseraustrittspunkte $\mathbf{X}_{L,1} \dots \mathbf{X}_{L,4}$ ergeben sich in der hier beispielhaft vorgestellten Kalibrierung zu

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{L,1} &= \begin{bmatrix} -0,752\\ -0,191\\ -0,033 \end{bmatrix} m \qquad \mathbf{X}_{L,2} = \begin{bmatrix} -0,752\\ 0,207\\ -0,036 \end{bmatrix} m \qquad (3.3) \\ \mathbf{X}_{L,3} &= \begin{bmatrix} -0,750\\ 0,207\\ 0,152 \end{bmatrix} m \qquad \mathbf{X}_{L,4} = \begin{bmatrix} -0,576\\ 0,082\\ -0,106 \end{bmatrix} m . \end{aligned}$$

Zusätzlich ergeben sich initiale Laserlängen für die erste Position von

$$\boldsymbol{\rho}_{0,\mathrm{L}} = \begin{bmatrix} 0,776\\ 0,781\\ 0,793\\ 0,592 \end{bmatrix} \mathrm{m} \,. \tag{3.4}$$

Abbildung 3.3 visualisiert das Ergebnis der Kalibrierung. Die Quadrate stellen die für die



Abbildung 3.3: Ergebnis der Lasertracker-Kalibrierung; Referenzpositionen (□), Laseraustrittspunkte (×), initiale Laserlängen (---)

Kalibrierung genutzten Referenzpositionen des TCP dar. Die Kreuze entsprechen den identifizierten Laseraustrittspunkten \mathbf{X}_{L} und die Strichlinien den initialen Laserlängen $\boldsymbol{\rho}_{0,i}$ des *i*-ten Trackers, welche sich im ersten Messpunkt $\mathbf{X}_{TCP,1} = \mathbf{0}$ schneiden.

Um eine Aussage über die Güte der Identifikation zu treffen, wurde diese im Zuge des Szenarios \mathcal{K}_1 mehrfach wiederholt. Die Tabellen 3.2 und 3.3 zeigen das Ergebnis dieser Messreihen. Es wurde dabei sowohl die Anzahl der für die Identifikation verwendeten Messpunkte N als auch das Messvolumen V variiert. Der Abstand der Trackermodule zum Positioniersystem beträgt ungefähr 80 cm. Das Ergebnis der Identifikation ist nach Gleichung 3.2 ein optimierter Parametervektor bestehend aus den drei Komponenten des Laseraustrittspunktes sowie der initialen Laserlänge im ersten Schritt. Die Identifikation wurde für die Kombinationen aus $N = \{8, 27, 64\}$ und $V = \{1 \text{ cm}^3, 125 \text{ cm}^3, 1000 \text{ cm}^3\}$ jeweils zwölfmal wiederholt.

Für jede der Messreihen kann nun die Standardabweichung des resultierenden Parametervektors ermittelt werden. Diese gibt eine Auskunft über die Sensitivität des Verfahrens gegenüber Änderungen der Messbedingungen. In Tabelle 3.2 ist exemplarisch die Standardabweichung nach der Identifikation des ersten Trackermoduls zu sehen. Tabelle 3.3 zeigt die Auswertung der sowohl auf die Anzahl der Messungen als auch das Messvolumen normierten Kostenfunktion $\tilde{J}_1(\hat{\mathbf{p}})$ mit eingesetztem optimierten Parametervektor $\hat{\mathbf{p}}$. Dabei gilt

$$\tilde{J}_1(\hat{\mathbf{p}}) = \frac{J_1(\hat{\mathbf{p}})}{N \cdot V}.$$
(3.5)

Die Standardabweichungen sowie normierten Kostenfunktionen der anderen Trackermodule

Tabelle 3.2: Resultierende Standardabweichungen σ_1 des Parametervektors $\hat{\mathbf{p}}_1 = [X_{\mathrm{L},x} \ X_{\mathrm{L},y} \ X_{\mathrm{L},z} \ \rho_{0,1}]^T$ entsprechend des ersten Trackermoduls während des Identifikationsverfahrens für verschiedene Messpunktdichten

		Anzahl Messungen		
		N = 8	N = 27	N = 64
	$V = 1 \mathrm{cm}^3$	$\begin{bmatrix} 2,215\\0,528\\0,092\\2,279 \end{bmatrix} mm$	$\begin{bmatrix} 2, 434 \\ 0, 581 \\ 0, 099 \\ 2, 505 \end{bmatrix} mm$	$\begin{bmatrix} 2, 156\\ 0, 522\\ 0, 087\\ 2, 219 \end{bmatrix} mm$
svolumen	$V = 125 \mathrm{cm}^3$	$\begin{bmatrix} 0, 123 \\ 0, 030 \\ 0, 005 \\ 0, 127 \end{bmatrix} \text{mm}$	$\begin{bmatrix} 0, 109 \\ 0, 026 \\ 0, 005 \\ 0, 112 \end{bmatrix} mm$	$\begin{bmatrix} 0, 119 \\ 0, 028 \\ 0, 006 \\ 0, 120 \end{bmatrix} mm$
Mes	$V = 1000 \mathrm{cm}^3$	$\begin{bmatrix} 0,063\\ 0,016\\ 0,003\\ 0,065 \end{bmatrix} \mathrm{mm}$	$\begin{bmatrix} 0, 100 \\ 0, 023 \\ 0, 002 \\ 0, 102 \end{bmatrix} mm$	$\begin{bmatrix} 0,056\\ 0,014\\ 0,003\\ 0,057 \end{bmatrix} mm$

Tabelle 3.3: Normierte Lösung der Kostenfunktion $\tilde{J}_1(\hat{\mathbf{p}})$ mit eingesetztem Parametervektor am Optimum

Anzahl Messungen

		N = 8	N = 27	N = 64
	$V = 1 \mathrm{cm}^3$	$5,037{ m m}^{-1}$	$3,717{ m m}^{-1}$	$3,\!196{ m m}^{-1}$
volumen	$V = 125 \mathrm{cm}^3$	$1,600{ m m}^{-1}$	$1,067{ m m}^{-1}$	$0,900{ m m}^{-1}$
Mess	$V=1000{\rm cm}^3$	$1,325{ m m}^{-1}$	$0,\!726{ m m}^{-1}$	$0,\!166{ m m}^{-1}$

unterscheiden sich qualitativ nicht.

Es ist erkennbar, dass sowohl die Standardabweichung als auch die normierte Kostenfunktion für ein kleines Messvolumen am größten ist. Das ist nachvollziehbar, da sich die gemessenen Laserlängen für variierende Messpunkte nicht sehr stark unterscheiden und damit das Messrauschen einen verhältnismäßig starken Einfluss hat. Es ist ebenfalls zu sehen, dass die Anzahl der Messungen keinen signifikanten Einfluss auf das Ergebnis hat. Diese Tatsache ist dem Identifikationsszenario zuträglich, da die Dauer des Verfahrens für eine geringere Anzahl von Messpunkten deutlich abnimmt. Allerdings ist zu vermuten, dass das genutzte Messvolumen in Zusammenhang mit der Komplexität der zugrundeliegenden inversen Kinematik steht. Deshalb sollte das Volumen grundsätzlich ausgenutzt werden, da dies keinen maßgeblichen Einfluss auf die Dauer des Verfahrens hat. Das maximale Messvolumen ist mit $V = 1000 \text{ cm}^3$ erreicht. Deshalb kann der begründeten Vermutung, dass die Standardabweichung für größere Messvolumina weiter sinkt, nicht nachgegangen werden.

3.2.2 Bestimmung initialer Laserlängen

Durch die Identifikation, welche in Abschnitt 3.2.1 vorgestellt wurde, sind die Positionen der Laseraustrittspunkte geometrisch bestimmt. Zusätzlich resultieren aus den Optimierungen die initialen Laserlängen. Der Lasertracker verwendet ein relativ messendes Interferometer. Dieses misst die Laserlängenänderungen zwar sehr präzise, wird jedoch nach einem Neustart genullt. Das bedeutet praktisch, dass die Positionen der Laseraustrittspunkte nach Neustart des Systems zwar bekannt sind, die Laserlängen für eine gegebene TCP-Position dagegen nicht. Deshalb wird eine Routine benötigt, die die initialen Laserlängen für eine definierte TCP-Position präzise bestimmt. Auf Seiten des Seilroboters stellt sich die Frage nach der Bestimmung der initialen Seillängen nicht. Durch die Nutzung von Multiturn-Drehgebern in den Motoren kann die abgerollte Seillänge auch nach Neustart des Systems gespeichert werden.

Es werden für die Identifikation der Laseraustrittspunkte – wie auch bei dem in Abschnitt 3.2.1 beschriebenen Vorgehen – Referenzpositionen benötigt. Für diese wurde bisher ein Positioniersystem eingesetzt. Auf diese Weise können bekannte Referenzlängen für die Optimierung bereitgestellt werden. Die Bestimmung der initialen Laserlängen soll nun jedoch ohne das Positioniersystem durchgeführt werden, da der Reflektor am Endeffektor des Seilroboters befestigt wird. Dadurch können keine definierten Referenzpositionen des Reflektorzentrums vorgegeben werden und das Vorgehen kann nicht mehr modulweise durchgeführt werden.

Zur Bestimmung der initialen Laserlängen sollen alle vier Trackermodule eingesetzt werden. Jedes Modul stellt eine relative Laserlängenmessung bereit. Somit kann auf Basis dieser Längenänderungen eine *Multilateration* durchgeführt werden. Dieses Vorgehen setzt mindestens drei bekannte Längen zur Bestimmung eines Punktes im dreidimensionalen Raum voraus. Im Fall dreier bekannter Längen spricht man von *Trilateration*. Anschaulich entspricht die Lösung dieses Problems der Bestimmung des Schnittpunktes von drei Kugeln im Raum, wobei



Abbildung 3.4: Anordnung der Laseraustrittspunkte und des TCP während der Identifikation der initialen Laserlängen

der Radius der einzelnen Kugeln den bekannten Längen entspricht. Durch diese Vorstellung wird auch klar, warum das Verfahren für mindestens drei, prinzipiell jedoch für eine beliebig höhere Anzahl bekannter Längen anwendbar ist.

Da nicht absolute, sondern relative Längenmessungen zur Verfügung stehen, müssen für dieses Verfahren jedoch mindestens vier Trackermodule verwendet werden. Damit kann das Verfahren für einen Satz unbekannter TCP-Positionen durchgeführt werden. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit können die Laseraustrittspunkte $\mathbf{X}_{\mathrm{L},i}$ mit i = 1...4 dafür entsprechend Abbildung 3.4 angeordnet werden. Dabei wird – wie schon in Abschnitt 3.2.1 – $\mathbf{X}_{\mathrm{L},1} = \mathbf{0}$ gewählt. $\mathbf{X}_{\mathrm{L},2}$ wird nur entlang der *y*-Achse, $\mathbf{X}_{\mathrm{L},3}$ entlang der *y*- und *z*-Achse und $\mathbf{X}_{\mathrm{L},4}$ frei im Raum angeordnet [137] [138].

Werden die in Abschnitt 3.2.1 ermittelten Laseraustrittspunkte entsprechend dieser Randbedingungen angegeben, ergeben sich diese zu

$$\mathbf{X}_{\mathrm{L},1} = \begin{bmatrix} 0\\0\\0 \end{bmatrix} \mathrm{m} \qquad \mathbf{X}_{\mathrm{L},2} = \begin{bmatrix} 0\\y_2\\0 \end{bmatrix} \mathrm{m} \qquad (3.6)$$
$$\mathbf{X}_{\mathrm{L},3} = \begin{bmatrix} 0\\y_3\\z_3 \end{bmatrix} \mathrm{m} \qquad \mathbf{X}_{\mathrm{L},4} = \begin{bmatrix} x_4\\y_4\\z_4 \end{bmatrix} \mathrm{m}.$$

Die vier resultierenden Laserlängen für bekannte Laseraustrittspunkte und eine TCP-Position

können nun nach folgendem Gleichungssystem

$$X^{2} + Y^{2} + Z^{2} = (\rho_{0,1} + \Delta \rho_{1})^{2}$$
(3.7)

$$X^{2} + (Y - y_{2})^{2} + Z^{2} = (\rho_{0,2} + \Delta \rho_{2})^{2}$$
(3.8)

$$X^{2} + (Y - y_{3})^{2} + (Z - z_{3})^{2} = (\rho_{0,3} + \Delta\rho_{3})^{2}$$
(3.9)

$$(X - x_4)^2 + (Y - y_4)^2 + (Z - z_4)^2 = (\rho_{0,4} + \Delta \rho_4)^2$$
(3.10)

 mit

$$\mathbf{X}_{\mathrm{TCP}} = \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \end{bmatrix}$$
(3.11)

und

$$\mathbf{X}_{\mathrm{L},i} = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix}$$
(3.12)

definiert werden. Der Ausdruck $\rho_i = \rho_{0,i} + \Delta \rho_i$ entspricht dabei der Summe aus der initialen Laserlänge des *i*-ten Laserstrahls in der ersten Messung und der zugehörigen interferometrisch gemessenen Laserlängendifferenz. Für jede TCP-Position kann ein solches Gleichungssystem aus 4 Gleichungen mit 7 Unbekannten notiert werden. Die Unbekannten entsprechen in der ersten Messung den drei Komponenten des TCP sowie den vier initialen Laserlängen. Für jede weitere Messung $k = 1 \dots N$ entstehen drei weitere Unbekannte X_k , Y_k und Z_k . Damit das Gleichungssystem lösbar wird, muss deshalb ein N gewählt werden, so dass

$$3 \cdot N + 4 \le 4 \cdot N \tag{3.13}$$

gilt. Dies kann nur durch eine redundante Messung erreicht werden. Damit ist das Verfahren erst für $N \ge 4$ anwendbar. Durch Umformen der Gleichungen 3.7 - 3.10 kann ein Residuum

$$r_k = (X_k - x_4)^2 + (Y_k - y_4)^2 + (Z_k - z_4)^2 - (\rho_{4,0} + \Delta \rho_{4,k})^2$$
(3.14)

 mit

$$X_k = \sqrt{\left(\rho_{0,1} + \Delta \rho_{1,k}\right)^2 - Y_k^2 - Z_k^2}$$
(3.15)

$$Y_k = \frac{(\rho_{0,1} + \Delta\rho_{1,k})^2 - (\rho_{0,2} + \Delta\rho_{2,k})^2 + y_2^2}{2 \cdot y_2}$$
(3.16)

$$Z_{k} = \frac{\left(\rho_{0,1} + \Delta\rho_{1,k}\right)^{2} - \left(\rho_{0,3} + \Delta\rho_{3,k}\right)^{2} + y_{3}^{2} + z_{3}^{2} - 2 \cdot y_{3} \cdot Y_{k}}{2 \cdot z_{3}}$$
(3.17)

ermittelt werden. Ähnlich wie in [138] kann dieses Residuum nun für einen Satz von NMessungen minimiert werden. Die verwendete Gütefunktion lautet

$$J(\mathbf{p}) = \min \sum_{k=1}^{N} r_k(\mathbf{p})^2 \,.$$
(3.18)

Der Parametervektor ergibt sich zu

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \mathbf{X}^T & \mathbf{Y}^T & \mathbf{Z}^T & \boldsymbol{\rho}_{0,\mathrm{L}}^T \end{bmatrix}^T, \qquad (3.19)$$

wobei **X**, **Y** und **Z** den Vektoren der Komponenten der TCP-Positionen entsprechen und $\rho_{0,L}$ dem Vektor der initialen Laserlänge $\rho_{0,i}$ des *i*-ten Trackers.

In der Praxis ist das Ziel, für eine bekannte Referenzposition des Reflektors, welcher am Endeffektor des Seilroboters montiert ist, die initialen Laserlängen zu bestimmen. In dieser Position können die jeweiligen Seillängen gespeichert werden, so dass jederzeit in diese Position zurückgekehrt werden kann und die Interferometer genult werden können. Ausgehend von dieser Referenzposition kann nun mit Hilfe des Lasertrackers durch die Lösung der direkten Kinematik mittels eines Kalman-Filters, wie es in Abschnitt 2.4 beschrieben ist, eine echtzeitfähige Positionsbestimmung des Reflektors vorgenommen werden.

Messpunkte, die für die Bestimmung der initialen Laserlängen notwendig sind, können erzeugt werden, indem die Seillängen variiert werden. Dies gelingt auch, wenn der Seilroboter noch nicht kalibriert ist. Auf diese Weise ist das Messsystem nach der Identifikation der Laseraustrittspunkte und der Bestimmung der initialen Laserlängen für eine beliebige Referenzposition kalibriert.

3.2.3 Seilroboter

Nach der Identifikation aller Laseraustrittspunkte \mathbf{X}_{L} und der initialen Laserlängen $\boldsymbol{\rho}_{0,\mathrm{L}}$ können die vier Module als kalibriertes 3D-Messsystem verwendet werden. Damit kann die Position des Reflektorzentrums $\mathbf{X}_{\mathrm{TCP}}$ präzise bestimmt werden. Auf diese Weise können auch für die Identifikation des Seilroboters bekannte Referenzpunkte angefahren werden. Der Unterschied zur Identifikation des Lasertrackers liegt darin, dass nun nicht bekannte Positionsänderungen verfahren werden. Das Reflektorzentrum wird mit Hilfe des Seilroboters zu neuen Positionen bewegt. Diese Positionen werden im Anschluss durch den Lasertracker gemessen.

Das Ziel dieses Abschnittes ist es, die rückseitigen Auftreffpunkte \mathbf{X}_{J} im Zuge eines Szenarios \mathcal{K}_{2} zu bestimmen. Werden diese nach der Rekonfiguration zunächst manuell ausgemessen, kann der Endeffektor – wenn auch ungenau – bereits an definierte Positionen bewegt werden. So kann sich an der gitterförmigen Anordnung der Messpunkte aus Abschnitt 3.2.1 orientiert werden.

Der Versuchsaufbau entspricht der in Abbildung 2.1 dargestellten Anordnung. Zum Start



Abbildung 3.5: Ergebnis der Seilroboter-Kalibrierung; Referenzpositionen (\Box) , Laseraustrittspunkte (\times) , Seilauftreffpunkte (\circ)

der Identifikation werden durch die Winkelregler der Motoren Seillängen vorgegeben, die den Anknüpfungspunkt in eine definierte Startposition bewegen, für welche die initialen Laserlängen bekannt sind bzw. durch das in Abschnitt 3.2.2 vorgestellte Verfahren ermittelt wurden. Anschließend werden die Seillängen verändert, so dass sich diese für verschiedene Positionen im Arbeitsraum möglichst stark unterscheiden.

Jede der Endeffektorpositionen wird daraufhin durch den Lasertracker gemessen. Außerdem werden die zugehörigen Seillängenänderungen $\Delta \rho_{i,k}$ für das *i*-te Windenmodul und die *k*-te Messung ermittelt. Diese werden für die Kostenfunktion aus Gleichung 3.1 benötigt. Der Ausdruck $\rho_{i,k}$ in der Kostenfunktion entspricht der Lösung der inversen Kinematik aus Gleichung 2.2. Diese ist abhängig von den rückseitigen Auftreffpunkten \mathbf{X}_{J} . Diese ergeben sich nach der Optimierung zu

$$\mathbf{X}_{J,1} = \begin{bmatrix} 1,9145\\0,9391\\1,4120 \end{bmatrix} m \qquad \mathbf{X}_{J,2} = \begin{bmatrix} 3,9987\\0,9451\\1,3847 \end{bmatrix} m \qquad \mathbf{X}_{J,3} = \begin{bmatrix} 1,8932\\-0,9621\\1,4318 \end{bmatrix} m.$$
(3.20)

Nach zwölfmaliger Wiederholung der Identifikation kann für den Vektor $\mathbf{X}_{J,i}$ eine Standardabweichung über alle Einzelmessungen angegeben werden. Diese liefert eine Aussage zur Güte in Form der Wiederholgenauigkeit des Verfahrens. Die Standardabweichungen ergeben sich zu

$$\boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{J},1} = \begin{bmatrix} 0,93\\1,02\\0,30 \end{bmatrix} \operatorname{mm} \qquad \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{J},2} = \begin{bmatrix} 4,82\\0,37\\3,19 \end{bmatrix} \operatorname{mm} \qquad \boldsymbol{\sigma}_{\mathbf{J},3} = \begin{bmatrix} 0,93\\0,30\\0,49 \end{bmatrix} \operatorname{mm}. \tag{3.21}$$

Der am weitesten vom Messsystem entfernte Auftreffpunkt zeigt dabei die höchste Standardabweichung. Eine Ursache dafür ist der größer werdende Messfehler für weit vom Lasertracker entfernte Messpunkte. Diese Messpunkte werden benötigt, um große Seillängenänderungen für das am weitesten vom Lasertracker entfernte Windenmodul zu erzeugen. Abbildung 3.5 zeigt das Ergebnis der Identifikation. Die Positionen der Laseraustrittspunkte $\mathbf{X}_{L,1} \dots \mathbf{X}_{L,4}$ sind als Kreuze dargestellt. Die Kreise zeigen die Positionen der rückseitigen Auftreffpunkte $\mathbf{X}_{J,1} \dots \mathbf{X}_{J,3}$ und die Quadrate entsprechen den Messpunkten, die für die Identifikation genutzt wurden.

3.2.4 Vorgehen bei Verwendung eines einzelnen Trackermoduls

Zur Identifikation der geometrischen Systemparameter des Seilroboters werden sowohl bekannte Laseraustrittspunkte als auch initiale Laserlängen benötigt. Dafür wurde zunächst das System Lasertracker identifiziert, um im Anschluss initiale Laserlängen zu ermitteln, welche abschließend für die Ermittlung der rückseitigen Auftreffpunkte der Seile genutzt wurden. Zur Realisierung des Verfahrens wurden vier Trackermodule benötigt, um die notwendige Redundanz in der interferometrischen Messung sicherzustellen.

In [54] wird eine alternative Methode vorgestellt, welche die Identifikation mit nur einem Lasertracker realisiert. Für dieses Szenario \mathcal{K}_3 wird das Trackermodul auf dem dreiachsigen Lineartisch montiert, um eine Bewegung eines Laseraustrittspunktes selbst zu realisieren. Abbildung 3.6 veranschaulicht diese Bewegung.

Dadurch verändert sich der experimentelle Ablauf der Identifikation. Grundsätzlich basiert dieser Ansatz auf der Minimierung zweier Kostenfunktionen $J_k(\mathbf{p})$ und $J_i(\mathbf{p})$ für die *j*-te Position im Referenzsystem, die *k*-te Endeffektorposition sowie das *i*-tes Windenmodul.

Zunächst wird der Reflektor an dem Endeffektor des Seilroboters befestigt. Nun wird ein Satz von N zufälligen, im Arbeitsraum des Seilroboters verteilten Messpunkten angefahren. Für jeden Messpunkt muss sichergestellt sein, dass der TCP möglichst wenig schwingt. Dies wird durch Überprüfung des Interferometersignals gewährleistet. Daraufhin wird das Trackermodul innerhalb des Referenzsystems an P definierte Positionen bewegt. Auf diese Weise wird die aktuelle TCP-Position bezüglich des Referenzsystems durch die Kostenfunktion

$$J_k(\mathbf{p}) = \min \sum_{j=1}^{P} (\rho_{k,j} - \rho_{0,k} - \Delta \rho_{k,j})^2$$
(3.22)

bestimmt. Für jede auf diese Weise bestimmte TCP-Position werden die aktuellen Seil-



Abbildung 3.6: Erzeugung von Referenzpositionen durch Verschiebung des Trackers in dem Positioniersystem

längenänderungen gespeichert. Nachdem ein Satz von N Positionen durch Minimierung der Kostenfunktion bestimmt wurde, können im Anschluss die rückseitigen Auftreffpunkte der Seile durch eine weitere Minimierung

$$J_{i}(\mathbf{p}) = \min \sum_{k=1}^{N} \left(\rho_{i,k} - \rho_{0,i} - \Delta \rho_{i,k}\right)^{2}$$
(3.23)

bestimmt werden. Als Gütemaß für diese Möglichkeit der Identifikation kann eine Wiederholgenauigkeit der Positionsbestimmung angegeben werden. Dazu wird die Bestimmung der TCP-Position 20 Mal wiederholt. Zunächst wird dazu der Reflektor auf dem Breadboard montiert, so dass die Schwingungen minimiert werden. Daraufhin wird der Reflektor am Endeffektor montiert und auch diese Position wird wiederholt gemessen.

Im Anschluss an die Optimierung kann die Standardabweichung der resultierenden Positionen ermittelt werden. Für die Bestimmung der TCP-Positionen auf dem Breadboard ergibt sich eine Standardabweichung von

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{TCP,L}} = \begin{bmatrix} 80, 472\\ 4,909\\ 6,129 \end{bmatrix} \mu \text{m} \,. \tag{3.24}$$

Wird der TCP bestimmt, während der Reflektor am Endeffektor des Seilroboters montiert ist, ergibt sich eine Standardabweichung von

$$\boldsymbol{\sigma}_{\text{TCP,S}} = \begin{bmatrix} 2,343\\0,299\\0,276 \end{bmatrix} \text{mm}.$$
 (3.25)

Die deutlich größere Standardabweichung von $\sigma_{\text{TCP},\text{S}}$ im Gegensatz zu $\sigma_{\text{TCP},\text{L}}$ resultiert aus Schwingungen des Endeffektors, die sich nicht vollständig vermeiden lassen. Es ist ebenfalls auffällig, dass jeweils die erste Komponente der Standardabweichung wesentlich größer ist als die übrigen. Dies ist auf eine geringere Sensitivität der Kostenfunktion auf diese Bewegungsrichtung zurückzuführen.

Am Beispiel des zweiten Schrittes der Identifikation ist dies anschaulich vorstellbar. Für einen großen Abstand zwischen Laserquelle und TCP bedeutet eine Bewegung in *x*-Richtung näherungsweise eine Bewegung in Strahlrichtung. Für eine verhältnismäßig kleine Bewegung der Laserquelle können Bewegungsdifferenzen in dieser Achse nur schlecht detektiert werden. Die Standardabweichung der TCP-Bestimmung ist bereits verhältnismäßig groß. Eine auf diesen Werten basierende, weitere Identifikation der Seilauftreffpunkte unterliegt damit ebenso Ungenauigkeiten, die zu einem schlechteren Ergebnis führen werden, als das in Abschnitt 3.2.3 vorgestellte Verfahren, bei dem vier Trackermodule genutzt wurden.

Durch das einzelne Trackermodul kann keine absolute Positionsbestimmung auf Basis einer Trilateration durchgeführt werden. Deshalb muss für die Validierung der Identifikation ein alternatives Verfahren genutzt werden. In [54] wird dazu eine Möglichkeit der Validierung der Bestimmung der rückseitigen Auftreffpunkte mit Hilfe nur eines Lasertrackermoduls vorgestellt, auf die an dieser Stelle nicht näher eingegangen werden soll.

Zusammenfassend nutzt das in diesem Abschnitt vorgestellte Verfahren nur ein einziges Trackermodul. Das reduziert den Hardwareaufwand zur Realisierung einer Kalibrierung. Allerdings ist das Ergebnis – der Satz geometrischer Systemparameter – von geringerer Güte. Das betrifft sowohl die Präzision als auch die Richtigkeit der Ergebnisse. Die Validierung der Ergebnisse gestaltet sich ob der Nutzung nur eines Trackermoduls als ausgesprochen schwierig, weshalb ein direkter Vergleich mit dem Verfahren aus Abschnitt 3.2.3 nicht durchgeführt werden kann. Deshalb wird für die Kalibrierung des Seilroboters, wie er als Grundlage für die weiteren Untersuchungen dient, von der Nutzung ausschließlich eines Trackermoduls abgesehen.

3.3 Datenbasierte Korrektur

Mit Hilfe des Vorgehens aus Abschnitt 3.2 wurden die Positionen der rückseitigen Auftreffpunkte \mathbf{X}_{J} des Seilroboters ermittelt. Auf Basis dieser Positionen und der zusätzlich identifizierten initialen Seillängen $\rho_{0,S}$ kann durch Vorgabe definierter Seillängenänderungen $\Delta \rho_{S}$ die Position des Anknüpfungspunktes \mathbf{X}_{T} vorgegeben werden. Die Position des Tool Center Point \mathbf{X}_{TCP} entspricht dabei in der Regel nicht dem des Anknüpfungspunktes \mathbf{X}_{T} . Mit Hilfe eines modellbasierten Ansatzes könnte die Strecke vom Reflektorzentrum zum Anknüpfungspunkt bestimmt werden. Dieser Abstandsparameter unterliegt jedoch Modellungenauigkeiten. Dazu gehört zum einen die Geometrie des TCP, die nur im Rahmen der Fertigungstoleranzen bekannt ist sowie die Verbindung zum Endeffektor, die ebenfalls geometrische Ungenauigkeiten mit sich bringt. Zudem ist die mechanische Verbindung der Seile an dem Anknüpfungspunkt nicht ideal punktförmig. Auf Seiten des Lasertrackers wird die gemessene Laserlänge von nicht modellierten Bewegungen des Laserstrahls auf den Spiegeloberflächen bestimmt. Hinzu kommen Effekte wie Parameterdrifts. Dazu gehört die Längung des Seiles infolge der Bewegung im Arbeitsraum oder Temperaturveränderungen. Deshalb kann die Position des TCP modellbasiert nicht exakt bestimmt werden und soll im folgenden Abschnitt datenbasiert auf Grundlage des Anknüpfungspunktes ermittelt werden.

