



Universität Augsburg

Institut für
Mathematik

Friedrich Pukelsheim, Peter Leutgäb

Listenverbindungen bei Kommunalwahlen - Ein Glücksspiel

Preprint Nr. 04/2009 — 11. März 2009

Institut für Mathematik, Universitätsstraße, D-86135 Augsburg

<http://www.math.uni-augsburg.de/>

Impressum:

Herausgeber:

Institut für Mathematik

Universität Augsburg

86135 Augsburg

<http://www.math.uni-augsburg.de/forschung/preprint/>

ViSdP:

Friedrich Pukelsheim

Institut für Mathematik

Universität Augsburg

86135 Augsburg

Preprint: Sämtliche Rechte verbleiben den Autoren © 2009

Mit weniger Wählerstimmen zu mehr Gemeinderatssitzen

Listenverbindungen bei Kommunalwahlen — Ein Glücksspiel

Friedrich Pukelsheim und Peter Leutgäb, Augsburg*

Mit weniger Stimmen zu mehr Sitzen? Bei den bayerischen Kommunalwahlen 2008 gelang der Trick sechsunddreißig Mal. Im Superwahljahr 2009 dürfen die Parteistrategen in Rheinland-Pfalz, im Saarland und in Thüringen ihr Spielerglück versuchen. Das Spiel heißt *Listenverbindungen*. Wir zeigen, wie's geht.

Listenverbindungen

Listenverbindungen sind eine Eigenart der Verhältniswahlkomponente mancher Kommunalwahlssysteme. Wenn Parteien und Wählergruppen eine Listenverbindung anmelden, werden sie am Ende der Wahl bei der Verrechnung von Stimmen in Mandate zunächst als eine einzige Zählgemeinschaft geführt. In diese erste Rechnung, die *Oberzuteilung*, geht die Listenverbindung als Ganzes ein.

Für jede Listenverbindung wird dann eine zweite Rechnung fällig, die *Untorzuteilung*. Hier werden die Sitze, die im ersten Schritt der Listenverbindung als Ganzes zugefallen sind, an die einzelnen Partner im Verhältnis ihrer Stimmen weiter verteilt.

Listenverbindungen sind keine Koalitionsaussagen. Jeder kann mit jedem, der zusagt. Bei der bayerischen Kommunalwahl 2008 kam es in 668 von landesweit 2127 Kommunen zu 901 Listenverbindungen.¹ Wer da mit wem zusammenspannt, steht in den Sternen. Alles ist möglich, viel kommt zu Stande. Ein buntes Bild in Bayern.

Dass Listenverbindungen nicht als Offenbarungseid gegenüber den Wählerinnen und Wählern gemeint sind, lässt sich am Stimmzettel ablesen. Verbundene Listen sind dort nicht so hervor gehoben, dass es jeder gleich sieht. Aber wer mit der Lupe sucht, wird meist fündig. Auf bayerischen Stimmzetteln ganz unten, im Kleingedruckten.

Listenverbindungen sind eben Zählgemeinschaften nur für den Tag der Abrechnung. Schon bei der Dokumentation der Wahlergebnisse verschwinden sie aus den Ergebnistabellen, als müsse man im Nachhinein sich ihrer schämen. Warum also das Ganze?

Listenverbindungen hängt die vielversprechende Aura an, nachteilige Ungleichheiten im Wahlsystem abzumildern. Wir werden sehen, dass es manchmal so ist, aber manches Mal auch nicht. Und sechsunddreißigmal schufen sie 2008 in Bayern die groteske Absurdität, dass von zwei Listen die mit weniger Stimmen mehr Sitze erhielt.

Schaubild 1: Listenverbindungen bei den bayerischen Kommunalwahlen am 2. März 2008.

Listenzahl	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	Summe
Eine Listenverb.	72	141	116	64	40	17	5	1				456
Zwei Listenverb.n		13	45	54	30	27	13	6	2	1		191
Drei Listenverb.n				3	4	6	3	4			1	21
Kommunen	72	154	161	121	74	50	21	11	2	1	1	668

Unter 3 kandidierenden Listen wurde genau eine Listenverbindung in 72 Kommunen angemeldet, unter 10 kandidierenden Listen in einer Kommune. Insgesamt kam es zu genau einer Listenverbindung in 456 Kommunen. Es gab 668 Kommunen mit Listenverbindungen. Die Gesamtzahl aller Listenverbindungen beläuft sich auf 901 ($= 456 \times 1 + 191 \times 2 + 21 \times 3$).

