Joachim Rathmann / Uwe Voigt (Hg.)

Natürliche und Künstliche Intelligenz im Anthropozän

wbg Academic

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation
in der Deutschen Nationalbibliographie; detaillierte bibliographische
Daten sind im Internet über http://dnd.d-nb.de abrufbar

wbg Academic ist ein Imprint der wbg

Die Herausgabe des Werkes wurde durch die
Vereinsmitglieder der wbg ermöglicht.
Umschlagsabbildungsnachweis: akg-images
Satz und eBook: Satzweiss.com Print, Web, Software GmbH
Gedruckt auf säurefreiem und
alterungsbeständigem Papier
Printed in Germany

Besuchen Sie uns im Internet: www.wbg-wissenverbindet.de

ISBN 978-3-534-40600-5

Elektronisch ist folgende Ausgabe erhältlich:
eBook (PDF): 978-3-534-40602-9

Inhalt

Umsetzungen im Umweltdiskurs

Bewusstseinsintelligenz und Künstliche Intelligenz

Uwe Meixner

Zusammenfassung

Intelligenz ist eng mit Bewusstsein verbunden. Im Bewusstsein erlebt Intelligenz sich selbst als solche und ist zu Entscheidungen befähigt, die sie frei treffen kann. Dies gilt für die natürliche Intelligenz, die auf evolutionärem Weg entstanden ist. Was wir Künstliche Intelligenz nennen, beruht demgegenüber nur auf Algorithmen. Ihr fehlen sowohl das Bewusstsein als auch die Entscheidungsfähigkeit. Was dieser Unterschied ausmacht, wird in diesem Aufsatz daran gezeigt, wie natürliche und Künstliche Intelligenz jeweils bei der Erzeugung von Beweisen auf dem Gebiet der axiomatisierten Logik verfahren.

Abstract

Intelligence is closely connected to consciousness. Through consciousness, intelligence experiences itself as such and is able to make free decisions. This applies to natural intelligence, which has emerged in the course of evolution. What we call Artificial Intelligence, however, is just based on algorithms; it lacks consciousness as well as the ability to make decisions. The difference this makes is shown in this paper by the example of how natural and Artificial Intelligence proceed in the generation of proofs in the field of axiomatized logic.

Ziel der Künstlichen-Intelligenz-Forschung ist es, menschliche Intelligenzleistungen auf maschineller Grundlage nachzuahmen und möglichst zu übertreffen. Alle Erfolge, die bisher in der Verfolgung dieser Zielsetzung erreicht wurden, sind nicht derart, dass sie im Eigenmedium eines Bewusstseins sich einstellen: Die Künstliche Intelligenz ist ohne künstliches Bewusstsein[1]. Vielmehr ist sie auf ein externes Bewusstsein – nämlich auf das menschliche Bewusstsein – angewiesen, um überhaupt als Intelligenz interpretiert werden zu können. Wie Axt und Säge ohne das menschliche Bewusstsein zu nichts nütze sind, so sind es auch die Rechenmaschinen aller Art. Wie Axt und Säge bloße Werkzeuge des Menschen sind – von ihm hergestellt, damit sie ihm behilflich sind, gewisse Aufgaben auszuführen –, so sind auch Rechenmaschinen bloße Werkzeuge: vom Menschen hergestellt, damit sie ihm behilflich sind, gewisse Aufgaben auszuführen, und zwar nicht nur Rechenaufgaben i. e. S. Auch unsere Bespaßung – das möglichst unterhaltsame Totschlagen der Lebenszeit – gehört zu den Aufgaben, bei denen Computer äußerst hilfreich sind.

Wie anders verhält es sich doch, was die Beziehung zum Bewusstsein angeht, bei der natürlichen Intelligenz! Natürliche Intelligenz ist Bewusstseinsintelligenz; sie hat sich im Laufe von Hunderten von Millionen Jahren evolutionär *im Bewusstsein* herausgebildet – bis zu dessen eigener Entstehung wiederum Hunderte von Millionen Jahren nach der Entstehung des Lebens vergangen waren. Natürliche Intelligenz ist aufs Engste mit Bewusstsein verknüpft, und es ist zu erwarten, dass sie sich in einigen Punkten von Künstlicher Intelligenz, die ja *nicht* im Eigenmedium eines Bewusstseins – poetisch gesagt: im Meer des je eigenen Erlebens – schwimmt, *unterscheidet*.

Manches Unterscheidende fällt sofort ins Auge. Menschliches Bewusstsein – und wohl auch höheres tierisches Bewusstsein – kennt das Intelligenzerleben, das Einsichtserleben: den sich plötzlich einstellenden Durchblick, dieses „Es geht einem ein Licht auf", man „sieht" auf einmal, wie es sich verhält, wie vorzugehen ist, was

---

[1] Das könnte man bestreiten, indem man von einem Bewusstseinsbegriff ausgeht, der dergestalt ist, dass da, wo Intelligenz ist, ipso facto auch Bewusstsein ist; oder, wenn man es etwas anspruchsvoller mag: dass da, wo *sich selbst regulierende* Intelligenz ist, ipso facto auch Bewusstsein ist. Da Künstliche Intelligenz und sogar sich selbst regulierende künstliche Intelligenz gegeben ist, würde mit diesen Bewusstseinsbegriffen folgen, dass auch künstliches Bewusstsein gegeben ist. Mit „Bewusstsein" ist hier aber *phänomenales Bewusstsein* gemeint; und Künstliche Intelligenz ist ganz ohne phänomenales Bewusstsein, jedenfalls *einstweilen*. Ich will nicht behaupten, dass es so bleiben *muss*.

die Lösung ist. Pathetisch könnte man sagen: Man sieht auf einmal die Wahrheit. Kann es Intelligenz – Intelligenz im eigentlichen Sinne – geben ohne Intelligenzerleben? Ich denke, nein. Künstliche Intelligenz ist also keine eigentliche Intelligenz. Der Schachcomputer mag den Schachgroßmeister noch so oft schlagen, der Schachcomputer ist nicht intelligenter als der Schachgroßmeister, denn der Schachcomputer ist überhaupt nicht im eigentlichen Sinne intelligent; er kann nur gemäß den ihm einprogrammierten Algorithmen sehr viel schneller und sehr viel weiter rechnen als der Schachgroßmeister. Er ist eine tolle Rechenmaschine, sonst nichts. Man kann die Intelligenz seiner Konstrukteure bewundern, aber doch nicht etwa *seine* (des Schachcomputers) Intelligenz; die ist nämlich gar nicht da.