3.3.1 Approximation durch radiale Basisfunktionen

Radiale Basisfunktionen (RBF) können genutzt werden, um eine Funktion bezüglich einer Menge von Messpunkten zu approximieren [119]. In [17] wird diese Approximation über das Interpolationsproblem motiviert. Dieses besagt, dass für einen Satz von m_0 paarweise unterschiedlichen Datenpunkten $\{\mathbf{u}_i; i = 1, 2, ..., m_0\}$ im \mathbb{R}^n und reelle Zahlen $\{f_i; i = 1, 2, ..., m_0\}$ eine Funktion $y : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ gewählt werden soll, die die Bedingung

$$y(\mathbf{u}_i) = f_i$$
 $i = 1, 2, ..., m_0$ (3.26)

erfüllt. Damit verläuft die Funktion y durch bekannte Datenpunkte. Mit Hilfe der Interpolation durch RBF wird nun ein linearer Funktionenraum aufgespannt, welcher ausschließlich von diesen Datenpunkten und den Zentren einer im allgemeinen nichtlinearen Funktion abhängt. Diese Basisfunktionen sind definiert als

$$f_{\text{RBF}}(\mathbf{u}) = \phi(\|\mathbf{x} - \mathbf{c}_j\|) = \phi_j(\mathbf{u}) \qquad j = 1, 2, ..., n_0.$$
 (3.27)

Dabei entspricht **u** den Datenpunkten, \mathbf{c}_j den Zentren der RBF und $\|...\|$ einer Norm, wobei häufig die Euklidische Norm verwendet wird. Eine Funktion kann nun durch summative Überlagerung der Form

$$y(\mathbf{u}) = \sum_{j=i}^{n_0} \lambda_j \phi_j(\mathbf{u})$$
(3.28)

mit den Skalierungsfaktoren λ_j interpoliert werden. Setzt man in diese Gleichung die Interpolationsbedingung aus 3.26 ein, erhält man das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_{n_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{u}_1) & \dots & \phi_{n_0}(\mathbf{u}_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(\mathbf{u}_{n_0}) & \dots & \phi_{n_0}(\mathbf{u}_{n_0}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_{n_0} \end{bmatrix} = \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{p}}$$
(3.29)

Die Einträge $\phi_i(\mathbf{u}_i)$ entsprechen den Basisfunktionen $\phi(\|\mathbf{u}_i - \mathbf{c}_i\|)$ für den *i*-ten Messpunkt

sowie das *j*-te Zentrum der Basisfunktion. Der Vektor

$$\hat{\mathbf{p}} = \begin{bmatrix} \lambda_1 \\ \vdots \\ \lambda_{n_0} \end{bmatrix}$$
(3.30)

entspricht dem Parametervektor. Existiert die Inverse \mathbf{M}^{-1} , kann das lineare Gleichungssystem eindeutig gelöst werden.

Für den Fall, dass für die Anzahl m_0 der Datenpunkte und die Anzahl n_0 der Zentren der RBF $m_0 > n_0$ gilt, wird das Gleichungssystem überbestimmt. Das Interpolationsproblem geht dann in ein Approximationsproblem über und kann mit Hilfe einer linearen Optimierung gelöst werden. Dies kann mit Hilfe der Minimierung der Summe der Fehlerquadrate erfolgen. Werden für die Identifikation von Systemparametern radiale Basisfunktionen genutzt, entsprechen die Datenpunkte häufig realen Messungen. Als Vertreter dieser Funktionen wird häufig die Gaußfunktion

$$\phi = e^{-(\varepsilon r)^2} \tag{3.31}$$

mit

$$r = \|\mathbf{x} - \mathbf{c}\| \tag{3.32}$$

genutzt. Der Faktor ε ist ein Designfaktor, welcher den Einfluss der Messung auf die jeweilige Funktion bestimmt. Dieser wird in Anlehnung an die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Normalverteilung auch Standardabweichung genannt und beschreibt die Breite der Basisfunktion [99]. Der Begriff beschreibt jedoch, im Gegensatz zu dem gleichlautenden Begriff, welcher ein Streuungsmaß repräsentiert, eine deterministische Eigenschaft. Gleichwohl soll synonym zur Nutzung des Faktors ε im Folgenden der Begriff Standardabweichung verwendet werden. Außerdem entspricht **x** einem Datenpunkt und **c** der Position des Zentrums der Basisfunktion. Die Summe der RBF, wie sie in Gleichung 3.28 eingeführt wurde, entspricht dann einem Modellausgang

$$\hat{y}\left(\mathbf{u}(k),\hat{\mathbf{p}}\right) = \sum_{j=1}^{n_0} \lambda_j \phi_j\left(\mathbf{u}(k)\right) \,, \tag{3.33}$$

mit dem Parametervektor $\hat{\mathbf{p}}$ und einem Eingang $\mathbf{u}(k)$ zur k-ten Messung. Die RBF, ausgewertet an den Messpunkten bezüglich der Zentren, können in einem Vektor $\mathbf{m}(k)$ zusammengefasst



Abbildung 3.7: Interpretation eines Satzes radialer Basisfunktionen als neuronales Netz nach [17]

werden. Für einen Satz von N Messpunkten ergibt sich damit

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}(1) \\ \mathbf{m}(2) \\ \vdots \\ \mathbf{m}(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1(\mathbf{u}(1)) & \phi_2(\mathbf{u}(1)) & \dots & \phi_{n_0}(\mathbf{u}(1)) \\ \phi_1(\mathbf{u}(2)) & \phi_2(\mathbf{u}(2)) & \dots & \phi_{n_0}(\mathbf{u}(2)) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_1(\mathbf{u}(N)) & \phi_2(\mathbf{u}(N)) & \dots & \phi_{n_0}(\mathbf{u}(N)) \end{bmatrix} .$$
(3.34)

Der Modellausgang kann dann formuliert werden als

$$\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{p}} \,. \tag{3.35}$$

Dieses System kann nun mit Hilfe der Pseudoinversen gelöst werden.

$$\hat{\mathbf{p}} = \left(\mathbf{M}^T \cdot \mathbf{M}\right)^{-1} \cdot \mathbf{M}^T \cdot \hat{\mathbf{y}}$$
(3.36)

Der so beschriebene Satz radialer Basisfunktionen zur Funktionsapproximation kann auch als dreischichtiges neuronales Netz aufgefasst werden [17]. Abbildung 3.7 verdeutlicht diese Interpretation. Die Anzahl der Input-Neuronen entspricht der Dimension der Messpunkte. Bei der Approximation eines dreidimensionalen Raumes ist n = 3. Die Anzahl der Hidden-Neuronen in der mittleren Schicht entspricht der Anzahl der Zentren n_0 der Basisfunktionen. Das oben beschriebene Vorgehen kann für einen mehrdimensionalen Ausgang parallel für jeden Ausgang angewendet werden. Es kann jedoch für einen vektorwertigen Ausgang auch verallgemeinert werden. Dann ergibt sich die Anzahl der Output-Neuronen aus der Anzahl m_0 der verwendeten Funktionen $\hat{y}(\mathbf{u})$ zur Approximation. Diese Interpretation ist in der Literatur weit verbreitet [99][14].
3.3.2 Verteilung der RBF-Zentren

In [99] wird das Training von RBF-Netzen in den Fokus gestellt. Dazu zählt insbesondere die Verteilung der Zentren im Arbeitsraum, welche für die später umgesetzte Positionskorrektur relevant ist. Im Folgenden werden die verschiedenen Ansätze, wie sie von [99] beschrieben werden, vorgestellt. In Abschnitt 3.3.3 wird daraufhin ein Ansatz begründet weiterverfolgt.

Zufällige Verteilung

Die Zentren der RBF können zufällig gewählt werden. Das bedeutet, dass die Hidden-Neuronen zufällig initialisiert werden. Eine Adaption dieses Ansatzes ist, die Trainingspunkte als Zentren zu wählen. Damit wird gewährleistet, dass diese im Arbeitsraum liegen. Dieser Ansatz verspricht jedoch keine hohe Leistungsfähigkeit und schwächt den Vorteil der Interpretierbarkeit gegenüber anderer neuronaler Netze.

Clustering

Dieser Ansatz sieht grundsätzlich vor, Zentren an Orten hoher Trainingspunktdichten zu platzieren. Durch diese proportionale Verteilung der Zentren bezüglich der Datenpunkte bleibt der Approximationsfehler näherungsweise konstant im gesamten Arbeitsraum. Allerdings wird die Komplexität der zugrundeliegenden Funktion nicht betrachtet, da die Zentren nicht in Regionen starker Nichtlinearitäten verschoben werden. Außerdem wird auf diese Weise eine relativ hohe Anzahl von Hidden-Neuronen benötigt, was sich negativ auf die Geschwindigkeit des Trainings auswirkt.

Komplexitätsgesteuertes Clustering

In diesem Ansatz wird die Methode des Clusterings um eine Abschätzung der Komplexität des zugrundeliegenden Modells erweitert. Dazu kann die zu approximierende Funktion linearisiert werden. Im Anschluss wird der Fehler zwischen linearisiertem Modell und dem realen System ermittelt. Daraufhin wird die Position der Basisfunktionen entsprechend dieses Fehlers gewählt. In Regionen eines hohen Fehlers sind hohe Nichtlinearitäten zu erwarten.

Gitterförmige Verteilung

Eine Herausforderung bei Clustering-Ansätzen besteht in der geeigneten Wahl der Standardabweichung ε . Eine ungünstige Wahl fördert Unregelmäßigkeiten im Interpolationsverhalten. Für niedrigdimensionale Eingangsräume bietet eine gitterförmige Anordnung der RBF eine günstige Alternative. Die Standardabweichung kann dann in Abhängigkeit der Gitterauflösung gewählt werden, da diese im gesamten Arbeitsbereich konstant ist. Jedoch wird auch hier die Komplexität des zugrundeliegenden Problems vernachlässigt.

Subset Selection

Dieses Verfahren setzt voraus, dass eine Menge von potentiellen Basisfunktionen mit definierten Standardabweichungen vorliegt. Aus dieser Menge soll nun eine Teilmenge relevanter Funktionen extrahiert werden. Die Menge von RBF kann zusätzlich um weitere Funktionen mit unterschiedlichen Standardabweichungen erweitert werden. Auf diese Art werden implizit nur die Basisfunktionen gewählt, welche eine geeignete Standardabweichung besitzen. Dieses Verfahren basiert auf der Anwendung von Strategien zur Reduzierung von Modellfehlern. Der in [99] vorgeschlagene Algorithmus (*orthogonal least square*) zur Auswahl der Teilmenge verläuft iterativ. Das bedeutet, es werden schrittweise neue Basisfunktionen in das Netz eingefügt. Nachteile dieses Verfahrens sind die heuristische Wahl der Standardabweichung und der steigende Rechenaufwand bei hochdimensionalen Problemen. Ein globales Optimum wird auch hier nicht gewährleistet.

Nichtlineare Optimierung

Das letzte hier vorgestellte Verfahren zielt darauf ab, eine global optimale Lösung für die Hidden-Neuronen respektive die Zentren und Standardabweichungen zu ermitteln. Dazu werden die partiellen Ableitungen der Netzwerkausgänge bezüglich der Ausgangsgewichte λ , der Zentrumskoordinaten y sowie der Standardabweichungen ε bestimmt. Der Rechenaufwand dieses Verfahrens ist sehr hoch.

3.3.3 Positionskorrektur

Infolge der modellbasierten Identifikation kann der Anknüpfungspunkt \mathbf{X}_{T} präzise vorgegeben werden. Jedoch kann dieser nicht direkt gemessen werden und unterliegt, wie bereits beschrieben, Modellungenauigkeiten. Es kann lediglich durch die bekannte Geometrie des Endeffektors auf die Position des TCP respektive des Reflektorzentrums \mathbf{X}_{TCP} geschlossen werden, welcher wiederum durch den Lasertracker messbar ist. Dieser Ortsvektor, welcher bei dem bekannten Anknüpfungspunkt beginnt und im gemessenen Reflektorzentrum endet, soll nun durch eine Positionskorrektur mit Hilfe radialer Basisfunktionen ermittelt werden. Dazu sind Trainingsdaten notwendig. Diese werden erzeugt, indem im Arbeitsraum des Seilroboters ein Satz von Anknüpfungspunkten vorgegeben wird und in den betreffenden Punkten die Position des Reflektorzentrums gemessen wird. Es kann damit ein Fehlervektor

$$\mathbf{X}_{e} = \mathbf{X}_{T} - \mathbf{X}_{TCP} \tag{3.37}$$

ermittelt werden. Aus dem Betrag dieses Differenzvektors berechnet sich zugleich das Argument r der in Gleichung 3.31 verwendeten Funktion. Die vorgegebenen Punkte \mathbf{X}_{T} entsprechen gleichzeitig den Zentren der Basisfunktionen.

Es stellt sich nun die Frage nach der Art der Verteilung der Zentren im Arbeitsraum. Die einfachste, jedoch auch unsystematischste Anordnung ist die *zufällige Verteilung*. Diese soll auf Grund der fehlenden Korrelation der zugrundeliegenden Funktion ausgeschlossen werden. Zudem kann die zugrundeliegende nichtlineare Funktion nicht abgeschätzt werden, wodurch ein *Clustering* ebenfalls nicht realisierbar ist bzw. dessen Vorteile nicht ausgeschöpft werden können. Es liegt ebenso keine Menge von potentiellen Basisfunktionen vor, weshalb auch der Ansatz des *Subset Selection* ausgeschlossen wird. Schließlich soll das Verfahren eine möglichst präzise und zeitsparende Möglichkeit bieten, den aus der modellbasierten Identifikation resultierenden Restfehler zu reduzieren. Durch den Ansatz der *nichtlinearen Optimierung* müssten zur Ermittlung der partiellen Ableitung sehr viele Messungen vorgenommen werden, auf dessen Grundlage neue Zentren gewählt werden. Die Zentren der Basisfunktionen werden deshalb *gitterförmig* im Arbeitsraum verteilt.

Die Dichte des Gitters kann zusätzlich erhöht werden. Damit steigt auch die Anzahl der Zentren innerhalb des Arbeitsraumes. Die Güte der datenbasierten Korrektur durch RBF hängt somit wesentlich von zwei Parametern ab: der Anzahl der homogen verteilten Zentren im Arbeitsraum und der Standardabweichung ε . Der Einfluss beider Parameter wurde im Zuge des Szenarios \mathcal{K}_4 durch Experimente ermittelt. Die Ergebnisse sind in den Abbildungen 3.8, 3.9 und 3.10 zu sehen.

Für die Experimente wurden drei datenbasierte Korrekturen durch ein Netz von RBF mit je $n_0 = 5, n_0 = 25$ und $n_0 = 50$ in einem Gitter, homogen im Arbeitsraum verteilter Zentren durchgeführt. Nun wurde für einen Satz variierender ε die Korrekturfunktion für die drei kartesischen Achsen x, y und z ermittelt. Zur Validierung der Güte der Approximation wurden 20 zufällig im Arbeitsraum verteilte Messpunkte für den Anknüpfungspunkt vorgegeben und das Reflektorzentrum gemessen. Auf diese Weise kann der Fehler zwischen der Punktvorgabe und der Messung in Form des RMSE angegeben werden. Ohne Korrektur ergibt sich ein mittlerer Fehler von

$$\overline{e} = 7,4\,\mathrm{mm}\,,\tag{3.38}$$

ein minimaler Fehler von

$$e_{\min} = 1.9 \,\mathrm{mm} \tag{3.39}$$

sowie ein maximaler Fehler von

$$e_{\max} = 24.9 \,\mathrm{mm} \,. \tag{3.40}$$

Abbildung 3.8 zeigt den mittleren, Abbildung 3.9 den minimalen und Abbildung 3.10 den maximalen Fehler über alle Validierungsmessungen. Die Volllinie zeigt die Ergebnisse für $n_0 = 5$, die Strichpunktlinie für $n_0 = 25$ und die Strichlinie für $n_0 = 50$ Zentren.

Für den mittleren RMSE zeigt sich, dass die Volllinie nahezu durchgängig einen höheren Wert annimmt. Die Strich- und Strichpunktlinie verbleiben auf einem etwa gleichen Niveau,



Abbildung 3.8: Mittlerer RMSE bei Variation der Standardabweichung ε ;



Abbildung 3.9: Minimaler RMSE bei Variation der Standardabweichung ε ;



Abbildung 3.10: Maximaler RMSE bei Variation der Standardabweichung ε ; $n_0 = 5$ (---), $n_0 = 25$ (---), $n_0 = 50$ (---)



Abbildung 3.11: Verteilung der Zentrums- und Validierungspunkte; Auftreffpunkte (◦), Zentrumspunkte (×), Validierungspunkte (□)



Abbildung 3.12: RMSE für jeden Validierungspunkt in mm; Auftreffpunkte (\circ), Validierungspunkte (\circ)

wobei die Strichlinie bereits für ein größeres ε für kleiner werdende Standardabweichungen stark ansteigt und die Approximation damit einen größeren Fehler liefert. Auf Grundlage von Abbildung 3.9 ist einzig zu folgern, dass auch hier ein gewisses ε nicht unterschritten werden sollte, da der Approximationsfehler sonst beginnt größer zu werden.

Schließlich verhält sich der maximale RMSE ähnlich dem mittleren RMSE. Auch hier zeigt eine geringe Anzahl Zentren einen nahezu durchgängig höheren Approximationsfehler und es bestätigt sich, dass ein gewisses ε nicht unterschritten werden sollte. Auf Basis der drei Abbildungen kann eine zu geringe Anzahl Zentren ausgeschlossen werden, in diesem Fall $n_0 = 5$. Die Dichte der Funktionen zur Approximation scheint prinzipiell nicht hoch genug zu sein, um im gesamten Arbeitsraum ein zufriedenstellendes Ergebnis zu liefern.

Da sich die Verläufe der Fehler für $n_0 = 25$ und $n_0 = 50$ ähneln, der Verlauf des Fehlers für $n_0 = 25$ jedoch robuster gegenüber Änderungen der Standardabweichung zu sein scheint, wurde sich für $n_0 = 25$ und $\varepsilon = 0.5$ entschieden [55]. Abbildung 3.11 zeigt die Verteilung der RBF-Zentren und der Messpunkte zur Validierung für diesen Fall.

Zudem zeigt Abbildung 3.12 den RMSE für jeden einzelnen Validierungspunkt im Detail.

Der RMSE ist farblich kodiert. Kleine Fehler sind in blau dargestellt. Große Fehler sind in gelb dargestellt. Der Fehler befindet sich in einem Bereich von 1,0 mm - 3,8 mm bei einem mittleren Fehler von 2,0 mm. Die Lasertracker befinden sich in negativer x-Richtung.

Es zeigt sich, dass der Fehler mit zunehmendem Abstand zum Messsystem größer wird. Die Ursache dafür liegt in dem größeren Einfluss von Schwingungen des Endeffektors sowie des Rauschens der interferometrischen Messung, wobei letztere eine untergeordnete Rolle spielt. Zudem wird der Fehler in Richtung der Umlenkrollen größer, da die zugrundeliegende Funktion – die inverse Kinematik – dort durch den Einfluss des variierenden Ablösepunktes eine höhere Nichtlinearität aufweist und zusätzlich auch die Verkippung des Endeffektors zunimmt. Die Realisierung des in diesem Kapitel vorgestellten Verfahrens erfolgte in [103] sowie einer anschließenden studentischen Arbeit.

4 Regelungskonzepte

Durch die Parameteridentifikation, wie sie in Kapitel 3 beschrieben wurde, liegt ein vollständig quantifiziertes Modell des Seilroboters einschließlich des Lasertrackers als Messsystem vor. Die Güte dieser Kalibrierung ist stark von dem zugrundeliegenden Modell abhängig. Nicht modellierte Effekte, wie Reibungen innerhalb des Windenmoduls oder in den Umlenkrollen, können nicht korrigiert werden. Zu diesen Effekten zählen ebenfalls geometrische Fehler, wie die Annahme, dass alle Seile im Anknüpfungspunkt zusammentreffen. Zudem wird das Ergebnis von Störungen während der Kalibrierung, wie dem verwendeten Messsystem und dessen Präzision und Richtigkeit beeinflusst. Die Wahl der Messpunkte, die für die Kalibrierung verwendet wurden, spielt dabei ebenfalls eine große Rolle.

Außerdem wird das System im Betrieb von weiteren, mitunter zeitvarianten Störsignalen beeinflusst, weshalb die Regelung für eine präzise Positionierung unabdingbar ist. Zu diesen Störsignalen, die während des Betriebs nicht oder nur sehr aufwändig bestimmt werden können, zählen z.B. der Verschleiß oder Erwärmung von mechanischen Komponenten und eine infolgedessen veränderte Geometrie oder Störung durch Prozesskräfte. Der Vorteil einer Regelung ist ebenfalls die Möglichkeit, dem Endeffektor eine Dynamik vorgeben zu können. Durch eine Kalibrierung allein kann keine ausreichend hohe Positioniergenauigkeit erreicht werden. Deshalb wird ein Reglerkonzept benötigt, welches auf Basis der Modellierung aus Kapitel 2 und der darauffolgenden Kalibrierung sowie des kalibrierten Absolutmesssystems eine präzise Positionierung gewährleistet. Dazu wird im folgenden Kapitel ein kurzer Abriss über bestehende Regeleinrichtungen im Kontext der Seilrobotik gegeben. Daraufhin werden zwei Reglerkonzepte vorgestellt. Das erste basiert rein auf der kinematischen Modellierung des Roboters sowie der Messung durch den Lasertracker. Der zweite Ansatz nutzt das kinetische Modell des Seilroboters, um auf Basis einer exakten Linearisierung eine Mehrgrößenregelung zu realisieren.

4.1 Stand der Technik

In Bezug auf die Regelungstechnik fokussiert sich der Forschungsbereich der Seilrobotik auf zwei Bereiche: die Kraftregelung der Seile und die Posenregelung der Plattform. Da der Schwerpunkt in dieser Arbeit auf der Positionsregelung liegt, soll dazu ein kurzer Einblick in den aktuellen Stand der Forschung gegeben werden.

In [41] wird im Zuge einer Dissertation der Prüfstand SEGESTA geregelt. Es werden zwei Ansätze präsentiert. Diese unterscheiden sich in der Wahl der geregelten Koordinaten. Zunächst wird die Regelung der Seillängen (*motion control in joint space*) und im Anschluss die Regelung der kartesischen Koordinaten (*motion control in operational space*) vorgestellt. Die Regeleinrichtungen entsprechen PD-Reglern. Zudem wird parallel dazu eine optimale Seilkraftverteilung angestrebt. Die Seilkraftmessung erfolgt dabei durch Dehnungsmessstreifen. Eine detaillierte Beschreibung ist ebenfalls [40] zu entnehmen.

Das seilgeführte Handhabungssystem CABLEV ist ebenfalls ein Objekt zahlreicher systemtheoretischer und regelungstechnischer Untersuchungen. Es handelt sich bei dem System um einen kinematisch unterbestimmten Seilroboter mit beweglichen Seilaustrittspunkten. Der Seilroboter besitzt Außenmaße von ca. $5.8 \text{ m} \times 5.3 \text{ m} \times 3.0 \text{ m}$. In [57] und [88] wird durch Auffinden flacher Ausgänge des Modells eine Vorsteuerung ermittelt, die Nichtlinearitäten kompensieren soll. In [57] wird zusätzlich auf die Kompensation der Pendelbewegung der Plattform eingegangen. Die Umsetzung dessen erfolgt durch die Regelung eines linearisierten Modells der Pendelbewegung durch eine lineare Zustandsrückführung. Einige Jahre später wurde das System in [58] durch eine Folgeregelung erweitert. Alle drei bisher genannten Veröffentlichungen zeigen die Ergebnisse simulativ. Eine Erprobung an dem realen Aufbau erfolgte in [149]. Es können durch das Verfahren Fehler während der Folgeregelung von unter 4 cm für die horizontale, 1 cm für die vertikale bzw. 2° für die rotatorische Achse erreicht werden. Es besteht weiterhin eine sichtbare, bleibende Regelabweichung in zwei der drei Regelgrößen. In [132] und [131] wird die Idee eines flachheitsbasierten Vorsteuerungsentwurfes auf ein ähnliches System, welches jedoch von vier statt drei Seilen angetrieben wird, erweitert. Die Ergebnisse wurden simulativ aufbereitet.

In [151] wird die Regelung des FAST vorgestellt. Durch die enorme Größe dieser Anwendung stellt die Regelung eine große Herausforderung dar. Der Aufbau besteht aus zwei Plattformen. An der oberen Plattform sind die in der Länge variierbaren Seile mit Umlenkrollen befestigt. Die untere Plattform ist über Linearachsen – ähnlich einer Stewart-Plattform – mit der oberen Plattform verbunden. Die Seile hängen ob des Gewichtes und ihrer Länge durch. Dies habe aber laut Aussage der Autoren keinen wesentlichen Einfluss auf die Güte der Regelung. Die obere Plattform wird durch zwei PID-Regler, je einen für die Position der Plattform sowie die Seilkräfte und einen für die Orientierung, geregelt. Für die untere Plattform wird ebenfalls ein PID-Regler eingesetzt. Für die Messung der Regelgrößen wurden Absolutmesssysteme zur Posenbestimmung der oberen Plattform sowie Lasertracker zur Verfolgung der Zentren beider Plattformen eingesetzt. Die Validierung der Ergebnisse erfolgt an einem Nachbau mit Außenmaßen von $50 \,\mathrm{m} \times 50 \,\mathrm{m} \times 12 \,\mathrm{m}$. Die obere Plattform kann mit einem Positionsfehler von maximal 2,55 mm und einem Orientierungsfehler von maximal $8,45 \times 10^{-3} \text{ rad}$ verfahren werden. In [156] wird das Reglerkonzept des FAST um eine Fuzzy-Regelung erweitert, um externe Störungen zu kompensieren. Diese wird parallel zu einer PI-Regelung betrieben. In [82] wird eine vorgegebene Trajektorienplanung an dem realen Aufbau erprobt. Die Informationen über einen etwaigen Regler sind dabei jedoch sehr vage.

In [73] wird ein PID-Regler in Kombination mit einem Seilkraftregler für einen planaren

Seilroboter vorgestellt, mit dem Ziel die Seile während der Positionsverfolgung jederzeit unter Spannung zu halten. Die Regelkreisstruktur ist kaskadiert aufgebaut. In [4] wird das Ziel verfolgt, einen den Seilroboter asymptotisch stabilisierenden Regler auszulegen. Dazu wird ein Ljapunow-basierender PD-Regler entworfen. Ein ähnliches Ziel verfolgt auch [74], mit dem Unterschied, einen Regler auszulegen, der robust gegenüber fehlerhaft ermittelten Seilaustrittspunkten und Seillängenmessungen ist. Zusätzlich wird in [4] ein Regler ausgelegt, der Nichtlinearitäten kompensieren soll. An dem gleichen Versuchsaufbau der Universität Delaware entwirft [107] einen Sliding-Mode-Regler, welcher Arbeitsraumbeschränkungen berücksichtigt. Gleichzeitig ist die Stabilität im Falle gespannter Seile gewährleistet. Der Entwurf erfolgt auf rein theoretischer Basis. In [106] wird wiederum an dem gleichen Aufbau ein Regelgesetz entworfen, welches erreichbare Führungsgrößen bzw. Arbeitsräume berücksichtigt. Zusätzlich wird ein Ansatz vorgestellt, mehrere dieser erreichbaren (Teil-)Arbeitsräume miteinander zu verbinden.

In [12] wird ein Computed-Torque-Ansatz für Seilroboter mit flexiblen Seilen vorgestellt. Die Regelergebnisse werden an einem planaren Seilroboter mit drei Seilen validiert. Die Messung der Endeffektorpose erfolgt durch ein Kamerasystem. Der vorgestellte Ansatz wird zudem sehr detailliert mit zwei weiteren, bestehenden Regelkonzepten verglichen. Der erste Ansatz basiert auf der ausschließlichen Nutzung interner Sensorik, um einer im Voraus geplanten Trajektorie zu folgen. Der zweite Ansatz vernachlässigt dynamische Effekte, nutzt jedoch ein externes Messsystem in Form von Kameras, um die Pose der Plattform zu regeln. Für alle drei Ansätze wird der Endeffektor auf einer quadratischen Bahn mit einer Kantenlänge von 0,2 m bei einer Geschwindigkeit von 0,11 m/s geführt. Es ergibt sich dabei ein mittlerer quadratischer Positionsfehler von 1,7 mm sowie ein mittlerer quadratischer Winkelfehler von 7.8×10^{-3} rad. Der vorgestellte Seilroboter ist abgehängt und nicht voll verspannt. Der Arbeitsraum wird mit einer Fläche von $1.2 \,\mathrm{m} \times 0.96 \,\mathrm{m}$ angegeben. [32] stellt eine vision-basierte Regelung eines Seilroboters vor. In [31] wird dieses Konzept an einem Seilroboter mit sehr großem Arbeitsraum $(15 \text{ m} \times 10 \text{ m} \times 6 \text{ m})$ erprobt. Es wird zudem das Durchhängen der Seile betrachtet. Außerdem wird eine Übersicht über existierende und real erprobte Regelungskonzepte vorgestellt, welche die Ansätze bezüglich ihres Arbeitsraumes, ihrer Wiederholgenauigkeit und Nutzlast sowie einiger weiterer Faktoren vergleicht.

Die bisher vorgestellten Ansätze wurden an realen Demonstratoren validiert. Weiterhin gibt es einige simulativ erprobte Regelungskonzepte. Zu diesen zählt auch [105]. Dabei wird eine Control-Ljapunow-Funktion konstruiert, um die Endeffektorposition zu stabilisieren. In [72] wird ein PD-Regler implementiert. Zusätzlich wird sichergestellt, dass die Seile zu jeder Zeit gespannt sind. Auch hier erfolgt der Stabilitätsnachweis über eine Ljapunow-Funktion.

Das Ziel in [6] ist, sowohl Modellungenauigkeiten zu kompensieren als auch Vibrationen im Seil zu dämpfen. Dazu wird ein adaptiver Regler eingesetzt, der eine Folgeregelung realisieren soll. Die Ergebnisse werden simulativ anhand eines planaren Seilroboters validiert.

In [154] wird die Regelung durch eine inverse Dynamik mit einem adaptiven Regler verglichen.

Die Validierung der Ergebnisse erfolgt simulativ anhand zweier Szenarien, mit und ohne externen Störungen. Der adaptive Regler liefert im Falle von Störungen bessere Ergebnisse gerade in Hinblick auf die bleibende Regelabweichung.

In [152] wird ebenfalls ein adaptiver Regler entworfen, der trotz unzureichender Modellierung der Seilsteifigkeiten und Vibrationen im Seil ein gutes Folgeverhalten liefert. Ein weiterer Computed-Torque-Ansatz wird in [2] präsentiert. Dabei handelt es sich um einen abgehängten Seilroboter, welcher über vier Seile die Pose einer Plattform beeinflusst.

