JAHRBUCH

DER

UNIVERSITÄT AUGSBURG

1985

Universität Augsburg
1986

LIQUIDITÄTSPLANUNG EINER BANK AUS MATHEMATISCHER SICHT

KARL HEINZ BORGWARDT

In vielen Berufsbeschreibungen des Mathematikers findet man folgende oder sehr ähnliche Aussagen: Die Tätigkeit eines Mathematikers in der Praxis umfaßt mehrere Stufen, und zwar

Problemerkennung,
Mathematische Formulierung des Problems,
Anwendung der mathematischen Theorie,
Numerische Lösung,
Übersetzung in die Anwendersprache,
Umsetzung und Verwirklichung.

Während des Studiums der Mathematik werden die Studenten fast ausschließlich mit der dritten und vierten Stufe konfrontiert. Nur dies erscheint dann als „eigentliche Mathematik". Die Wichtigkeit der restlichen Stufen, die sich auch mit dem jeweiligen Anwendungsgebiet befassen, wird oft erst beim Eintritt in die Berufspraxis erkannt. Der vielbeschriebene „Praxisschock" steht in engem Zusammenhang mit dieser für viele unerwarteten Erkenntnis. Ich will hier über ein Beispiel berichten, bei dem gerade die nicht rein mathematischen Stufen am kompliziertesten sind.

Problemerkennung

Bitte versetzen Sie sich in folgendes Szenario: Die Geldhandelsabteilung einer Großbank erhält einen Anruf von der Zentralen Kreditabteilung: „Kunde XY will einen Großkredit über 100 Mio DM mittelfristig aufnehmen. Können wir das ermöglichen?" In der Geldhandelsabteilung setzt nun fieberhafte Aktivität ein. Man ruft bei mehreren Banken an und erkundigt sich nach den Sätzen für einen eventuellen Kredit über 266 Mio DM. Außerdem werden Nachbarbanken gleichzeitig wegen einer Geldanlage (ebenfalls mittelfristig) von 166 Mio DM angesprochen. Unter den erhaltenen Angeboten werden die besten ausgesucht, die Geschäfte werden abgeschlossen und die Kreditabteilung erhält die Auskunft „Kredit geht in Ordnung". Anschließend wird ein Mitarbeiter beauftragt, so bald wie möglich einen Kredit über 444 Mio, der einem ausländischen Kreditinstitut gewährt ist, aufzulösen und das dadurch verfügbare Geld bestmöglich auf ein inländisches Kreditinstitut zu verlagern.

Dem unvoreingenommenen Beobachter stellen sich hier etliche Fragen: Was spielt sich hier ab? Warum das Ganze? Warum so und nicht anders? Geht es besser? Der Grund für das beobachtete Verhalten liegt in dem Zwang, gesetzliche Liquiditätsauflagen zu erfüllen (Kreditwesengesetz).

Die wichtigsten „Spielregeln"

Grundsatz I
Kredite und Beteiligungen sollen das 18fache des Eigenkapitals nicht überschreiten.

Grundsatz II
Langfristige Anlagen sollen durch langfristige Finanzierungsmittel gedeckt sein.

Grundsatz III
Mittel- und langfristige Anlagen müssen durch mittel- und langfristige Finanzierungen gedeckt sein. Äquivalent: Kurzfristige Anlagen müssen kurzfristige Finanzierungsmittel überwiegen.

Mindestreserveregelung
Barbestand und Guthaben bei der Bundesbank müssen zusammen größer sein als 10,15 % Sicht + 7,15 % befr. Verbindlichkeit ggü. Kunden + 4,5 % Spareinlagen (hier aktuelle Quoten).

§ 12 KWG
Dauernde Anlagen eines Kreditinstituts in Grundstücken, Gebäuden, Schiffen und Beteiligungen dürfen zusammen das haftende Eigenkapital nicht übersteigen.

Gesetzliche Auflagen

Grundsatz I
Kredite und Beteiligungen (nach einer Berichtigung) sollen das 18fache des Eigenkapitals nicht übersteigen.