Das Wort „Intelligenz" kommt vom lateinischen Verb *intellegere*, was in erster Linie so viel bedeutet wie „wahrnehmen", „merken", „erkennen", „sehen", in zweiter Linie so viel wie „einsehen", „verstehen", „begreifen". Sieht oder begreift der Schachcomputer irgendetwas? Ich denke, nein; denn um zu sehen oder zu begreifen, ist Bewusstsein erforderlich, was der Schachcomputer nicht hat. Dem Schachcomputer fehlt das Intelligenzerleben vollständig. Inwiefern ist er also *intelligent*?

Intelligenzerleben ist nicht das Einzige, was natürliche Intelligenz – die bisher die alleinige Bewusstseinsintelligenz ist – gegenüber künstlicher Intelligenz auszeichnet. Das lateinische *intellegere* hat eine überaus interessante Etymologie; es kommt von *inter legere*, was so viel bedeutet wie „dazwischen wählen". In der Tat: Natürliche Intelligenz – die immer Bewusstseinsintelligenz ist – hat sehr viel mit *Wahlfreiheit* zu tun. Wenn man sich fragt, warum es im Laufe der Evolutionsgeschichte zur Ausbildung von Bewusstsein kommen konnte, so ist die einzige Antwort auf diese Frage, die Bewusstsein nicht zu einer Laune der Natur macht – es nicht zu einem Luxus macht, den sich ja auch die Natur manchmal leistet –, die folgende Antwort: In der Welt, in der die Lebewesen leben, herrscht kein Determinismus; vielmehr: In der Welt, in der die Lebewesen leben, gibt es für ein Lebewesen nicht selten nicht weniges aus einem Repertoire von Optionen heraus durch die Tat *zu entscheiden*, m. a. W.: durch die Tat *zu wählen* – zum Vorteil für das eigene Überleben. Dabei muss die Tatentscheidung *informiert* erfolgen, ohne dass doch allein schon die Information die der Tatentscheidung je zugehörige physische Aktivität determiniert; würde nämlich die Information allein schon jene Aktivität determinieren, so läge gar keine Tatentscheidung vor, sondern bloß eine automatische *Reaktion*. Gegeben diese Sachlage ist es, wenn die Naturgesetze es zulassen – und sie lassen es zu –, geradezu zu erwarten, dass sich im Laufe der Evolutionsgeschichte bei vielen Organismen ein Bewusstsein ausbildet, in dessen Zentrum ein durch dieses Bewusstsein indeterminativ informiertes Subjekt *tätig* ist – wählend und entscheidend, und zwar prospektiv zugunsten der Lebensinteressen des Organismus.

Auf diesem Boden – auf dem Boden des dem wahlfreien Handeln dienenden, indeterminativ informierenden Bewusstseins – wächst die natürliche, die eigentliche Intelligenz, ja sie beginnt, rechtbesehen, zugleich damit (was rudimentär über Bewusstsein verfügt, das indeterminativ informierend dem wahlfreien Handeln dient, und sei es mit noch so wenigen und kleinen Optionen, ist schon rudimentär intelligent), und sie bleibt diesem Boden immer verbunden, auch wenn die natürliche Intelligenz sich in ihrer – soweit uns bekannt ist – *höchsten* Entwicklungsform nicht selten mit Themen befasst, die von den vitalen Lebensinteressen des zugehörigen Organismus weit entfernt sind. Das werde ich gleich anhand eines Beispiels zeigen. Zunächst möchte ich noch auf Folgendes hinweisen: Aus der Wahlfreiheit, mit der die natürliche Intelligenz über das ihr natürliche Bewusstsein verbunden ist, ergeben sich zwei Fähigkeiten: die Fähigkeit zum Irrtum und die Fähigkeit zur Irrationalität. Sie gehören zur natürlichen Intelligenz ebenso dazu, wie die Wahlfreiheit, aus der sie sich ergeben. Kann es Intelligenz – eigentliche Intelligenz – ohne die Fähigkeit zum Irrtum, ohne die Fähigkeit zur Irrationalität geben? Ich denke, nein. Und somit folgt abermals, dass künstliche Intelligenz keine eigentliche Intelligenz ist. Diejenigen Computer, die maschinell Beweise ausführen, machen keine Fehler und verhalten sich schon gar nicht irrational auf dem Gebiet, für das sie zuständig sind – *solange* sie in Hardware und Software in Ordnung sind[2]; aber sie sind nicht im eigentlichen Sinne intelligent. Gottlob Frege hingegen machte bei der Spezifizierung der von ihm als logische Gesetze aufgefassten Grundgesetze der Arithmetik einen verheerenden Fehler; aber *er* war im eigentlichen Sinne intelligent, der größte Logiker seit Aristoteles. Albert Einsteins ablehnende Haltung gegenüber der Quan-

---

2 Aber Computer, die anhand von „trial and error" lernen, machen doch offenbar Fehler („errors"), obwohl sie in Hardware und Software in Ordnung sind? Hierzu ist zu sagen: Die „Fehler" eines anhand von „trial and error" „lernenden" Computers sind keine Fehler, sondern Inputs, auf die der Computer reagiert, sei es mit einer Reaktion, die aufgrund der Programmierung der Maschine von vornherein feststeht, sei es mit einer Reaktion, die ganz oder teilweise ein in ihn eingebauter Zufallsmechanismus bestimmt. Beides entspricht nicht der Wahlfreiheit eines im eigentlichen Sinn intelligenten Subjekts, das in aller Regel nicht nur wählen kann, *wie* und *was* es aus seinem Fehler lernen will, sondern auch, ob es überhaupt aus seinem Fehler lernen will (ja, ob überhaupt – und wenn ja, inwieweit – ein Fehler, insbesondere *sein* Fehler, vorliegt).

tenphysik wiederum war irrational; aber Einstein *war* im eigentlichen Sinne intelligent, der größte Physiker seit Newton. Kein Computer hingegen ist im eigentlichen Sinne intelligent, wenn er aufgrund der Datenlage gemäß gewissen Leitprinzipien irrtumslos und rational unbestechlich berechnet, welche Weiterformung einer Theorie gerade die plausibelste ist.

Nun zu dem versprochenen Beispiel, das konkret vor Augen führt, dass die natürliche Intelligenz dem wahlfreien Handeln, dem das ihr zugehörige Bewusstsein durch indeterminative Informationsgebung dient, auch in den entlegensten Anwendungsgebieten stets verbunden bleibt und hierin sehr verschieden ist von künstlicher Intelligenz (die auch dort *determiniert oder mehr oder weniger zufallsgesteuert* ist, wo sie, wie man so sagt, „erste Schritte macht" und „lernt"). Künstliche Intelligenz ist keine freie Intelligenz, und deshalb – so meine ich abermals – keine Intelligenz im eigentlichen Sinn.