In [81] wird dem Problem von Schwingungen im Seil begegnet. Dazu wird die Plattform um drei aktive, stabilisierende Arme erweitert. Es wird dabei zum einen versucht, die Schwingungen zu kompensieren und zum anderen die Arme in ihre Nominalposition zu bewegen. Dazu werden zwei separate Regler eingesetzt, die in ihrer Dynamik parametriert werden können. Schließlich wird ein Computed-Torque-Regler genutzt, um die Plattformposition zu regeln.

Die Autoren in [70] beschäftigen sich mit der Regelung des *Cable Robot Simulator* des Max Planck Instituts für biologische Kybernetik in Tübingen. Das Ziel der Anstrengungen ist die Untersuchung der menschlichen Wahrnehmung in virtuellen Umgebungen. Dazu wurde ein Simulator entwickelt, mit dem ein Mensch auf Basis definierter Bewegungsprofile durch den Raum bewegt werden kann. Dabei werden Beschleunigungen und Winkelgeschwindigkeiten der Plattform vorgegeben, die unter Arbeitsraumbeschränkungen und beschränkten Seilkräften durch Model Predictive Control (MPC) geregelt werden sollen.

Ein MPC-Ansatz für einen Seilroboter mit großem Arbeitsraum wird ebenfalls in [121] verfolgt. Der Seilroboter unterliegt kinetischen Beschränkungen der Geschwindigkeit, Beschleunigung und des Ruckes. Die Regelgüte wird mit der eines PID- und eines Sliding-Mode-Reglers verglichen.

In [65] werden mehrere Ansätze für einen vollverspannten Seilroboter vorstellt, mit dem Ziel sehr hohe Lasten zu transportieren. Zunächst wird ein robuster Reglerentwurf mit einer adaptiven Vorsteuerung kombiniert um nichtlinearen, stochastischen Störungen unterliegenden Parameteränderungen entgegenzuwirken. Ein weiterer, ebenfalls robuster Ansatz adressiert die Dynamik des Getriebes sowie dessen Reibung. In [63] wird ebenfalls ein robuster Regler für einen planaren Seilroboter entworfen. Das Ziel des Reglers ist es, trotz unbekannter Systemparameter, wie die der Motordynamik oder externer Störungen, ein gutes Regelergebnis zu erzielen. Die simulativen Regelergebnisse werden mit dem Regler, welcher in [65] entworfen wurde, verglichen.

Schließlich präsentiert [92] die Idee eines sehr kreativen Seilroboters. Dabei sind die Winden am Boden befestigt. Die Seile sind an einer Plattform fixiert, welche wiederum durch einen mit Helium gefüllten Ballon angehoben wird. Dieses Konzept bricht mit den weit verbreiteten Ansätzen, die Seile eines Seilroboters mit abgehängten Endeffektoren rein durch die Schwerkraft zu straffen. Die Regelung wird in die Plattformregelung und die Regelung der Seildynamik unterteilt, welche verteilt in jeder Winde ausgeführt wird. Die Kraftregelung der Seile erfolgt durch einen robusten Ansatz. Die Regelung der Plattform wird durch einen PID-Regler realisiert, der über die inverse Dynamik des Systems auf die Plattform wirkt. Eine ausgiebige Recherche zum aktuellen Stand der Forschung zum Thema Regelung paralleler Seilroboter erfolgte zudem in [147].

Die Recherche zum aktuellen Forschungsstand im Bereich der Posenregelung von Seilrobotern zeigt, dass dieses Themenfeld zwar bereits bearbeitet wurde, Anforderungen an eine hochpräzise Positionierung in einer industriellen Anwendung jedoch nicht erfüllt werden können. So zeigt [31], dass für einen Seilroboter mit sehr großem Arbeitsraum eine Wiederholgenauigkeit von 1 mm erreicht werden kann. Setzt man Arbeitsraum (konkret die längste Achse innerhalb des Arbeitsraumes) und Wiederholgenauigkeit ins Verhältnis, erreicht das in [151] vorgestellte System einen Faktor von 0,002%. Diese Genauigkeit geht jedoch zulasten der Dynamik. So kann sich die Plattform mit maximal 3×10^{-3} m/s auf einer vorgegebenen Trajektorie bewegen. Diese Faktoren sollen im Folgenden als Ziel für diese Arbeit angestrebt werden. Damit ergeben sich drei Forderungen an eine zu entwerfende Regelung:

- 1. Die Wiederholgenauigkeit soll weiter gesteigert werden. Dabei ist das Ziel, statisch den Genauigkeitsfaktor aus [151] zu erreichen. Das entspricht bei einer längsten verfahrbaren Bewegungsachse des Seilroboters MoCaRo von 1,5 m einer Präzision von 30×10^{-6} m.
- 2. Die Dynamik in Form der Geschwindigkeit und Beschleunigung der Plattformposition soll in gewissen Grenzen vorgegeben werden können.
- 3. Die Plattform soll einer vorgegebenen Trajektorie auch dynamisch gut folgen. Das Ziel soll ein Folgefehler der Plattformpositionierung von unter 1 mm sein.

Zur Umsetzung der Ziele soll ein im Zuge dieser Arbeit kalibrierter Lasertracker eingesetzt werden, welcher in der Lage ist, einen an der Plattform befestigten Retroreflektor echtzeitfähig zu verfolgen. Der Lasertracker gewährleistet damit eine absolute Positionsmessung des Reflektors. Dieser Umstand hebt die vorliegende Arbeit von anderen in diesem Bereich ab. Vergleicht man diese Art der Positionsbestimmung mit bisher genutzten Systemen, wie beispielsweise Kamerasystemen, so ist durch den in dieser Arbeit kalibrierten, echtzeitfähigen Lasertracker sowohl eine hochfrequentere als auch präzisere Messung möglich.

Außerdem sollen zwei neue Regelansätze implementiert werden. Zum einen soll auf Basis einer kinetischen Modellierung unter Nutzung der inversen Kinematik des Seilroboters und zum anderen modellbasiert auf Basis einer exakten Linearisierung eine höhere Präzision der Positionierung gewährleistet werden.

4.2 Positions- und Folgeregelung auf Basis einer kinematischen Modellierung

Der im Folgenden vorgestellte Regelungsansatz beruht allein auf der Kinematik des Seilroboters. Durch die Regelung der Motoren und der damit einhergehenden präzisen Manipulation der Seillängen kann der Endeffektor im Raum bewegt werden, ohne dabei Massen – wie die des Endeffektors – einzubeziehen. Es wird zunächst die Regelung eines einzelnen Motors vorgestellt, um im Anschluss schrittweise das Konzept der Regelung des Seilroboters vorzustellen.

4.2.1 Regelung des Motors

Die Regelung des Motors ist kaskadiert aufgebaut. Wie bereits in Abschnitt 2.5.1 geschildert, ist durch die Firma Beckhoff eine interne Regelkreisstruktur für den Fall einer Positions-, Geschwindigkeits- oder Momentenregelung implementiert. Der Motor wird in der Momentenregelung betrieben. Das bedeutet entsprechend Abbildung 2.10 arbeitet nur der Momentenregler. Die Drehzahl- und Winkelregler sind deaktiviert. Dies hat mehrere Vorteile und führt zu zwei Ansätzen, die im weiteren Verlauf thematisiert werden sollen:

- Zum einen können die weiteren Kaskaden zur Regelung der Geschwindigkeit und Position selbst geschlossen und parametriert werden. Dies wurde in Form der in Tabelle 2.2 angegebenen Parameter durchgeführt. Damit können die Längen einzelner Seile präzise vorgegeben und eingeregelt werden.
- Zum anderen kann durch Beschränkung der Führungsgeschwindigkeit Einfluss auf die Dynamik des geregelten Systems genommen werden.
- Weiterhin besteht so die Freiheit, im weiteren Verlauf durch die Vorgabe von Momenten einen Mehrgrößenregler auf Basis der Seilkräfte zu implementieren, wie es in Abschnitt 4.3 gezeigt wird.

Kompensation der Rastmomente und Reibung

Ein grundsätzlich zu beachtender Faktor bei der Regelung der Motoren ist die Kompensation auftretender Störungen in Form der Rastmomente sowie der Reibung. Wie in Abschnitt 2.5.1 gezeigt, treten die Rastmomente geometrisch reproduzierbar bei Rotation des Motors mit definierten Geschwindigkeiten auf. Eine Approximation dieser Funktion liefert Gleichung 2.43. Abbildung 4.1 zeigt die Kompensation dieser Störung schematisch als Blockschaltbild. Die aktuelle Winkelstellung ψ des Motors stellt dabei die Störgröße dar. Über die *Dynamik der Störübertragung* wird dem Motor abhängig vom Zustandsvektor \mathbf{x} der Motordynamik – und nach Gleichung 2.38 damit auch abhängig von der Störgröße $\tilde{u}_{\rm R}$, welche aus einer Regelung resultiert, eine kompensatorische Stellgröße $u_{\rm S}$ aufzuschalten, so dass die resultierende Stellgröße u die Wirkung der Störung auf die Strecke des geregelten Motormomentes eliminiert. Die Störkompensation ist allgemein eine nichtlineare Funktion $f(\psi, v)$, die von der Störgröße ψ und der Motorgeschwindigkeit v abhängt. Die Abhängigkeit von der Geschwindigkeit wird, wie in Abschnitt 2.5.1 geschildert, vernachlässigt.



Abbildung 4.1: Störkompensation innerhalb eines Windenmoduls

Wie ebenfalls in Abschnitt 2.5.1 beschrieben, wurde eine Approximation $M_{\text{rast}}(\psi)$ ermittelt, welche die Wirkung der Rastmomente und viskosen Reibung kombiniert. Bereinigt um den Mittelwert bzw. den Anteil der Flüssigkeitsreibung entspricht diese Funktion der Störkompensation, aus der die Stellgröße u_{S} resultiert.

4.2.2 Kinematischer Reglerentwurf

Durch die Regelung des Motors, wie sie in Abschnitt 4.2.1 vorgestellt wurde, können die Längen einzelner Seile präzise vorgegeben werden. Durch die Veränderung der Seillängen wird die Position des Anknüpfungspunktes und damit die Position des Reflektorzentrums \mathbf{X}_{TCP} variiert. Die darauf aufbauende Regelkreisstruktur ist in Abbildung 4.2 als Blockschaltbild dargestellt.

Die Motorregelung soll dabei Ausgangspunkt der Beschreibung sein. Der Eingang dieser Regelung ist ein Vektor von vorgegebenen Seillängen $\rho_{\rm S}^*$ sowie die aus der Identifikation resultierenden, initialen Seillängen $\rho_{0,\rm S}$. Der Ausgang sind Seillängen, zusammengefasst im Vektor $\rho_{\rm S}$.

Durch die Einführung der inversen Kinematik des Seilroboters kann nun eine vorgegebene Position in kartesischen Koordinaten in einzelne Soll-Seillängen umgerechnet werden. Da die Güte der Steuerung bis zu diesem Punkt von der Identifikationsgüte abhängt und diese nicht optimal ist, wird die offene Kette um eine Rückführung erweitert, mit dem Ziel, den resultierenden Restfehler zu kompensieren. In dieser muss die Messung oder Schätzung des



Abbildung 4.2: Kinematischer Reglerentwurf als Blockschaltbild

zu regelnden Punktes gewährleistet werden.

Soll der Anknüpfungspunkt geregelt werden, kann die Schätzung mit gewissen Einschränkungen ohne weitere externe Messtechnik durchgeführt werden. Allerdings ist dabei zu beachten, dass bei der Regelung des Anknüpfungspunktes ohne Nutzung eines externen Messsystems ausschließlich Störungen innerhalb der Motorstrecke entgegengewirkt werden kann. Weitere Störeinflüsse, die physikalisch nach der Motorstrecke Einfluss auf die Regelung des Anknüpfungspunktes haben, werden so nicht beachtet. Dazu gehört Schlupf in den Umlenkrollen, die thermische Längung des Seiles oder weitere nicht modellierte Effekte, die Seillängenänderungen im Millimeterbereich hervorrufen. Es hat somit deutliche Vorteile, auf ein externes Messsystem in Form des Lasertrackers zurückzugreifen, da auf diese Weise die Wirkung der oben genannten Effekte auf die Endeffektorposition präzise gemessen werden kann.

Handelt es sich bei der Regelgröße um das Reflektorzentrum, muss grundsätzlich eine Messung durch den Lasertracker erfolgen. Durch die Nutzung des Lasertrackers können – ausgehend von einer bekannten Reset-Position und den initialen Laserstrahllängen in dieser Position sowie den gemessenen Laserlängenänderungen – absolute Laserstrahllängen ermittelt werden. Auf Basis der gemessenen Längenänderungen kann mit Hilfe eines EKF die Position des Reflektorzentrums geschätzt werden. Das Vorgehen dazu ist in Abschnitt 2.4 beschrieben.

Die Regeldifferenz – aktuell in Form der negativen, geschätzten TCP-Position – wird im Anschluss durch einen Regler kompensiert. Der Entwurf einer Vorsteuerung soll in Abschnitt 4.2.3 behandelt werden. Es resultiert eine Stellgröße $\mathbf{u}_{\rm R}$. Der Regler selbst ist ein I-Regler, da der resultierende Positionsfehler verhältnismäßig gering ist und ohne sprungförmige Vorgabe der Sollseillängen ausgeregelt werden soll. Die Auslegung erfolgt auf Basis des verbleibenden Restfehlers in offener Kette und des gewünschten Zeitverhaltens. Die Übertragungsfunktion des Positionsreglers ergibt sich zu

$$G_{\rm R}(s) = \frac{1}{T_{\rm n}s} \tag{4.1}$$

mit

$$T_{\rm n} = 5.$$
 (4.2)

4.2.3 Entwurf einer Vorsteuerung

In Abschnitt 4.2.2 wurde der Entwurf eines Reglers zur präzisen Positionierung des TCP vorgestellt. Im folgenden Abschnitt soll darauf aufbauend eine Vorsteuerung entworfen werden, durch die eine Sollposition vorgegeben werden kann und das Führungsverhalten verbessert wird.

An dieser Stelle soll die datenbasierte Korrektur aus Abschnitt 3.3 aufgegriffen werden. Diese Korrektur der Reflektorposition ermöglicht eine präzisere Positionierung des TCP in



Abbildung 4.3: Kinematischer Reglerentwurf, erweitert um eine datenbasierte Korrektur und einen Folgeregler als Blockschaltbild

offener Kette. An dieser Stelle zeigt sich der praktische Nutzen der Korrektur im Rahmen einer Regelung. Diese kann genutzt werden, um den Regelkreis, der in Abschnitt 4.2.2 beschrieben wurde, innerhalb einer Vorsteuerung zu erweitern. Der erweiterte Regelkreis ist in Abbildung 4.3 dargestellt.

Das Blockschaltbild aus Abbildung 4.2 wurde um vier wesentliche Aspekte erweitert:

- Zunächst wird die Führungsgrößenvorgabe zusätzlich um eine Trajektorienplanung erweitert. Diese verhindert Führungsgrößensprünge und erlaubt die Vorgabe weiterer Ableitungen der Führungsgröße. Eine vorgegebene Zielposition **w** in kartesischen Koordinaten wird somit in eine Folge von Punkten **w**^{*} und deren Geschwindigkeiten **w**^{*} auf der Trajektorie überführt. Die Trajektorienplanung basiert auf einem quadratischen Polynom für die Positionsvorgabe, einem linearen, stückweise stetigen Polynom für die Beschleunigungsvorgabe. Der qualitative Verlauf eines solchen Profils ist in Abbildung 4.4 dargestellt. Die Abbildung zeigt die resultierende Trajektorie für die Zielposition *w*^{*}, Zielgeschwindigkeit \dot{w}^* sowie maximale Beschleunigung \ddot{w}_{max} . Der Verlauf der Geschwindigkeit neutren der Beschleunigung [129]. Der aktuelle Punkt **w**^{*} auf der Trajektorie wird dem Regelkreis als Führungsgröße zugeführt.
- Weiterhin wird eine Stellgröße \mathbf{u}_{Pos} eingeführt, welche der unveränderten Führungsgröße \mathbf{w}^* entspricht. Diese Stellgröße dient als Vorsteuerung der aktuellen Sollposition.
- Darauf aufbauend wird der bisher vorgegebenen Führungsgröße die datenbasierte Korrektur aus Abschnitt 3.3 aufgeschaltet. Dazu wird aus dem aktuellen Punkt \mathbf{w}^* auf



Abbildung 4.4: Qualitativer Verlauf der Führungsgröße bei einer Trajektorienplanung unter der Voraussetzung einer konstanten Beschleunigung \ddot{w}_{max}

der Trajektorie eine korrigierte Stellgröße \mathbf{u}_{RBF} generiert. Auf diese Weise kann ohne Rückführung – wie in Abschnitt 3.3 beschrieben – eine Präzision der statischen Positionierung des Reflektorzentrums von maximal 3,5 mm erreicht werden.

• Zusätzlich kann eine Folgeregelung zur Schleppfehlerreduzierung implementiert werden. Dazu wird die aktuelle Führungsgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{w}}^*$ auf der Trajektorie mit einem Faktor $K_{\rm C}$ multipliziert. Die resultierende Stellgröße $\mathbf{u}_{\rm Vor}$ ist damit proportional zur vorgegebenen Sollgeschwindigkeit. Der Proportionalitätsfaktor $K_{\rm C}$ wurde dabei entsprechend der linearen Regelungstheorie in Abhängigkeit der Abweichung von Soll- und Istwert der Regelgröße während des Verfahrens einer Trajektorie mit einer definierten Geschwindigkeit eingestellt [43]. Die Stellgröße ergibt sich nach diesem Ansatz zu

$$\mathbf{u}_{\mathrm{Vor}} = K_{\mathrm{C}} \cdot \dot{\mathbf{w}}^* \tag{4.3}$$

 mit

$$K_{\rm C} = 0,1260$$
. (4.4)

Die Stellgröße \mathbf{u}_{Pos} (die unveränderte Positionsvorgabe in Form eines Punktes auf der Trajektorie), \mathbf{u}_{Vor} als kompensatorischer Anteil des Schleppfehlers, \mathbf{u}_{RBF} als geometrische Vorsteuerung des Reflektorzentrums sowie die Stellgröße \mathbf{u}_{R} des Positionsreglers dienen anschließend superponiert als Eingang für die inverse Kinematik, welche die Vorgabe der Seillängen darstellt.

4.2.4 Implementierung und Ergebnisse

Tabelle 4.1 fasst die folgenden Validierungsmessungen zusammen. Die Messung $\mathcal{R}_{i,j}$ entsprechend des *i*-ten Reglers und der *j*-ten Messung ist in der ersten Spalte notiert.

Während der Messung ist am Anknüpfungspunkt ein Pendel montiert, an dessen Ende der Reflektor befestigt ist. Die Regelgröße kann im Folgenden entweder der Anknüpfungspunkt oder das Reflektorzentrum sein. Die Information darüber ist in der zweiten Spalte vermerkt. Ist für die entsprechende Messung eine integrale Ausgangsrückführung implementiert, ist dies in der dritten Spalte durch ein "ד gekennzeichnet. Dies ist für die in diesem Abschnitt vorgestellten Ergebnisse immer der Fall. Die Spalte dient an dieser Stelle lediglich der Vergleichbarkeit mit späteren Experimenten. Die vierte und fünfte Spalte gibt Auskunft über die maximale verfahrene Geschwindigkeit bzw. Beschleunigung in Bahnrichtung.

Für die Ergebnisse der Szenarien $\mathcal{R}_{1,j}$ für j = 1...5 wurde eine Trajektorienplanung, wie sie in Abschnitt 4.2.3 eingeführt wurde, implementiert. Die Bahngeschwindigkeit v^* des Anknüpfungspunktes variiert im Bereich von 0,05 m/s - 1,0 m/s. Der Führungsgrößenverlauf der Position, Geschwindigkeit und Beschleunigung pro kartesischer Achse ist in Abbildung 4.5 dargestellt. Der qualitative Verlauf der Trajektorie wird für alle weiteren Messungen unverändert bleiben. Einzig die Anstiege bzw. statischen Endwerte der Geschwindigkeit und Beschleunigung werden für weitere Validierungsmessungen variiert.

Die Regelgröße ist für die folgenden Ergebnisse zunächst der Anknüpfungspunkt. An dem Anknüpfungspunkt ist zusätzlich ein Pendel befestigt. So wird die Regelung – gerade für höhere Beschleunigungen – maßgeblich beeinflusst. Im weiteren Verlauf wird die Regelgröße vom Anknüpfungspunkt auf das Reflektorzentrum am Ende des Pendels verschoben.

Gemäß Abbildung 4.3 entspricht das Messsystem damit zunächst dem Seilroboter und die direkte Kinematik – basierend auf den Seillängen sowie den Auftreffpunkten – dient der Bestimmung der aktuellen Position bzw. gemessenen Regelgröße.

Die Abbildungen 4.6 – 4.8 zeigen den resultierenden Verlauf der Führungsgröße und der zugehörigen Regeldifferenz der Position und Geschwindigkeit für eine vorgegebene Geschwindigkeit von 0.05 m/s bzw. vorgegebenen Beschleunigung von 0.05 m/s^2 . Zudem ist in der unteren Abbildung der Verlauf der Stellgröße dargestellt (vgl. Tabelle 4.1: $\mathcal{R}_{1,1}$).

Messung	Regelgröße	integrale Aus- gangsrückführung	Geschwindigkeit	Beschleunigung
		Sangor actination ang		0.05 / 2
$\mathcal{R}_{1,1}$	Anknüpfungspunkt	×	$0,05\mathrm{m/s}$	$0,05{\rm m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,2}$	$Ankn \ddot{u} p fung spunkt$	×	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,3}$	Anknüpfungspunkt	×	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,4}$	Anknüpfungspunkt	×	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,5}$	Reflektorzentrum	×	$0.5\mathrm{m/s}$	$1{,}0\mathrm{m/s^2}$

Tabelle 4.1: Übersicht der Validierungsmessungen entsprechend der Szenarien $\mathcal{R}_{1,1} - \mathcal{R}_{1,5}$



Abbildung 4.5: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z der Position (in m), Geschwindigkeit (in m/s) und Beschleunigung (in m/s²) für Szenario $\mathcal{R}_{1,1}$

Die Position kann in diesem Szenario ohne bleibende Regelabweichung eingeregelt werden. Der Folgefehler liegt auf Positionsebene für jede Achse unter $1,5 \times 10^{-3}$ m. Infolge der Beschleunigungssprünge zeigt der Positionsverlauf, abhängig von der betrachteten Achse, ein Überschwingen von ca. $0,15 \times 10^{-3}$ m – $0,25 \times 10^{-3}$ m. Die Geschwindigkeit kann stationär genau erreicht werden. Der Folgefehler auf Geschwindigkeitsebene beträgt maximal 10×10^{-3} m/s. Es zeigt sich ein verhältnismäßig hohes Rauschen im Messsignal, da die Geschwindigkeit nicht direkt gemessen, sondern durch Ableitung des Positionssignals berechnet wird. Da auch die Beschleunigung des Anknüpfungspunktes nicht direkt gemessen werden kann und aus dem Geschwindigkeitssignal durch Ableitung berechnet werden müsste, kann der Beschleunigungsverlauf nicht sinnvoll ausgewertet werden. Die Stellgrößen liegen unterhalb der Stellgrößenbegrenzung.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Ergebnisse für erhöhte Bahngeschwindigkeiten von bis zu

- $v^* = 0,1 \text{ m/s}$ (Abbildungen 4.9 4.11, vgl. Tabelle 4.1: $\mathcal{R}_{1,2}$) bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 0,1 \text{ m/s}^2$,
- $v^* = 0.5 \text{ m/s}$ (Abbildungen 4.12 4.14, vgl. Tabelle 4.1: $\mathcal{R}_{1,3}$) bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 1.0 \text{ m/s}^2$,
- $v^* = 1,0 \text{ m/s}$ (Abbildungen 4.15 4.17, vgl. Tabelle 4.1: $\mathcal{R}_{1,4}$) bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 2,5 \text{ m/s}^2$.

Zur Regelung des Reflektorzentrums wird die Regelgröße verschoben. Entsprechend Abbildung 4.3 entspricht das Messsystem so dem Lasertracker und die direkte Kinematik – basierend auf den Strahllängen sowie den Laseraustrittspunkten – dient der Bestimmung der aktuellen Position bzw. gemessenen Regelgröße.

Stellvertretend soll in der Messreihe $\mathcal{R}_{1,5}$ für eine Bahngeschwindigkeit von $v^* = 0.5 \,\mathrm{m/s}$ und einer betragsmäßigen Beschleunigung von $a^* = 1.0 \,\mathrm{m/s^2}$ das Reflektorzentrum auf der dargestellten Trajektorie bewegt werden. Das Ergebnis ist in den Abbildungen 4.18 – 4.20 dargestellt.

Eine ausführliche Diskussion der Ergebnisse einschließlich eines Vergleiches mit dem in Abschnitt 4.3 eingeführten Regelkonzept erfolgt in Abschnitt 4.4.



Abbildung 4.6: $\mathcal{R}_{1,1}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.7: $\mathcal{R}_{1,1}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.8: $\mathcal{R}_{1,1}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in N m



Abbildung 4.9: $\mathcal{R}_{1,2}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.10: $\mathcal{R}_{1,2}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.11: $\mathcal{R}_{1,2}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in N m



Abbildung 4.12: $\mathcal{R}_{1,3}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.13: $\mathcal{R}_{1,3}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.14: $\mathcal{R}_{1,3}{:}$ Motormomente $M_1,\,M_2$ und M_3 in $N\,m$



Abbildung 4.15: $\mathcal{R}_{1,4}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.16: $\mathcal{R}_{1,4}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.17: $\mathcal{R}_{1,4}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm



Abbildung 4.18: $\mathcal{R}_{1,5}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.19: $\mathcal{R}_{1,5}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.20: $\mathcal{R}_{1,5}{:}$ Motormomente $M_1,\,M_2$ und M_3 in $N\,m$

4.3 Mehrgrößenregelung auf Basis einer exakten Linearisierung

Der in Abschnitt 4.2 vorgestellte Ansatz bietet eine geeignete Möglichkeit den Anknüpfungspunkt oder TCP zu positionieren. Durch auf die Motoren verteilte, lokale PID-Regler kann der Anknüpfungspunkt über die inverse Kinematik sowie das Reflektorzentrum über die Messung des Lasertrackers geregelt im Raum bewegt werden. Dazu ist zusätzlich eine Trajektorienplanung notwendig. Bei diesem Ansatz wird jedoch die Auswirkung konkurrierender Seile nicht beachtet. Die Folge ist, dass sich die Kraftwirkungen der Seile auf den Endeffektor überlagern und es im Zielpunkt zu Kreiselbewegungen des TCP kommt. Außerdem ist es nicht möglich, die bewegten Massen in die Vorgabe der Dynamik des Endeffektors einzubeziehen. Die Auslegung der Reglerparameter erfolgt größtenteils empirisch. Der folgende Abschnitt soll eine Möglichkeit vorstellen, den TCP durch einen Mehrgrößenansatz auf Basis einer *exakten Linearisierung* zu regeln und so die vorhandenen Nachteile zu kompensieren.

Das Wesen des Reglerentwurfes mittels exakter Linearisierung besteht in der Kompensation von in der Streckendynamik vorhandenen Nichtlinearitäten. Im Fall von Mehrgrößensystemen werden zusätzlich die Ausgänge voneinander entkoppelt, wodurch lineare Teilsysteme entstehen, deren geregelte Dynamik separat voneinander vorgegeben werden kann. Der Name exakte Eingangs-/Ausgangslinearisierung, kurz exakte Linearisierung, leitet sich von der – im SISO-Fall – entstehenden, linearen Differentialgleichung der Ausgangsgröße ab. Im Fall von MIMO-Systemen existieren entsprechend mehrere Ausgangsgrößen. Der wesentliche Vorteil besteht darin, dass schließlich lineare Konzepte – wie die Polvorgabe – angewendet werden können, um das vormals nichtlineare Modell zu regeln [42]. Um das zu erreichen, wird eine Zustandstransformation gesucht, die ein nichtlineares System in die nichtlineare Regelungs-normalform überführt. Für diese existiert ein Regelgesetz, welches das geregelte System in eine lineare Systemdarstellung überführt [62] [1].

4.3.1 Exakte Linearisierung allgemeiner, nichtlinearer Systeme

Zunächst soll die exakte Linearisierung für allgemeine, nichtlineare Systeme gezeigt werden. Ausgangspunkt dafür ist die folgende Zustandsraumdarstellung eines dynamischen Systems.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}\left(\mathbf{x}, u\right) \tag{4.5}$$

$$y = g\left(\mathbf{x}\right) \tag{4.6}$$

Dabei ist u der Eingang, y der Ausgang und \mathbf{x} der Zustandsvektor des Systems. Zur Ermittlung der Zustandstransformation wird die *Lie-Ableitung* eingeführt. Diese stellt den Gradienten einer skalaren Funktion $h(\mathbf{x})$ multipliziert mit einem Vektorfeld $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ dar. Sie ist definiert als

$$L_{\mathbf{f}}h(\mathbf{x}) = \frac{\partial h(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}).$$
(4.7)

Auf die gegebene Systemdarstellung bezogen, ist die i-te Lie-Ableitung von g bezüglich **f** rekursiv definiert als

$$L_{\mathbf{f}}^{i}g(\mathbf{x}) = \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{i-1}g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}, u).$$
(4.8)

Bildet man nun die zeitliche Ableitung des Ausganges, kann diese durch Einsetzen des Vektors der nichtlinearen Zustandsdifferentialgleichungen als eine Lie-Ableitung ausgedrückt werden.

$$\dot{y} = \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \frac{\partial g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{f}(\mathbf{x}, u) = L_{\mathbf{f}} g(\mathbf{x})$$
(4.9)

Es können nun weitere Ableitungen des Ausganges gebildet werden, bis die Gleichungen

$$y^{(\delta)} = \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{\delta-1}g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}, u) + \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{\delta-1}g(\mathbf{x})}{\partial u}\dot{u} = L_{\mathbf{f}}^{\delta}g(\mathbf{x}) = \varphi(\mathbf{x}, u)$$
(4.10)

 mit

$$\frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{\delta-1}g(\mathbf{x})}{\partial u}\dot{u} = 0 \tag{4.11}$$

und

$$y^{(\delta+1)} = \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{\delta}g(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{f}(\mathbf{x}, u) + \frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{\delta}g(\mathbf{x})}{\partial u}\dot{u}$$
(4.12)

 mit

$$\frac{\partial L_{\mathbf{f}}^{\delta}g(\mathbf{x})}{\partial u}\dot{u} \neq 0 \tag{4.13}$$

auftauchen. Aus Gleichung 4.13 folgt, dass der Ausdruck $y^{(\delta)} = L_{\mathbf{f}}^{\delta}g(\mathbf{x})$ in Gleichung 4.10 vom Eingang u abhängig ist. Er entspricht damit der ersten Ableitung des Ausganges, auf den der Eingang direkt einwirkt. Alle niedrigeren Ableitungen sind von dem Eingang unabhängig. Der Differentiationsindex δ entspricht dabei dem sogenannten *relativen Grad* oder auch der *Differenzordnung*.