Sitzverzerrungen

Das wahlsystematische Element, dessen notorische Verzerrungen durch Listenverbindungen kuriert werden sollen, ist das Verfahren zur Verrechnung von Stimmen in Mandate, das nach D'Hondt benannt ist. Wir bevorzugen dafür die redundantere Bezeichnung *Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff)*.²

Dieses Stimmenverrechnungsverfahren ist allerdings ein Auslaufmodell, eben wegen seiner verzerrenden Ergebnisse. Als unverzerrte Alternativen bieten sich in Deutschland die Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) an oder auch die Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten (Hare/Niemeyer).³

Die Doppelpackung "D'Hondt & Listenverbindungen" ist der historische Regelfall (Bayern, Saarland). Wenn die Gesetzgebungsdienste die zahlenmäßigen Zusammenhänge verstehen, werden mit der Novellierung des Zuteilungsverfahrens im selben Aufwasch die Listenverbindungen aus dem Gesetz entfernt (Zürich, Schaffhausen, Aargau).⁴ Andernfalls bleiben sie als ein Relikt vergangener Zeiten im Gesetz stehen (Rheinland-Pfalz). Und in seltenen Momenten der Weltgeschichte lässt sich ein so mit Fossilien beschwertes Gesetz beim demokratischen Neuaufbau recyceln (Thüringen).

Werfen wir zunächst einen Blick auf D'Hondt pur, *ohne* Listenverbindungen. Hier zeigen die Sitzverzerrungen eine klare Struktur: Das obere Drittel der stimmenstarken Listen erhält einen Bonus. Da das Ganze eine Verteilungsrechnung darstellt, ist dies eine Freude des anderen Leid: Die unteren zwei Drittel der stimmenschwachen Listen müssen mit einem Malus zu Recht kommen.

Bonus und Malus gelten pro Wahl und gleichermaßen für alle Ratsgrößen. Es geht schön übersichtlich der Reihe nach: Die stimmenstärkste Liste gewinnt am kräftigsten dazu, die zweitstärkste Liste ein bisschen weniger, bis hin zur stimmenschwächsten Liste, die am meisten draufzahlt.⁵

Mit Listenverbindungen bleiben die Sitzverzerrungen zwar vorhersagbar, aber die geordnete Übersichtlichkeit geht verloren und eine verwirrende Ergebnisvielfalt tritt zu Tage. Die Verwirrung beruht auf der doppelten Anwendung der Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff), weil so die ihr innewohnenden Verzerrungen verstärkt werden. Was am Ende heraus kommt, gerät zum Glücksspiel.

Schaubild 2: Formeln für die D'Hondt-Sitzverzerrungen.

Ohne jegliche Listenverbindungen beträgt die D'Hondt-Sitzverzerrung der nach Stimmenerfolgen j -stärksten Liste

$$D'H(j) = \frac{1}{2}(\ell s(j) - 1), \text{ wobei } s(j) = \frac{1}{\ell} \left(\frac{1}{j} + \dots + \frac{1}{\ell} \right).$$

Es ist $s(j)$ der erwartete Stimmenanteil der j -stärksten von ℓ Listen.

Sind die ℓ Listen in die Listenverbindungen L_1, \dots, L_k partitioniert, wird die Sitzverzerrung der j -stärksten Liste gegeben durch

$$D'H(j|L_1, \dots, L_k) = \frac{1}{2} \left(k s(j) + (p-1) \frac{s(j)}{s(V)} - 1 \right), \text{ wobei } s(V) = \sum_{i \in V} s(i).$$

Es ist V die Listenverbindung, in der die j -stärkste Liste eine von p Partnerlisten ist, und $s(V)$ ihr erwarteter Stimmenanteil.

Beispiel: Stadt Friedberg (AGS⁶ 09771130). Von sechs Listen waren 2008 die zweit-, dritt- und fünftstärkste verbunden (Fall B).

	A: 1, 2, 3, 4, 5, 6	B: 2+3+5, 1, 4, 6
Liste 1	0.725	0.317
Liste 2	0.225	0.507
Liste 3	-0.025	0.160
Liste 4	-0.192	-0.295
Liste 5	-0.317	-0.245
Liste 6	-0.416	-0.444

Ohne Listenverbindung (Fall A) erwartet die stärkste Liste 1 einen Verzerrungsbonus von fast 3 Sitzen pro 4 Wahlen ($3/4 \approx 0.725$). Da aber die zweitstärkste Liste sich mit der dritt- und fünftstärksten verband und die Listen 1, 4 und 6 alleine standen (B), entfällt der größte Bonus (0.507) stattdessen auf Liste 2. Die Gesamtverzerrung steigt von 0.950 (= 0.725 + 0.225) bei A an auf 0.984 (= 0.317 + 0.507 + 0.160) bei B.