Einbeziehungsquoten bei Grundsatz I

Wechselkredite an Nichtbanken	100 %
Forderungen an Kunden	100 %
Langfristige Realkredite	50 %
Kommunalverbürgte Kundenforderungen	50 %
Avalforderungen an Kunden	50 %
Kredite an ausl. Kreditinstitute	50 %
Geldanlagen bis 3 Mio bei ausl. Kreditinstituten	50 %
Avale an ausl. Kreditinstitute	50 %
Kredite an inländische Kreditinstitute	20 %
Geldanlagen bis 3 Mio bei Kreditinst. (inl.)	20 %
Avale an inländische Kreditinstitute	20 %
Kredite an inl. öffentliche Hand und inländische juristische Personen des öffentlichen Rechts	--
Beteiligungen	100 %

Mindestreserveregelung
Barbestand + Guthaben bei der Bundesbank muß zusammen größer sein als (aktuelle Quoten)

10,15 % der Sichtverbindlichkeiten
\+ 7,15 % der befristeten Verbindlichkeiten ggü. Kunden
\+ 4,50 % der Spareinlagen

Grundsatz II
Langfristige Anlagen sollen durch langfristige Finanzierungsmittel gedeckt sein.

Grundsatz III
Kurzfristige Anlagen sollen kurzfristige Mittel überwiegen

Bilanzpositionen Aktivseite	Einbeziehungsquote bei **Grundsatz II**	**Grundsatz III**
Lfr. Forderungen an Kunden und Kreditinstitute	– 100 %	– 100 %
nicht börsengängige Wertpapiere	– 100 %	– 100 %
Beteiligungen	– 100 %	– 100 %
Anteile an einer herrschenden Gesellschaft	– 100 %	– 100 %
Grundstücke und Gebäude	– 100 %	– 100 %
Betriebs- und Geschäftsausstattung	– 100 %	– 100 %
mittelfristige Forderungen an Kreditinstitute	-	– 20 %
kurz- und mittelfristige Forderungen an Kunden	-	– 100 %
Solawechsel im Bestand		– 100 %
börsengängige Wertpapiere und Investmentanteile		– 100 %
„Sonstige Aktiva"		– 100 %

Bilanzpositionen Passivseite	Einbeziehungsquote bei **Grundsatz II**	**Grundsatz III**
Eigenkapital	+ 100 %	+ 100 %
Verbindlichkeiten 4 Jahre und mehr aus dem Bankgeschäft ggü. Kreditinstituten	+ 100 %	+ 100 %
Einlagen von Kunden unter 4 Jahren (ohne Spareinlagen)	+ 10 %	+ 70 %
Spareinlagen	+ 60 %	+ 80 %
Schuldverschreibungen über 4 Jahre	+ 100 %	+ 100 %
Schuldverschreibungen bis 4 Jahre	+ 60 %	+ 80 %
Pensionsrückstellungen	+ 60 %	+ 60 %
Verbindlichkeiten unter 3 Monaten ggü. Kreditinstituten	-	+ 10 %
Verbindlichkeiten von 3 Monaten bis unter 4 Jahre ggü. Kreditinstituten	-	+ 50 %
Verbindlichkeiten ggü. Kreditinstituten aus von der Kundschaft bei Dritten benutzten Krediten	-	+ 80 %
Eigene Akzepte und Solawechsel im Umlauf	-	+ 80 %

Interdependenz der Grundsätze

Wie schwierig es ist, die Aktivitäten eines Kreditinstituts in Bezug auf die Einhaltung dieser Regelungen zu koordinieren, soll beispielhaft erörtert werden.

Wir betrachten den problematischen Fall, daß die Grundsätze vor Eingang des Kreditwunsches bereits voll ausgeschöpft sind.

Im obigen Beispiel wurden 266 Mio DM aufgenommen, diese gehen positiv mit 50 %iger Anrechnung in Grundsatz III ein. Die Wirkung ist 133 Mio DM. Von diesen 266 Mio DM werden 100 Mio zur Refinanzierung des Kundenkredites gebraucht. Die verbleibenden 166 Mio werden bei einem inländischen Kreditinstitut angelegt und schlagen somit mit 20 % ($\triangleq$ 33 Mio) negativ zu Buche.

Die Forderung an den Kunden selbst wird voll angerechnet (100 Mio). Also ist in GR III ein Ausgleich erreicht.

Jedoch sind nun zusätzliche Kredite in Höhe von 266 Mio vergeben worden. Auf Grundsatz I wirken sich diese mit $100 + 0{,}2 \cdot 166 = 133$ Mio aus.

Deshalb müssen Belastungen für Grundsatz I abgebaut werden, also reduziert man das Kreditvolumen an ausländische Banken um 444 Mio und verlagert dieses Volumen auf inländische.

Auswirkungen der Maßnahmen auf die verschiedenen Bilanzen

	Aktiva			Passiva			
	GR I	GR III	Nominal		Nominal	GR III	GR I
Kundenkredit	100	100	100	Geldaufnahme bei der Bank	266	133	0
Wiederanlage bei der Bank	33	33	166				
Kredit an Inlandsbank	+89	89	444				
Kredit an Auslandsbank	–222	– 89	–444				
	0	133	266		266	133	0

Natürlich hätte es noch viele andere Möglichkeiten gegeben. Man hätte eine Kapitalerhöhung vornehmen können, um Spielraum in Grundsatz I zu schaffen. Dazu sind 5,5 Mio DM notwendig. Dies entspricht $\frac{100 \text{ Mio}}{18}$.