Es kann nun eine neue Stellgröße

$$v = \varphi(\mathbf{x}, u) \tag{4.14}$$

gewählt werden. Damit gilt

$$v = y^{(\delta)} \,. \tag{4.15}$$

Die Voraussetzung dafür ist, dass der implizite Ausdruck aus Gleichung 4.14 eindeutig nach der Eingangsgröße u umgestellt werden kann. Wird dies im Folgenden durchgeführt, entsteht

der Ausdruck

$$u = \varphi^{-1}(\mathbf{x}, v) \,. \tag{4.16}$$

Wird nun

$$v = -a_{\delta-1}y^{(\delta-1)} - \dots - a_1\dot{y} - a_0y + Vw$$
(4.17)

als Ansatz für das Regelgesetz gewählt, so wird das geregelte System mit den Koeffizienten $-a_0 \cdots - a_{\delta-1}$ sowie der Vorfilter-Verstärkung V mit Hilfe einer Zustandstransformation in die lineare Regelungsnormalform transformiert. Auf die Zustandstransformation wird im folgenden Abschnitt 4.3.2 näher eingegangen. Es resultiert damit eine lineare Regelkreisdynamik

$$y^{(\delta)} + a_{\delta-1}y^{(\delta-1)} + \ldots + a_1\dot{y} + a_0y = Vw.$$
(4.18)

Die Koeffizienten a_i können beispielsweise durch Polvorgabe frei gewählt werden. Dazu kann die Differentialgleichung 4.18 in den Bildbereich transformiert werden. Die entstehende Übertragungsfunktion lautet dann

$$G(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{V}{s^{\delta} + a_{\delta-1}s^{\delta-1} + \ldots + a_1s + a_0}.$$
(4.19)

Die gewünschten Pole \overline{s}_i mit $i = 1, ..., \delta$ können dann durch Koeffizientenvergleich mit dem charakteristischen Polynom vorgegeben werden [85].

$$p(s) = \prod_{i=1}^{\delta} (s - \overline{s}_i) \tag{4.20}$$

Die exakte Eingangs-/Ausgangslinearisierung ist in diesem Fall erfolgreich durchgeführt [1] [120].

4.3.2 Reglerentwurf eingangsaffiner SISO-Systeme

Das Vorgehen in Abschnitt 4.3.1 erfordert, dass eine inverse Funktion $u = \varphi^{-1}(\mathbf{x}, v)$ existiert. Diese kann jedoch mitunter nur numerisch bestimmt werden [1]. Da viele mechatronische Systeme linear in der Stellgröße sind, kann die exakte Linearisierung dahingehend vereinfacht werden. Zunächst wird die exakte Linearisierung und der folgende Reglerentwurf für SISO-Systeme gezeigt, um diese im Anschluss auf MIMO-Systeme zu erweitern. Ausgangspunkt ist ein System in folgender Darstellungsform.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \mathbf{b}(\mathbf{x}) \cdot \boldsymbol{u} \tag{4.21}$$

$$y = c(\mathbf{x}) \tag{4.22}$$

Das Ziel ist es, das System in die nichtlineare Regelungsnormalform zu überführen. Diese hat das folgende Erscheinungsbild.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} \\ \dot{x}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ \vdots \\ x_n \\ \alpha(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \beta(\mathbf{x}) \end{bmatrix} u$$
(4.23)

$$y = x_1 \tag{4.24}$$

Wird nun das Regelgesetz

$$u = -\frac{\alpha(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{n} a_{i-1}x_i}{\beta(\mathbf{x})} + \frac{V}{\beta(\mathbf{x})}w$$
(4.25)

in die nichtlineare Regelungsnormalform aus Gleichung 4.23 eingesetzt, folgt daraus ein lineares System

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \mathbf{x} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ V \end{bmatrix} w$$
(4.26)

in Regelungsnormalform mit der Führungsgröße w und den frei wählbaren Koeffizienten a_{i-1} , $i = 1, \ldots, n$ und V. Die Ausgangsgleichung bleibt unverändert. Um das vorliegende System in diese Form zu bringen, wird das Vorgehen aus Abschnitt 4.3.1 genutzt. Wieder wird die zeitliche Ableitung des Ausganges bestimmt.

$$\dot{y} = \frac{dc(\mathbf{x})}{dt} = \frac{\partial c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}}$$
(4.27)

Nach Einsetzen der Zustandsdifferentialgleichungen aus Gleichung 4.21 ergibt sich

$$\dot{y} = \frac{\partial c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \frac{\partial c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \mathbf{b}(\mathbf{x}) \cdot u = L_{\mathbf{a}} c(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{b}} c(\mathbf{x}) \cdot u \,. \tag{4.28}$$

Der hintere Term der Gleichung ist dabei häufig null. Wird nun die zweite zeitliche Ableitung des Ausganges berechnet, ergibt sich

$$\ddot{y} = \frac{\partial L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{a}(\mathbf{x}) + \frac{\partial L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}}\mathbf{b}(\mathbf{x}) \cdot u = L_{\mathbf{a}}L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{b}}L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x}) \cdot u \,. \tag{4.29}$$

Auch hier ist der hintere Term zunächst meist null. Dieses Schema kann für

$$y = c(\mathbf{x})$$

$$\dot{y} = L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x})$$

$$\ddot{y} = L_{\mathbf{a}}^{2}c(\mathbf{x})$$

$$\vdots$$

$$y^{(\delta-1)} = L_{\mathbf{a}}^{\delta-1}c(\mathbf{x})$$

$$y^{(\delta)} = L_{\mathbf{a}}^{\delta}c(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{b}}L_{\mathbf{a}}^{\delta-1}c(\mathbf{x}) \cdot u$$
(4.30)

erweitert werden, bis der von u abhängige Term erstmals ungleich null ist. Dabei entspricht δ dem relativen Grad bzw. dem Grad der Ableitung der Ausgangsgröße, der erstmals von u abhängt. Der Ausdruck $L^2_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x})$ ist eine abkürzende Schreibweise für $L_{\mathbf{a}}L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x})$. Falls die Systemordnung n der Differenzordnung δ entspricht, was gleichbedeutend damit ist, dass im System keine interne Dynamik vorherrscht, kann der folgende Zustandsvektor eingeführt werden.

$$\mathbf{z} = \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ \dot{y} \\ \ddot{y} \\ \vdots \\ y^{(n-1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{a}}^2c(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{a}}^{n-1}c(\mathbf{x}) \end{bmatrix} = \mathbf{t}(\mathbf{x})$$
(4.31)

Falls $\mathbf{t}(\mathbf{x})$ stetig differenzierbar ist, die inverse Funktion \mathbf{t}^{-1} existiert und diese ebenfalls stetig differenzierbar ist, kann das ursprüngliche System mit

$$\dot{\mathbf{z}} = \dot{\mathbf{t}}(\mathbf{x}) = \frac{\partial \mathbf{t}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{a}}c(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{a}}^{2}c(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{a}}^{n-1}c(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{a}}^{n}c(\mathbf{x}) + L_{\mathbf{b}}L_{\mathbf{a}}^{n-1}c(\mathbf{x}) \cdot u \end{bmatrix}$$
(4.32)

in die nichtlineare Regelungsnormalform

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_2 \\ \vdots \\ z_n \\ L_{\mathbf{a}}^n c(\mathbf{x}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ L_{\mathbf{b}} L_{\mathbf{a}}^{n-1} c(\mathbf{x}) \end{bmatrix} u$$
(4.33)

$$y = z_1 \tag{4.34}$$

transformiert werden. In dieses Modell kann nun das Regelgesetz aus Gleichung 4.25 eingesetzt werden. Dazu wird $\alpha(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{a}}^n c(\mathbf{x})$ und $\beta(\mathbf{x}) = L_{\mathbf{b}} L_{\mathbf{a}}^{n-1} c(\mathbf{x})$ gewählt. Es ergibt sich

$$u = -\frac{L_{\mathbf{a}}^{n}c(\mathbf{x}) + \mathbf{k}^{T}\mathbf{z}}{L_{\mathbf{b}}L_{\mathbf{a}}^{n-1}c(\mathbf{x})} + \frac{V}{L_{\mathbf{b}}L_{\mathbf{a}}^{n-1}c(\mathbf{x})}w, \qquad (4.35)$$

wobei \mathbf{k}^T einem Vektor aus linearen Koeffizienten $\mathbf{k}^T = \begin{bmatrix} a_0 & a_1 & \cdots & a_{n-1} \end{bmatrix}$ entspricht. Eingesetzt in die nichtlineare Regelungsnormalform aus Gleichung 4.33 ergibt sich

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_{n-1} \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{n-1} \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ V \end{bmatrix} w$$
(4.36)
$$y = z_1 .$$
(4.37)

Die Koeffizienten a_i sowie der Wert für V können entsprechend einer gewünschten Dynamik frei gewählt werden [1].

4.3.3 Reglerentwurf eingangsaffiner MIMO-Systeme

Da der Seilroboter MoCaRo, wie viele technische Systeme, ein MIMO-System ist, soll der Reglerentwurf aus Abschnitt 4.3.2 auf diese Systemklasse erweitert werden. Ausgangspunkt ist die folgende Systemdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a}(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^{m} \mathbf{b}_i(\mathbf{x}) u_i \tag{4.38}$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{c}(\mathbf{x}) \tag{4.39}$$

mit n Zuständen und m Eingängen. Die Anzahl der Eingänge muss dabei der Anzahl der Ausgänge entsprechen. Ist dies nicht nativ der Fall und es existieren mehr Ein- als Ausgänge, müssen weitere Ausgangsgrößen hinzugefügt werden. Im umgekehrten Fall ist dieses Vorgehen

im Allgemeinen aufwändig. Die zeitlichen Ableitungen des Ausgangs y_i berechnet sich zu

$$y_{i} = c_{i}(\mathbf{x})$$

$$\dot{y}_{i} = L_{\mathbf{a}}c_{i}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{m} L_{\mathbf{b}_{k}}c_{i}(\mathbf{x})u_{k}$$

$$\ddot{y}_{i} = L_{\mathbf{a}}^{2}c_{i}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{m} L_{\mathbf{b}_{k}}L_{\mathbf{a}}c_{i}(\mathbf{x})u_{k}$$

$$\vdots$$

$$y_{i}^{(\delta_{i}-1)} = L_{\mathbf{a}}^{\delta_{i}-1}c_{i}(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^{m} L_{\mathbf{b}_{k}}L_{\mathbf{a}}^{\delta_{i}-2}c_{i}(\mathbf{x})u_{k}$$

$$(\delta_{i}) = \delta_{\mathbf{a}} + \delta_{i} +$$

$$y_i^{(\delta_i)} = L_{\mathbf{a}}^{\delta_i} c_i(\mathbf{x}) + \sum_{k=1}^m L_{\mathbf{b}_k} L_{\mathbf{a}}^{\delta_i - 1} c_i(\mathbf{x}) u_k$$

$$(4.40)$$

Auch im Mehrgrößenfall gilt, dass der von u_k abhängige Term erst für die δ -fache Ableitung von y_i ungleich null wird. Dieser Ausgang bestimmt damit den zur jeweiligen Ausgangsgröße gehörenden relativen Grad δ_i . Die höchsten Ableitungen der Ausgänge, wie sie in Gleichung 4.40 dargestellt sind, können kompakt notiert werden als

$$\overset{\circ}{\mathbf{y}} = \overset{\circ}{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{u}$$
(4.41)

 mit

$$\overset{\circ}{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} y^{(\delta_1)} \\ y^{(\delta_2)} \\ \vdots \\ y^{(\delta_m)} \end{bmatrix}, \qquad (4.42)$$

$$\overset{\circ}{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{a}}^{\delta_1} c_1(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{a}}^{\delta_2} c_2(\mathbf{x}) \\ \vdots \\ L_{\mathbf{a}}^{\delta_m} c_m(\mathbf{x}) \end{bmatrix}$$
(4.43)

und

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} L_{\mathbf{b}_{1}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{1}-1} c_{1}(\mathbf{x}) & L_{\mathbf{b}_{2}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{1}-1} c_{1}(\mathbf{x}) & \dots & L_{\mathbf{b}_{m}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{1}-1} c_{1}(\mathbf{x}) \\ L_{\mathbf{b}_{1}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{2}-1} c_{2}(\mathbf{x}) & L_{\mathbf{b}_{2}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{2}-1} c_{2}(\mathbf{x}) & \dots & L_{\mathbf{b}_{m}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{2}-1} c_{2}(\mathbf{x}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ L_{\mathbf{b}_{1}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{m}-1} c_{m}(\mathbf{x}) & L_{\mathbf{b}_{2}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{m}-1} c_{m}(\mathbf{x}) & \dots & L_{\mathbf{b}_{m}} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{m}-1} c_{m}(\mathbf{x}) \end{bmatrix} .$$
(4.44)

Falls $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ invertierbar ist, kann somit eine Stellgröße

$$\mathbf{u} = -\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x}) \cdot (\ddot{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) - \mathbf{v})$$
(4.45)

 mit

$$\overset{\circ}{\mathbf{y}} = \mathbf{v} \tag{4.46}$$

erzeugt werden. Da die Invertierbarkeit von $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ an dieser Stelle essentiell ist, wird diese auch *Entkoppelbarkeitsbedingung* genannt [42]. Analog zu den Gleichungen 4.17 und 4.18 kann nun ein Regelgesetz

$$v_i = -a_{i,\delta_{i-1}}y_i^{(\delta_i-1)} - a_{i,\delta_{i-2}}y_i^{(\delta_i-2)} - \dots - a_{i,0}y_i + V_iw_i$$
(4.47)

mit i = 1, ..., m gewählt werden, so dass mit Hilfe der Koeffizienten $a_{i,j}$ eine beliebige, lineare Dynamik vorgegeben werden kann. Setzt man nun die Ableitungen der Ausgänge aus Gleichung 4.40 in das Regelgesetz aus Gleichung 4.47 ein und setzt dieses Ergebnis wiederum in die umgeformte Stellgröße aus Gleichung 4.45 ein, erhält man

$$\mathbf{u} = -\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x}) \begin{bmatrix} L_{\mathbf{a}}^{\delta_{1}}c_{1}(\mathbf{x}) + \dots + a_{1,1}L_{\mathbf{a}}c_{1}(\mathbf{x}) + a_{1,0}c_{1}(\mathbf{x}) - V_{1}w_{1} \\ L_{\mathbf{a}}^{\delta_{2}}c_{2}(\mathbf{x}) + \dots + a_{2,1}L_{\mathbf{a}}c_{2}(\mathbf{x}) + a_{2,0}c_{2}(\mathbf{x}) - V_{2}w_{2} \\ \vdots \\ L_{\mathbf{a}}^{\delta_{m}}c_{m}(\mathbf{x}) + \dots + a_{m,1}L_{\mathbf{a}}c_{m}(\mathbf{x}) + a_{m,0}c_{m}(\mathbf{x}) - V_{m}w_{m} \end{bmatrix}$$
(4.48)

und damit ein vom Zustandsvektor abhängiges Regelgesetz [1]. Trennt man die mit $-\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})$ multiplizierte Matrix in die mit der Führungsgröße w und die vom Zustandsvektor \mathbf{x} abhängigen Komponenten, erhält man die in [42] eingeführte Struktur

$$\mathbf{u} = -\mathbf{r}(\mathbf{x}) + \mathbf{M}(\mathbf{x}) \tag{4.49}$$

des Regelgesetzes. Multipliziert man Gleichung 4.45 aus, so erhält man in der hier gewählten Notation einen äquivalenten Ausdruck

$$\mathbf{u} = -\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) + \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})\mathbf{v}.$$
(4.50)

Das Zusammenspiel aus der steuernden und regelnden Wirkung auf die Strecke ist in Abbildung 4.21 dargestellt. Beaufschlagt man das geregelte System nun mit einer beliebigen Führungsgröße, erscheint dies aus Sicht des Ein-/Ausgangsverhaltens linear, mehr noch, im Fall von Mehrgrößensystemen können separate, lineare Teilsystemdynamiken vorgegeben werden, welche den Führungsgrößen $w_1 \dots w_m$ folgen. Abbildung 4.22 veranschaulicht diesen Umstand.



Abbildung 4.21: Darstellung der exakten Linearisierung der Strecke als Blockschaltbild nach [42]



Abbildung 4.22: Ein-/Ausgangslinearisierte Teilsysteme nach [42]

4.3.4 Folgeregelung des exakt linearisierten Systems

Ein entsprechend Abschnitt 4.3.3 erfolgreich exakt linearisiertes System folgt einer vorgegebenen Dynamik bezüglich einer zeitlich konstanten Sollwertvorgabe. Soll das System jedoch einer Trajektorie folgen, wird sich während der Bewegung ein Folgefehler (auch Schleppfehler) einstellen. Deshalb soll das geregelte System mit der Stellgröße u_i aus Gleichung 4.45 im Folgenden um eine dynamische Vorsteuerung erweitert werden, um ein gutes Führungsverhalten zu erreichen. Dazu wird das lineare Regelgesetz aus Gleichung 4.47 um weitere Ableitungen der Führungsgröße erweitert, so dass

$$y_i^{(\delta_i)} + a_{i,\delta_{i-1}} y_i^{(\delta_i-1)} + a_{i,\delta_{i-2}} y_i^{(\delta_i-2)} + \dots + a_{i,0} y_i$$
(4.51)

$$= w_i^{(\delta_i)} + v_{i,\delta_{i-1}} w_i^{(\delta_i - 1)} + v_{i,\delta_{i-2}} w_i^{(\delta_i - 2)} + \dots + v_{i,0} w_i$$
(4.52)

gilt. Dieses Vorgehen setzt voraus, dass die Ableitungen für jede Punktvorgabe zur Verfügung stehen – beispielsweise aus einer Trajektorienplanung. Transformiert man diese Differentialgleichung in den Bildbereich ergibt sich

$$\frac{Y_i(s)}{W_i(s)} = \frac{s^{\delta_i} + v_{i,\delta_i-1}s^{\delta_i-1} + v_{i,\delta_i-2}s^{\delta_i-2} + \dots + v_{i,0}}{s^{\delta_i} + a_{i,\delta_i-1}s^{\delta_i-1} + a_{i,\delta_i-2}s^{\delta_i-2} + \dots + a_{i,0}},$$
(4.53)

wobei für ideales Führungsverhalten

$$\frac{Y_i(s)}{W_i(s)} \stackrel{!}{=} 1 \tag{4.54}$$

gelten muss. Dabei zeigt sich, dass die für die Dynamik des geregelten Kreises gewählten Koeffizienten denen der dynamischen Vorsteuerung entsprechen müssen [157].

4.3.5 Kompensation der bleibenden Regelabweichung

Durch den Entwurf einer Folgeregelung, wie er in Abschnitt 4.3.4 gezeigt wurde, kann ein gutes Führungsverhalten erreicht werden. In der Praxis wird sich jedoch im Zielpunkt eine bleibende Regelabweichung einstellen. Diese resultiert aus nicht oder ungenügend modellierten Effekten wie Reibungen. Um diesem Problem zu begegnen, kann das lineare Regelgesetz aus Gleichung 4.51 um eine integrale Ausgangsrückführung erweitert werden, die in Abhängigkeit des resultierenden Fehlers

$$e_i = w_i - y_i \tag{4.55}$$

eine Stellgröße generiert. Das Regelgesetz ergibt sich damit zu

$$y_i^{(\delta_i)} + a_{i,\delta_{i-1}}y_i^{(\delta_i-1)} + a_{i,\delta_{i-2}}y_i^{(\delta_i-2)} + \dots + a_{i,0}y_i$$
(4.56)

$$= w_i^{(\delta_i)} + v_{i,\delta_{i-1}} w_i^{(\delta_i-1)} + v_{i,\delta_{i-2}} w_i^{(\delta_i-2)} + \ldots + v_{i,0} w_i + k_i \int (w_i - y_i) \,. \tag{4.57}$$

Differenziert man diese Gleichung einmal und transformiert die Differentialgleichung in den Bildbereich, folgt

$$\frac{Y_i(s)}{W_i(s)} = \frac{s^{\delta_i + 1} + v_{i,\delta_i} s^{\delta_i} + v_{i,\delta_i - 1} s^{\delta_i - 1} + \dots + v_{i,0} s + k_i}{s^{\delta_i + 1} + a_{i,\delta_i} s^{\delta_i} + a_{i,\delta_i - 1} s^{\delta_i - 1} + \dots + a_{i,0} s + k_i}.$$
(4.58)

Die Systemordnung erhöht sich damit um eins. Um die bisher ausgelegte Dynamik nicht zu beeinflussen, müssen die Koeffizienten neu berechnet werden [157]. Abbildung 4.23 stellt die Struktur des geregelten Systems anhand eines Blockschaltbildes dar. Es fasst das Prinzip der exakten Linearisierung, der dynamischen Vorsteuerung und der integralen Ausgangsrückführung für ein im Mehrgrößenfall entkoppeltes Teilsystem zusammen. Die vorgegebene Reglerdynamik aus der die Stellgrößen $v_{r,i}$ resultieren, die integrale Ausgangsrückführung, die die Stellgrößen $v_{a,i}$ erzeugt sowie die exakte Linearisierung mit dem Eingang $v_i = v_{r,i} + v_{a,i}$ bilden zusammengefasst das Subsystem des erweiterten Regelgesetzes, welches im Zuge des Kapitels 5 wieder aufgegriffen wird. Die Erfassung der Ausgangsgrößen erfolgt innerhalb des Blockes Strecke durch das in Abschnitt 2.4 eingeführte EKF.



Abbildung 4.23: Darstellung der exakten Linearisierung der Strecke einschließlich einer Folgeregelung und integralen Ausgangsrückführung als Blockschaltbild

4.3.6 Regelung durch lokale Linearisierung

Ein weiterer Ansatz zur Positionsregelung des Anknüpfungspunktes liegt in einer vorangehenden Linearisierung des nichtlinearen Zustandsraummodells an einem Arbeitspunkt und der anschließenden Anwendung linearer Regelungskonzepte. Dieser Ansatz soll dabei eine Alternative zum Reglerentwurf auf Basis einer exakten Linearisierung darstellen und wird im Zuge einer vergleichenden Bewertung als Referenz herangezogen. Die Güte des Regelergebnisses soll sich im Zuge von Abschnitt 4.3.7 zeigen.

Lokal – im Einzugsbereich des Arbeitspunktes – sollte das geregelte System ähnliche Ergebnisse liefern, mit dem Vorteil eines reduzierten Berechnungsaufwandes während der Laufzeit. Durch die bereits ermittelte exakte Linearisierung ist es möglich, ein lokal linearisiertes Regelgesetz zu ermitteln, indem ein beliebiger Arbeitspunkt \mathbf{x}_0 in das nichtlineare Regelgesetz aus Gleichung 4.50 eingesetzt wird. Dies gelingt durch

$$\mathbf{u}_{|\mathbf{x}=\mathbf{x}_0} = -\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x}=\mathbf{x}_0) \overset{\circ}{\mathbf{c}}(\mathbf{x}=\mathbf{x}_0) + \mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x}=\mathbf{x}_0)\mathbf{v}.$$
(4.59)

Es zeigt sich, dass das Vorfilter von der Linearisierung unberührt bleibt, wohingegen die Einträge der Matrizen $\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})$ und $\mathring{\mathbf{c}}(\mathbf{x})$ konstant werden. Das so entstandene System besitzt allerdings nur in gewissen Grenzen Gültigkeit. Diese beschränken sich auf einen Bereich um den Arbeitspunkt. Zeigt das System beispielsweise auf Grund hoher Nichtlinearitäten am Rand des Arbeitsraum ein wesentlich anderes dynamisches Verhalten, so wird davon auch das geregelte System betroffen sein. Im folgenden Abschnitt 4.3.7 werden die Ergebnisse dieses vereinfachten Regelgesetzes vorgestellt und im Anschluss daran in Abschnitt 4.4 diskutiert.

4.3.7 Implementierung und Ergebnisse

Das Modell des Seilroboters aus Abschnitt 2.5.2 kann in die Form aus Gleichung 4.38 überführt werden. Damit kann im Folgenden schrittweise der Entwurf eines Reglers mittels exakter Linearisierung nachvollzogen werden.
Implementierung eines Reglers auf Basis einer exakten Linearisierung

Zunächst muss dafür der vektorielle relative Grad des Systems bestimmt werden. Dieser ergibt sich, dem Vorgehen aus Abschnitt 4.3.3 folgend, nach Gleichung 4.40 zu

$$\boldsymbol{\delta} = \begin{bmatrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} . \tag{4.60}$$

Der totale relative Grad des Systems ist damit

$$\delta = \sum_{i=1}^{m} \delta_i = 6 \tag{4.61}$$

und entspricht somit dem Grad der Systemordnung n. Daraus folgt, dass keine interne Dynamik in dem System vorhanden ist. Ebenso wird für im Arbeitsbereich befindliche Ruhelagen Stabilität gewährleistet [42]. Die höchsten Ausgangsableitungen können dann entsprechend Gleichung 4.41 zusammengefasst werden in

$$\overset{\circ}{\mathbf{c}}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} 0\\0\\-g \end{bmatrix}$$
(4.62)

und

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \cos \beta_1 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \cos \beta_2 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_3 \cdot \cos \beta_3 \\ \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_1 \cdot \sin \beta_1 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_2 \cdot \sin \beta_2 & \frac{1}{m} \cdot \cos \alpha_3 \cdot \sin \beta_3 \\ \frac{1}{m} \cdot \sin \alpha_1 & \frac{1}{m} \cdot \sin \alpha_2 & \frac{1}{m} \cdot \sin \alpha_3 \end{bmatrix} .$$
(4.63)

Die Spaltenvektoren der Matrix $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ entsprechen den auf die Masse normierten Richtungsvektoren der Seile. Sind diese linear unabhängig, so gilt

$$\det \mathbf{D}(\mathbf{x}) \neq 0. \tag{4.64}$$

Dies ist für geometrisch sinnvolle Konfigurationen des Seilroboters ausschließlich der Fall. Die Matrix $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ ist somit für den gegebenen Arbeitsbereich invertierbar. Damit ist das System entkoppelbar. Auf die Notation der invertierten Matrix $\mathbf{D}^{-1}(\mathbf{x})$ wird aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Abschließend sind die Koeffizienten $a_{i,1}$, $a_{i,0}$ und V_i zu bestimmen. Diese ergeben sich aus

einer Polvorgabe durch Koeffizientenvergleich zu

$$(s+s_1)(s+s_2) = s^2 + (s_1+s_2)s + s_1s_2 = s^2 + a_{i,1}s + a_{i,0}$$
(4.65)

$$\Leftrightarrow a_{i,1} = s_1 + s_2 \tag{4.66}$$

$$a_{i,0} = s_1 s_2 \tag{4.67}$$

Zudem wird $V_i = a_{i,0}$ gewählt, um auf Basis des Modells eine stationäre Genauigkeit zu erreichen. Damit wird in jede der kartesischen Achsen dieselbe Dynamik

$$\frac{Y_i(s)}{W_i(s)} = \frac{V_i}{s^2 + a_{i,1}s + a_{i,0}}$$
(4.68)

vorgegeben.

Implementierung einer Führungsgrößenvorgabe

Das Ziel ist im Folgenden eine geeignete Führungsgrößenvorgabe zu implementieren. Grundsätzlich kann nach einer Polvorgabe ein Führungsgrößensprung für eine der kartesischen Achsen vorgegeben werden. Die Regelgröße sei der durch das EKF geschätzte Anknüpfungspunkt. Es kann allerdings nur ein sehr kleiner Führungsgrößensprung für den Anknüpfungspunkt vorgegeben werden. In Abhängigkeit eines akzeptablen Restfehlers in der Positionierung im Bereich einiger Zentimeter liegt die Höhe des Führungsgrößensprunges im Bereich von unter einem Millimeter. Außerdem wird der Anknüpfungspunkt seinen Sollwert unter diesen Umständen niemals exakt erreichen.

Die Gründe dafür liegen hauptsächlich in einer nicht vollständig modellierten Kinetik des Seilroboters. Störungen wie Reibkräfte wurden in dem Modell zur Reglerauslegung nicht berücksichtigt. Diese wirken sich jedoch auf die Güte der Regelung aus. Dabei ist zwischen zwei Fällen zu unterscheiden:

- Für den Fall einer gemäßigten Vorgabe der Pole wird sich der Anknüpfungspunkt nicht bewegen – die Motoren verharren in der Haftreibung, da die generierten Stellgrößen nicht groß genug sind.
- 2. Für den Fall weit links in der komplexen Halbebene liegender Pole wird das geregelte System auf Grund der nicht modellierten Nichtlinearitäten für hohe Führungsgrößensprünge instabil.

Eine Trajektorienplanung sowie eine darauf aufbauende Folgeregelung sind deshalb unabdingbar für eine hohe Regelgüte.