Der Begriff *Sitzverzerrung* bezeichnet die gemittelten Abweichungen der praktisch zugeteilten Sitze vom theoretischen Idealanspruch, wobei in die Mittelung alle möglichen Wahlergebnisse mit gleichem Gewicht eingehen. Für die Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) sind die Sitzverzerrungen mit den obigen Formeln vorhersagbar. Ohne Listenverbindungen ist der Trend eindeutig: Das obere Drittel der stimmenstarken Listen profitiert auf Kosten der restlichen stimmenschwachen Listen. Mit Listenverbindungen ist der Sachverhalt ohne Formelrechnung nicht erfassbar: Alles wird möglich.

Ein lehrreiches Beispiel liefert die Stadt Friedberg in Schaubild 2. Dort kandidierten sechs Listen und eigentlich müssten sich die Wählerinnen und Wähler der Liste 2 der Stimme des Volkes beugen und anerkennen, dass Liste 1 mehr Zuspruch gefunden hat. Aber das bayerische Kommunalwahlgesetz umschiff das Votum des Wahlvolks.

Indem Liste 2 sich mit den Listen 3 und 5 verbindet, stehen die Partner zusammen in der Oberzuteilung an der Spitze und werden mit dem Rang-1-Bonus bedacht. Davon kommt in der Unterzuteilung am meisten bei Liste 2 an, die unter den Partnern der Listenverbindung die stärkste ist. Das Arrangement verschafft der Liste 2 also zweimal den Spitzenplatz und sichert so einen Bonus gleich doppelt ab.

Durchsichtiger gerät die Analyse für Drei-Parteien-Systemen. Dies ist die einfachste Konstellation, in der Listenverbindungen eine Rolle spielen. Denn gibt es nur eine Liste, wird die Wahl zur einfachen Mehrheitsentscheidung. Bei zwei Listen fehlt der Dritte, gegen den sich die Verbindung richten könnte (2008 in Bayern in etwa vierhundert Kommunen).

Drei-Parteien-Systeme

Ab drei Listen werden Listenverbindungen bedeutsam. Auch wenn dies die einfachste Konstellation ist, gibt es schon vier Möglichkeiten. Das reicht aus, um zu erkennen, was alles anders laufen kann als gedacht. Fall A (1,2,3) lässt die Listen unverbunden. Hinzu kommen die Fälle B, C und D mit jeweils einer Listenverbindung. Bei Partition B (1,2+3) gehen die beiden kleineren miteinander, bei C (1+2,3) die beiden größeren. Bleibt noch der Fall D (1+3,2), wo Groß und Klein gegen die Mitte antreten.

Der Listenpartition B gilt die geballte Sympathie des Bayerischen Verwaltungsgerichtshofs: *Es dürfen sich also nur "Kleine mit Kleinen", nicht aber "Kleine mit Großen" oder gar "Große mit Großen" verbinden.*⁷ Das Gericht hatte eine Streitsache in Sachen Ausschussbesetzung zu beurteilen. Welche Fraktion oder Gruppe im Kreistag groß ist und welche klein, steht dabei im Vorhinein fest.

Dagegen kommt bei einer Volkswahl erst im Nachhinein am Ende des Wahltags heraus, wie eine Partei oder Liste rangmäßig abschneidet. Die verwaltungsgerichtlichen Voraussetzungen sind also andere als bei Kommunalwahlen. Das macht aber nichts; die Sache sieht sowieso anders aus, als der Gerichtshof sich das denkt.

Dass es gar arg so schlimm sei, wenn sich "Große mit Großen" verbinden, leuchtet schon dem gesunden Menschenverstand nicht ein. Wenn der eine Große einen anderen Großen zum Partner hat, dann hat der eine ein großes Problem, dem anderen Großes weg zu nehmen. Leichter fällt das in der Konstellation "Kleine mit Großen".

Wir beschreiben die Lage lieber als "Große mit Kleinen", um das verführerische Ranggefälle von den Handelnden zu den Behandelten zu betonen. Groß und Klein sind stark gegenüber der Mitte und sichern sich so einen ersten Bonus in der Oberzuteilung. Und dann bleibt Groß stark gegenüber Klein in der Unterzuteilung und schneidet gleich ein zweites Mal mit Vorteil ab.

Lassen wir Zahlen sprechen. Bei den bayerischen Kommunalwahlen 2008 gab es 585 Kommunen, in denen drei Listen kandidierten. Davon entfielen 513 unter den listenverbindungs-freien Fall A (1,2,3), 51 unter B (1,2+3), 6 unter C (1+2,3) und 15 unter D (1+3,2). Das Leben ist vielgestaltig; was möglich ist, kommt vor.

Schaubild 3 listet die Sitzverzerrungen auf, die bei den Listenpartitionen A–D für die Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) 2008 in Bayern beobachtet wurden sowie die, die aus den theoretischen Formeln heraus kommen. Der Orientierungspunkt für eine unverzerrte Sitzzuteilung wird von der Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) geliefert, die meist zum selben Ergebnis führt wie die Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten (Hare/Niemeyer).