Zur effektiven Refinanzierung benötigt man aber weitere 94,5 Mio DM.

Dieser Bedarf könnte beispielsweise durch Termineinlagen (3 Monate bis 4 Jahre) gedeckt werden. Termineinlagen werden allerdings nur mit 70 % im Grundsatz III angerechnet. Deshalb müssen 135 Mio DM Termineinlagen aufgenommen werden. Von diesem Betrag werden - wie geplant - 94,5 Mio dem Kundenkredit, weitere 10,5 dem Barbestand (wegen der Mindestreserveverpflichtung 7,15 % von 135 Mio) zugeführt. 30 Mio verbleiben zur weiteren Anlage, die allerdings keine Belastung für Grundsatz III und Grundsatz I bringen darf (z. B. Anlage in Schatzwechseln).

Auswirkungen der Maßnahmen auf die verschiedenen Bilanzen

	Aktiva				Passiva				
	MR	GR I	GR III	Nominal		Nominal	GR III	GR I	MR
Kundenkredit	-	100	100	100	Kapitalerhöhung	5,5	5,5	100	-
Bar	10,5			10,5	Termineinlage	135	94,5	-	10,5
Schatzwechsel	–	–	–	30					
	10,5	100	100	140,5		140,5	100	100	10,5

Selbstverständlich läßt sich ein Bilanzausgleich noch auf viele verschiedene Arten realisieren. Jede dieser Maßnahmen hat natürlich Auswirkungen auf den Zinsüberschuß und es wäre wünschenswert, die kostengünstigste Lösung zu verwirklichen. Niemand kann aber die vielfältigen Alternativen und ihre Auswirkungen vollständig überblicken. Es ist deshalb verständlich, wenn die Disponenten (ohne Berücksichtigung der genauen

Zinsstruktur) ihr Standardverfahren einsetzen. Daß dabei unter Umständen jedoch günstigere Alternativen ausgelassen werden, ist klar. Einem Optimierungsexperten schlägt aber das Herz schneller, wenn er diese Problematik beobachtet. Schließlich liegt hier ja ein System vor, dessen Nebenbedingungen durchwegs linear sind und das für lineare Optimierung geradezu prädestiniert zu sein scheint.

Mathematische Formulierung des Problems

Wie kommt man zu einem Optimierungsmodell, das die angegebenen Spielregeln reflektiert?

Als veränderliche, beeinflußbare Größen (Variablen) eines zu formulierenden Optimierungsproblems kann man die Höhe der einzelnen Bilanzpositionen $x_1 \ldots x_n$ verwenden. Die oben erwähnten Spielregeln werden durch lineare Nebenbedingungen in diesen Variablen dargestellt, z. B. die Mindestreserveregelung in der Form

$$x_{\text{Bar}} \geqq 0{,}105\ x_{\text{Sichteinl.}} + 0{,}0715\ x_{\text{Termin}} + 0{,}045\ x_{\text{spar}}$$

Auf diese Weise erhält man ein System von Nebenbedingungen in n Variablen. Es wird angenommen, daß sich diese Variablen (innerhalb gewisser Grenzen) nach oben oder unten verändern lassen. Diese Grenzen müssen ebenfalls Aufnahme in das System finden, z. B.

$$0{,}05\ x_{\text{Geschäftsvol.}} \leqq x_{\text{Sichteinl.}} \leqq 0{,}07\ x_{\text{Geschäftsvolumen}}.$$

Durch entsprechende mathematische Formulierung kann man so auch Bilanzpositionen einen festen Wert zuteilen.

Weitere Nebenbedingungen ergeben sich durch geschäftspolitische Absichten, wie etwa

$$x_{\text{Schuldverschreibungen}} + x_{\text{Wertpapierbestand}} + x_{\text{Schatzwechsel}} \leqq 0{,}15\ x_{\text{Geschäftsvolumen}},$$

was besagt, daß höchstens 15 % der verfügbaren Aktiva in Schatzwechsel, Schuldverschreibungen und Wertpapiere fließen dürfen. Zu einem Optimierungsmodell gehört außer den Nebenbedingungen - und das ist eigentlich die Hauptsache - eine Zielfunktion, die - wie der Name schon sagt - optimiert werden soll. Als Zielfunktion wählt man in unserem Fall am besten den Zinsüberschuß aus dem Wertgeschäft.