Ergebnisse des Reglerentwurfes

In Tabelle 4.2 sind die folgenden Validierungsmessungen der Szenarien $\mathcal{R}_{2,j}$ – entsprechend des Reglerentwurfes auf Basis einer exakten Linearisierung – zusammengefasst. Weiterhin

Messung	Regelgröße	integrale Aus-	Geschwindigkeit	Beschleunigung
		gangsrückführung		
$\mathcal{R}_{2,0}$	Anknüpfungspunkt		$0.05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,1}$	Anknüpfungspunkt	×	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,2}$	Anknüpfungspunkt	×	$0.1\mathrm{m/s}$	$0,1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,3}$	Anknüpfungspunkt	×	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,4}$	Anknüpfungspunkt	×	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,5}$	Anknüpfungspunkt	×	$0.5\mathrm{m/s}$	$1.0 {\rm m/s^2}$

Tabelle 4.2: Übersicht der Validierungsmessungen entsprechend der Szenarien $\mathcal{R}_{2,0} - \mathcal{R}_{2,5}$

gibt es für die Tabelle im Vergleich zu Abschnitt 4.2.4 keine Veränderungen.

Für die folgenden Ergebnisse wurde ebenfalls eine Trajektorienplanung, wie sie in Abschnitt 4.2.3 eingeführt wurde, sowie eine Folgeregelung implementiert. Die Pole des geregelten Systems werden zunächst zu $s_1 = -80 \,\mathrm{s}^{-1}$ und $s_2 = -80 \,\mathrm{s}^{-1}$ gewählt. Die Stellgröße kann damit durch Gleichung 4.48 angegeben werden. Die maximale Bahngeschwindigkeit der Komponenten x, y und z wird mit $v^* = 0.05 \,\mathrm{m/s}$ vorgegeben. Die vorgegebene Bahnbeschleunigung entspricht $a^* = 0.05 \,\mathrm{m/s^2}$. Die Abbildungen 4.24 – 4.26 zeigen den resultierenden Verlauf der Führungsgröße und Regeldifferenz der Position und Geschwindigkeit sowie der Stellgröße (vgl. Tabelle 4.2: $\mathcal{R}_{2,0}$).

Wie in Abbildung 4.24 erkennbar ist, stellt sich eine statische Regeldifferenz für die kartesischen Achsen der Position des Anknüpfungspunktes ein. Die Gründe dafür wurden in Abschnitt 4.3.5 thematisiert. Die vorgegebenen Geschwindigkeiten des Anknüpfungspunktes hingegen werden zufriedenstellend erreicht.

Auf Grund der bleibenden Positionsabweichung wird das System nun um eine integrale Ausgangsrückführung erweitert. Die bisher vorgegebene Dynamik hält erreichbare Stellgrößen ein und liefert für eine Sollwertvorgabe das gewünschte Übertragungsverhalten. Für die folgende Erweiterung muss zusätzlich die integrale Verstärkung k_i aus der Übertragungsfunktion 4.58 vorgegeben werden. Da sich die Systemordnung durch Integration der Regeldifferenz um eins erhöht, ergibt sich die Polvorgabe nun zu

$$\prod_{k=1}^{3} (s+s_k) = s^3 + s^2 (s_1 + s_2 + s_3) + s (s_1 s_2 + s_1 s_3 + s_2 s_3) + s_1 s_2 s_3$$
$$= s^3 + s^2 a_{i,1} + s a_{i,0} + k_i.$$
(4.69)

Um weiterhin eine optimale Folgeregelung zu gewährleisten, müssen die Koeffizienten des Zählerpolynoms der Übertragungsfunktion an die des Nennerpolynoms entsprechend Bedingung 4.54 angepasst werden.

Wird sowohl die Folgeregelung als auch die integrale Ausgangsrückführung am realen Demonstrator implementiert, zeigen sich für eine Polvorgabe von $s_1 = -90$, $s_2 = -65$ und $s_3 = -2$



Abbildung 4.24: $\mathcal{R}_{2,0}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.25: $\mathcal{R}_{2,0}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.26: $\mathcal{R}_{2,0}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm

die in Abbildung 4.27 – 4.29 dargestellten Ergebnisse (vgl. Tabelle 4.2: $\mathcal{R}_{2,2}$).

Es ist zu erkennen, dass sowohl die Position als auch die vorgegebenen Geschwindigkeiten stationär genau erreicht werden. Der Anknüpfungspunkt kann damit sowohl präzise als auch mit einer vorgegebenen Dynamik positioniert werden [56].

Die folgenden Abbildungen zeigen die Ergebnisse für erhöhte maximale Bahngeschwindigkeiten von

- $v^* = 0,1 \text{ m/s}$ (Abbildungen 4.30 4.32, vgl. Tabelle 4.2: $\mathcal{R}_{2,2}$) bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 0,1 \text{ m/s}^2$,
- $v^* = 0.5 \text{ m/s}$ (Abbildungen 4.33 4.33, vgl. Tabelle 4.2: $\mathcal{R}_{2,3}$) bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 1.0 \text{ m/s}^2$,
- $v^* = 1,0 \text{ m/s}$ (Abbildungen 4.36 4.36, vgl. Tabelle 4.2: $\mathcal{R}_{2,4}$) bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 2,5 \text{ m/s}^2$.

Da sich die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsprofile verändern, wird für die folgenden Abbildungen neben der Skala für die Amplituden auch die Zeitskala angepasst.

In den Abbildungen 4.39 – 4.41 (vgl. Tabelle 4.2: $\mathcal{R}_{2,5}$) ist das Ergebnis der Regelung des Anknüpfungspunktes auf Basis einer lokalen Linearisierung, wie sie in Abschnitt 4.3.6 beschrieben wurde, dargestellt. Die Bahngeschwindigkeit beträgt $v^* = 0.5 \text{ m/s}$ bei Beträgen der Beschleunigung von $a^* = 1.0 \text{ m/s}^2$.

Soll nun die Position des Reflektorzentrums geregelt werden, kann dies nicht ohne Weiteres realisiert werden. Ein naheliegender Gedanke ist, ähnlich wie in Abschnitt 4.2.4, die Regelgröße vom Anknüpfungspunkt zum Reflektorzentrum zu verschieben. Auf Grund der Pendelbewegung des Endeffektors wird das geregelte System auf diese Weise jedoch bereits für niedrige Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen instabil. Ein Weg, diesem Umstand zu begegnen und eine modellbasierte, parallele Positionierung und Dämpfung des Reflektorzentrums zu realisieren, soll in Kapitel 5 vorgestellt werden.



Abbildung 4.27: $\mathcal{R}_{2,1}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.28: $\mathcal{R}_{2,1}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.29: $\mathcal{R}_{2,1}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm



Abbildung 4.30: $\mathcal{R}_{2,2}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.31: $\mathcal{R}_{2,2}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.32: $\mathcal{R}_{2,2}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in N m



Abbildung 4.33: $\mathcal{R}_{2,3}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.34: $\mathcal{R}_{2,3}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.35: $\mathcal{R}_{2,3}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm



Abbildung 4.36: $\mathcal{R}_{2,4}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.37: $\mathcal{R}_{2,4}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.38: $\mathcal{R}_{2,4}$: Motormomente M₁, M₂ und M₃ in Nm



Abbildung 4.39: $\mathcal{R}_{2,5}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 4.40: $\mathcal{R}_{2,5}$: Führungsgrößenverlauf und Fehler der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 4.41: $\mathcal{R}_{2,5}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm

4.4 Diskussion der experimentellen Ergebnisse

Die Parameter der Validierungsmessungen beider Regler sind in den Tabellen 4.1 und 4.2 aufgeführt. Beide Regelkonzepte wurden für die gleichen Szenarien validiert. Dazu gehört die Auswahl der Trajektorie sowie die verfahrenen Bahngeschwindigkeiten und -beschleunigungen. Die Szenarien $\mathcal{R}_{1,j}$ und $\mathcal{R}_{2,j}$ für j = 1...4 sind direkt miteinander vergleichbar. Es zeigt sich, dass der Folgefehler – das bedeutet konkret der Fehler in der Positionierung und der Geschwindigkeit über die Zeit – in den Szenarien, welche auf dem Regelungsentwurf der exakten Linearisierung basieren, durchgängig – für jede verfahrene Achse – geringer ist. Dabei ist der maximale Positionsfehler der Szenarien $\mathcal{R}_{2,j}$ für j = 1...4 mindestens um den Faktor 3 geringer.

Der Unterschied zwischen den beiden Ergebnissen wird dabei für höhere Geschwindigkeiten bzw. Beschleunigungen noch signifikanter. Vergleicht man beispielsweise Szenario $\mathcal{R}_{1,3}$ mit dem Szenario $\mathcal{R}_{2,3}$, so zeigt sich für die z-Achse – mit der geringsten, dynamischen Positioniergenauigkeit – eine Verbesserung um den Faktor 10 unter Nutzung eines rein modellbasierten Entwurfes.

Wird die Bahngeschwindigkeit auf $v^* = 1,0 \text{ m/s}$ und die Bahnbeschleunigung auf $a^* = 2,5 \text{ m/s}^2$ erhöht, so zeigt sich in beiden Fällen eine Schwingungsneigung. Die Ursache dafür liegt in dem an dem Anknüpfungspunkt montierten Pendel begründet. Für größer werdende Beschleunigungen wird der Ruck auf den Anknüpfungspunkt ebenfalls größer. Dieser führt zu stärkeren Pendelbewegungen und damit zu einem größeren Störeinfluss auf den Anknüpfungspunkt. Wenngleich festgehalten werden kann, dass auch hier der modellbasierte Entwurf im Vorteil ist. Eine stationäre Genauigkeit wird in beiden Fällen nur sehr langsam erreicht. Die Schwingungsamplitude ist auf Basis einer exakten Linearisierung geringer. Die Ergebnisse sind jedoch in beiden Fällen nicht akzeptabel im Sinne einer präzisen Positionierung.

Ein Versuch, dieser Herausforderung im Falle des kinematischen Entwurfes durch Verlegen der Regelgröße vom Anknüpfungspunkt auf das Reflektorzentrum zu begegnen, scheitert, wie in Szenario $\mathcal{R}_{1,5}$ ersichtlich ist. Es zeigt sich zwar eine Dämpfung der Schwingung am Zielpunkt, jedoch kann das Regelziel nicht in einer angemessenen Zeit erreicht werden. Grundsätzlich ist dieser Ansatz – ohne weitere Maßnahmen wie einer zusätzlichen Pendeldämpfung – jedoch ausschließlich dem kinematischen Entwurf vorbehalten.

Die Ursache für das schlechte Abschneiden beider Entwürfe bei der Regelung des Reflektorzentrums liegt in der bis dato fehlenden Modellierung der Pendelbewegung sowie dessen Dämpfung begründet. Eine modellbasierte Erweiterung des kinetischen Entwurfes wird in Kapitel 5 geliefert.

Die grundsätzliche Erweiterbarkeit dieses Ansatzes ist anschaulich in Szenario $\mathcal{R}_{2,0}$ zu sehen. Zunächst zeigt sich, dass eine integrale Ausgangsrückführung unabdingbar für eine präzise Positionierung ist. Trotz potentieller Verbesserungen des Modells in Hinblick auf bisher nicht modellierte Effekte sowie einer Verschiebung der Pole des geregelten Systems entlang der negativen reellen Achse wird es nicht möglich sein, eine stationäre Genauigkeit zu erreichen, ohne dabei eine integrale Wirkung in das System einzubringen. Weiterhin zeigt sich auch, dass diese Adaption ohne Weiteres möglich ist, da der Entwurf auf Differentialgleichungsebene dies zulässt. Im Falle des kinematischen Ansatzes ist eine Anpassungen des Regelgesetzes immer auch an eine empirische Parameterauslegung gekoppelt.

Vergleich der exakten mit der lokalen Linearisierung

Soll im Zuge einer bestimmten Anwendung der Berechnungsaufwand reduziert werden, besteht die Möglichkeit den Ansatz der exakten Linearisierung nach Abschnitt 4.3.6 für einen definierten, vorher festgelegten Arbeitspunkt lokal zu linearisieren. Das Regelgesetz wird fortan nicht mehr zustandsabhängig in jedem Zeitschritt ausgewertet, sondern die Reglermatrix wird mit konstanten Werten besetzt. Im Falle von Szenario $\mathcal{R}_{2,5}$ wurde die Linearisierung am Startpunkt der Trajektorie vorgenommen. Stellvertretend wurde die Trajektorie aus Szenario $\mathcal{R}_{2,3}$ verfahren.

Werden beide Szenarien verglichen, so zeigt sich ein Vorteil des Szenarios $\mathcal{R}_{2,3}$ gegenüber des Szenarios $\mathcal{R}_{2,5}$ in Hinblick auf den Positionsfehler. Quantitativ lässt sich der Unterschied in Form eines kumulierten RMSE $\zeta_i(w_i, y_i)$ ausdrücken, wobei *i* einer der drei kartesischen Achsen *x*, *y* oder *z* entspricht. Wird dieser jeweils für die Positionsfehler über den dargestellten Zeitraum von 6 s berechnet, ergeben sich die Werte des kumulierten RMSE in Szenario $\mathcal{R}_{2,3}$ zu

$$\zeta_x(w_x, y_x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (w_{x,k} - y_{x,k})^2} = 0.087 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}$$
(4.70)

$$\zeta_y(w_y, y_y) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (w_{y,k} - y_{y,k})^2} = 0.081 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}$$
(4.71)

$$\zeta_z(w_z, y_z) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (w_{z,k} - y_{z,k})^2} = 0.244 \times 10^{-3} \,\mathrm{m}$$
(4.72)

und in Szenario $\mathcal{R}_{2,5}$ zu

$$\zeta_{x,\text{lokal}}(w_x, y_x) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (w_{x,k} - y_{x,k})^2} = 0.123 \times 10^{-3} \,\text{m}$$
(4.73)

$$\zeta_{y,\text{lokal}}(w_y, y_y) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (w_{y,k} - y_{y,k})^2} = 0.127 \times 10^{-3} \,\text{m}$$
(4.74)

$$\zeta_{z,\text{lokal}}(w_z, y_z) = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N} (w_{z,k} - y_{z,k})^2} = 0.261 \times 10^{-3} \,\text{m}\,, \tag{4.75}$$

wobei N der Anzahl der Messpunkte, w_i der Führungsgrößenvorgabe der *i*-ten Komponente



Abbildung 4.42: Kumulierte RMSE der Positionsfehler entsprechend der Szenarien $\mathcal{R}_{2,3}$ und $\mathcal{R}_{2,5}$; kumulierter RMSE ζ_x (—), kumulierter RMSE $\zeta_{x,\text{lokal}}$ (---)

des Führungsgrößenvektors und y_i dem zugehörigen Messsignal entspricht.

In Abbildung 4.42 wird der Unterschied beider Szenarien noch deutlicher. In der Abbildung ist der Verlauf von ζ_i als Volllinie und der Verlauf von $\zeta_{x,\text{lokal}}$ als Strichlinie dargestellt. Es zeigt sich, dass der Unterschied zwischen dem Verlauf der Fehler innerhalb des gewählten Zeitraums von 6 s für steigende Zeiten größer wird.

Die Ursache dafür liegt in dem größer werdenden Fehler, der aus der lokalen Linearisierung am Startpunkt der Trajektorie resultiert. Es ist zu erwarten, dass der Fehler für einen größer werdenden Abstand zum Startpunkt tendenziell ebenfalls größer wird. Alle dargestellten Kurven konvergieren zu einem statischen Endwert, da beide Regelansätze keine bleibende Regelabweichung vorweisen.

Im Verlauf des Geschwindigkeitsfehlers sowie der Stellgrößen sind keine signifikanten Unterschiede auszumachen. Das zeigt, dass auch der Ansatz einer lokalen Linearisierung, erweitert um eine Trajektorienplanung, eine Folgeregelung und eine integrale Ausgangsrückführung für geeignete Parametrierungen sehr gute Ergebnisse liefert. Im Sinne einer hochpräzisen Regelung soll der Ansatz der exakten dem der lokalen Linearisierung jedoch vorgezogen werden.

Quantitativer Vergleich der Ergebnisse

In den Tabellen 4.3 - 4.5 werden die in den Abschnitten 4.2.4 und 4.3.7 vorgestellten Szenarien abschließend anhand der folgenden quantitativen Kriterien verglichen:

- Maximaler Fehler: Betragsmäßig größte Abweichung des Positionsfehlers.
- Kumulierter RMSE: Wurzel der summierten mittleren, quadratischen Abweichung von Führungs- und Regelgröße.
- Überschwingweite: Größte vorübergehende Abweichung des Positionsfehlers nach Erreichen des stationären Endwertes der Führungsgeschwindigkeit.

Es werden ausschließlich die Positionsfehler der Komponenten x, y und z näher betrachtet. In den Tabellen sind zusätzlich die Bahngeschwindigkeiten und -beschleunigungen der Szenarien aufgeführt. Die Szenarien $\mathcal{R}_{1,5}$ und $\mathcal{R}_{2,0}$ sind von der Betrachtung ausgenommen. Szenario $\mathcal{R}_{1,5}$ veranschaulicht lediglich die Wirkung einer Verlegung der Regelgröße auf das Reflektorzentrum. Szenario $\mathcal{R}_{2,0}$ beschreibt einen Regler ohne integrale Ausgangsrückführung. Beide Szenarien sind mit den verbleibenden Szenarien deshalb nicht vergleichbar.

Wird der maximale Fehler in Tabelle 4.3 betrachtet, ist für den kinematischen Regler für steigende Bahngeschwindigkeiten- und beschleunigungen ein starker Anstieg erkennbar. Für Geschwindigkeiten bis 0.5 m/s hingegen steigt der maximale Fehler für die Szenarien $\mathcal{R}_{2,1} - \mathcal{R}_{2,3}$ nicht signifikant an. Erst für Szenario $\mathcal{R}_{2,4}$, bei einer Geschwindigkeit von 1.0 m/s, ist ein deutlicher Anstieg des maximalen Fehlers erkennbar. Dieser liegt allerdings noch weit unter dem vergleichbaren Szenario $\mathcal{R}_{1,4}$.

Ein ähnliches Bild zeigt sich bei Untersuchung des kumulierten RMSE in Tabelle 4.4, wobei hier der Unterschied zwischen den Szenarien $\mathcal{R}_{2,3}$ und $\mathcal{R}_{2,4}$ noch deutlicher ausfällt.

Tabelle 4.5 zeigt ebenfalls deutlich den Nachteil des kinematischen Regleransatzes. Für hohe Beschleunigungen – in diesem Fall $2,5 \text{ m/s}^2$ – schwingt die Regelgröße am Zielpunkt deutlich über. Tendenziell ist dieses Verhalten auch bei dem modellbasierten Entwurf erkennbar. Die maximale Amplitude ist jedoch weitaus geringer.

Grundsätzlich zeigt sich anhand der Analyse der quantitativen Kenngrößen des maximalen Fehlers, des kumulierten RMSE und der Überschwingweite in den Tabellen 4.3 - 4.5, dass der modellbasierte Ansatz eines Reglerentwurfes deutliche Vorteile gegenüber des rein kinematisch entworfenen Reglers zeigt.

Szenario	x	y	z	Geschwindigkeit	Beschleunigung
$\mathcal{R}_{1,1}$	$1{,}484\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1{,}522\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1{,}388\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,2}$	$2{,}726\times10^{-3}\mathrm{m}$	$2{,}874\times10^{-3}\mathrm{m}$	$2{,}664\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,3}$	$9{,}794\times10^{-3}\mathrm{m}$	$10,322 \times 10^{-3} \mathrm{m}$	$9{,}484\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,4}$	$21,270 \times 10^{-3} \mathrm{m}$	$20,\!456 \times 10^{-3}\mathrm{m}$	$16,528 \times 10^{-3} \mathrm{m}$	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,1}$	$0{,}340\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}394\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}738\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,2}$	$0{,}319\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}450\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}813\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,3}$	$0{,}325\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}342\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}995\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,4}$	$0{,}584\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}881\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1{,}668\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,5}$	$0{,}430\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}456\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1{,}120\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$

Tabelle 4.3: Vergleich des maximalen Fehlers aller Regelungsszenarien

Tabelle 4.4: Vergleich des kumulierten RMSE aller Regelungsszenarien

Szenario	x	y	2	Geschwindigkeit	Beschleunigung
$\mathcal{R}_{1,1}$	$0{,}679\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}695\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}648\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,2}$	$1{,}076\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1{,}096\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1,036 \times 10^{-3} \mathrm{m}$	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,3}$	$3{,}510\times10^{-3}\mathrm{m}$	$3{,}548\times10^{-3}\mathrm{m}$	$3{,}319\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,4}$	$3{,}809\times10^{-3}\mathrm{m}$	$3{,}841\times10^{-3}\mathrm{m}$	$3{,}444\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,1}$	$0{,}097\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}110\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}176\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,2}$	$0{,}087\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}116\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}191\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,3}$	$0{,}087\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}081\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}244\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,4}$	$0{,}248\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}216\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}286\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,5}$	$0{,}123\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}127\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}261\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$

Tabelle 4.5: Vergleich der Überschwingweite aller Regelungsszenarien

Szenario	x	y	2	Geschwindigkeit	Beschleunigung
$\mathcal{R}_{1,1}$	$0{,}168\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}247\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}161\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,2}$	$0{,}121\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}198\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}190\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,3}$	$0{,}204\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}360\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}942\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1.0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{1,4}$	$2{,}599\times10^{-3}\mathrm{m}$	$2{,}476\times10^{-3}\mathrm{m}$	$3{,}745\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1,0\mathrm{m/s}$	$2.5\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,1}$	$0{,}042\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}134\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}064\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0,05\mathrm{m/s}$	$0.05\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,2}$	$0{,}057\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}128\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}061\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,3}$	$0{,}231\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}129\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}100\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{2,4}$	$0{,}584\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}881\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1{,}668\times10^{-3}\mathrm{m}$	$1,0\mathrm{m/s}$	$2.5\mathrm{m/s}^2$
$\mathcal{R}_{2,5}$	$0{,}315\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}227\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0{,}237\times10^{-3}\mathrm{m}$	$0.5\mathrm{m/s}$	$1.0\mathrm{m/s^2}$

5 Applikation zur Dämpfung eines sphärischen Pendels

Durch die in Abschnitt 4.3 vorgestellte Regelung auf Basis einer exakten Linearisierung ist es möglich, den Anknüpfungspunkt auf Grundlage eines kinetischen Modells präzise zu positionieren. Als eine Folge der großen Flexibilität und der kinematischen Struktur ist es ein prinzipieller Nachteil des Seilroboters MoCaRo, dass der Endeffektor keine großen Momente aufnehmen kann. Im industriellen Umfeld, z.B. im Rahmen einer Pick-and-Place-Anwendung, werden jedoch Gewichtskräfte unbekannter Lasten, Prozesskräfte oder andere Störkräfte auf den Endeffektor wirken. Deshalb ergibt sich für den hier vorgestellten Seilroboter eine weitere Herausforderung: die Schwingungsdämpfung des Stückgutes am Zielpunkt bzw. vor der Ablage. Die Amplitude und Frequenz der Schwingung ist dabei stark von der Größe und dem Gewicht des zu transportierenden Objektes abhängig. In Abschnitt 4.3.7 wurde gezeigt, dass eine Anpassung der Regelgröße vom Anknüpfungspunkt auf das Reflektorzentrum allein nicht ausreicht, um eine parallele Positionierung und Pendelstabilisierung zu gewährleisten. Deshalb soll im folgenden Abschnitt eine Adaption des Regelgesetzes aus Abschnitt 4.3 vorgenommen werden, so dass sowohl eine präzise Positionierung als auch Dämpfung der Pendelbewegung möglich ist. Die kinetische Modellierung der Pendelbewegung wurde in Abschnitt 2.5.2 durchgeführt. Das Ziel der nachfolgenden Regelung ist es, die zwei Pendelwinkel θ und φ an einem Zielpunkt in die jeweiligen stabilen Ruhelagen zu überführen und auch während der Bewegung des Reflektorzentrums eine Dämpfung der Pendelbewegung zu erreichen.

5.1 Parallele Positions- und Pendelregelung

Zur schwingungsgedämpften Positionierung des Reflektorzentrums wird im Folgenden der Ansatz aus Abschnitt 4.3.5 mit einer Optimalregelung, wie sie in Abschnitt 5.3 vorgestellt wird, kombiniert. Die resultierende Struktur des geregelten Systems ist in Abbildung 5.1 dargestellt. Dabei ist das Subsystem des erweiterten Regelgesetzes aus Abbildung 4.23 ebenfalls angedeutet.

Das mit der Strichlinie dargestellte Subsystem des erweiterten Regelgesetzes soll Ausgangspunkt der folgenden Beschreibung sein. Dieses dient weiterhin der Transformation eingehender Führungsgrößen von Weltkoordinaten (Position des Endeffektors in kartesischen Koordinaten) in Gelenkkoordinaten (Seillängen) sowie der Aufprägung einer linearen Streckendynamik. Aus diesem Subsystem resultiert eine Stellgröße **u**, die auf die Strecke wirkt.



Abbildung 5.1: Darstellung des Positionsreglers und der Pendeldämpfung einschließlich einer datenbasierten Korrektur als Vorsteuerung sowie einer integralen Ausgangsrückführung als Blockschaltbild

Die Streckendynamik kann in die Dynamik des Anknüpfungspunktes und die des Pendels aufgeteilt werden. Beide Dynamiken sind über den Zustandsvektor verkoppelt. Für den folgenden Reglerentwurf soll die Rückwirkung der Dynamik des Pendels auf den Anknüpfungspunkt vernachlässigt werden. Dies ist durch die Strichlinie angedeutet. Auf diese Weise bleibt der Entwurf der Positionsregelung unberührt von dem Entwurf der Pendelregelung. Allerdings werden kinetische Rückwirkungen der Pendelbewegung auf den Anknüpfungspunkt damit nicht berücksichtigt. Dieser Einfluss wird für eine größer werdende Pendelmasse relevanter.

5.2 Messung und Verarbeitung der Zustandsgrößen

Die modellierte Pendeldynamik aus Abschnitt 2.5.2 kann in der Form

$$\dot{\mathbf{x}}_{\mathrm{p}} = \mathbf{f}_{\mathrm{p}}\left(\mathbf{x}_{\mathrm{p}}, \mathbf{u}_{\mathrm{p}}\right) \tag{5.1}$$

mit dem Zustandsvektor

$$\mathbf{x}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} x & y & z & \theta & \varphi & v_x & v_y & v_z & \omega_\theta & \omega_\varphi \end{bmatrix}^T$$
(5.2)

und dem Eingangsvektor

$$\mathbf{u}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{bmatrix}$$
(5.3)

dargestellt werden. Die Zustandsdifferentialgleichungen ergeben sich aus den zweiten Ableitungen der generalisierten Koordinaten \mathbf{q} aus Gleichung 2.77 und den zugehörigen Geschwindigkeiten zu

$$\mathbf{f}_{\mathrm{p}}\left(\mathbf{x}_{\mathrm{p}}, \mathbf{u}_{\mathrm{p}}\right) = \begin{bmatrix} v_{x} \\ v_{y} \\ v_{z} \\ \omega_{\theta} \\ \omega_{\varphi} \\ \ddot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} .$$
(5.4)

Die Pendelwinkel θ und φ können aus dem geometrischen Zusammenhang zwischen Anknüpfungspunkt \mathbf{X}_{T} und Reflektorzentrum \mathbf{X}_{TCP} ermittelt werden. Aus den Gleichungssystemen 2.57 und 2.58 kann der wahre Richtungsvektor

$$\mathbf{r}_{\rm d} = \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1 = \begin{bmatrix} l \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi \\ l \cdot \sin \varphi \\ -l \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi \end{bmatrix}$$
(5.5)

vom Anknüpfungspunkt zum Reflektorzentrum bestimmt werden, aus welchem die Größen l, θ und φ durch Umstellung ermittelt werden können. Diese ergeben sich zu

$$l = \sqrt{r_{d,x}^2 + r_{d,y}^2 + r_{d,z}^2},$$
(5.6)

$$\theta = \operatorname{atan2}\left(r_{\mathrm{d},x}, r_{\mathrm{d},z}\right)\,,\tag{5.7}$$

$$\varphi = \sin^{-1} \left(\frac{r_{\mathrm{d},y}}{l} \right) \,. \tag{5.8}$$

Dabei entsprechen $r_{d,x}$, $r_{d,y}$ und $r_{d,z}$ den Komponenten des Richtungsvektors \mathbf{r}_d aus Gleichung 5.5. Wurden diese im Vorfeld korrekt erfasst, so können auch die Pendelwinkel θ und φ berechnet werden. Die Pendellänge l ist konstant und wird nicht auf Basis der Schätzung von Anknüpfungspunkt und Reflektorzentrum berechnet. Da die Tangens- bzw. Sinusfunktionen periodisch sind (siehe Gleichung 5.7 und 5.8), werden deren Definitionsbereiche jeweils auf das Intervall $\left[-\frac{\pi}{2}, +\frac{\pi}{2}\right]$ beschränkt. Für die reale Anwendung stellt dies keine Einschränkung dar, da die praktischen Pendelwinkel in der Regel unterhalb des Bereiches $-10^{\circ} \leq \theta \leq +10^{\circ}$ bzw. $-10^{\circ} \leq \varphi \leq +10^{\circ}$ liegen, betragsmäßig jedoch niemals größer als 90° sind.

Die Bestimmung des Anknüpfungspunktes ist jedoch auf eine optimale Kalibrierung der rückseitigen Auftreffpunkte \mathbf{X}_{J} angewiesen. Ebenso hängt die Ermittlung des Reflektorzentrums \mathbf{X}_{TCP} von einer korrekten und rauschfreien Messung durch den Lasertracker ab. Deshalb wird der berechnete, aus den geschätzten Werten für \mathbf{X}_{T} und \mathbf{X}_{TCP} resultierende, Richtungsvektor $\tilde{\mathbf{r}}_{d}$ nicht dem wahren Wert entsprechen. Praktisch hat dies zur Folge, dass



Abbildung 5.2: Bodediagramm eines DT₁-Elementes

der Richtungsvektor trotz Verharren in der stabilen Ruhelage nicht dem Vektor

$$\mathbf{r}_{\mathrm{d,R}} = \begin{bmatrix} 0\\0\\-l \end{bmatrix} \neq \tilde{\mathbf{r}}_{\mathrm{d,R}}$$
(5.9)

entspricht. Der Mittelwert der gemessenen Pendelwinkel ist damit an einer stationären Position des Anknüpfungspunktes nicht null, obwohl die Pendelwinkel um die Ruhelage oszillieren. Dies ist für eine folgende Regelung jedoch essenziell, da der Vektor aus Gleichung 5.9 gleichzeitig der Führungsgröße des zu entwickelnden Reglers entsprechen soll.