Schaubild 3: D'Hondt-Sitzverzerrungen für drei Listen bei den bayerischen Kommunalwahlen 2008.

Listenpartition	A: 1,2,3		B: 1,2+3		C: 1+2,3		D: 1+3,2	
	empir.	theor.	empir.	theor.	empir.	theor.	empir.	theor.
Große Liste	0.219	0.416	0.025	0.111	0.275	0.455	0.289	0.534
Mittlere Liste	-0.017	-0.083	0.108	0.135	0.011	-0.066	-0.198	-0.222
Kleine Liste	-0.202	-0.333	-0.133	-0.246	-0.286	-0.389	-0.091	-0.312
Gesamtverzerrung	0.219	0.416	0.133	0.246	0.286	0.455	0.289	0.534

Die empirischen D'Hondt-Verzerrungen geben die durchschnittlichen Abweichungen zu den Sitzen an, die bei den Kommunalwahlen 2008 mit der unverzerrten Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) heraus kommen. Die theoretischen Sitzverzerrungen beruhen auf den Formeln aus Schaubild 2. Die Gesamtverzerrung (= Summe der positiven Sitzverzerrungen) wird im Vergleich zum listenverbindungs-freien Fall A bei B gedämpft, bei C verstärkt und bei D maximiert.

Die theoretischen Sitzverzerrungen messen, wie sehr die D'Hondt-Sitzzuteilungen bei wiederholter Anwendung im Mittel vom unverzerrten Idealergebnis abweichen. Im unverbundenen Fall A betragen die theoretischen D'Hondt-Verzerrungen grob 0.4 für die stimmenstärkste Liste, was durch -0.1 für die mittlere und -0.3 für die kleinste Liste austariert wird. Die große Liste kann also einen D'Hondt-Bonus von vier Sitzen pro zehn Wahlen erwarten, wobei einen Sitz die mittlere Liste hergegeben muss und drei die kleine. Empirische und theoretische Zahlen gehen schön Hand in Hand.

Große mit Kleinen

Was die Formeln vorhersagen, hinkt der Wirklichkeit hintennach. Bei den bayerischen Kommunalwahlen 2008 erreichte mehrfach die größte Liste einen Doppelbonus, indem sie mit kleineren Listen eine Listenverbindung einging. Schaubild 4 zeigt am Beispiel des Landkreises Unterallgäu, wie so etwas zu Stande kommt.

Bei der unverzerrten Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) entfällt auf je 51900 Stimmen rund ein Sitz. Für die größte Liste erhalten wir den Quotienten $1377975/51900 = 26.55$, der zur nächstgelegenen Sitzzahl 27 gerundet wird (Spalte A). Schon ohne Listenverbindung gibt die Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) der größten Liste einen Sitz dazu. Sie erhält 28 Sitze, denn der Quotient $1377975/48000 = 28.7$ wird abgerundet (Spalte B).

Tatsächlich lagen aber zwei Listenverbindungen vor. Die größte Liste 1 verband sich mit der fünftstärksten Liste 5; zudem verbanden sich die viert- und die sechststärksten Listen. Schaubild 4 zeigt, was passiert. Unverbunden hätten Liste 1 und Liste 5 zusammen $28+3 = 31$ D'Hondt-Sitze gemacht. Mit der Listenverbindung fallen ihnen sogar 32 Sitze zu (Spalte C1). In der Unterteilung landet auch der zweite Bonussitz beim Stärkeren (Spalte C2). Im Endeffekt bekommt Liste 1 statt der unverzerrten 27 Sitze somit 29 Sitze zugeteilt (Spalte D).

Schaubild 4: Doppelbonus für die stimmenstärkste Liste 2008 im Landkreis Unterallgäu.

Listen (-verb.)	Stimmen	(A)	(B)	(C1)	(C2)	(C3)	(D) Ender- gebnis	
		S-L o. LV	D'H o. LV	D'H mit LV	D'H 1+5	D'H 4+6		
Liste 1	1377975	27	28	29			29	
Liste 2	730846	14	15	14				14
Liste 3	337937	7	7	6				6
Liste 4	189648	4	3	4			4	
Liste 5	181235	3	3	3			3	
Liste 6	163465	3	3	3			3	
Liste 7	85511	2	1	1				1
Verb. 1+5	(1559210)			32				
Verb. 4+6	(353113)			7				
Summe	3066617	60	60	60	32	7	60	
Divisor		51900	48000	48724	47000	44000		

Spalte (A) zeigt die unverzerrten Sitzzahlen, die ohne Listenverbindungen mit der Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) und gleichlautend mit der Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten (Hare/Niemeyer) heraus kommen; bei der Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) erhält Liste 1 einen ersten Bonussitz hinzu (Spalte B). Bei den Rechnungen mit verbundenen Listen gewinnt Liste 1 sogar einen zweiten Bonussitz (Spalte C2).