Dazu müssen die Variablen jeweils mit den aktuellen Preisen p_i (= Zinssätzen) bewertet werden.

Die Zielfunktion hat dann das Aussehen

$$Zf\,(x_1, \ldots, x_n) = p_1x_1 + \ldots + p_nx_n.$$

Dabei treten auf der Aktivseite positive Werte, auf der Passivseite negative Werte bei den p_i auf.

Die Annahme der Linearität in unserem Modell impliziert nun aber die Konstanz der p_i bei evtl. Veränderung der x_i. Dies ist - wenn überhaupt - nur in gewissen Grenzen realistisch.

Zur Bewältigung dieser Schwierigkeit gibt es zwei Methoden.

1) Man formuliert die Zielfunktion in der Art

$$Zf\,(x_1, \ldots, x_n) = p_1\,(x_1) \cdot x_1 + \ldots + p_n\,(x_n)x_n.$$

Dabei beschreibt $p_i(x_i)$ den Durchschnittspreis bei einer Nachfragemenge von x_i. Nachteilig an dieser Formulierung ist allerdings, daß hier die Zielfunktion ihre Linearität evtl. verliert und daß die Abhängigkeit zwischen Preis und Volumen kaum oder nur sehr schwer zu ermitteln ist. Man kann hier eben nicht wie in den Naturwissenschaften Experimente mit Variation einer Variablen, aber Fixierung aller übrigen (ceteris paribus) durchführen.

2) Eine Möglichkeit zur Erhaltung der Linearität besteht darin, eine Variable x_i zu splitten in der Form

$$x_i = x_i' + x_i'' + x_i''' + \dots$$
$$\text{mit } p_i' > p_i'' > p_i''' > \dots$$

sowie die Nebenbedingungen

$$0 \leqq x_i' \leqq b'$$
$$0 \leqq x_i'' \leqq b''$$

usw. einzuführen.

Hier formuliert man also die sogenannten Beeinflußbarkeitsgrenzen. Innerhalb dieser Grenzen kann das Volumen ohne Preisveränderung modifiziert werden. Um das Volumen darüber hinaus wachsen zu lassen, müssen Preiszugeständnisse gemacht werden. Die Erhaltung der Linearität des Systems wirkt sich sehr vorteilhaft auf die mathematische Lösbarkeit aus, zumal das System sehr schnell große Dimensionen annehmen kann. Die isolierte Optimierung für eine Periode (ein Jahr) führt meist zu vollkommen unrealistischen Resultaten. Sinnvoll werden die Ergebnisse erst, wenn man einen Istzustand verankert und von diesem ausgehend begrenzte Veränderungen zuläßt. Diese maximalen Veränderungsraten von Periode zu Periode müssen ebenfalls in das System aufgenommen werden, genauso wie definitorische Restriktionen (z. B. Aktiva = Passiva). Wir erhalten also fünf Arten von Nebenbedingungen, beruhend auf

- gesetzlichen Auflagen
- Beeinflußbarkeitsgrenzen ohne Preisänderung
- geschäftspolitischen Absichten
- Veränderungsgrenzen zwischen Perioden
- definitorischen Regeln.

Um ein solches Modell mit Leben zu füllen, muß eine Fülle von Daten beschafft werden:

1. die Ist-Bestände
2. die aktuellen Zinssätze
3. die Preiselastizitäten

   usw.

Es ist eine Illusion, zu erwarten, man werde die Ist-Bestände einfach irgendwo finden. Sie sind meist in völlig anderen Abgrenzungen vorhanden. Insbesondere unterscheiden sich die Abgrenzungen bei Auflistungen der Bestände und bei Auflistungen der Zinssätze erheblich. Man muß hier einfach davon ausgehen, daß die bestehenden Auflistungen bestimmten Zwecken (z. B. Informationsauflagen der Bundesbank) dienen und daß alles, was in der gewünschten Form noch nicht gebraucht wurde, auch nicht da ist.

Folglich steht der Mathematiker hier unter dem Zwang, sich notfalls eine Art eigener Buchhaltung anzulegen, was eine gehörige, unerwartete Zeitbelastung sein kann. Außerdem gehört zur Datenbeschaffung auch noch die genaue Festsetzung von Nebenbedingungen und der darin auftretenden Grenzen. Dies kann nur in Zusammenarbeit mit Fachleuten und Praktikern realitätsnah erfolgen.