Mit Hilfe eines Differential-Elementes mit Verzögerung 1. Ordnung (DT₁-Element) können die Pendelwinkel um ihren Mittelwert bereinigt werden [86]. In Abbildung 5.1 erfolgt diese Maßnahme im Zuge der *Messung und Verarbeitung* des Zustandsvektors \mathbf{x}_{p} . Dazu wird der Eingang x_{e} der allgemeinen Differentialgleichung

$$T_{\rm D} \cdot \dot{x}_{\rm a} + x_{\rm a} = K_{\rm D} \cdot \dot{x}_{\rm e} \tag{5.10}$$

des DT₁-Elementes mit der Differenzierungsverstärkung $K_{\rm D}$, der Verzögerungszeitkonstante $T_{\rm D}$ sowie dem Ausgang $x_{\rm a}$ durch die Pendelwinkel ersetzt. Der Ausgang der Differentialgleichung bildet damit den um den Mittelwert bereinigten Pendelwinkel zuzüglich einer durch das DT₁-Element aufgeprägten Dynamik. Diese steht in unmittelbarem Zusammenhang mit den Parametern $K_{\rm D}$ und $T_{\rm D}$, deren Einfluss anschaulich anhand des in Abbildung 5.2 dargestellten Bodediagramms eines parametrierten DT₁-Elementes gezeigt wird. Die Verzögerungszeitkonstante $T_{\rm D}$ mit

$$T_{\rm D} = \frac{1}{\omega_{\rm D}} \tag{5.11}$$

stellt ein Zeitmaß für das Abklingen der Systemantwort nach einer konstanten Anregung dar. Wird dieser Parameter kleiner gewählt, verkürzt sich die Zeit bis zum Verschwinden des Mittelwertes am Ausgang des DT₁-Elementes. Die aus der Zeitkonstante resultierende Eckfrequenz ω_D sollte jedoch auf Grund der differenzierenden Wirkung des Übertragungselementes deutlich kleiner – das bedeutet mindestens eine Dekade – als die größte im Nutzsignal vorkommende Frequenz gewählt werden. Eine daraus resultierende Anforderung ist deshalb, die Verzögerungszeitkonstante möglichst groß zu wählen. Damit entsteht ein Zielkonflikt, welcher in engem Zusammenhang mit der Güte der Regelung steht.

Bei einer bekannten Zeitkonstante errechnet sich die Differenzierungsverstärkung aus

$$K_{\rm D} = \frac{x_{\rm a}(t=0)}{x_{\rm e0}} \cdot T_{\rm D} \,. \tag{5.12}$$

Dabei entspricht $x_{\rm a}(t=0)$ dem Anfangswert einer Sprungantwort des DT₁-Elementes und $x_{\rm e0}$ der Sprunghöhe des Eingangssprunges. Die konkrete Wahl der Verzögerungszeitkonstante auf Basis der Schwingungsfrequenz der Pendelwinkel sowie der daraus folgenden Differenzierungsverstärkung erfolgt in Abschnitt 5.6.

5.3 Optimalregelung des Pendels

Der Zustandsvektor \mathbf{x}_{p} des Pendels wird nun genutzt, um mit Hilfe des Entwurfes eines Optimalreglers eine das Pendel stabilisierende Stellgröße \mathbf{u}_{p} zu erzeugen. Die vektorwertige Funktion $\mathbf{f}_{p}(\mathbf{x}_{p}, \mathbf{u}_{p})$ aus Gleichung 5.4 soll nun linearisiert werden, um eine lineare Zustandsraumdarstellung

$$\dot{\mathbf{x}}_{p} = \mathbf{A}_{p}\mathbf{x}_{p} + \mathbf{B}_{p}\mathbf{u}_{p} \tag{5.13}$$

$$\mathbf{y}_{\mathrm{p}} = \mathbf{C}_{\mathrm{p}} \mathbf{x}_{\mathrm{p}} \tag{5.14}$$

 mit

$$\mathbf{A}_{p} = \frac{\partial \mathbf{f}_{p}}{\partial \mathbf{x}_{p}} \bigg|_{\mathbf{x}_{p} = \mathbf{x}_{0,p}, \mathbf{u}_{p} = \mathbf{u}_{0,p}}$$
(5.15)

$$\mathbf{B}_{\mathrm{p}} = \frac{\partial \mathbf{f}_{\mathrm{p}}}{\partial \mathbf{u}_{\mathrm{p}}} \bigg|_{\mathbf{x}_{\mathrm{p}} = \mathbf{x}_{0,\mathrm{p}},\mathbf{u}_{\mathrm{p}} = \mathbf{u}_{0,\mathrm{p}}}$$
(5.16)

$$\mathbf{C}_{\mathrm{p}} = \frac{\partial \mathbf{f}_{\mathrm{p}}}{\partial \mathbf{x}_{\mathrm{p}}} \Big|_{\mathbf{x}_{\mathrm{p}} = \mathbf{x}_{0,\mathrm{p}}, \mathbf{u}_{\mathrm{p}} = \mathbf{u}_{0,\mathrm{p}}}$$
(5.17)

zu erhalten. Auf Basis der so gewonnenen, linearen Systemdarstellung kann nun nach [43] ein *Riccati-Regler* (auch: *Linear-Quadratischer Regler* [85]) entworfen werden. Man spricht in diesem Zusammenhang häufig auch von einem *Optimalregler*, da zum Entwurf einer linearen Zustandsrückführung die Kostenfunktion

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left(\mathbf{x}_p^T \mathbf{Q}_p \mathbf{x}_p + \mathbf{u}_p^T \mathbf{S}_p \mathbf{u}_p \right) \, \mathrm{d}t$$
 (5.18)

minimiert wird. Wird das lineare Regelgesetz $\mathbf{u}_{p} = -\mathbf{K}_{p}\mathbf{x}_{p}$ bzw. $\mathbf{u}_{p}^{T} = -\mathbf{x}_{p}^{T}\mathbf{K}_{p}^{T}$ in die Kostenfunktion 5.18 eingesetzt, ergibt sich

$$J = \frac{1}{2} \int_0^\infty \mathbf{x}_p^T \left(\mathbf{Q}_p + \mathbf{K}_p^T \mathbf{S}_p \mathbf{K}_p \right) \mathbf{x}_p \, \mathrm{d}t$$
 (5.19)

als zu minimierende Kostenfunktion. Dabei dient die Diagonalmatrix \mathbf{Q} der Gewichtung der Elemente des Zustandsvektors \mathbf{x}_{p} und \mathbf{S} der Gewichtung der Elemente des Stellgrößenvektors \mathbf{u}_{p} . Durch Lösung der zugehörigen algebraischen Riccati-Gleichung resultiert eine Reglermatrix \mathbf{K}_{p} [43].

Im Anschluss wird auf Basis der resultierenden Reglermatrix \mathbf{K}_{p} sowie eines angepassten Zustandsvektors \mathbf{x}_{p} die Stellgröße \mathbf{u}_{p}^{*} berechnet. Dazu werden die Einträge der Position und Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes innerhalb des Zustandsvektors zu null gewählt, da der Linear-Quadratischer Regler (LQR) ausschließlich der Pendelbewegung entgegenwirken soll.

Multipliziert mit der Reglermatrix \mathbf{K}_{p} tragen diese Nulleinträge im Stellgrößenvektor \mathbf{u}_{p}^{*} keine Stellenergie bei. Aus Perspektive des Pendelreglers haben diese Zustände so bereits den Sollwert erreicht und leisten damit keinen Beitrag zum Stellsignal. Die Positionsregelung erfolgt damit weiterhin durch das erweiterte Regelgesetz aus Abbildung 5.1, die Pendelregelung durch den LQR.

5.4 Superposition der Stell- und Führungssignale

Das aus dem LQR resultierende Stellsignal \mathbf{u}_p^* wird nun mit der Führungsgröße $\ddot{\mathbf{w}}$ superponiert (siehe Abbildung 5.1). Dies ist ohne Weiteres möglich, da sowohl die Führungsgröße $\ddot{\mathbf{w}}$ als auch das Stellsignal \mathbf{u}_p^* in Weltkoordinaten ausgedrückt sind. Zusätzlich soll zur Führungsbeschleunigung $\ddot{\mathbf{w}}$ die Führungsgeschwindigkeit $\dot{\mathbf{w}}$ um den Beitrag der Pendeldämpfung erweitert werden. Dazu muss das Stellsignal \mathbf{u}_p^* integriert werden. Da den gemessenen Pendelwinkeln durch das in Abschnitt 5.2 eingeführte DT₁-Element eine zusätzliche Dynamik aufgeprägt wurde, unterliegt auch das durch den LQR berechnete Stellsignal \mathbf{u}_p^* einer zusätzlichen Dynamik. Außerdem nimmt es einen konstanten Wert ungleich dem Nullvektor an, solange das der Berechnung des Stellsignals zugrundeliegende Winkelsignal nicht abgeklungen ist.

Praktisch hat dies zur Folge, dass das zunächst integrierte Stellsignal statisch – gleich dem

Pendelwinkel – trotz Abklingen der Stellgröße \mathbf{u}_{p}^{*} nicht auf null abklingt. Der durch das DT₁-Element gefilterte und anschließend angepasste Zustandsvektor \mathbf{x}_{p}^{*} wird nach Abschnitt 5.3 im Zuge der *Auswahl des Stellsignals* (siehe Abbildung 5.1) mit der Reglermatrix \mathbf{K}_{p} multipliziert. Klingt das so berechnete Stellsignal

$$\mathbf{u}_{\mathrm{p}}^{*} = -\mathbf{K}_{\mathrm{p}}\mathbf{x}_{\mathrm{p}}^{*} \tag{5.20}$$

nicht auf null ab, so wird ein etwaig integriertes Stellsignal

$$\tilde{\mathbf{u}}_{\mathrm{p}}^{*} = \int -\mathbf{K}_{\mathrm{p}} \mathbf{x}_{\mathrm{p}}^{*} \,\mathrm{d}t \tag{5.21}$$

ebenfalls nicht konvergieren.

Aus diesem Grund wird auch das integrierte Stellsignal $\tilde{\mathbf{u}}_{p}^{*}$ mit Hilfe eines DT₁-Elementes um seinen Mittelwert bereinigt. Im Bildbereich liest sich die resultierende Übertragungsfunktion

$$G_{\rm TP}(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{s}{sT_{\rm P} + 1}$$
 (5.22)

$$=\frac{1}{sT_{\rm P}+1}\,.$$
 (5.23)

Diese Übertragungsfunktion entspricht einem Proportional-Element mit Verzögerung 1. Ordnung (PT₁-Element) [86]. Es vereinigt für Frequenzen des Stellsignals \mathbf{u}_p^* größer der Eckfrequenz des Übertragungsgliedes mit der Übertragungsfunktion $G_{\text{TP}}(s)$ eine Integration mit einer Filterung.

Die Nutzung des so entstandenen PT_1 -Elementes hat im Zeitbereich den Vorteil, dass es sich – im Gegensatz zu einem Integrator – für eine konstante Anregung einem statischen Endwert annähert. Es entspricht einem Tiefpassfilter und ist in Abbildung 5.1 als solcher gekennzeichnet. Nimmt das Stellsignal \mathbf{u}_p^* einen konstanten Wert an, so wird die durch Filterung durch das PT_1 -Element erzeugte Stellgeschwindigkeit nicht konstant ansteigen, sondern ebenfalls einem Endwert zustreben.

Der Führungsgröße \mathbf{w}^* wird kein Beitrag aus dem LQR überlagert, um Führungsgrößensprünge bei manueller Auslenkung des Pendels zu vermeiden. Der Verlauf der Führungsgröße \mathbf{w}^* resultiert aus einer Trajektorienplanung. Eine manuelle Auslenkung des Pendels hätte eine Addition dieser Führungsgröße \mathbf{w}^* mit einem konstanten Wert zur Folge. Dieser Wert wird durch den Optimalregler gebildet. Die Parametrierung der Pendeldämpfung führt zu verhältnismäßig weit links in der komplexen Halbebene liegenden Polstellen des geregelten Systems. Dies führt wiederum zu einem großen Sprung der resultierenden Führungsgröße bzw. zweifach integrierten Stellgröße der Pendelregelung. Da die Positionsregelung ausschließlich für kleine Führungsgrößensprünge einer Trajektorienplanung parametriert ist, würde diese instabil werden.

5.5 Entwurf einer Vorsteuerung

Die Führungsgrößen aus Abbildung 5.1 werden auch in diesem Fall von einer Trajektorienplanung erzeugt. Dabei gibt es keine Unterschiede zu der Implementierung in den Abschnitten 4.2.4 und 4.3.7.

In Kapitel 4 wurde die Trajektorienplanung genutzt, um die Sollposition des Anknüpfungspunktes vorzugeben. Das Ziel ist nun, die Sollposition des Reflektorzentrums vorzugeben. Da der Positionsregler die Position des Anknüpfungspunktes regelt und die Regelgröße, wie bereits in den Abschnitten 4.2.4 und 4.3.7 durch Experimente gezeigt wurde, nicht ohne Weiteres verändert werden kann, muss ein Weg gefunden werden, die Position des Reflektorzentrums präzise vorzugeben und zu regeln. Ein Weg ist es, die Führungsposition mit Hilfe der in Abschnitt 3.3 eingeführten RBF um den Vektor vom Reflektorzentrum zum Anknüpfungspunkt zu verschieben. Damit bleibt das Regelgesetz unverändert. Die Zielposition des Anknüpfungspunktes wird jedoch in der Weise verschoben, dass das Reflektorzentrum an die gewünschte Stelle bewegt wird.

Die Position des Reflektorzentrums kann jedoch auf diese Weise nicht korrekt angefahren werden. Es verbleibt ein Restfehler, auf den in Abschnitt 3.3.3 eingegangen wurde. Dieser wird anschließend mit Hilfe einer integralen Ausgangsrückführung eliminiert. Dazu wird die vorgegebene Reflektorposition mit der durch die Lasertracker gemessenen verglichen, anschließend gewichtet integriert und als zusätzliche Führungsgröße aufgeschaltet.

5.6 Implementierung und Ergebnisse

Im Folgenden soll die parallele Positions- und Pendelregelung anhand eines Demonstrators gezeigt werden. Die Länge l des am Anknüpfungspunkt befestigten Pendels beträgt dabei 0,265 m. Für die Ruhelagen der Pendelwinkel gilt

$$\theta_{\rm R} = \varphi_{\rm R} = 0. \tag{5.24}$$

Zur Umsetzung der parallelen Positions- und Pendelregelung bleibt das erweiterte Regelgesetz, welches in dem Blockschaltbild in Abbildung 5.1 dargestellt ist, unverändert. Die gewählten Pole entsprechen denen aus Abschnitt 4.3.7.

Aus dem Zeitverlauf der Pendelwinkel kann durch Frequenzanalyse die dominante Grundschwingung extrahiert werden. Auf diese Weise kann für beide Winkel eine Schwingungsfrequenz von etwa $f_{\rm N} = 1,04$ Hz bestimmt werden. Das entspricht einer Schwingungskreisfrequenz von $\omega_{\rm N} = 2\pi \cdot f_{\rm N} = 6,53$ rad/s. Für das DT₁-Element zur Filterung der Winkelsignale wird deshalb nach Gleichung 5.11 und 5.12

$$T_{\rm D} = \frac{1}{\omega_{\rm D}} = 20\,\mathrm{s} \tag{5.25}$$

und

$$K_{\rm D} = 20$$
 (5.26)

gewählt.

Zur Regelung des Pendels muss das Dynamikmodell entsprechend der Gleichungen 5.15 - 5.17linearisiert werden. Die Ruhelage des Pendels ergibt sich für eine beliebige Position des Anknüpfungspunktes aus den Nullwinkeln

$$\theta_{\rm R} = \varphi_{\rm R} = 0 \,, \tag{5.27}$$

den zugehörigen Winkelgeschwindigkeiten

$$\omega_{\theta,\mathrm{R}} = \omega_{\varphi,\mathrm{R}} = 0 \tag{5.28}$$

sowie der Kräfte am Anknüpfungspunkt

$$\mathbf{Q}_{r_1,\mathrm{R}} = \begin{bmatrix} F_{x,\mathrm{R}} \\ F_{y,\mathrm{R}} \\ F_{z,\mathrm{R}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ g \cdot (m_1 + m_2) \end{bmatrix}.$$
 (5.29)

Auf die Notation der linearisierten System- und Eingangsmatrix wird an dieser Stelle aus Gründen der Übersichtlichkeit verzichtet.

Der LQR sollte die Positionsregelung des erweiterten Regelgesetzes möglichst wenig beeinflussen. Deshalb werden die Gewichtungen der Zustände der Position und Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes mit sehr großen Werten besetzt. Würden die Gewichtungen der Zustände mit kleinen Werten besetzt, so wäre der Einfluss des LQR auf die Positions- und Geschwindigkeitsregelung des Anknüpfungspunktes größer, da eine Variation dieser Zustände die minimierte Kostenfunktion 5.19 kaum beeinflusst. Die Besetzung mit großen Werten ist nur möglich, wenn sich der Anknüpfungspunkt bereits mit einem sehr geringen Folgefehler auf einer vorgegebenen Bahn bewegt. Deshalb ist dies eine Voraussetzung für die Auslegung der Gewichtungen des Optimalreglers, die auf Grund des Entwurfes in Abschnitt 4.3 erfüllt ist.

Weiterhin werden die Winkel stärker gewichtet als die Winkelgeschwindigkeiten. Der Grund dafür liegt in dem verhältnismäßig hohen Rauschanteil im Nutzsignal der Winkelgeschwindigkeit, da dieses aus einer Ableitung der Winkel resultiert. Der Regler neigt bei zu hoher Gewichtung der Winkelgeschwindigkeiten zu "nervösem" Verhalten, da das Rauschen der Winkelgeschwindigkeit durch eine hohe Verstärkung der Reglermatrix über das Stellsignal direkt auf die Strecke übertragen wird.

Die Matrix der Stellgrößengewichtung wird mit kleinen Werten besetzt. Dies ermöglicht eine stärkere Variation der Stellsignale während der Regelung und wirkt sich positiv auf die Pendeldämpfung aus. Die Matrizen werden konkret zu

$$\mathbf{Q}_{p} = \operatorname{diag} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_{p,1} & \mathbf{Q}_{p,2} & \mathbf{Q}_{p,3} & \mathbf{Q}_{p,4} \end{bmatrix}$$
(5.30)

 mit

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{p},1} = \begin{bmatrix} 10^3 & 10^3 & 10^3 \end{bmatrix} 1/\mathrm{m}^2 \tag{5.31}$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{p},2} = \begin{bmatrix} 2 & 2 \end{bmatrix} 1/\mathrm{rad}^2 \tag{5.32}$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{p},3} = \begin{bmatrix} 10^3 & 10^3 & 10^3 \end{bmatrix} \mathrm{s}^2 / \mathrm{m}^2 \tag{5.33}$$

$$\mathbf{Q}_{\mathrm{p},4} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \mathrm{s}^2/\mathrm{rad}^2 \tag{5.34}$$

und

$$\mathbf{S}_{\mathrm{p}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} 1/\mathrm{N}^2 \tag{5.35}$$

gewählt. Daraufhin wird einmalig mit Hilfe der entsprechenden MATLAB-Funktion durch Minimierung der Kostenfunktion 5.19 die Reglermatrix $\mathbf{K}_{\rm p}$ berechnet. Abschließend werden die daraus resultierenden Stellsignale nach Abschnitt 5.4 superponiert.

Die Verzögerungszeitkonstante des PT₁-Elementes wurde zu

$$T_{\rm P} = 1\,\mathrm{s}\tag{5.36}$$

gewählt. Die Wahl der Zeitkonstante ergibt sich empirisch in Abhängigkeit der Auslegung des Optimalreglers sowie der gewünschten Dynamik der Pendeldämpfung. Das bedeutet, dass mit einer veränderten Wahl der Zeitkonstante im Zusammenspiel mit einer angepassten Wahl der Gewichtungsmatrizen des Optimalreglers ein ähnliches Verhalten erreicht werden kann. Dabei ist jedoch darauf zu achten, dass die Zeitkonstante der aufgeprägten Dynamik durch den LQR nicht entgegenwirkt.

Die datenbasierte Vorsteuerung bedarf keiner Anpassung. Die Korrekturfunktion entspricht der in Abschnitt 3.3 eingeführten.

Die Verstärkung der integralen Ausgangsrückführung wird zu

$$k_{i,p} = 0.2 \,\mathrm{s}^{-1} \tag{5.37}$$

gewählt. Dieser Faktor wurde empirisch ermittelt und fällt sehr klein im Gegensatz zu den Koeffizienten des Positionsreglers aus. Ein Einfluss auf die Stabilität des geregelten Gesamtsystems konnte nicht ausgemacht werden. Die Wirkung der Ausgangsrückführung wird erst bei Annäherung an den Zielpunkt deutlich, der verhältnismäßig langsam – stationär genau – erreicht wird. Ein deutlich größerer Wert für die Verstärkung der integralen Ausgangsrückführung würde die Stabilität des Gesamtsystems negativ beeinflussen.

Messung	Regelgröße	integrale Aus-	Geschwindigkeit	Beschleunigung
		gangsrückführung		
$\mathcal{R}_{3,1}$	Reflektorzentrum	×	$0.1\mathrm{m/s}$	$0.1{ m m/s^2}$
$\mathcal{R}_{3,2}$	Reflektorzentrum	×	$0.5\mathrm{m/s}$	$1,0\mathrm{m/s^2}$
$\mathcal{R}_{3,3}$	Reflektorzentrum	×	$1,0\mathrm{m/s}$	$2,5\mathrm{m/s^2}$

Tabelle 5.1: Übersicht der Validierungsmessungen entsprechend der Szenarien $\mathcal{R}_{3,1} - \mathcal{R}_{3,3}$

Tabelle 5.1 fasst die Validierungsmessungen der Szenarien $\mathcal{R}_{3,1} - \mathcal{R}_{3,3}$ aus den Abbildungen 5.5 – 5.13 der parallelen Positions- und Pendelregelung zusammen. Die Spalteneinträge entsprechen denen aus Abschnitt 4.2.4.

Diskussion der Ergebnisse

Im Vergleich zu den bisher betrachteten Szenarien $\mathcal{R}_{1,j}$ und $\mathcal{R}_{2,j}$ weist die Regelung des sphärischen Pendels bezogen auf die Position und Geschwindigkeit einen größeren Folgefehler auf. Dieser Umstand ist hauptsächlich auf die grundsätzlich gegenläufigen Regelziele der Positionierung und Pendeldämpfung zurückzuführen. Eine Bewegung des Reflektorzentrums ist ohne eine Pendelbewegung nicht realisierbar. Die Pendelbewegung nimmt für höhere Sprünge der Beschleunigungen des Anknüpfungspunktes zu.

Jedoch verbleibt der Folgefehler in akzeptablen Grenzen von höchstens $\pm 50 \times 10^{-3}$ m für eine Bahngeschwindigkeit von $v^* = 0.5$ m/s bei einer Bahnbeschleunigung von $a^* = 1.0$ m/s² (siehe Szenario $\mathcal{R}_{3,2}$, dargestellt in den Abbildungen 5.8 – 5.10). Zudem tritt keine bleibende Regelabweichung auf.

Der große Vorteil dieses Ansatzes zeigt sich bei höheren Dynamiken des Reflektorzentrums. In Szenario $\mathcal{R}_{3,3}$ wird für eine Bahngeschwindigkeit von $v^* = 1,0$ m/s und einer Bahnbeschleunigung von $a^* = 2,5$ m/s² das Regelziel einer präzisen Positionierung ohne Pendelbewegung bereits nach wenigen Sekunden erreicht. Die Szenarien $\mathcal{R}_{1,4}$ und $\mathcal{R}_{2,4}$ zeigen, dass die in den Abschnitten 4.2 und 4.3 vorgestellten Ansätze dazu in einer vergleichbaren Zeit nicht in der Lage sind.

Anschaulich lässt sich dieser Mehrwert der Pendeldämpfung gegenüber des ungedämpften Falles anhand der Abbildungen 5.3 und 5.4 darstellen. Dort ist zum einen die Spur bzw. der Verlauf des Reflektorzentrums in der x-y-Ebene nach einer initialen Auslenkung für die ersten 100 s für den ungedämpften (siehe Abbildung 5.3) und den gedämpften (siehe Abbildung 5.4) Fall dargestellt. Zum anderen ist die Einhüllende des Betrages der Winkelauslenkung

$$\Theta = \sqrt{\theta^2 + \varphi^2} \tag{5.38}$$

dargestellt. In dieser Darstellungsform wird ausschließlich die betragsmäßige Auslenkung des Pendels aus der Ruhelage betrachtet, dessen Rotation um diese jedoch nicht.

Für den ungedämpften Fall ist gut zu erkennen, dass das Reflektorzentrum nach einer



Abbildung 5.3: Spur des Reflektorzentrums in der x-y-Ebene (links) und Einhüllende des Betrages der Winkelauslenkung (rechts) für den ungedämpften Fall



Abbildung 5.4: Spur des Reflektorzentrums in der *x-y*-Ebene (links) und Einhüllende des Betrages der Winkelauslenkung (rechts) für den gedämpften Fall

anfänglichen Auslenkung symmetrisch um die Ruhelage oszilliert, ehe es nach ungefähr 200 s zur Ruhe kommt.

Für den gedämpften Fall ist in der Spur des Reflektorzentrums der Stelleingriff durch den Regler zu erkennen. Der Verlauf erscheint unsymmetrisch, mit der Folge, dass das Pendel bereits nach ungefähr 3 s zur Ruhe gebracht wird.



Abbildung 5.5: $\mathcal{R}_{3,1}$: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 5.6: $\mathcal{R}_{3,1}$: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 5.7: $\mathcal{R}_{3,1}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm



Abbildung 5.8: $\mathcal{R}_{3,2}$: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 5.9: $\mathcal{R}_{3,2}$: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 5.10: $\mathcal{R}_{3,2}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm



Abbildung 5.11: $\mathcal{R}_{3,3}$: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z des Anknüpfungspunktes in m



Abbildung 5.12: $\mathcal{R}_{3,3}$: Führungsgrößenverlauf der Komponenten x, y und z der Geschwindigkeit des Anknüpfungspunktes in m/s



Abbildung 5.13: $\mathcal{R}_{3,3}$: Motormomente M_1 , M_2 und M_3 in Nm

6 Zusammenfassung und Ausblick

Der Fokus der vorliegenden Arbeit liegt auf der präzisen, automatisierten Kalibrierung und der darauf aufbauenden modellbasierten Regelung eines im Zuge dieser Arbeit neu entwickelten Seilroboters mit drei Freiheitsgraden entsprechend der kartesischen Koordinaten x, y und z.

Kalibrierung

Durch das modulare Konzept des Messsystems – eines Lasertrackers – und des Seilroboters und der dadurch gewonnenen Anpassungsfähigkeit ergibt sich die Herausforderung einer ebenso flexiblen wie zügigen Identifikation geometrischer Systemparameter. Beide Systeme sind sowohl optisch – über den Laserstrahl – als auch mechanisch – über die Seile – durch einen Retroreflektor miteinander verbunden.

Im Rahmen der Kalibrierung wird ausgenutzt, dass sowohl der Lasertracker als auch der Seilroboter eine parallelkinematische Struktur aufweisen. Die Kalibrierung beider Systeme basiert infolgedessen auf der Optimierung einer Gütefunktion. Die zu minimierende Kostenfunktion entspricht der inversen Kinematik des jeweiligen Systems. Auf diese Weise wurde ein generischer Ansatz zur Bestimmung des Parametersatzes gefunden. Auf Seiten des Lasertrackers entspricht dieser den Laseraustrittspunkten sowie initialen Laserlängen. Auf Seiten des Seilroboters hingegen sind die rückseitigen Seilauftreffpunkte sowie initialen Seillängen auf diese Weise präzise bestimmbar.

Das Ergebnis der modellbasierten Kalibrierung ist ein berührungsloses Absolutmesssystem in Form des Lasertrackers, bestehend aus vier Trackermodulen. Exemplarisch kann der optimierte Parametervektor $\hat{\mathbf{p}}_1 = [X_{\mathrm{L},x} \ X_{\mathrm{L},y} \ X_{\mathrm{L},z} \ \rho_{0,1}]^T$, welcher die Position des ersten Trackermoduls sowie dessen initiale Laserstrahllänge enthält, mit einer Standardabweichung $\boldsymbol{\sigma} = [0,056 \ 0,014 \ 0,003 \ 0,057]^T$ mm bestimmt werden. Die Elemente des Vektors der Standardabweichung sind denen des Parametervektors zugeordnet.

Außerdem wurde ein vollständig kalibriertes dreidimensionales Positioniersystem in Form des Seilroboters geschaffen. Auf diesen Ergebnissen aufbauend wird weiterhin eine datenbasierte Korrektur des Restfehlers vorgenommen. Durch eine Reihe von Trainingsdaten wird mit Hilfe eines Satzes radialer Basisfunktionen ein Fehlervektor gelernt, welcher die Position des Reflektorzentrums korrigiert. Auf diese Weise kann das Reflektorzentrum in offener Kette mit einem maximalen Fehler von 3,5 mm positioniert werden.

Regelung

Die datenbasierte Korrektur kann – neben dem Ziel der Kalibrierung – als Vorsteuerung einer folgenden Regelung aufgefasst werden. In diesem Sinne wird zunächst ein Regler entwickelt, der rein auf der Kinematik des Seilroboters basiert. Nur die lokalen Seillängenregler – verortet in den Motoren – sind dabei modellbasiert entwickelt und dienen als Ausgangspunkt des Regelungsentwurfes. Für den Entwurf der Regelung ist nur das kinematische Modell des Seilroboters erforderlich. Durch die Erweiterung um eine Folgeregelung kann durch diesen Ansatz geschwindigkeitsabhängig bereits ein maximaler Folgefehler von unter 10×10^{-3} m bzw. 0,05 m/s bei einer Bahngeschwindigkeit von 0,5 m/s und einer Bahnbeschleunigung von $1,0 \,\mathrm{m/s^2}$ erreicht werden. Es zeigt sich jedoch, dass der Anknüpfungspunkt um den Zielpunkt oszilliert. Das verbleibende Residuum bewegt sich abhängig von der betrachteten Achse im Bereich von $2 \times 10^{-6} \,\mathrm{m} - 5 \times 10^{-6} \,\mathrm{m}$. Diesem Umstand wird durch einen weiteren, auf dem kinetischen Modell des Seilroboters basierenden Regleransatz begegnet.