Zufälligkeiten

Die Bildung von Listenverbindungen verkommt deshalb zum Glücksspiel, weil eine Unmenge von Möglichkeiten existiert, wie sich das Bewerberfeld partitionieren kann. Für die sechs Listen in Schaubild 2 gibt es 201 mögliche Listenpartitionen, für die sieben Listen in Schaubild 4 sind es schon 875.⁸ Die nackte Information an die Wählerinnen und Wähler: "Einige Listen haben sich verbunden." ist viel zu unpräzise, als dass sie eine Orientierung bieten könnte.

Eine erste Spielregel gilt bei Listenverbindungen genauso wie in jedem anderen Spiel: *Wer nicht mitspielt, kann nicht gewinnen.* Im Vergleich zur listenverbindungs-freien D'Hondt-Auswertung muss jede Liste, die unverbunden nur für sich steht, ihre Eigenständigkeit im Durchschnitt mit Sitzverlusten bezahlen.⁹

Die zweite Spielregel ist das Gegenstück zur ersten: *Gibt es nur eine Listenverbindung, hat sie schon gewonnen.* Gegenüber der D'Hondt-Auswertung ohne Listenverbindungen werden die Partner einer (einzigen) Listenverbindung im Durchschnitt immer Sitzgewinne einfahren.¹⁰ In zwei Dritteln der Kommunen (456 von 668, siehe Schaubild 1), in denen 2008 in Bayern Listen sich verbanden, blieb es bei genau einer Listenverbindung. Deren Partner konnten sich auf einen Bonus freuen einfach schon deshalb, weil die Konkurrenz schlief.

Schaubild 5: Diskordanzsieg der zweitstärksten Liste
2008 in der Stadt Friedberg (AGS 09771130).

Listen (-verb.)	Stimmen	(A) S-L o. LV	(B) D'H o. LV	(C) H/N o. LV	(D1) D'H mit LV	(D2) D'H 2+3+5	(E) Ender- gebnis
Liste 1	150615	12	12	12	12		12
Liste 2	145292	12	12	11		13	13
Liste 3	30558	2	2	2		2	2
Liste 4	28428	2	2	2	2		2
Liste 5	18291	1	1	2		1	1
Liste 6	12010	1	1	1	0		0
Verb. 2+3+5	(194141)				16		
Summe	385194	30	30	30	30	16	30
Quote Divisor		12000	12400	12839.8	12100	11000	

Liste 2 repräsentiert zwar weniger Stimmen, bekommt dank der Verbindung mit den Listen 3 und 5 im Endergebnis (Spalte E) aber mehr Sitze (13) als die stimmenstärkste Liste 1 (12). Der Sitz wäre sonst der unverbundenen Liste 6 zugeteilt worden. Ohne Listenverbindungen ergeben die Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) und die Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) dasselbe Ergebnis (Spalten A und B). Die Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten (Hare/Niemeyer) differiert um einen Sitz (C).

In 212 Kommunen kamen zwei oder mehr Listenverbindungen zu Stande. Dies sind die Situationen, in denen das Ganze zum Glückspiel zu werden beginnt. Vor- und Nachteile müssen immer eine Nullsummen-Rechnung ergeben. Es ist schlichtweg unmöglich, dass alle immer nur hinzugewinnen. Wie sich Bonus und Malus auf mehrere Listenverbindungen aufteilen und was davon bei den einzelnen Partnern ankommt, ist ohne Rechnung nicht mehr vorhersagbar.

Es ist noch nicht einmal direkt zu sehen, was mit der Gesamtverzerrung passiert. Dass die Bildung von Listenverbindungen nicht immer die Gesamtverzerrung im System mindert, hat schon Schaubild 3 angedeutet. Von den 201 Listenpartitionen, die bei sechs Listen möglich sind, wurden 2008 in Bayern 73 Partitionen realisiert. Davon führten nur 44 zu einer Verminderung der Gesamtverzerrung. Bei den übrigen 29 Partitionen wurde die Gesamtverzerrung nicht kleiner, sondern größer!

Hier ist ein besonders ausgewogen erscheinendes Beispiel, über das nachz grubeln sich lohnt. Es entstammt der vorausgegangenen Wahl von 2002. In Bad Füssing (AGS 09275116) kam es damals bei neun Listen zu drei Verbindungen von je drei Listen, und zwar 1+3+5, 2+4+7 und 6+8+9. Die Listen sind wieder in der Reihenfolge ihres Wählerzuspruchs durchnummeriert. Wer zahlt hier am meisten drauf? Wer macht den besten Schnitt? Um den geneigten Leserinnen und Lesern den Spaß am Spiel zu lassen, verschieben wir die Antworten ins Kleingedruckte.¹¹

Schaubild 6: Diskordante Sitzvergaben, Bayern 2008.