Das Folgende ist ein vollständiges axiomatisches System der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik, das sog. Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem:

A1: $A \supset (B \supset A)$

A2: $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$

A3: $(\neg B \supset \neg A) \supset (A \supset B)$

R1: $A, A \supset B \vdash B$

Mit diesem Axiomensystem lassen sich alle und nur die Gesetze der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik, also genau die Wahrheiten des fundamentalsten Gebiets der Logik, beweisen. Man kann das Axiomensystem aber auch als Basis eines zweckfreien (besser gesagt: *ernster* Zwecke entbehrenden) Spiels S betrachten, das sich auf gewisse graphische Formen – die Formen von S – bezieht und nur damit zu tun hat.

Die Formen von S

Diese Formen sind, erstens, die Elementarformen von S: A, B, C, D, A′, B′, C′, D′, A′′ usw. und, zweitens, $(A \supset B)$ und $\neg A$ und jede Form, die sich aus einer schon gegebenen Form Φ von S durch Ersetzung einer Elementarform in ihr durch eine schon gegebene

Form Ψ von S erzeugen lässt (und keine weiteren Formen). (Die jeweils erzeugte Form ist im nächsten Schritt selbst eine schon gegebene Form von S. Steht eine Form von S nicht im Kontext einer Form von S, dann dürfen etwaige an ihr vorhandene Außenklammern weggelassen werden.)

Die Axiome A1 – A3 *von* S geben an, mit welchen Formen von S ein Spieler von S beginnen darf. Zulässig sind als Ausgangspunkte auch alle Spezialisierungen der Axiome (ebenfalls Formen von S), die sich durch uniforme Substitution von Formen von S für Buchstaben (d. h.: Elementarformen) in den Axiomen ergeben. *Die Grundregel* R1 *von* S gibt an, wie fortgeschritten werden darf; neben R1 gelten auch alle Spezialisierungen von ihr, die sich durch uniforme Substitution von Formen von S für Buchstaben (Elementarformen) in ihr ergeben, als fundamentale Erzeugungsregeln. Das Ziel des Spiels ist es, aus den Anfangsformen in endlich vielen Schritten in regelkonformer Weise weitere Formen zu erzeugen. Man nennt diese weiteren Formen „Theoreme". Ein Spieler ist ein Könner, wenn er oder sie die jeweils angezielte Form in wenigen Schritten und mit wenig Mühe erzeugen kann. Dabei dürfen selbstverständlich Formen, die bereits erzeugt sind, ganz wie zusätzliche Axiome verwendet werden. Es kann zudem außerordentlich hilfreich sein, wenn einige die Erzeugungsarbeit abkürzende, insofern nützliche Regeln abgeleitet werden, die dann bei passender, häufiger Gelegenheit zum Einsatz kommen. Für die Theoreme wie auch für die abgeleiteten Regeln gilt: Mit ihnen sind auch alle Ausdrücke Theoreme bzw. abgeleitete Regeln, die sich durch uniforme Substitution in ihnen von Formen von S für Elementarformen von S gewinnen lassen.

Hier nun zwei besondere Intelligenzaufgaben: Man erzeuge im angegebenen Axiomensystem die Form $A \supset A$ (m. a. W.: das Gesetz der Reflexivität der materialen Implikation) und die Form $\neg\neg A \supset A$ (m. a. W.: das Gesetz der Elimination der doppelten Verneinung). Diese Aufgaben, insbesondere die zweite, sind alles andere als triviale Angelegenheiten. Wenn ihre Lösung gelingt, stellt sich Freude ein, Freude am Gelingen, ein klein wenig Stolz und ein Erkenntnisstaunen darüber, wie hervorragend sich mit diesem Wunderwerk – dem Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem – arbeiten lässt, wenn man einmal den Zugang zu ihm geschafft hat. Was Lust auf mehr macht.

Wie würde sich hier nun eine künstlich intelligente Maschine anstellen? Nun, zum einen kennt sie keine Gefühle, die aus reiner Erkenntnis entspringen, weder Frust noch Lust; ihr fehlt ja das Bewusstsein. Zum anderen aber stünde hier eine Maschine, *wenn es bei ihr auf Intelligenz ankäme*, wie der sprichwörtliche Ochse vor dem

Scheunentor – dem doch weitoffenen. Dummerweise ist ihr durch das Axiomensystem kein bestimmter Anfang vorgegeben, an dem sie sich abarbeiten könnte. Es gibt unendlich viele Weisen, wie sie anfangen kann. Wie also anfangen? Und welche Weise anzufangen wäre denn zielführend? Es gibt unendlich viele Weisen anzufangen, die, wenn sie in ungeeigneter Weise fortgesetzt werden, *nicht* zum Ziel führen, ebenso wie es unendlich viele gibt, *die*, wenn sie in geeigneter Weise fortgesetzt werden, zum Ziel führen. Die Maschine hätte, wenn es auf Intelligenz ankäme, nicht die geringste Ahnung, was sie nun machen soll – wenn ich einmal so sprechen darf, als hätte sie Bewusstsein. Sie ist eben alles andere als intelligent – allem Gerede von Künstlicher Intelligenz zum Trotz. Es wäre ihr unmöglich, mit der unendlich großen Menge von Handlungsoptionen, die ihr mit dem Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem offenstehen, etwas anzufangen. Zuviel der objektiven Freiheit! Sie ertränke sozusagen darin.

Aber das bedeutet natürlich *nicht*, dass eine geeignete Maschine nicht möglicherweise in wenigen Sekunden die genannten Aufgaben löst, während ein Mensch unter Umständen mehrere Stunden braucht. Wie macht sie das bloß? Nun, ihr Programmierer hat sie vor dem Übermaß an Handlungsoptionen bewahrt – durch geeignete Scheuklappen. Die Maschine macht die „Ochsentour"; sie macht sie allerdings mit rasender Geschwindigkeit. Entweder befinden sich in ihrem Speicher bereits Beweise in S (dem Spiel S), die mit $A \supset A$ bzw. $\neg\neg A \supset A$ enden, und sie präsentiert im Handumdrehen den jeweils kürzesten; oder aber sie produziert einen S-Beweis für $A \supset A$ und einen für $\neg\neg A \supset A$ *frisch*, und zwar so, dass sie nach Anzahl der Zeichen geordnet mechanisch Beweise in S produziert: erst mit minimaler Zeichenzahl, dann mit der nächstgrößeren Zeichenzahl, dann mit der *dazu* nächstgrößeren Zeichenzahl usw. – wobei ich annehme, was gar nicht so ohne Weiteres garantiert ist: dass sich ein technisch umsetzbarer Algorithmus für die mechanische Produktion von S-Beweisen *der Reihenfolge ihrer Zeichenzahlen nach* schon finden lässt. Irgendwann wird dann die Maschine bei der beschriebenen Prozedur auf einen S-Beweis stoßen, der mit $A \supset A$ endet, und ebenso auf einen S-Beweis, der mit $\neg\neg A \supset A$ endet. Weil das Maschinchen sehr flott arbeitet ist, wird das nicht lange dauern. „Tüchtig!", kann man da nur sagen – aber mit Intelligenz hat das rein gar nichts zu tun, es sei denn mit der *natürlichen* Intelligenz der menschlichen Erbauer und Programmierer der Maschine. Man sollte daher die Tugend, die die Maschine hat, besser nicht als „Intelligenz" bezeichnen. Aber da es nun einmal üblich geworden ist, hier von „Künstlicher Intelligenz" zu sprechen, mag es, muss es wohl, durchgehen.