Eine modellbasierte Regelung bietet zahlreiche Vorteile in Hinblick auf die Parametrierung des Reglers, den Entwurf einer Vorsteuerung, der Vorgabe einer Dynamik oder auch den Umgang mit Störungen oder nicht modellierten Effekten. Der zweite in dieser Arbeit entworfene Regler basiert auf einer exakten Ein-/Ausgangslinearisierung des kinetischen Modells. Das Ergebnis ist ein Regler, dessen Dynamik in Richtung der kartesischen Achsen vorgegeben werden kann. Es werden zwei grundsätzliche Erweiterungen des Reglers vorgestellt. Zum einen wird der Regler hin zu einem Folgeregler, zum anderen um eine integrale Ausgangsrückführung erweitert. Auf diese Weise wird der Folgefehler auf unter 1×10^{-3} m bzw. 0,03 m/s bei einer Bahngeschwindigkeit von 0,5 m/s und einer Bahnbeschleunigung von 1,0 m/s² reduziert. Eine bleibende Regelabweichung tritt im geregelten System nicht mehr auf.

Beide Regelansätze – der kinematische und der kinetische Entwurf – sowie ein lokal linearisierender Regler, welcher durch Einsetzen eines Arbeitspunktes aus dem Entwurf der exakten Linearisierung resultiert, werden abschließend miteinander verglichen.

In Bezug auf die zu Beginn gesetzten Ziele zeigt sich anhand des Regelungsentwurfes auf Basis einer exakten Linearisierung:

- 1. Die Wiederholgenauigkeit der Positionierung des Anknüpfungspunktes liegt im Bereich von $\pm 1.5 \times 10^{-6}$ m (ermittelt für eine Trajektorie mit einer Bahngeschwindigkeit von 0.5 m/s und einer Bahnbeschleunigung von 1.0 m/s^2).
- 2. Die Dynamik des Anknüpfungspunktes kann durch den modellbasierten Entwurf entsprechend einer linearen Differentialgleichung bzw. Übertragungsfunktion vorgegeben werden.
- 3. Der Folgefehler des geregelten Systems ist abhängig von der Beschleunigung und Geschwindigkeit der Führungsgröße. Dieser kann für eine Bahngeschwindigkeit von 0.5 m/s und eine Bahnbeschleunigung von 1.0 m/s^2 auf $1 \times 10^{-3} \text{ m}$ bzw. 0.03 m/s reduziert werden.

Die zu Beginn des Kapitels 4 gesetzten Ziele wurden damit erfüllt. Der Anknüpfungspunkt des Seilroboters kann modellbasiert präzise und dynamisch positioniert werden.

Applikation

Wird der Seilroboter industriell als Pick-and-Place-System verwendet, so wird mit Hilfe des Endeffektors eine Last transportiert. Diese wird – abhängig von Größe und Gewicht – in Folge einer Bewegung des Endeffektors Pendelbewegungen ausführen. Um dem Ziel einer dynamischen und präzisen Positionierung der Last gerecht zu werden, wird dieser Oszillation in Kapitel 5 begegnet.

Dazu wird das kinetische Modell des Seilroboters um ein sphärisches Pendel erweitert – ein Vorteil des modellbasierten Regelungsentwurfes. Daraufhin wird das Pendel in der Ruhelage linearisiert, um es anschließend durch einen LQ-Zustandsregler in dieser Ruhelage zu stabilisieren. Der Folgefehler steigt dabei auf bis zu 50×10^{-3} m bzw. 0.2 m/s bei einer Bahngeschwindigkeit von 0.5 m/s und einer Bahnbeschleunigung von 1.0 m/s^2 an. Die bleibende Regelabweichung wird weiterhin ausgeregelt.

Der Vorteil dieses Ansatzes ist die Realisierung höherer Bahngeschwindigkeiten und -beschleunigungen bei Positionierung des Reflektorzentrums. Anhand eines Experimentes wird dies gezeigt. Der maximale Folgefehler beträgt dabei 100×10^{-3} m bzw. 0,5 m/s bei einer Bahngeschwindigkeit von 1,0 m/s und einer Bahnbeschleunigung von 2,5 m/s². Diese Dynamik ist sowohl mit dem kinematischen, als auch mit dem kinetischen Ansatz ohne Pendeldämpfung nicht zu erreichen. Außerdem ist durch den in Kapitel 5 eingeführten Ansatz eine präzise Regelung des Reflektorzentrums möglich.

Abschließende Experimente zeigen, dass sich das Reflektorzentrum mit einer Geschwindigkeit von 1.5 m/s und einer betragsmäßigen Beschleunigung von 4.5 m/s^2 gedämpft auf einer Bahn entlang der positiven z-Achse mit einem maximalen Schleppfehler von 14.3×10^{-3} m bewegen lässt. Der begrenzende Faktor liegt dabei auf Seiten des Messsystems – dem Lasertracker – der höhere Dynamiken nicht mehr zu folgen imstande ist. Die Gründe dafür können auf Seiten der verwendeten Motoren zur Nachführregelung des Laserstrahls oder auch der zugehörigen Regelung liegen.

Fazit

Durch den in dieser Arbeit entwickelten Seilroboter wird ein Weg aufgezeigt, die modulare und flexible Roboterkinematik MoCaRo modellbasiert zu kalibrieren und zu regeln. Die Entwurfsmethoden erlauben eine automatisierte Identifikation der geometrischen Systemparameter und den anschließenden Entwurf eines Regelgesetzes.

Zwischen den beiden entworfenen Regelkonzepten zeigt sich ein deutlicher Vorteil des rein modellbasierten, auf dem kinetischen Modell des Seilroboters basierenden Entwurfes. Dieser Vorteil ist zum einen in der stationären Genauigkeit sowie im Verlauf des Folgefehlers begründet. Zum anderen ist der Ansatz deutlich flexibler zu erweitern. Ein Nachweis der Anwendbarkeit des Demonstrators sowie der umgesetzten Methoden wird durch die Umsetzung einer Applikation erbracht. Es wird gezeigt, dass modellbasiert eine hochpräzise, in der Dynamik skalierbare, parallele Positionsregelung und Schwingungsdämpfung des Endeffektors realisierbar ist. Damit ist es beispielsweise möglich, eine Pick-and-Place-Anwendung in einem potentiell deutlich größeren Arbeitsraum durchzuführen als es durch traditionell dafür genutzte Delta-Roboter möglich ist. Außerdem können so deutlich größere Objekte, die während der Bewegung zu Schwingungen neigen, transportiert werden.

Ausblick

Der Seilroboter mitsamt der entwickelten Methodik eröffnet ein weites Feld anschließender Arbeiten. Auf wesentliche Möglichkeiten soll in diesem Abschnitt näher eingegangen werden.

Einsatz im industriellen Umfeld

Die neu entwickelte Seilroboterkinematik ermöglicht einen flexiblen Einsatz im industriellen Umfeld. Durch die schnelle Montage und Kalibrierung wird so eine Möglichkeit geschaffen, beispielsweise Pick-and-Place-Anwendungen zügig an neue Anforderungen anzupassen. Für den Einsatz im industriellen Umfeld sind jedoch einige Anpassungen am System vorzunehmen, die im Folgenden aufgeführt werden.

- Wird das System ohne externe Sensorik in Form des Lasertrackers verwendet, muss ein Teaching-Verfahren entwickelt werden, welches den Seilroboter auf den konkreten Arbeitsraum kalibriert, um eine für die Anwendung angemessene Genauigkeit zu erreichen.
- Wird das externe Messsystem verwendet, ist sicherzustellen, dass die Laserstrahlen durchgängig den Kontakt zum Reflektorzentrum halten. Gerade im Zuge der Kooperation mit dem Menschen spielt diese Randbedingung im geregelten Betrieb eine wichtige Rolle.
- Mechanisch birgt das System Verbesserungspotential in Hinblick auf die Seilführungen. Reibungen führen zu Schlupf im Bereich der Kontaktflächen der Seile mit den Umlenkrollen. Reißt das Seil, muss die Sicherheit umstehender Personen und Maschinen abgesichert sein. Zusätzlich sind Überlegungen in Hinblick auf andere Materialien der Seile oder eine Erhöhung der Anzahl der Seile anzustellen.
- Zur Gewährleistung der Verfügbarkeit sollten redundante Seile in das System eingebracht werden. So kann der Betrieb trotz Ausfall eines Windenmoduls gewährleistet werden. Diese Anforderung bringt jedoch eine methodische Erweiterung mit sich, da passiv mitlaufende Seile durch eine Kraftregelung realisiert werden müssen. Dazu ist die Einbindung weiterer Sensorik erforderlich. Außerdem muss der Endeffektor im Folgenden

als Starrkörper modelliert werden, da das System für vier oder mehr Seile kinematisch überbestimmt wird.

Sensorische und mechanische Erweiterungen

Die sensorische Erweiterung des Systems kann in Hinblick auf die Regelung und Validierung einen erheblichen Mehrwert bringen.

- Auf der Plattform befestigte Beschleunigungssensoren können dazu dienen, den dynamischen Zusammenhang zwischen den Motormomenten und den Beschleunigungen an der Plattform zu ermitteln. Auf diese Weise können Seilmodelle ermittelt und in die Regelung einbezogen werden. Die Seildehnung spielt gerade in Hinblick auf die hochpräzise Positionsregelung eine Rolle. Aktuell wird der Wirkung der Seildehnung durch Messung der Reflektorposition begegnet. Durch ein Modell der Seildehnung könnte dieses jedoch vorgesteuert werden, womit ein Großteil der Wirkung nicht im geschlossenen Kreis ausgeregelt werden müsste.
- Ein Lasertracker mit einem absolut messenden Interferometer kann zur Validierung der Ergebnisse sowie zur Schätzung der Plattformpose genutzt werden. Eine echtzeitfähige und hochdynamische Regelung auf Basis dieser Informationen wird auf Grund der mutmaßlich zu geringen Abtastzeit dieser Systeme nicht möglich sein. Dennoch kann die absolute Messung – eingebunden in das Echtzeitsystem – verwendet werden, um die Lösung der direkten Kinematik zu verbessern.
- Mechanisch liefert der aktuelle Aufbau Potential in Bezug auf Verbesserungen der Seilführung. Durch die Adaption des Windenaufbaus können Reibungen des Seils an den Umlenkrollen oder der Schwenkrollen reduziert werden. Sensoren, die den Schwenk- und Ablösewinkel der Umlenkrolle bzw. des Seiles messen, können zudem genutzt werden, um diese Reibungen zu modellieren und ihnen entgegenzuwirken.

Methodisch sollten zwei wesentliche Aspekte in den Fokus gestellt werden.

Erweiterung zur Vollverspannung

Es ist möglich, den Seilroboter MoCaRo mit Seilen nach unten abzuspannen. Diese Maßnahme setzt eine methodische Erweiterung des kinetischen Modells auf einen Starrkörper voraus und birgt einige Vorteile.

 Durch die Vollverspannung des Systems sind höhere Beschleunigungen des Endeffektors im Raum möglich. Andererseits ist damit die Kooperation mit dem Menschen stark eingeschränkt. Die Vollverspannung fordert ebenfalls eine Kraftregelung, in diesem Fall der Seile – ein weites Forschungsfeld der Robotik im Allgemeinen sowie der Seilrobotik im Speziellen.
- Weitere Seile ermöglichen die Entkopplung weiterer rotatorischer Freiheitsgrade. Diese Freiheitsgrade können beispielsweise für Greifprozesse des Endeffektors nützlich sein.
- Pendelbewegungen kann durch die Ansteuerung weiterer Freiheitsgrade effizienter entgegengewirkt werden.

Zur Realisierung dessen ist es notwendig, eine neue Plattform zu entwickeln. Diese sollte ebenfalls modular an eine variierende Anzahl von Seilen adaptierbar sein. Vor dem Hintergrund einer Vollverspannung sollten Analysen des in Kapitel 1 erwähnten WCW durchgeführt werden. Es ist zu ermitteln, welche Posen im Raum unter vorgegebenen Seilkräften erreichbar sind.

Ganzheitlicher Ansatz der Pendeldämpfung

Die Pendeldämpfung wie sie in Kapitel 5 vorgestellt wird, basiert auf der Erweiterung des kinetischen Ansatzes durch ein lineares Modul – den LQ-Regler. Denkbar ist die Umsetzung eines ganzheitlichen Ansatzes, welcher auf Basis dreier Seilkräfte die Position des Reflektorzentrums gedämpft positioniert. Dies ist bisher nicht gelungen, da die Entkoppelbarkeitsbedingung nicht erfüllt wurde. Diese wurde im Zuge des Entwurfes auf Basis des dynamischen Modells des sphärischen Pendels geprüft und dient als Grundlage für das resultierende Stellsignal. Ein möglicher Ansatz zur Bewältigung dieser Herausforderung ist die Anpassung des kinetischen Modells des sphärischen Pendels oder dessen Umformulierung, um die Entkoppelbarkeitsbedingung zu erfüllen. Dazu zählt beispielsweise die Einführung von Seildehnungen oder Reibungseffekten und der damit einhergehenden Einführung weiterer Zustände.

Literatur

- Jürgen Adamy. Nichtlineare Systeme und Regelungen. 3., aktualisierte Auflage. Berlin: Springer Vieweg, 2018. ISBN: 9783662556849. DOI: 10.1007/978-3-662-55685-6 (S. 85, 87, 90, 92).
- [2] Ali Aflakiyan, Hassan Bayani und Mehdi Tale Masouleh. "Computed torque control of a cable suspended parallel robot". In: *International Conference on Robotics and Mechatronics (ICRoM 2015)*. Piscataway, NJ: IEEE, 2015, S. 749–754. ISBN: 978-1-4673-7234-3. DOI: 10.1109/ICRoM.2015.7367876 (S. 70).
- [3] Agence Nationale de la Recherche. Projet CoGiRo. URL: http://www.lirmm.fr/ cogiro/ (zuletzt aufgerufen am 07.07.2019) (S. 5).
- [4] A. B. Alp und S. K. Agrawal. "Cable suspended robots: feedback controllers with positive inputs". In: *Proceedings of the 2002 American*. 2002, S. 815–820. DOI: 10. 1109/ACC.2002.1024915 (S. 69).
- [5] Angel Domäne. WFT Schnur. URL: https://www.angel-domaene.de/wft-67kgstrong-schnur-chartreuse-0-39mm-50m-von-der-grossspule--13620.html (zuletzt aufgerufen am 14.03.2019) (S. 11).
- [6] Reza Babaghasabha, Mohammad A. Khosravi und Hamid D. Taghirad. "Adaptive robust control of fully constrained cable robots: singular perturbation approach". In: *Nonlinear Dynamics* 85.1 (2016), S. 607–620. ISSN: 0924-090X. DOI: 10.1007/s11071– 016-2710-8 (S. 69).
- [7] G. Barrette und Clément Gosselin. "Kinematic Analysis and Design of Planar Parallel Mechanisms Actuated With Cables". In: 26th Biennial Mechanisms and Robotics Conference. Hrsg. von Kazem Kazerounian. Proceedings of the 2000 ASME Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference. New York, NY: American Society of Mechanical Engineers, 2000, S. 391– 399. ISBN: 0791835170 (S. 5).
- [8] Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. BECKHOFF New Automation Technology. URL: https://www.beckhoff.de/twincat3/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 10).

- Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. Dokumentation: EL72x1-001x: Servomotor-Klemmen mit OCT (One Cable Technology). Hrsg. von Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. 2018. URL: https://download.beckhoff.com/download/document/ io/ethercat-terminals/el72x1-001xde.pdf (zuletzt aufgerufen am 14.03.2019) (S. 10).
- Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. Dokumentation: EL9576: Brems-Chopper-Klemme mit EtherCAT-Anbindung. Hrsg. von Beckhoff Automation GmbH & Co. KG.
 2018. URL: https://download.beckhoff.com/download/document/io/ethercatterminals/el9576de.pdf (zuletzt aufgerufen am 14.03.2019) (S. 10).
- Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. Dokumentation: Synchron Servomotoren AM8100 für kompakte Antriebstechnik. Hrsg. von Beckhoff Automation GmbH & Co. KG. 2018. URL: https://download.beckhoff.com/download/Document/motion/ am8100_ba_de.pdf (zuletzt aufgerufen am 14.03.2019) (S. 10).
- Jeremy Begey et al. "Dynamic Control of Parallel Robots Driven by Flexible Cables and Actuated by Position-Controlled Winches". In: *IEEE Transactions on Robotics* 35.1 (2019), S. 286–293. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2018.2875415 (S. 69).
- [13] Andreas Binder. Elektrische Maschinen und Antriebe. Berlin, Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2012. ISBN: 978-3-540-71849-9. DOI: 10.1007/978-3-540-71850-5 (S. 28).
- [14] Christian Bohn und Heinz Unbehauen. Identifikation dynamischer Systeme: Methoden zur experimentellen Modellbildung aus Messdaten. Wiesbaden: Springer Vieweg, 2016.
 ISBN: 978-3-8348-1755-6. DOI: 10.1007/978-3-8348-2197-3. URL: http://dx.doi. org/10.1007/978-3-8348-2197-3 (S. 59).
- P. H. Borgstrom et al. "NIMS-PL: A Cable-Driven Robot With Self-Calibration Capabilities". In: *IEEE Transactions on Robotics* 25.5 (2009), S. 1005–1015. ISSN: 1552-3098.
 DOI: 10.1109/TR0.2009.2024792 (S. 43).
- [16] Mathias Brandt. Roboter auf dem Vormarsch [Online]. Hrsg. von Statista GmbH. 16.01.2017. URL: https://de.statista.com/infografik/7590/verbreitung-vonrobotern/ (zuletzt aufgerufen am 17.04.2019) (S. 1).
- [17] D. S. Broomhead und D. Lowe. "Multivariable Functional Interpolation and Adaptive Networks". In: Complex Systems 2 (1988), S. 321–355 (S. 57, 59).
- Tobias Bruckmann. Auslegung und Betrieb redundanter paralleler Seilroboter: Zugl.: Duisburg-Essen, Univ., Diss., 2010. 1. Aufl. Ingenieurwissenschaften. München: Verl. Dr. Hut, 2012. ISBN: 9783843904193 (S. 4).

- [19] Tobias Bruckmann, Andreas Pott und Manfred Hiller. "Calculating force distributions for redundantly actuated tendon-based Stewart platforms". In: Advances in Robot Kinematics. Hrsg. von Jadran Lenarčič und B. Roth. Dordrecht: Springer, 2006, S. 403– 412. ISBN: 978-1-4020-4940-8. DOI: 10.1007/978-1-4020-4941-5_44 (S. 5).
- [20] Tobias Bruckmann et al. "A Novel Tensed Mechanism for Simulation of Maneuvers in Wind Tunnels". In: Volume 7: 33rd Mechanisms and Robotics Conference, Parts A and B. ASME, August 30–September 2, 2009, S. 17–24. ISBN: 978-0-7918-4904-0. DOI: 10.1115/DETC2009-86718 (S. 5).
- [21] Tobias Bruckmann et al. "An energy-efficient wire-based storage and retrieval system". In: 2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM 2013). Piscataway, NJ: IEEE, 2013, S. 631–636. ISBN: 978-1-4673-5320-5. DOI: 10.1109/AIM.2013.6584163 (S. 5).
- [22] Tobias Bruckmann et al. "Concept Studies of Automated Construction Using Cable-Driven Parallel Robots". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Clément Gosselin et al. Bd. 53. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2018, S. 364–375. ISBN: 978-3-319-61430-4. DOI: 10.1007/978-3-319-61431-1_31 (S. 5).
- [23] Tobias Bruckmann et al. "Development of a Storage Retrieval Machine for High Racks Using a Wire Robot". In: Proceedings of the ASME International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference - 2012. New York, NY: ASME, 2012, S. 771. ISBN: 978-0-7918-4503-5. DOI: 10.1115/DETC2012-70389 (S. 5).
- [24] Tobias Bruckmann et al. "Process Analysis of Cable-Driven Parallel Robots for Automated Construction". In: *Mechatronics for Cultural Heritage and Civil Engineering*. Hrsg. von Erika Ottaviano, Assunta Pelliccio und Vincenzo Gattulli. Bd. 92. Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering. Cham: Springer, 2018, S. 63–83. ISBN: 978-3-319-68645-5. DOI: 10.1007/978-3-319-68646-2_3 (S. 5).
- [25] Bureau International de Poids et Mesures. Vocabulaire international de métrologie: International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (VIM 3rd edition) (S. 2, 41).
- [26] Cablecam Inc. CableCam Home Brand Statement. URL: http://www.cablecam. com/default.aspx (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 4).
- [27] CamCat-Systems com. CamCat-Systems.com: Home. URL: https://camcat-systems. com/home/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 4).
- [28] Lawrence L. Cone. "Skycam: An Aerial Robotic Camera System". In: Byte Magazine 10 (1985), S. 122–132 (S. 4).

- [29] D. Cunningham und H. H. Asada. "The Winch-Bot: A cable-suspended, under-actuated robot utilizing parametric self-excitation". In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2009.* Piscataway, NJ: IEEE, 2009, S. 1844–1850. ISBN: 978-1-4244-2788-8. DOI: 10.1109/ROBOT.2009.5152378 (S. 3).
- [30] Nicholas G. Dagalakis et al. "Stiffness Study of a Parallel Link Robot Crane for Shipbuilding Applications". In: Journal of Offshore Mechanics and Arctic Engineering Vol. 111 (1988), S. 183–193 (S. 4).
- [31] Tej Dallej et al. "Modeling and vision-based control of large-dimension cable-driven parallel robots using a multiple-camera setup". In: *Mechatronics* 61 (2019), S. 20–36. ISSN: 09574158. DOI: 10.1016/j.mechatronics.2019.05.004 (S. 6, 69, 71).
- [32] Tej Dallej et al. "Vision-based modeling and control of large-dimension cable-driven parallel robots". In: 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS 2012). Piscataway, NJ: IEEE, 2012, S. 1581–1586. ISBN: 978-1-4673-1736-8. DOI: 10.1109/IROS.2012.6385504 (S. 69).
- [33] Julien Alexandre dit Sandretto, David Daney und Marc Gouttefarde. "Calibration of a Fully-Constrained Parallel Cable-Driven Robot". In: *Romansy 19 - Robot Design*, *Dynamics and Control*. Hrsg. von Vincent Padois, Philippe Bidaud und Oussama Khatib. Bd. 544. CISM International Centre for Mechanical Sciences. Vienna: Springer, 2013, S. 77–84. ISBN: 978-3-7091-1378-3. DOI: 10.1007/978-3-7091-1379-0_10 (S. 43).
- [34] dSPACE GmbH. ConfigurationDesk für SCALEXIO. URL: https://www.dspace.com/ de/gmb/home/products/sw/impsw/scalexio_configurationdesk.cfm (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 12).
- [35] dSPACE GmbH. ControlDesk. URL: https://www.dspace.com/de/gmb/home/ products/sw/experimentandvisualization/controldesk.cfm (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 12).
- [36] dSPACE GmbH. SCALEXIO. URL: https://www.dspace.com/de/gmb/home/prod ucts/hw/simulator_hardware/scalexio.cfm (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 12).
- [37] dSPACE GmbH. SCALEXIO LabBox. URL: https://www.dspace.com/de/gmb/home/ products/hw/simulator_hardware/scalexio/scalexio_labbox.cfm (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 12).
- [38] Jingli Du, Wen Ding und Hong Bao. "Cable Vibration Analysis for Large Workspace Cable-Driven Parallel Manipulators". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Tobias Bruckmann und Andreas Pott. Bd. 12. Mechanisms and Machine Science. Berlin und Heidelberg: Springer, 2013, S. 437–449. ISBN: 978-3-642-31987-7. DOI: 10.1007/978-3-642-31988-4_27 (S. 18).

- [39] Elmar Garcia. "Bayes-Filter zur Genauigkeitsverbesserung und Unsicherheitsermittlung von dynamischen Koordinatenmessungen". Dissertation. Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU) (S. 24).
- [40] S. Fang et al. "Motion Control of a Tendon-BasedParallel Manipulator Using Optimal Tension Distribution". In: *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics* 9.3 (2004), S. 561–568. ISSN: 1083-4435. DOI: 10.1109/TMECH.2004.835336 (S. 68).
- [41] Shiqing Fang. Design, modeling and motion control of tendon-based parallel manipulators: Zugl.: Duisburg-Essen, Univ., Diss., 2005. Als Ms. gedr. Bd. 1076. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 8, Mess-, Steuerungs- und Regelungstechnik. Düsseldorf: VDI-Verl., 2005. ISBN: 3185076087 (S. 4, 15, 18, 67).
- [42] Otto Föllinger. Nichtlineare Regelungen 2: Harmonische Balance, Popow- und Kreiskriterium, Hyperstabilität, Synthese im Zustandsraum: mit 18 Übungsaufgaben mit Lösungen. Berlin, 1993. DOI: 10.1524/9783110406146 (S. 85, 92, 93, 96).
- [43] Otto Föllinger et al. Regelungstechnik: Einführung in die Methoden und ihre Anwendung
 ; [aktualisierter Lehrbuch-Klassiker]. 11., völlig neu bearb. Aufl. Berlin: VDE-Verl.,
 2013. ISBN: 9783800732319 (S. 76, 116).
- [44] Lorenzo Gagliardini, Marc Gouttefarde und Stéphane Caro. "Design of Reconfigurable Cable-Driven Parallel Robots". In: *Mechatronics for Cultural Heritage and Civil Engineering*. Hrsg. von Erika Ottaviano, Assunta Pelliccio und Vincenzo Gattulli. Bd. 92. Intelligent Systems, Control and Automation: Science and Engineering. Cham: Springer, 2018, S. 85–113. ISBN: 978-3-319-68645-5. DOI: 10.1007/978-3-319-68646-2_4 (S. 5, 18).
- [45] Lorenzo Gagliardini et al. "A Reconfigurable Cable-Driven Parallel Robot for Sandblasting and Painting of Large Structures". In: *Cable-driven parallel robots*. Hrsg. von Tobias Bruckmann und Andreas Pott. Bd. 32. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer, 2015, S. 275–291. ISBN: 978-3-319-09488-5. DOI: 10.1007/978-3-319-09489-2_20 (S. 16, 18).
- [46] P. M. George et al. "Discrete reconfiguration planning for Cable-Driven Parallel Robots". In: Mechanism and Machine Theory 100 (2016), S. 313-337. ISSN: 0094114X. DOI: 10.1016/j.mechmachtheory.2016.02.014 (S. 5).
- [47] Clément Gosselin und Simon Foucault. "Experimental Determination of the Accuracy of a Three-Dof Cable-Suspended Parallel Robot Performing Dynamic Trajectories". In: *Cable-driven parallel robots*. Hrsg. von Tobias Bruckmann und Andreas Pott. Bd. 32. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer, 2015, S. 101–112. ISBN: 978-3-319-09488-5. DOI: 10.1007/978-3-319-09489-2_8 (S. 4).

- [48] Marc Gouttefarde, David Daney und Jean-Pierre Merlet. "Interval-Analysis-Based Determination of the Wrench-Feasible Workspace of Parallel Cable-Driven Robots".
 In: *IEEE Transactions on Robotics* 27.1 (2011), S. 1–13. ISSN: 1552-3098. DOI: 10. 1109/TR0.2010.2090064 (S. 6).
- [49] Marc Gouttefarde und Clément Gosselin. "Analysis of the wrench-closure workspace of planar parallel cable-driven mechanisms". In: *IEEE Transactions on Robotics* 22.3 (2006), S. 434–445. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2006.870638 (S. 6).
- [50] Marc Gouttefarde et al. "A Versatile Tension Distribution Algorithm for n-DOF Parallel Robots Driven by n+2 Cables". In: *IEEE Transactions on Robotics* 31.6 (2015), S. 1444–1457. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2015.2495005 (S. 5).
- [51] Marc Gouttefarde et al. "Geometry Selection of a Redundantly Actuated Cable-Suspended Parallel Robot". In: *IEEE Transactions on Robotics* 31.2 (2015), S. 501–510.
 ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRD.2015.2400253 (S. 5).
- [52] Marc Gouttefarde et al. "Simplified static analysis of large-dimension parallel cabledriven robots". In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation* (*ICRA*), 2012. Piscataway, NJ: IEEE, 2012, S. 2299–2305. ISBN: 978-1-4673-1405-3. DOI: 10.1109/ICRA.2012.6225159 (S. 5).
- [53] EtherCAT Technology Group. EtherCAT Technology Group HOME. 13.03.2019.
 URL: https://www.ethercat.org/default.htm (zuletzt aufgerufen am 14.03.2019) (S. 12).
- [54] Marcus Hamann. "Calibration Procedure For a Geometrically Reconfigurable 3-DoF Cable-Driven Parallel Robot". In: *Modelling, Simulation and Identification*. 2018. DOI: 10.2316/P.2018.857-013 (S. 54, 56).
- [55] Marcus Hamann, Pauline Marie Nüsse und Christoph Ament. "Towards a Precise Cable-Driven Parallel Robot - A Model-Driven Parameter Identification Enhanced by Data-Driven Position Correction". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Andreas Pott und Tobias Bruckmann. Bd. 74. Mechanisms and Machine Science. [S.l.]: Springer, 2019, S. 367–376. ISBN: 978-3-030-20750-2. DOI: 10.1007/978-3-030-20751-9_31 (S. 64).
- [56] Marcus Hamann, David Winter und Christoph Ament, Hrsg. Model-Based Control of a Pendulum by a 3-DoF Cable Robot Using Exact Linearization. 2020 (S. 100).
- [57] Thomas Heyden, Thomas Maier und Christoph Woernle. "Trajectory Tracking Control for a Cable Suspension Manipulator". In: Advances in Robot Kinematics. Hrsg. von Jadran Lenarčič und F. Thomas. Bd. 19. Dordrecht: Springer, 2002, S. 125–134. ISBN: 978-90-481-6054-9. DOI: 10.1007/978-94-017-0657-5_14 (S. 68).