AGS	Kommune	Ratsgröße	D'Hondt-Diskordanzen	Listenpartition
09173123	Eurasburg	16	(1)6206-3:(2)6172-4	2+6+7,3+4,1,5,8
09175122	Grafring	24	(3)20229-3:(4)19282-4	1,2+4,3,5
09179121	Fürstenfeldbruck	40	(4)43625-3:(5)42345-4	2+3+5+6,1,4
09179145	Puchheim	24	(4)19148-2:(5)19146-3	1,2,3+5,4
09180125	Oberammergau	20	(7)4498-1:(8)4321-2	1+3+7,4+5+6+8+9,2
09180129	Saulgrub	12	(1)5267-5:(2)5137-6	2+3,1
09186Lkr	Pfaffenhofen	60	(5)169961-3:(6)169250-4	1,2,3,6+7,4,5
09186122	Geisenfeld	20	(5)4382-0:(6)4032-1	1+4,2+6,3,5
09272118	Freyung	20	(3)6291-1:(5)5950-2 (4)5953-1:(5)5950-2	1+7,2,5+6,3,4
09273Lkr	Kelheim	60	(5)162316-3:(6)152563-4	1+4+5,2,3,6+7+8
09277111	Arnstorf	20	(2)6300-2:(3)5692-3	3+4+5+6+8,1+7+9,2
09279128	Moosthenning	16	(2)5574-2:(3)5201-3	3+5+7,1,2,4,8+9,6
09376163	Schwarzenfeld	20	(2)8023-2:(3)7678-3	1+5,3+4+6+7,2
09376169	Stulln	12	(2)4642-2:(3)3962-3	1,3+4,2
09472143	Goldkronach	16	(3)4866-2:(4)4577-3	4+5+6,1+8,2,3,7
09472167	Mistelgau	16	(1)6922-3:(2)6016-4	2+3+4+5+6+7+8,1
09472197	Waischenfeld	16	(4)2723-1:(5)2394-2	1,5+6,3+8,2,4,7,9
09474121	Ebermannstadt	20	(4)9525-2:(5)8022-3	1+7,3+5+6,2,4
09474123	Eggolsheim	20	(2)8468-2:(3)8289-3	1+6,3+4,5+7+9+10,2,8
09474129	Gößweinstein	16	(2)7611-3:(3)7529-4	1+5,3+4,2
09572111	Adelsdorf	20	(2)21082-5:(3)20852-6	1+4,3+5,2
09673172	Sulzdorf	12	(4)2263-1:(5)1984-2	2+3+5,1,4,6+7,8
09673173	Sulzfeld	12	(4)3322-1:(5)3314-2	1,3+5,2,4
09678170	Röthlein	16	(3)5885-2:(4)5704-3	1+6,4+5,2,3,7
09678193	Werneck	24	(3)13129-2:(4)11690-3	4+7+8+10+11,2+6+9, 3+12+13,1,5
09771130	Friedberg	30	(1)150615-12:(2)145292-13	2+3+5,1,4,6
09772147	Gersthofen	30	(2)42811-5:(3)41234-6	1,3+4+5+6,2
09772177	Meitingen	24	(2)18634-3:(3)17483-4	1+6,3+4+5+7,2
09772178	Mickhausen	12	(1)2416-4:(2)2288-5	2+3,1
09773117	Bissingen	16	(4)3577-1:(5)3346-2	1+3+5+7+10,2+6+8+9,4
09774135	Günzburg	24	(1)47078-7:(2)44800-8	1+4+5,2+3+6
09774171	Offingen	16	(1)10916-5:(2)10540-6	2+5,1,3,4
09777129	Füssen	24	(2)24004-4:(3)22502-5	3+4+6+7+9+10,1+5,2+8
09779147	Fremdingen	14	(3)6748-2:(4)6597-3	2+4+5,1,3
09780117	Buchenberg	16	(3)3041-1:(4)2642-2	1,2,4+5,3

Bei den bayerischen Kommunalwahlen 2008 kam es in 35 Kommunen zu 36 gegenläufigen Sitzvergaben: Weniger Stimmen erzielten mehr Sitze. Ursache sind die Listenverbindungen, deren verwirrende Auswirkungen durch die Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) verstärkt werden. In Eurasburg (AGS 09173123) erreichte die stärkste Liste mit 6206 Stimmen 3 Sitze, die zweitstärkste Liste mit weniger Stimmen (6172) aber mehr (4); letztere profitierte, weil sie mit der Verbindung 2+6+7 in der Oberzuteilung an die Spitze gelangte. In insgesamt sieben Kommunen kam die stimmenstärkste Liste sitzmäßig nur auf Platz 2. Beim Vergleich der Stimmzahlen ist zu beachten, dass jeder Wähler so viele Stimmen hat, wie es Ratssitze zu besetzen gibt.