An dieser Stelle könnte man nun einwenden, dass es doch unnötig sei, „Gehirnschmalz“ aufzuwenden, wenn reine Elektromechanik – gewissermaßen „mit der Brechstange“ – es auch tut. Das Spiel S könne man einer bewusstseinslosen Maschine überlassen. Und so wie bei S ist es doch – wie schon jetzt absehbar sei – überall: Künstliche Intelligenz leiste – ohne Bewusstsein und ohne Freiheit – dasselbe, was natürliche Intelligenz leistet, aber schneller und mit weniger Anstrengung – und oftmals leiste sie *mehr*. Wieso also sollte man ihr den Titel „Intelligenz im eigentlichen Sinn“ absprechen? „Das ist doch gewissermaßen *rassistisch*!“, könnte da einer sagen. „*Schachspielerisch* jedenfalls ist Deep Blue nicht weniger *eigentlich intelligent* als Kasparow!“

Jedoch gibt es einen Gesichtspunkt, der immer noch für ein gewisses leistungsgemäßes Vorrecht der natürlichen Intelligenz, *qua* mit Wahlfreiheit verbundene Bewusstseinsintelligenz, auf den Titel „Intelligenz im eigentlichen Sinn“ spricht. Beim Spiel S – dem Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem – wissen wir (bzw. alle, die in Sachen *moderne Logik* gebildet sind) von vornherein, dass die Form von S $\neg\neg A \supset A$ sich in ihm erzeugen lässt – deshalb, weil wir (aufgrund eines Beweises) wissen, dass mit diesem Axiomensystem sich alle und nur die Gesetze der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik beweisen lassen, und weil wir wissen, dass $\neg\neg A \supset A$ ein solches Gesetz ist (oder eigentlicher gesprochen: sich so lesen lässt). Es geht nur noch darum, wenigstens *einen* der ganz sicher existierenden S-Beweise für $\neg\neg A \supset A$ *zu finden*: für sich (und andere) auf dem Papier herzustellen – was allerdings schwierig sein kann.

Was aber macht eine über das Spiel S wohlinformierte Person, die S spielt und auf eine Form Δ von S stößt, von der sie nicht weiß, ob sie ein Gesetz der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik ist oder nicht? (Bei längeren Formen von S ist das durchaus nicht unwahrscheinlich.) Wüsste die Person, dass Δ kein solches Gesetz ist, dann würde sie es erst gar nicht versuchen, einen S-Beweis für Δ zu produzieren – weil sie wüsste, dass dieses Unterfangen zwecklos ist. Wüsste sie hingegen, dass Δ ein solches Gesetz ist, dann könnte sie sich mit Aussicht auf Erfolg „auf den Weg machen“. Nun weiß sie aber weder das eine noch das andere. Was ist zu tun? Wenn die Person *partout* S hinsichtlich Δ spielen will (und nicht einfach irgendeines der Entscheidungsverfahren auf Δ anwenden will, die es für die Formen von S in großer Vielfalt gibt und die unweigerlich in endlich vielen völlig mechanisch ausführbaren Schritten den Bescheid liefern, ob eine Form von S – also auch Δ – ein Gesetz der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik ist oder nicht), so kann sie „ins Blaue hinein“ versuchen, einen S-Beweis für Δ zu produzieren. Die Intelligenz, die sie dabei investiert, kann früher oder später mit Erfolg gekrönt werden – es kann aber auch das Gegenteil eintreten. Wenn nun dauernde Erfolglosigkeit sich einstellt, woran liegt es? War die Person (noch) nicht intelligent genug – oder gibt es etwa gar keinen S-Beweis für Δ? Jedenfalls: Die Person muss *und kann* selbst entscheiden, ob sie es weiter versucht, oder aber aufgibt (also aus dem Spiel S aussteigt und sich eventuell einem der eben erwähnten Entscheidungsverfahren zuwendet, dann bei positiver Entscheidung – *ja*, Δ ist ein Gesetz der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik – eventuell mit neuer Zuversicht spaßeshalber zum Spiel S zurückkehrt).

Eine Maschine nun, die automatisch S-Beweise in der Reihenfolge der Anzahlen ihrer Zeichen produziert, wird, bewusstseinslos wie sie ist, weder von Zweifeln noch von Hoffnungen berührt. Hat sie nach einer Million S-Beweisen immer noch keinen S-Beweis für Δ produziert, macht sie unverdrossen und unentwegt weiter – bis, möglicherweise, die Kühlung nicht mehr funktioniert und die Drähte durchbrennen. Vor diesem Schicksal kann man die Maschine bewahren, durch den Einbau einer Sicherung, die sie nach einer gewissen Anzahl von in einem Zug produzierten S-Beweisen *stoppt*. Dieses Stoppen ist ein gewisses Äquivalent des Aufgebens bei einer Person, die ohne Erfolg S hinsichtlich Δ spielt. Bei der Person aber ist das Aufgeben jedenfalls dann ein intelligenter Akt, wenn sie aufgrund der Vermutung der Aussichtslosigkeit des von ihr Betriebenen aufgibt (ob diese Vermutung nun zu Recht besteht oder nicht); von der Maschine hingegen ist das Stoppen kein intelligenter Akt, sondern gewissermaßen ein externer und willkürlicher *Gnadenakt* der höheren (menschlichen) Intelligenz.

Wie gut, möchte man vielleicht sagen, dass eine Maschine, wenn es darum geht, festzustellen, ob eine Form von S ein Gesetz der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik ist, nicht auf die Implementierung des Frege-Łukasiewicz-Axiomensystems angewiesen ist. Es gebe für diese Sache ja *Entscheidungsverfahren*, bei deren maschineller Umsetzung jede der oben beschriebenen „Demütigungen" der Maschine – die stupide „Ochsentour" bzw. das gerade beschriebene „von einer fremden Macht Gerettetwerden" vor dem Weiterlaufen bis zur Selbstzerstörung – ausbleiben muss, weil alle Anwendungen eines Entscheidungsverfahren nach endlich vielen Schritten aus sich heraus mit einem definitiven Resultat enden, im vorliegenden Fall: *entweder*: *ja*, Δ ist ein Gesetz der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik, *oder*: *nein*, es ist keins.