- [58] Thomas Heyden und Christoph Woernle. "Dynamics and flatness-based control of a kinematically undetermined cable suspension manipulator". In: *Multibody System Dynamics* 16.2 (2006), S. 155–177. ISSN: 1384-5640. DOI: 10.1007/s11044-006-9023-5 (S. 68).
- [59] Hilscher Gesellschaft für Systemautomation mbH. CIFX 50-RE. 2016. URL: https: //www.hilscher.com/de/produkte/produktgruppen/pc-karten/pci/cifx-50reecm/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 12).
- [60] Hussein Hussein, João Cavalcanti Santos und Marc Gouttefarde. "Geometric Optimization of a Large Scale CDPR Operating on a Building Facade". In: *IROS Madrid* 2018, S. 5117–5124. DOI: 10.1109/IROS.2018.8593900 (S. 5).
- [61] Inria. Jean-Pierre Merlet: a life dedicated to robotics mobility Inria. URL: https: //www.inria.fr/en/centre/sophia/news/jean-pierre-merlet-a-roboticsenthusiast (zuletzt aufgerufen am 26.04.2019) (S. 4).
- [62] Alberto Isidori. Nonlinear control systems. 3. ed., [Nachdr.] Communications and control engineering series. Berlin: Springer, 2002. ISBN: 9783540199168 (S. 85).
- [63] Alireza Izadbakhsh, Hamed Jabbari Asl und Tatsuo Narikiyo. "Robust Adaptive Control of Over-Constrained Actuated Cable-Driven Parallel Robots". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Andreas Pott und Tobias Bruckmann. Bd. 74. Mechanisms and Machine Science. [S.l.]: Springer, 2019, S. 209–220. ISBN: 978-3-030-20750-2. DOI: 10.1007/978-3-030-20751-9_18 (S. 70).
- [64] Jean-Baptiste Izard et al. "A Reconfigurable Robot for Cable-Driven Parallel Robotic Research and Industrial Scenario Proofing". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Tobias Bruckmann und Andreas Pott. Bd. 12. Mechanisms and Machine Science. Berlin und Heidelberg: Springer, 2013, S. 135–148. ISBN: 978-3-642-31987-7. DOI: 10.1007/978-3-642-31988-4_9 (S. 16).
- [65] Hamed Jabbari Asl und Jungwon Yoon. "Robust trajectory tracking control of cabledriven parallel robots". In: *Nonlinear Dynamics* 89.4 (2017), S. 2769–2784. ISSN: 0924-090X. DOI: 10.1007/s11071-017-3624-9 (S. 70).
- [66] XueJun Jin et al. "Geometric Parameter Calibration for a Cable-Driven Parallel Robot Based on a Single One-Dimensional Laser Distance Sensor Measurement and Experimental Modeling". In: Sensors (Basel, Switzerland) 18.7 (2018). DOI: 10.3390/ s18072392 (S. 42).
- [67] XueJun Jin et al. "Geometric parameter calibration using a low cost laser distance sensor for a planar cable robot: MATLAB simulation". In: 2016 13th International Conference on Ubiquitous Robots and Ambient Intelligence (URAI). Piscataway, NJ: IEEE, 2016, S. 534–537. ISBN: 978-1-5090-0821-6. DOI: 10.1109/URAI.2016.7625772 (S. 42).

- [68] R. E. Kalman. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems". In: Journal of Basic Engineering 82.1 (1960), S. 35. ISSN: 00219223. DOI: 10.1115/1. 3662552 (S. 22).
- [69] R. E. Kalman und R. S. Bucy. "New Results in Linear Filtering and Prediction Theory". In: Journal of Basic Engineering 83.1 (1961), S. 95. ISSN: 00219223. DOI: 10.1115/1.3658902 (S. 22).
- [70] Mikhail Katliar et al. "Nonlinear Model Predictive Control of a Cable-Robot-Based Motion Simulator". In: *IFAC-PapersOnLine* 50.1 (2017), S. 9833–9839. ISSN: 24058963.
 DOI: 10.1016/j.ifacol.2017.08.901 (S. 70).
- [71] S. Kawamura et al. "Development of an ultrahigh speed robot FALCON using wire drive system". In: Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, NJ: IEEE, 1995, S. 215–220. ISBN: 0-7803-1965-6. DOI: 10.1109/ROBOT.1995.525288 (S. 3).
- [72] Mohammad A. Khosravi und Hamid D. Taghirad. "Dynamic Analysis and Control of Cable Driven Robots with Elastic Cables". In: *Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering* 35.4 (2011), S. 543-557. ISSN: 0315-8977. DOI: 10.1139/tcsme-2011-0033 (S. 69).
- [73] Mohammad A. Khosravi, Hamid D. Taghirad und R. Oftadeh. "A positive tensions PID controller for a planar cable robot: An experimental study". In: 2013 First RSI/ISM International Conference. 2013, S. 325–330. DOI: 10.1109/ICRoM.2013.6510127 (S. 68).
- [74] Hithoshi Kino et al. "Robust PD Control Using Adaptive Compensation for Completely Restrained Parallel-Wire Driven Robots: Translational Systems Using the Minimum Number of Wires Under Zero-Gravity Condition". In: *IEEE Transactions on Robotics* 23.4 (2007), S. 803–812. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2007.900633 (S. 69).
- [75] KITE Robotics B.V. Contact. URL: https://www.kiterobotics.com/contact/ (zuletzt aufgerufen am 10.07.2019) (S. 4).
- [76] Krönes, Peter. "State of the Art Cable Robots". Seminar. Augsburg: Universität Augsburg, 2018-04-23 (S. 6).
- [77] KUKA Aktiengesellschaft. KR QUANTEC KUKA AG. URL: https://www.kuka.co m/de-de/produkte-leistungen/robotersysteme/industrieroboter/kr-quantec (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 2).
- [78] KUKA Aktiengesellschaft. KR QUANTEC KUKA AG. Hrsg. von KUKA Aktiengesellschaft. URL: https://www.kuka.com/de-de/produkte-leistungen/robotersys teme/industrieroboter/kr-quantec (zuletzt aufgerufen am 23.04.2019) (S. 2).

- [79] Laboratoire d'informatique, de Robotique et de Microélectronique de Montpellier. Marc Gouttefarde / Utilisateurs LIRMM / Users - lirmm. Hrsg. von Directrice de la rédaction. URL: https://www.lirmm.fr/lirmm_eng/users/utilisateurslirmm/marc-gouttefarde (zuletzt aufgerufen am 07.07.2019) (S. 5).
- [80] Darwin Lau. "Initial Length and Pose Calibration for Cable-Driven Parallel Robots with Relative Length Feedback". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Clément Gosselin et al. Bd. 53. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer International Publishing, 2018, S. 140–151. ISBN: 978-3-319-61430-4. DOI: 10.1007/978-3-319-61431-1_13 (S. 42).
- [81] Maximilian Lesellier et al. "An Active Stabilizer for Cable-Driven Parallel Robot Vibration Damping". In: *IROS Madrid 2018*. [Piscataway, New Jersey]: IEEE, 2018, S. 5063–5070. ISBN: 978-1-5386-8094-0. DOI: 10.1109/IROS.2018.8594148 (S. 5, 70).
- [82] Hui Li und Mingzhe Li. "An experimental study on control accuracy of FAST cable robot following zigzag astronomical trajectory". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Andreas Pott und Tobias Bruckmann. Bd. 74. Mechanisms and Machine Science. [S.l.]: Springer, 2019, S. 245–253. ISBN: 978-3-030-20750-2. DOI: 10.1007/978–3-030-20751-9_21 (S. 68).
- [83] Yan Li und G. M. Bone. "Are parallel manipulators more energy efficient?" In: *Proceedings.* Hrsg. von Hong Zhang und Peter Xiaoping Liu. Piscataway, NJ: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2001, S. 41–46. ISBN: 0-7803-7203-4. DOI: 10.1109/CIRA.2001.1013170 (S. 2).
- [84] Kurt Luck und Karl-Heinz Modler. *Getriebetechnik*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1995.
 ISBN: 978-3-540-57001-1. DOI: 10.1007/978-3-642-78383-8 (S. 1).
- [85] Jan Lunze. Regelungstechnik 2. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. ISBN: 978-3-642-53943-5. DOI: 10.1007/978-3-642-53944-2 (S. 87, 116).
- [86] Holger Lutz und Wolfgang Wendt. Taschenbuch der Regelungstechnik: Mit MATLAB und Simulink. 8., erg. Aufl. Frankfurt am Main: Deutsch, 2010. ISBN: 9783817118595.
 URL: http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=3430963&prov=M&dok_var= 1&dok_ext=htm (S. 114, 117).
- [87] K. Maeda et al. "On design of a redundant wire-driven parallel robot WARP manipulator". In: 1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway: IEEE, May 1999, S. 895–900. ISBN: 0-7803-5180-0. DOI: 10.1109/ROBOT.1999.772403 (S. 3).
- [88] Thomas Maier und Christoph Woernle. "Flachheitsbasierte Bahnsteuerung von seilgeführten Handhabungssystemen (Flatness-Based Control of Cable Suspension Manipulators)". In: at - Automatisierungstechnik 51.6-2003 (2003), S. 265–273. ISSN: 0178-2312. DOI: 10.1524/auto.51.6.265.22449 (S. 68).

- [89] Jean-Pierre Merlet. Kinematics' not dead! Robotics and Automation, 2000 IEEE International Conference. Piscataway: IEEE, Aug. 2000. ISBN: 0-7803-5886-4. URL: http://ieeexplore.ieee.org/servlet/opac?punumber=6794 (S. 4).
- [90] Jean-Pierre Merlet. "MARIONET, A Family of Modular Wire-Driven Parallel Robots". In: Advances in robot kinematics. Hrsg. von Jadran Lenarčič und Michael M. Stanišić. Bd. 97. New York: Springer, 2010, S. 53–61. ISBN: 978-90-481-9261-8. DOI: 10.1007/ 978-90-481-9262-5_6 (S. 4).
- [91] Jean-Pierre Merlet und D. Daney. "A portable, modular parallel wire crane for rescue operations". In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation* (*ICRA*), 2010. Piscataway, NJ: IEEE, 2010, S. 2834–2839. ISBN: 978-1-4244-5038-1.
 DOI: 10.1109/ROBOT.2010.5509299 (S. 42).
- [92] G. Meunier, B. Boulet und M. Nahon. "Control of an Overactuated Cable-Driven Parallel Mechanism for a Radio Telescope Application". In: *IEEE Transactions on Control Systems Technology* 17.5 (2009), S. 1043–1054. ISSN: 1063-6536. DOI: 10.1109/ TCST.2008.2004812 (S. 70).
- [93] Philipp Miermeister und Andreas Pott. "Auto Calibration Method for Cable-Driven Parallel Robots Using Force Sensors". In: *Latest advances in robot kinematics*. Hrsg. von Jadran Lenarčič und Manfred L. Husty. Bd. 40. Dordrecht: Springer, 2012, S. 269–276. ISBN: 978-94-007-4619-0. DOI: 10.1007/978-94-007-4620-6_34 (S. 5, 42).
- [94] Philipp Miermeister, Andreas Pott und Verl, Alexander Wilhelm. "Auto-calibration method for overconstrained cable-driven parallel robots". In: *Proceedings for the con-ference of ROBOTIK 2012*. Berlin: VDE-Verl., 2012, S. 301–306. ISBN: 9783800734184 (S. 5, 42).
- [95] Philipp Miermeister et al. "The CableRobot simulator large scale motion platform based on cable robot technology". In: *IROS 2016*. Piscataway, NJ: IEEE, 2016, S. 3024–3029. ISBN: 978-1-5090-3762-9. DOI: 10.1109/IROS.2016.7759468 (S. 3, 18).
- [96] Lars Mikelsons et al. "A real-time capable force calculation algorithm for redundant tendon-based parallel manipulators". In: *IEEE International Conference on Robotics* and Automation, 2008. Piscataway, NJ: IEEE, 2008, S. 3869–3874. ISBN: 978-1-4244-1646-2. DOI: 10.1109/ROBOT.2008.4543805 (S. 4).
- [97] Germar Müller, Karl Vogt und Bernd Ponick. Berechnung elektrischer Maschinen. 6., völlig neu bearb. Aufl, Nachdr. Bd. / Germar Müller ...; Bd. 2. Elektrische Maschinen. Weinheim: Wiley-VCH, 2011. ISBN: 978-3-527-40525-1. URL: http://deposit.d-nb.de/cgi-bin/dokserv?id=2930836&prov=M&dok_var=1&dok_ext=htm (S. 28).
- [98] Rendong Nan et al. "The Five-Hundred-Meter Aperture Spherical Radio Telescope (FAST) Project". In: International Journal of Modern Physics D 20.06 (2011), S. 989– 1024. ISSN: 0218-2718. DOI: 10.1142/S0218271811019335 (S. 3).

- [99] Oliver Nelles. Nonlinear system identification: From classical approaches to neural networks and fuzzy models. Engineering online library. Berlin: Springer, 2001. ISBN: 3-540-67369-5. URL: http://www.loc.gov/catdir/enhancements/fy0816/00064122-d.html (S. 58-61).
- [100] Dinh Quan Nguyen et al. "On the analysis of large-dimension reconfigurable suspended cable-driven parallel robots". In: *IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA), 2014.* Piscataway, NJ: IEEE, 2014, S. 5728–5735. ISBN: 978-1-4799-3685-4. DOI: 10.1109/ICRA.2014.6907701 (S. 16, 18).
- [101] Dinh Quan Nguyen et al. "On the simplifications of cable model in static analysis of large-dimension cable-driven parallel robots". In: 2013 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). Piscataway, NJ: IEEE, 2013, S. 928–934. ISBN: 978-1-4673-6358-7. DOI: 10.1109/IROS.2013.6696461 (S. 5).
- [102] Tran Trung Nguyen. Entwicklung eines optischen Multi-Lasertracker-Systems zur berührungslosen Positionsbestimmung in kinematischen Systemen: @Ilmenau, Techn. Univ., Diss., 2014. Hrsg. von Univ.-Bibliothek. Ilmenau. URL: http://www.dbthueringen.de/servlets/DocumentServlet?id=24617 (S. 14).
- [103] Pauline Marie Nüsse. "Integration eines optischen Laser-Trackers zur präzisen Positionsregelung eines Seilroboters". Bachelorarbeit. Augsburg: Universität Augsburg, 2018-10-02 (S. 28, 65).
- [104] Pauline Marie Nüsse. "Stand der Technik Rekonfigurierbare Seilroboter". Seminar. Augsburg: Universität Augsburg, 2019-07-08 (S. 18, 43).
- So-Ryeok Oh und S. K. Agrawal. "A Control Lyapunov Approach for Feedback Control of Cable-Suspended Robots". In: *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. IEEE, 10.04.2007 14.04.2007, S. 4544–4549. ISBN: 1-4244-0602-1. DOI: 10.1109/ROBOT.2007.364179 (S. 69).
- So-Ryeok Oh und S. K. Agrawal. "Generation of feasible set points and control of a cable robot". In: *IEEE Transactions on Robotics* 22.3 (2006), S. 551–558. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TRD.2006.870646 (S. 69).
- So-Ryeok Oh und S. K. Agrawal. "Nonlinear sliding mode control and feasible workspace analysis for a cable suspended robot with input constraints and disturbances". In: *Proceedings of the 2004 American Control Conference ACC*. Evanston, Ill und Piscataway, N.J: American Automatic Control Council, 2004, 4631–4636 vol.5. ISBN: 0-7803-8335-4. DOI: 10.23919/ACC.2004.1384041 (S. 69).
- [108] M. G. Olsson. "Spherical pendulum revisited". In: American Journal of Physics 49.6 (1981), S. 531–534. ISSN: 0002-9505. DOI: 10.1119/1.12666 (S. 33).

- Y. d. Patel und P. M. George. "Parallel Manipulators Applications—A Survey". In: Modern Mechanical Engineering 02.03 (2012), S. 57–64. ISSN: 2164-0165. DOI: 10.4236/mme.2012.23008 (S. 2).
- [110] Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG. H-840 6-Achsen-Hexapod. URL: https: //www.physikinstrumente.de/de/produkte/hexapoden-parallelkinematiken/h-840-6-achsen-hexapod-700810/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 2).
- [111] Physik Instrumente (PI) GmbH & Co. KG. HPS-170 Hochpräzisions-Lineartisch für hohe Lasten. URL: https://www.physikinstrumente.de/de/produkte/line artische/tische-mit-dc-buerstenlosen-dc-bldc-schrittmotoren/hps-170hochprzisions-lineartisch-fr-hohe-lasten-1201900/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 45).
- [112] Andreas Pott. "An Algorithm for Real-Time Forward Kinematics of Cable-Driven Parallel Robots". In: Advances in robot kinematics. Hrsg. von Jadran Lenarčič und Michael M. Stanišić. Bd. 40. New York: Springer, 2010, S. 529–538. ISBN: 978-90-481-9261-8. DOI: 10.1007/978-90-481-9262-5_57 (S. 5).
- [113] Andreas Pott. "An Improved Force Distribution Algorithm for Over-Constrained Cable-Driven Parallel Robots". In: *Computational Kinematics*. Hrsg. von Federico Thomas und Alba Perez Gracia. Bd. 15. Mechanisms and Machine Science. Dordrecht und s.l.: Springer Netherlands, 2014, S. 139–146. ISBN: 978-94-007-7213-7. DOI: 10.1007/978-94-007-7214-4_16 (S. 5).
- [114] Andreas Pott. Analyse und Synthese von Werkzeugmaschinen mit paralleler Kinematik: Zugl.: Duisburg-Essen, Univ., Diss., 2007. Als Ms. gedr. Bd. 409. Fortschritt-Berichte VDI Reihe 20, Rechnerunterstützte Verfahren. Düsseldorf: VDI-Verl., 2007. ISBN: 978-3-18-340920-4 (S. 4).
- [115] Andreas Pott. Cable-driven parallel robots: Theory and application. Bd. 120. Springer tracts in advanced robotics. Cham, Switzerland: Springer, 2018. ISBN: 978-3-319-76137-4 (S. 4, 14–16, 18, 20, 22).
- [116] Andreas Pott, Tobias Bruckmann und Lars Mikelsons. "Closed-form Force Distribution for Parallel Wire Robots". In: *Computational Kinematics*. Hrsg. von Andreas Müller und Andrés Kecskeméthy. Bd. 40. s.l.: Springer, 2009, S. 25–34. ISBN: 978-3-642-01946-3. DOI: 10.1007/978-3-642-01947-0_4 (S. 5).
- [117] Andreas Pott et al. "Cable-driven parallel robots for industrial applications: The IPAnema system family". In: *IEEE ISR 2013*. IEEE, 10/24/2013 10/26/2013, S. 1–6. ISBN: 978-1-4799-1173-8. DOI: 10.1109/ISR.2013.6695742 (S. 4).

- [118] Andreas Pott et al. "IPAnema: A family of Cable-Driven Parallel Robots for Industrial Applications". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Tobias Bruckmann und Andreas Pott. Bd. 12. Mechanisms and Machine Science. Berlin und Heidelberg: Springer, 2013, S. 119–134. ISBN: 978-3-642-31987-7. DOI: 10.1007/978-3-642-31988-4_8 (S. 3, 5).
- [119] M. J. D. Powell. "Radial Basis Functions for Multivariable Interpolation: A Review". In: Algorithms for approximation. Hrsg. von John C. Mason. The Institute of Mathematics and Its Applications conference series. Oxford: Clarendon Press, 1987, S. 143–167. ISBN: 0198536127 (S. 57).
- [120] Klaus Röbenack. Nichtlineare Regelungssysteme. Berlin, Heidelberg: Springer, 2017.
 ISBN: 978-3-662-44090-2. DOI: 10.1007/978-3-662-44091-9 (S. 87).
- João Cavalcanti Santos, Ahmed Chemori und Marc Gouttefarde. "Model Predictive Control of Large-Dimension Cable-Driven Parallel Robots". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Andreas Pott und Tobias Bruckmann. Bd. 74. Mechanisms and Machine Science. [S.l.]: Springer, 2019, S. 221–232. ISBN: 978-3-030-20750-2. DOI: 10.1007/978-3-030-20751-9_19 (S. 70).
- [122] Dieter Schramm, Manfred Hiller und Roberto Bardini. Modellbildung und Simulation der Dynamik von Kraftfahrzeugen. Berlin, Heidelberg: Springer, 2010. ISBN: 978-3-540-89313-4. DOI: 10.1007/978-3-540-89315-8 (S. 1).
- [123] Moshe Shoham. "Twisting Wire Actuator". In: Journal of Mechanical Design 127.3 (2005), S. 441. ISSN: 0278-3649. DOI: 10.1115/1.1866156 (S. 16).
- Bruno Siciliano und Oussama Khatib. Springer Handbook of Robotics. Berlin, Heidelberg: Springer Science+Business Media, 2008. ISBN: 978-3-540-30301-5. DOI: 10.1007/978-3-540-30301-5. URL: http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action?docID=10284823 (S. 1, 20, 22).
- [125] Dan Simon. Optimal state estimation: Kalman, H [infinity], and nonlinear approaches. Hoboken, NJ: Wiley-Interscience, 2006. ISBN: 9780471708582. DOI: 10.1002/0470045345. URL: http://site.ebrary.com/lib/alltitles/docDetail.action? docID=10308111 (S. 22, 23).
- [126] SIOS Meßtechnik GmbH. DP-02: 32 bit-Auswertekarte: Beschreibung. Hrsg. von SIOS Meßtechnik GmbH. 2007 (S. 13).
- [127] Skycam LLC. SkyCam. URL: http://skycam.tv/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 4, 18).
- [128] spidercam GmbH. Home. URL: https://www.spidercam.tv/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 4).
- [129] Mark W. Spong. Robot Modeling and Control. 2ND revised edition. JOHN WILEY & Sons, 2012. ISBN: 111807890X (S. 75).

- D. Stewart. "A Platform with Six Degrees of Freedom". In: Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers 180.1 (1965), S. 371–386. ISSN: 0020-3483. DOI: 10.1243/PIME_PROC_1965_180_029_02 (S. 2).
- [131] Michael Stoltmann et al. "Flatness-Based Feedforward Control of a Crane Manipulator with Four Load Chains". In: *EuCoMeS 2018*. Hrsg. von Burkhard Corves, Philippe Wenger und Mathias Hüsing. Bd. 59. Mechanisms and Machine Science. Cham: Springer, 2019, S. 61–68. ISBN: 978-3-319-98019-5. DOI: 10.1007/978-3-319-98020-1_8 (S. 68).
- [132] Michael Stoltmann et al. "Linearised Feedforward Control of a Four-Chain Crane Manipulator". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Andreas Pott und Tobias Bruckmann. Bd. 74. Mechanisms and Machine Science. [S.l.]: Springer, 2019, S. 233– 244. ISBN: 978-3-030-20750-2. DOI: 10.1007/978-3-030-20751-9_20 (S. 68).
- [133] R. Stribeck. "Die wesentlichen Eigenschaften der Gleit- und Rollenlager". In: Mitteilungen über Forschungsarbeiten auf dem Gebiete des Ingenieurwesens, insbesondere aus den Laboratorien der technischen Hochschulen 7.7 (1903), S. 1–47 (S. 29).
- [134] Christian Sturm, Lalo Wildan und Tobias Bruckmann. "Wire Robot Suspension Systems for Wind Tunnels". In: Wind Tunnels and Experimental Fluid Dynamics Research. Hrsg. von Jorge Colman Lerner. InTech, 2011. ISBN: 978-953-307-623-2. DOI: 10.5772/21578 (S. 5).
- [135] S. Tadokoro et al. "A portable parallel manipulator for search and rescue at large-scale urban earthquakes and an identification algorithm for the installation in unstructured environments". In: 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, N.J: IEEE, 1999, S. 1222–1227. ISBN: 0-7803-5184-3. DOI: 10.1109/IROS.1999.812846 (S. 42).
- [136] Hamid D. Taghirad. Parallel robots: Mechanics and control. Boca Raton, FL: CRC Press, 2013. ISBN: 978-1-4665-5576-1. URL: http://proquest.tech.safaribooksonl ine.de/9781466555778 (S. 2, 3).
- Toshiyuki Takatsuji et al. "Restriction on the arrangement of laser trackers in laser trilateration". In: *Measurement Science and Technology* 9.8 (1998), S. 1357–1359. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/9/8/033 (S. 50).
- [138] Toshiyuki Takatsuji et al. "The first measurement of a three-dimensional coordinate by use of a laser tracking interferometer system based on trilateration". In: *Measurement Science and Technology* 9.1 (1998), S. 38–41. ISSN: 0957-0233. DOI: 10.1088/0957-0233/9/1/006 (S. 50, 52).
- [139] Inc. The MathWorks. MathWorks Entwickler von MATLAB und Simulink. 23.05.2019.
 URL: https://de.mathworks.com/ (zuletzt aufgerufen am 23.05.2019) (S. 12).

- [140] VDMA. Umsatz der deutschen Robotik- und Automationsbranche in den Jahren 2002 bis 2019 (in Milliarden Euro). 2019. URL: https://de.statista.com/statistik/ daten/studie/225700/umfrage/gesamtumsatz-von-robotik-in-deutschland/ (zuletzt aufgerufen am 17.04.2019) (S. 1).
- R. Verhoeven, Manfred Hiller und S. Tadokoro. "Workspace, Stiffness, Singularities and Classification of Tendon-Driven Stewart Platforms". In: Advances in Robot Kinematics: Analysis and Control. Hrsg. von Jadran Lenarčič und Manfred L. Husty. Bd. 111.
 Dordrecht: Springer Netherlands, 1998, S. 105–114. ISBN: 978-90-481-5066-3. DOI: 10.1007/978-94-015-9064-8_11 (S. 4).
- [142] Richard Verhoeven. "Analysis of the Workspace of Tendon-based Stewart Platforms". Diss. URL: https://duepublico2.uni-due.de/receive/duepublico_mods_ 00005601 (S. 4, 16, 17).
- [143] Richard Verhoeven, Manfred Hiller und Satoshi Tadokoro. "Workspace of Tendon-Driven Stewart Platforms: Basics, Classification, Details on the Planar 2-DoF Class". In: (S. 4).
- [144] Hongbo Wang et al. "Finding Measurement Configurations for Accurate Robot Calibration: Validation With a Cable-Driven Robot". In: *IEEE Transactions on Robotics* 33.5 (2017), S. 1156–1169. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2017.2707562 (S. 43).
- [145] Ulrich Wiest. Kinematische Kalibrierung von Industrierobotern: Zugl.: Karlsruhe, Univ., Diss., 2001. Berichte aus der Automatisierungstechnik. Aachen: Shaker, 2001.
 ISBN: 3826586093 (S. 41).
- [146] Winter, David Lukas. "Regelung einer einzelnen Winde des parallelen Seilroboters MoCaRo". Bachelorarbeit. Augsburg: Universität Augsburg, 2016-12-22 (S. 28).
- [147] Winter, David Lukas. "Stand der Technik Regelstrategien paralleler Seilroboter". Seminar. Augsburg: Universität Augsburg, 2019-01-28 (S. 71).
- [148] Christoph Woernle. Mehrkörpersysteme. Berlin, Heidelberg: Springer, 2016. ISBN:
 978-3-662-46686-5. DOI: 10.1007/978-3-662-46687-2 (S. 1, 36).
- [149] Christoph Woernle. "Trajectory Tracking for a Three-Cable Suspension Manipulator by Nonlinear Feedforward and Linear Feedback Control". In: *Cable-Driven Parallel Robots*. Hrsg. von Tobias Bruckmann und Andreas Pott. Bd. 12. Mechanisms and Machine Science. Berlin und Heidelberg: Springer, 2013, S. 371–386. ISBN: 978-3-642-31987-7. DOI: 10.1007/978-3-642-31988-4_23 (S. 18, 68).
- M. Yamamoto, N. Yanai und A. Mohri. "Inverse dynamics and control of crane-type manipulator". In: 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, N.J: IEEE, 1999, S. 1228–1233. ISBN: 0-7803-5184-3. DOI: 10.1109/IROS.1999.812847 (S. 16).

- [151] Lu Yingjie, Zhu Wenbai und Ren Gexue. "Feedback control of a cable-driven gough-stewart platform". In: *IEEE Transactions on Robotics* 22.1 (2006), S. 198–202. ISSN: 1552-3098. DOI: 10.1109/TR0.2005.861459 (S. 68, 71).
- [152] Jonghyun Yoon et al. "Adaptive control for cable driven parallel robots". In: *ICCAS* 2017. Piscataway, NJ: IEEE, 2017, S. 416–419. ISBN: 978-89-93215-14-4. DOI: 10. 23919/ICCAS.2017.8204474 (S. 70).
- [153] Han Yuan et al. "Vibration analysis of cable-driven parallel robots based on the dynamic stiffness matrix method". In: *Journal of Sound and Vibration* 394 (2017), S. 527–544.
 ISSN: 0022460X. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.02.003 (S. 5).
- [154] Mahmoud Zarebidoki, A. Lotfavar und Hamid Fahham. "Dynamic Modeling and Adaptive Control of a Cable-suspended Robot". In: Proceedings of the World Congress on Engineering 2011, WCE 2011 3 (2011), S. 2469–2473 (S. 69).
- [155] Fei Zhang, Weiwei Shang und Shuang Cong. "Choosing Measurement Configurations for Kinematic Calibration of Cable-Driven Parallel Robots". In: *IEEE ICARM 2018*.
 [Piscataway, New Jersey]: IEEE, 2018, S. 397–402. ISBN: 978-1-5386-7066-8. DOI: 10.1109/ICARM.2018.8610816 (S. 43).
- B. Zi et al. "Dynamic modeling and active control of a cable-suspended parallel robot". In: *Mechatronics* 18.1 (2008), S. 1–12. ISSN: 09574158. DOI: 10.1016/j.mechatronics. 2007.09.004 (S. 68).
- [157] Stephan Zschäck. "Mehrgrößenregelung von Nanopositionier- und Nanomessmaschinen mit großen Bewegungsbereichen". Dissertation. TU Ilmenau, 2015. URL: https://www. db-thueringen.de/receive/dbt_mods_00027057 (S. 94).