Gegenläufigkeiten

Man sollte meinen mögen, dass der Spaß spätestens aufhört, wenn der Wählerwille vollends auf den Kopf gestellt wird und weniger Stimmen zu mehr Sitzen führen. Wir nennen eine Situation, in der von zwei Listen die mit weniger Stimmen mehr Sitze bekommt, eine *gegenläufige Sitzvergabe* oder eine *Diskordanz*.

Schaubild 5 rechnet vor, wie es in Friedberg zum Diskordanzsieg der zweitstärksten Liste kommt, obwohl sie mehr als fünftausend Stimmen hinter der stärksten Liste

zurück liegt. Trotzdem zieht sie im Endergebnis mit 13 Sitzen am Stimmenkönig vorbei, der mit nur 12 Sitzen das Nachsehen hat. Durch die formelmäßige Sicht der Dinge hatte sich das Malheur in Schaubild 2 ja schon angekündigt.

Friedberg ist kein Sonderfall. Schaubild 6 zeigt alle sechsunddreißig Diskordanzen, die 2008 in Bayern auftraten. Siebenmal schaffte die zweitstärkste Liste den Sprung an die Spitze, die stimmenstärkste Liste hatte das Nachsehen. Die aufgeführten Listenpartitionen geben einen Eindruck von der Vielfalt, wie sich Listen verbinden können.

Weil Listenverbindungen mehrfache Zuteilungsrechnungen nach sich ziehen und die darin vorkommenden Rundungsschritte nicht aufeinander abgestimmt sind, sind bei *jedem* Stimmenverrechnungsverfahren Diskordanzen möglich. Auch die Divisormethode mit Standardrundung (Sainte-Laguë/Schepers) und die Quotenmethode mit Ausgleich nach größten Resten (Hare/Niemeyer) sind bei Vorliegen von Listenverbindungen nicht gegen Diskordanzen gefeit.

Allerdings treten bei der Divisormethode mit Abrundung (D'Hondt/Hagenbach-Bischoff) wegen ihrer notorischen Verzerrtheit Diskordanzen etwa doppelt so häufig auf wie bei den unverzerrten Verfahren. Außerdem wird von zwei konkurrierenden Verbindungen in der Regel die größere begünstigt, während bei den unverzerrten Methoden die Schwankungen eine Tendenz zur Symmetrie zeigen.

Wahlgrundsätze

Dürfen Kommunalwahlen den Charakter von Glücksspielen annehmen? Artikel 28 des Grundgesetzes gibt den Standard vor: Wahlen müssen allgemein und unmittelbar sein, sowie frei, gleich und geheim. Dabei bezieht sich der Grundsatz der Wahlgleichheit zum einen als *Chancengleichheit der Parteien* auf die Listen und Bewerber, zum andern als *Erfolgswertgleichheit der Stimmen* auf die Wählerinnen und Wähler.

Der Glücksspielcharakter von Listenverbindungen beeinträchtigt sicher *nicht* die Chancengleichheit der Parteien. Alle Parteistrategen haben in gleichem Maße die Chance, mit zu spielen. Wenn Spieler ihren Einsatz verschlafen, so wie in Friedberg die Listen 1 und 6, wird deshalb das Wahlgesetz nicht verfassungswidrig.

Sehr viel problematischer erscheint uns, ob Listenverbindungen auch aus Wählersicht rechtens sind. Schon dass die Wahl unmittelbar ist, erscheint fraglich. Denn es wird ja nicht nur einmal gerechnet, sondern mehrmals.

Auch ist ungewiss, ob die Stimmen der Wählerinnen und Wähler frei genannt werden können. Es sind doch fremde Dritte, die entscheiden, ob gegebenenfalls die Stimmen erst in einer Verbindung mit anderen Listen verrechnet werden.

Und wie ist es um die Wahlgleichheit bestellt? Wenn allen Stimmen der gleiche Erfolgswert zukommt, wie können dann weniger Stimmen zu mehr Sitzen führen? Hier wäre eine rechtsdogmatische Apologetik von sophistischer Tiefgründigkeit nötig, die wir als Statistiker mit unseren bescheidenen Talenten nicht liefern können.¹²