Wenn man „Denk"-Maschinen klüger aussehen lassen will, als sie sind, dann beschränkt man ihr Tätigkeitsfeld auf die elektronische Umsetzung von Entscheidungsverfahren, technisch gesagt: auf die elektronische Implementierung von notwendigerweise terminierenden Algorithmen, informell gesagt: auf das *Rechnen*, bis die Sache nun eben *ausgerechnet* ist und aus innerer Notwendigkeit *ausgerechnet s*ein muss (wobei nicht jedes Rechnen Zahlen zu involvieren braucht). Beim *Rechnen aller Art* kann künstliche Intelligenz glänzen: Bei dem, was sich mit Rechenverfahren erreichen lässt, kann sie jede natürliche Intelligenz (zumindest hier auf Erden) aus dem Feld schlagen.

Es ist nun ein grandioser Gedanke, dass zwar nicht jede Erkenntnistätigkeit ein Rechnen ist (was sehr elementar durch das Beweisen im Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem gezeigt wird), also nicht jede eine im Grunde mechanische Tätigkeit ist, dass aber doch jede Erkenntnistätigkeit durch ein Rechnen *resultatsäquivalent* dargestellt werden kann. Es ist ein grandioser Gedanke, aber es ist eben auch eine Illusion – der auch Leibniz erlegen ist, mit seinem berühmten „Calculemus!“, wobei Leibniz aber kein Vorwurf zu machen ist: Er konnte es noch nicht besser wissen. Dass es eine Illusion ist, weiß man aufgrund der Resultate des amerikanischen Logikers Alonzo Church aus den dreißiger Jahren des vergangenen Jahrhunderts: Schon für die Gesetze der elementaren Prädikatenlogik (im Gegensatz zu den Gesetzen der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik) gibt es kein Entscheidungsverfahren: kein Rechenverfahren. Ein Axiomensystem, in dem sich (bewiesenermaßen) alle und nur die Gesetze der elementaren Prädikatenlogik beweisen lassen, gibt es aber sehr wohl. Man erhält ein solches System z. B. dadurch, dass man das Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem auf komplexere Formen bezieht (nämlich auf die Formen von S´, nicht mehr auf die von S), statt der Axiome und der Grundregel gleich die entsprechenden Axiomenschemata und das entsprechende Grundregelschema verwendet (wodurch mit einem Schlag unendlich viele Axiome und Grundregeln angegeben sind) und ihm ein Axiom(enschema) und eine Grundregel (ein Grundregelschema) hinzufügt:

A1: $\Phi \supset (\Lambda \supset \Phi)$

A2: $(\Phi \supset (\Lambda \supset \Gamma)) \supset ((\Phi \supset \Lambda) \supset (\Phi \supset \Gamma))$

A3: $(\neg\Lambda \supset \neg\Phi) \supset (\Phi \supset \Lambda)$

R1: $\Phi, \Phi \supset \Lambda \vdash \Lambda$

A4: $\forall \upsilon \Phi[\upsilon] \supset \Phi[\kappa]$

R2: $\Sigma \supset \Phi[\kappa] \vdash \Sigma \supset \forall \upsilon \Phi[\upsilon]$ (κ nicht in $\Sigma \supset \forall \upsilon \Phi[\upsilon]$)[3]

Die Formen von S´

Die Elementarformen von S´ haben die Gestalt $\Psi^n(\kappa_1, \ldots, \kappa_n)$, wobei für Ψ^n gesetzt werden kann: F^1, F^2, F^3, …; F'^1, F'^2, F'^3, …; F''^1, F''^2, F''^3, …; und für κ_i: a, b, c, d, a´, b´, usw. Sind Φ und Λ Formen von S´, so auch $\neg\Phi$ und $(\Phi \supset \Lambda)$. Ist $\Phi[\kappa]$ eine Form von S´, in der eine *Konstante* κ (ein Ausdruck aus der Reihe: a, b, c, d, a´, b´, …) an gewissen Stellen – an mindestens einer – vorkommt, und υ eine *Variable* (ein Ausdruck aus der Reihe: x, y, z, x´, y´, …), die in $\Phi[\kappa]$ nicht vorkommt, so ist auch $\forall \upsilon \Phi[\upsilon]$ eine Form von S´ (wobei υ κ an den gewissen Stellen – oder an der gewissen Stelle – ersetzt). Andere Formen von S´ als die gemäß den angegebenen Beschreibungen erzeugbaren Formen gibt es nicht.

Das Spiel S´ ist analog zum Spiel S bestimmt. Fragt man, worum es inhaltlich im Spiel S geht, so wird man sagen: „Es geht um das Beweisen (Erzeugen) von Gesetzen der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik.“ Fragt man, worum es inhaltlich im Spiel S´ geht, so wird man sagen: „Es geht um das Beweisen (Erzeugen) von Gesetzen der elementaren Prädikatenlogik.“ Im Gegensatz zum Spiel S kann das Spiel S´ – das Erzeugen von Gesetzen der elementaren Prädikatenlogik – nicht resultatsäquivalent durch ein Rechenverfahren (oder: Entscheidungsverfahren) dargestellt werden. Ein solches Rechenverfahren für die Prädikatenlogik – wo Künstliche Intelligenz glänzen könnte und ausgeschlossen wäre, dass sie in einen „Endlostunnel“ gerät, aus dem sie nur natürliche Intelligenz erretten kann – gibt es nämlich nicht und kann es nicht geben. Solange also Künstliche Intelligenz sich nicht zur freien Bewusstseinsintelligenz aufschwingt, also zu dem Punkt gelangt, an dem natürliche Intelligenz immer schon war (die Möglichkeit, dass Künstliche Intelligenz dorthin gelangt, will ich nicht ausschließen), solange wird sie nichts weiter sein als eine – sehr nützliche! – *ancilla intellegentiae naturalis* und muss ihr ganz zu Recht die „Gleichberechtigung“ versagt bleiben.

---

3 Wer dieses System näher kennenlernen will (gerade auch, was die zugehörige logische Semantik betrifft), sei verwiesen auf: Franz von Kutschera/Alfred Breitkopf, *Einführung in die Logik*, Freiburg–München [5]1985.

Anhang 1: Die Lösung der beiden im Haupttext bzgl. des Frege-Łukasiewicz-Axiomensystems gestellten Beweisaufgaben

Ich erinnere mich, vor vielen Jahren eine kürzere Konstruktion von $\neg\neg A \supset A$ im Rahmen des Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem gefunden zu haben als die nun folgende; aber die diesbezüglichen Aufzeichnungen sind mir nicht mehr zuhanden, und jene Konstruktion wieder zu erzeugen, ist mir nicht geglückt. Leser, die Freude an derartigen Dingen haben, seien aufgefordert, eine kürzere Konstruktion von $\neg\neg A \supset A$ im Rahmen des Frege-Łukasiewicz-Axiomensystem zu finden (ohne Zuhilfenahme einer Maschine!).

T1[4]: $A \supset A$

1. $A \supset ((A \supset A) \supset A)$	A1
2. $(A \supset ((A \supset A) \supset A)) \supset ((A \supset (A \supset A)) \supset (A \supset A))$	A2
3. $(A \supset (A \supset A)) \supset (A \supset A)$	R1(1, 2)
4. $A \supset (A \supset A)$	A1
5. $A \supset A$	R1(3, 4)

DR1[5]: $A \supset B, B \supset C \vdash A \supset C$ [Kettenschlussregel]

1. $A \supset B$	Voraussetzung
2. $B \supset C$	Voraussetzung
3. $(B \supset C) \supset (A \supset (B \supset C))$	A1
4. $A \supset (B \supset C)$	R1(2, 3)
5. $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$	A2
6. $(A \supset B) \supset (A \supset C)$	R1(4, 5)
7. $A \supset C$	R1(1, 6)

T2: $C \supset (B \supset B)$

4 „T1“ steht für „Theorem 1“.

5 „DR1“ steht für „Abgeleitete [Derivative] Regel 1“.

1. $(B \supset B) \supset (C \supset (B \supset B))$	A1
2. $B \supset B$	T1
3. $C \supset (B \supset B)$	R1(2, 1)

T3: $(\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset A$

1. $(\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset ((B \supset B) \supset A)$	A3
2. $((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset ((B \supset B) \supset A)) \supset (((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset (B \supset B)) \supset ((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset A))$	A2[6]
3. $(\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset (B \supset B)$	T2
4. $((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset (B \supset B)) \supset ((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset A)$	R1(1, 2)
5. $(\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset A$	R1(3, 4)

T4: $\neg C \supset (C \supset \neg(B \supset B))$

1. $\neg C \supset (\neg\neg(B \supset B) \supset \neg C)$	A1
2. $(\neg\neg(B \supset B) \supset \neg C) \supset (C \supset \neg(B \supset B))$	A3
3. $\neg C \supset (C \supset \neg(B \supset B))$	DR1(1, 2)

T5: $\neg\neg A \supset A$

1. $(\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset A$	T3
2. $\neg\neg A \supset (\neg A \supset \neg(B \supset B))$	T4
3. $\neg\neg A \supset A$	DR1(2, 1)

[6] Dieser Ausdruck geht aus $(A \supset (B \supset C)) \supset ((A \supset B) \supset (A \supset C))$ (also aus A2) dadurch hervor, dass für „A“ uniform „$(\neg A \supset \neg(B \supset B))$“ substituiert wird, für „B“ uniform „$(B \supset B)$“ und für „C“ uniform „A“: $((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset ((B \supset B) \supset A)) \supset (((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset (B \supset B)) \supset ((\neg A \supset \neg(B \supset B)) \supset A))$.

T6: $A \supset \neg\neg A$ [Gesetz der Einführung der doppelten Negation]

1. $\neg\neg\neg A \supset \neg A$	T5
2. $(\neg\neg\neg A \supset \neg A) \supset (A \supset \neg\neg A)$	A3
3. $A \supset \neg\neg A$	R1(1, 2)

Anhang 2: Warum das mechanische Beweisverfahren für die elementare Prädikatenlogik kein Entscheidungsverfahren ist

Es gibt zwar kein Entscheidungsverfahren für die elementare Prädikatenlogik, aber es gibt für sie immerhin das – was Effektivität angeht – Zweitbeste: ein mechanisches Beweisverfahren. Wenn eine Form von S´ – gleichgültig welche – ein elementar-prädikatenlogisches Gesetz ist, dann liefert dieses Verfahren (ganz anders als das axiomatische Spiel S´ selbst) in endlich vielen, mechanisch (algorithmisch) ausführbaren Schritten den Nachweis, *dass sie ein solches Gesetz ist*. Aber es gilt eben *nicht* (und kann nach den Resultaten von Alonzo Church nicht gelten): Wenn eine Form von S´ – welche auch immer es sei – *kein* elementar-prädikatenlogisches Gesetz ist, dann liefert jenes Verfahren in endlich vielen, mechanisch ausführbaren Schritten den Nachweis, *dass sie kein solches Gesetz ist*.

Das mechanische Beweisverfahren für die elementare Prädikatenlogik (jedes solche) beruht in der Behandlung der unnegierten und negierten ∀-Formen von S´ auf der Idee, zu deren Instanziierungen *unter optimaler Ausnutzung der schon im Verfahren befindlichen Konstanten* überzugehen. Ich formuliere die entsprechenden Regeln der Anschaulichkeit halber als Handlungsanweisungen:

> (∀-Regel) Behandelst Du $\forall\upsilon\Phi[\upsilon]$, so unterstreiche sie (diese Form) und füge hinzu: $\Phi[\kappa_1], \ldots, \Phi[\kappa_n]$, wobei $\kappa_1, \ldots \kappa_n$ alle Konstanten sind, die schon im Verfahren sind; oder, falls noch keine Konstante im Verfahren ist, so füge nach der Unterstreichung von $\forall\upsilon\Phi[\upsilon]$ hinzu: $\Phi[\kappa]$, wo κ die Konstante „a“ ist.
>
> (¬∀-Regel) Behandelst Du $\neg\forall\upsilon\Phi[\upsilon]$, so unterstreiche sie und füge hinzu: $\neg\Phi[\kappa], \Psi_1[\kappa], \ldots, \Psi_n[\kappa]$, wobei $\forall\upsilon\Psi_1[\upsilon], \ldots, \forall\upsilon\Psi_n[\upsilon]$ alle ∀-Formen sind, die im Verfahren schon unterstrichen sind, und κ diejenige Konstante ist, die in

der Reihenfolge der Konstanten die nächste ist, die *nicht* schon im Verfahren ist. (Die Reihenfolge der Konstanten ist: a, b, c, d, a´, b´, c´, d´, a´´, b´´, …)

Die Anwendung dieser beiden Regeln kann bei manchen Formen von S´, die keine elementar-prädikatenlogischen Gesetze sind, dazu führen, dass das Verfahren nicht aus sich heraus endet (wie es jedoch der Fall sein müsste, wenn es sich bei dem mechanischen Beweisverfahren auch um ein Entscheidungsverfahren handelte), *sondern endlos weiterläuft*. Ein sehr einfaches Beispiel ist der folgende Fall: Ist die S´-Form $\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y) \supset F^2(a, a)$ ein elementar-prädikatenlogisches Gesetz? Versuch zu zeigen, dass es so ist, per Widerlegung der Annahme, dass es nicht so ist:

1. $\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y), \neg F^2(a, a)$	[Annahme zur Widerlegung]
2. $\underline{\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y)}, \neg F^2(a, a), \neg \forall y \neg F^2(a, y)$	[∀-R. (1)]
3. $\underline{\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y)}, \neg F^2(a, a), \underline{\neg \forall y \neg F^2(a, y)}, \neg\neg F^2(a, b), \neg \forall y \neg F^2(b, y)$	[¬∀-R. (2)]
4. $\underline{\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y)}, \neg F^2(a, a), \underline{\neg \forall y \neg F^2(a, y)}, \underline{\neg\neg F^2(a, b)}, \neg \forall y \neg F^2(b, y), F^2(a, b)$	[¬¬-R. (3)]
5. $\underline{\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y)}, \neg F^2(a, a), \underline{\neg \forall y \neg F^2(a, y)}, \underline{\neg\neg F^2(a, b)}, \underline{\neg \forall y \neg F^2(b, y)}, F^2(a, b), \neg\neg F^2(b, c), \neg \forall y \neg F^2(c, y)$	[¬∀-R. (4)]

Es ist *für uns* ersichtlich, dass dieses Verfahren nicht *enden* wird – weil nach jedem Schritt immer noch eine (nichtunterstrichene) S´-Form vorhanden ist, auf die eine der Regeln angewendet werden kann. Es wird weder mit einer Zeile *enden*, in der für eine S´-Form Λ sowohl Λ also auch $\neg\Lambda$ steht (wäre das der Fall, dann lieferte das Verfahren das Resultat: $\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y) \supset F^2(a, a)$ ist ein elementar-prädikatenlogisches Gesetz), noch mit einer Zeile, in der für *keine* S´-Form Λ sowohl Λ also auch $\neg\Lambda$ steht (wäre das der Fall, dann lieferte das Verfahren das Resultat: $\forall x \neg \forall y \neg F^2(x, y) \supset F^2(a, a)$ ist *kein* elementar-prädikatenlogisches Gesetz). Das Verfahren wird vielmehr endlos *und sinnlos* weiterlaufen. Eine höhere Intelligenz, als es gegenwärtige Künstliche Intelligenz ist, nämlich natürliche menschliche Bewusstseinsintelligenz, erkennt dies. Eine das Verfahren ausführende Maschine erkennt das *nicht*. Sie scannt nur die Zeile von S´-Formen, die sie gerade produziert hat, auf Regelanwendbarkeit, und wendet die jeweils einschlägige Regel auf die (von links nach rechts) erste S´-Form an, auf die sie in der Zeile eine Regel anwenden kann, und produziert somit eine nächste, verlängerte Zeile (und eine mit einer Unterstreichung mehr): Schritt für determinierten Schritt, und Schritt für determinierten Schritt, … Nur eine höhere Intelligenz rettet die ausführende Maschine vor dem sonst früher oder später unausweichlichen vorzeitigen Ende ihres Maschinenlebens (aufgrund von Durchbrennen der Hardware) mittels einer Sicherung, die an einem festgelegten Punkt den Maschinenstopp auslöst (ein Ziehen des Netzsteckers tut es auch). *Nota bene*: Es lässt sich nicht von vornherein für alle Fälle ausmachen, ab wann das Verfahren sinnlos wird und von außen (gewissermaßen *per deum ex machina,* besser gesagt *per hominem extra machinam*) gestoppt werden sollte (sonst hätte man ja doch, was man nicht haben kann: ein Entscheidungsverfahren für die elementare Pädikatenlogik).

Anhang 3: Nichtmechanisches und mechanisches Beweisverfahren im Vergleich

Die sog. „Künstliche Intelligenz" ist keine Intelligenz im eigentlichen Sinn (jedenfalls einstweilen), sondern sie ist eine – durch einen ganz erheblichen Aufwand von natürlicher Intelligenz – eingerichtete einsichtslose Elektronik, die aber sehr viele Aufgaben effektiver ausführen kann als natürliche Intelligenz das kann; welche Intelligenz ja stets Bewusstseinsintelligenz ist und auf *Ideen* warten muss – oftmals lange. Von der Effektivität der Künstlichen Intelligenz lassen sich manche so sehr beeindrucken, dass sie Maschinen für intelligenter als Menschen halten – eine Fehleinschätzung, die nicht ganz unähnlich der Fehleinschätzung ist, Leute, die schnell reden, *schon deshalb* für intelligenter zu halten als Leute, die es langsam tun.

Ein Effektivitätsvergleich zwischen nichtmechanischem und mechanischem Beweisverfahren auf elementarem Gebiet – nämlich dem der elementaren Prädikatenlogik – kann den Kontrast zwischen unterbewerteter, weil nicht so effektiver, *Intelligenz* und überbewertetem, weil hocheffektivem, *Intelligenzersatz* eindrucksvoll illustrieren. Die eigentliche Intelligenzleistung liegt bei der Anwendung des nichtmechanischen Beweisverfahrens, die schon auf dem Weg zum Beweisziel mit den Zwischenresultaten eine Fülle von bewiesenen Einsichten liefert; aber die maschinelle Implementierung des mechanischen Beweisverfahrens, die die Lösung in weniger als einer Sekunde fertig haben dürfte, macht bei den meisten den größeren Eindruck und stiehlt die Show: Ist die S´-Form $\neg\forall y\neg\forall x F^2(x, y) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$

ein elementar-prädikatenlogisches Gesetz?[7] Die Antwort ist: *Ja* (was man z. B. auch modelltheoretisch zeigen kann).

(I) Aufgrund des in Anhang 2 spezifizierten mechanischen Beweisverfahrens für die elementare Prädikatenlogik ergibt sich die Antwort „Ja" auf die Frage, ob die S´-Form $\neg\forall y\neg\forall x F^2(x, y) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$ ein elementar-prädikatenlogisches Gesetz ist, wie folgt in sieben *völlig determinierten* Schritten:

1. $\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y), \neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$	[Annahme zur Widerlegung]
2. $\underline{\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y)}, \neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y), \neg\neg\forall xF^2(x, a)$	[¬∀-R. (1)]
3. $\underline{\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y)}, \underline{\neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)}, \neg\neg\forall xF^2(x, a), \neg\neg\forall y\neg F^2(b, y)$	[¬∀-R. (2)]
4. $\underline{\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y)}, \underline{\neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)}, \underline{\neg\neg\forall xF^2(x, a)}, \neg\neg\forall y\neg F^2(b, y), \forall xF^2(x, a)$	[¬¬-R. (3)]
5. $\underline{\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y)}, \underline{\neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)}, \underline{\neg\neg\forall xF^2(x, a)}, \underline{\neg\neg\forall y\neg F^2(b, y)}, \forall xF^2(x, a), \forall y\neg F^2(b, y)$	[¬¬-R. (4)]
6. $\underline{\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y)}, \underline{\neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)}, \underline{\neg\neg\forall xF^2(x, a)}, \underline{\neg\neg\forall y\neg F^2(b, y)}, \underline{\forall xF^2(x, a)}, \forall y\neg F^2(b, y), F^2(a, a), F^2(b, a)$	[∀-R. (5)]
7. $\underline{\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y)}, \underline{\neg\forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)}, \underline{\neg\neg\forall xF^2(x, a)}, \underline{\neg\neg\forall y\neg F^2(b, y)}, \underline{\forall xF^2(x, a)}, \underline{\forall y\neg F^2(b, y)}, F^2(a, a), \boxed{F^2(b, a)}, \boxed{\neg F^2(b, a)}, \neg F^2(b, b)$	[∀-R. (6)]

(II) Aufgrund des im Haupttext angegebenen Axiomensystems der elementaren Prädikatenlogik *jedoch* ergibt sich die Antwort „Ja" auf die Frage, ob die S´-Form $\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$ ein elementar-prädikatenlogisches Gesetz ist, gemäß einem nichtmechanischen Beweisverfahren – dem Spiel S´ – z. B. in der Weise, wie es unten angegeben ist; wobei im Anhang 1 Bewiesenes verwendet werden darf (es lässt sich ja *mutatis mutandis* auch im Spiel S´ beweisen, da S´ das Spiel S – nur bezogen auf andere Formen – mitenthält).

[7] Vertrauter schaut diese S´-Form aus, wenn man sie – abkürzend, aufgrund der Definition: $\exists\upsilon := \neg\forall\upsilon\neg$ – mit dem sog. *Existenzquantor* schreibt: $\exists y\forall xF^2(x, y) \supset \forall x\exists yF^2(x, y)$.

DR2: $\Gamma \supset \neg\Lambda \vdash \Lambda \supset \neg\Gamma$ [Regel der halbseitigen Kontraposition *rechts*]

1. $\Gamma \supset \neg\Lambda$	Voraussetzung
2. $\neg\neg\Gamma \supset \Gamma$	T5
3. $\neg\neg\Gamma \supset \neg\Lambda$	DR1(2, 1)
4. $(\neg\neg\Gamma \supset \neg\Lambda) \supset (\Lambda \supset \neg\Gamma)$	A3
5. $\Lambda \supset \neg\Gamma$	R1(3, 4)

T7: $\Phi[\kappa] \supset \neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon]$ [Gesetz der hinteren Existenzgeneralisierung][8]

1. $\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon] \supset \neg\Phi[\kappa]$	A4
2. $\Phi[\kappa] \supset \neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon]$	DR2(1)

DR3: $\Gamma \supset \Lambda \vdash \neg\Lambda \supset \neg\Gamma$ [Regel der aufsteigenden Kontraposition]

1. $\Gamma \supset \Lambda$	Voraussetzung
2. $\neg\neg\Gamma \supset \Gamma$	T5
3. $\Lambda \supset \neg\neg\Lambda$	T6
4. $\neg\neg\Gamma \supset \Lambda$	DR1(2, 1)
5. $\neg\neg\Gamma \supset \neg\neg\Lambda$	DR1(4, 3)
6. $(\neg\neg\Gamma \supset \neg\neg\Lambda) \supset (\neg\Lambda \supset \neg\Gamma)$	A3
7. $\neg\Lambda \supset \neg\Gamma$	R1(5, 6)

DR4: $\neg\Gamma \supset \Lambda \vdash \neg\Lambda \supset \Gamma$ [Regel der halbseitigen Kontraposition *links*]

1. $\neg\Gamma \supset \Lambda$	Voraussetzung
2. $\Lambda \supset \neg\neg\Lambda$	T6
3. $\neg\Gamma \supset \neg\neg\Lambda$	DR1(1, 2)
4. $(\neg\Gamma \supset \neg\neg\Lambda) \supset (\neg\Lambda \supset \Gamma)$	A3
5. $\neg\Lambda \supset \Gamma$	R1(3, 4)

8 Zum Verständnis dieser Namensgebung ist zu berücksichtigen: $\exists\upsilon := \neg\forall\upsilon\neg$.

DR5: $\Phi[\kappa] \supset \Sigma \vdash \neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon] \supset \Sigma$ (κ nicht in $\neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon] \supset \Sigma$) [Regel der vorderen Existenzgeneralisierung][9]

1. $\Phi[\kappa] \supset \Sigma$ (κ nicht in $\Sigma \supset \neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon]$)	Voraussetzung
2. $\neg\Sigma \supset \neg\Phi[\kappa]$	DR3(1)
3. $\neg\Sigma \supset \forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon]$	R2(2)[10]
4. $\neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon] \supset \Sigma$	DR4(3)

T8: $\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$

1. $\forall xF^2(x, a) \supset F^2(b, a)$	A4
2. $F^2(b, a) \supset \neg\forall y\neg F^2(b, y)$	T7
3. $\forall xF^2(x, a) \supset \neg\forall y\neg F^2(b, y)$	DR1(1, 2)
4. $\forall xF^2(x, a) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$	R2(3)
5. $\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$	DR5(4)

Es mag beim Beweisen in S´ einen lückenlosen kürzeren Weg zu $\neg\forall y\neg\forall xF^2(x, y) \supset \forall x\neg\forall y\neg F^2(x, y)$ geben als die eben angegebene „Kletterroute", deren Begehung dem komplizierten Aufstieg durch eine Steilwand gleicht. Aber jeder der angegebenen Zwischenschritte wird auf ihr gebraucht, um ans Ziel zu kommen: DR5 und T7 werden bei der Herleitung von T8 gebraucht, DR3 und DR4 bei der Herleitung von DR5, und DR2 bei der Herleitung von T7. Und eine *genuine Intelligenzleistung* ist das Finden und Begehen dieser „Kletterroute" allemal (zumal sie außer der S´-Form, die ihr Ziel ist, ein überaus wichtiges Theorem und vier nicht weniger wichtige Regelschemata „hergibt") – ganz im Gegensatz zur oben angeführten Anwendung des mechanischen Beweisverfahrens, das ohne Einsichten, ohne Ideen, ohne Gedanken und (nachdem es nun einmal da ist und bloß angewendet zu werden braucht) *ohne Intelligenz* auskommt.

9 Zum Verständnis dieser Namensgebung ist wiederum zu berücksichtigen: $\exists\upsilon := \neg\forall\upsilon\neg$.

10 Da κ nicht in $\neg\forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon] \supset \Sigma$ ist, ist es natürlich auch nicht in $\neg\Sigma \supset \forall\upsilon\neg\Phi[\upsilon]$.