-
- * *Friedrich Pukelsheim* ist Ordinarius, Lehrstuhl für Stochastik und ihre Anwendungen, am Institut für Mathematik der Universität Augsburg. Eines seiner Forschungsgebiete umfasst die Untersuchung der wahlmathematischen Umsetzungen von verfassungsrechtlichen und wahlgesetzlichen Vorgaben. Diplom-Mathematiker *Peter Leutgäb* ist Mitarbeiter am Lehrstuhl. Die im Folgenden zitierten Arbeiten, die von den Autoren mitverfasst sind, sind unter der Internetadresse www.uni-augsburg.de/pukelsheim/publikationen.html abrufbar.
- 1 Wir benutzen den Begriff *Kommunen* als Sammelbegriff für kreisfreie Städte, Landkreise und kreisangehörige Gemeinden. Siehe auch F. Pukelsheim / S. Maier / P. Leutgäb: Zur Vollmandat-Sperrklausel im Kommunalwahlgesetz. *Nordrhein-Westfälische Verwaltungsblätter* **3/2009**, 85-90.
 - 2 F. Pukelsheim: Die Väter der Mandatzuteilungsverfahren. *Spektrum der Wissenschaft* **9/2002**, 83.
 - 3 F. Pukelsheim: Erfolgswertgleichheit der Wählerstimmen? Der schwierige Umgang mit einem hehren Ideal. *Stadtforchung und Statistik* **1/2003**, 56-61.
 - 4 F. Pukelsheim / C. Schuhmacher: Das neue Zürcher Zuteilungsverfahren für Parlamentswahlen. *Aktuelle Juristische Praxis – Pratique Juridique Actuelle* **5/2004**, 505-522.
 - 5 Zu den teilweise irrigen quantitativen Vorstellungen des Bayerischen Verfassungsgerichtshofs siehe Abschnitt 8 in F. Pukelsheim: Mandatzuteilungen bei Verhältniswahlen: Idealansprüche der Parteien. *Zeitschrift für Politik* **3/2000**, 239-273. Das Ausmaß der Sitzverzerrungen bei den bayerischen Kommunalwahlen 2002 wird beschrieben in F. Pukelsheim: Wahlen in Bayern: Wahlgleichheit – Muster ohne Wert? *Spektrum der Wissenschaft* **10/2002**, 75-76. Ohne Listenverbindungen findet man die Formeln für die Sitzverzerrungen bei D'Hondt in K. Schuster / F. Pukelsheim / M. Drton, / N.R. Draper: Seat biases of apportionment methods for proportional representation. *Electoral Studies* **22** (2003), 651-676. Mit Listenverbindungen sind die Verzerrungsformeln neu und entstammen der Diplomarbeit *Listenverbindungen* von P. Leutgäb (Augsburg, 2008).
 - 6 AGS = Amtlicher Gemeindeschlüssel [www.destatis.de/gv/].
 - 7 BayVerwGH 57 (2004) 56-63 [58]. Ähnlich das Bundesverwaltungsgericht im Tönisvorst-Urteil: *Eine Zählgemeinschaft seitens der Mehrheit darf die Zusammensetzung der Ausschüsse nicht zu Lasten einer Minderheit ändern*, siehe BVerwGE 119 (2004) 305-311 [309].
 - 8 Nicht mitgezählt sind dabei die akademischen Randfälle, wo "jeder für sich" steht $(1, 2, \dots, \ell - 1, \ell)$ und keine Unterteilung nötig wird, oder "alle zusammen" gehen $(1 + 2 + \dots + \ell - 1 + \ell)$ und es keine Oberzuteilung gibt.
 - 9 Die Formeln aus Schaubild 2 liefern $D^H(j|L_1, \dots, L_k) - D^H(j) = -(\ell - k) s(j) / 2 < 0$, wobei die Liste j unverbunden bleibt, während eine andere Verbindung zwei oder mehr Partner hat ($k < \ell$).
 - 10 Die Formeln liefern $D^H(j|V; \{i\}, i \notin V) - D^H(j) = (1 - s(V))(p - 1) s(j) / (2 s(V)) > 0$, wobei die Liste j eine von p Partnerlisten der (einzigen) Listenverbindung V ist, während die übrigen $\ell - p$ Listen alleine stehen.
 - 11 Liste 1 ist der größte Einzahler, ihr Bonus schrumpft um einen Drittelsitz $(0.548 - 0.914 = -0.366)$. Liste 6 gewinnt am meisten, sie springt um fast einen halben Sitz nach vorne $(0.202 - (-0.227) = 0.429)$. In der Wahl überholte dann Liste 6 mit zwei Sitzen die Liste 5, die nur einen Sitz bekam.
 - 12 Auch das Bundesverfassungsgericht sieht Listenverbindungen sehr kritisch: *Jede Listenverbindung [führt] zu einem Verstoß gegen die Chancengleichheit, weil sie den Erfolg von Wählerstimmen ungleich gewichtet, ohne dass dafür ein zwingender, sachlicher Grund angeführt werden kann*, siehe BVerfGE 82 (1991) 322-352 [345]. Das Urteil erging allerdings hinsichtlich der Überwindung einer Fünfprozent-Sperrklausel bei den ersten gesamtdeutschen Wahlen, nicht in Hinsicht auf die Rolle von Listenverbindungen im Kommunalwahlrecht.