Für die frühzeitige Einschaltung dieser Experten, aber auch der Entscheidungsträger spricht auch ein taktisches Argument. Sie sollten bzgl. der Ausgestaltung und Zielsetzung des Modells mit in die Verantwortung genommen werden, damit sie sich nicht bei Vorlage der Resultate aufgrund der Modellannahmen distanzieren können.

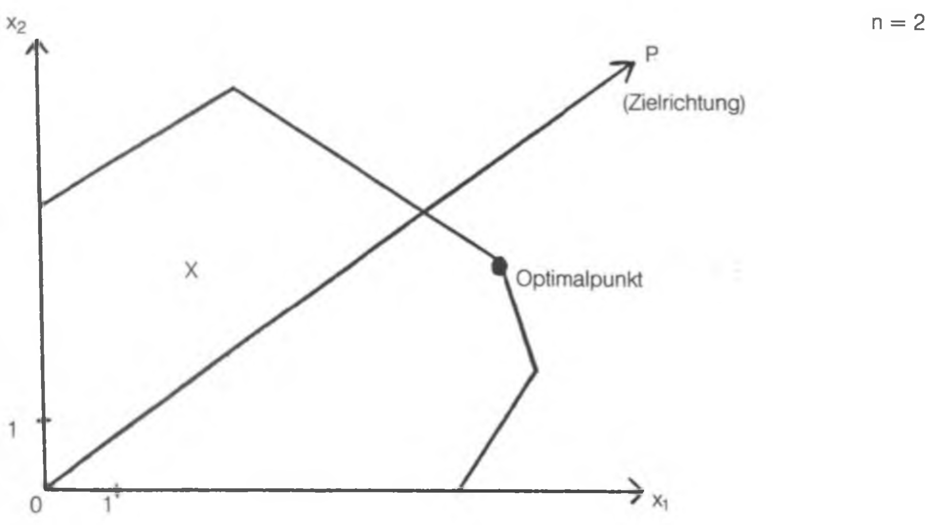
Anwendung der mathematischen Theorie

Dieser Punkt erweist sich für den mit linearer Optimierung vertrauten Mathematiker als relativ harmlos.

Da man für eine Formulierung als lineares Optimierungsproblem gesorgt hatte, läßt sich das Simplexverfahren problemlos anwenden. Es liefert die - unter Einhaltung der Nebenbedingungen bestmögliche Lösung (in unserem Fall Besetzung der Bilanzpositionen) zu dem Problem

$$
\begin{array}{lll}
\text{Maximiere} & p_1 x_1 + \ldots p_n x_n \text{ (Zielfunktion)} & \\
\text{unter} & \left.\begin{array}{l} a_{11} x_1 + \ldots a_{1n} x_n \leqq b_1 \\ a_{m1} x_1 + \ldots a_{mn} x_n \leqq b_m \end{array}\right\} & m \text{ Restriktionen } \; j = 1 \ldots., m \\
x \geqq o & &
\end{array}
$$

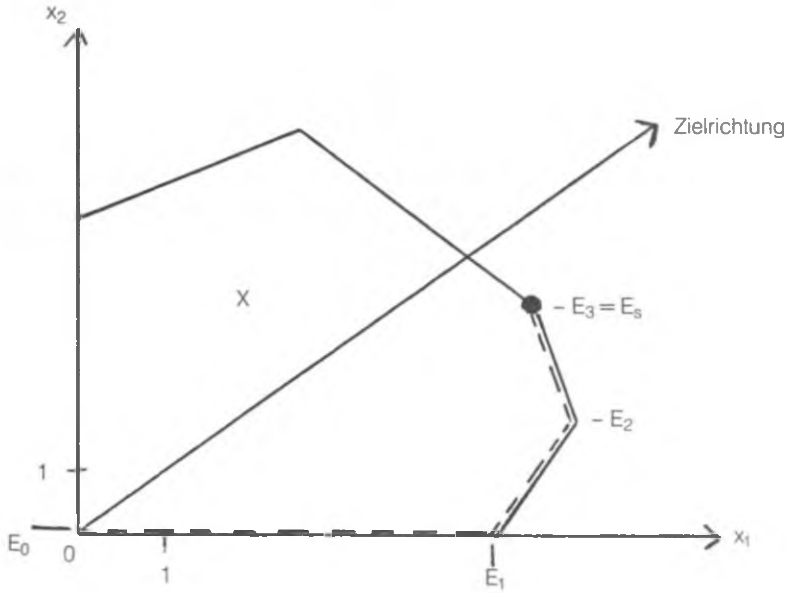
Geometrisch definieren diese Ungleichungen einen Zulässigkeitsbereich X, dessen Punkte $x = (x_1, \ldots, x_n)$ alle Ungleichungen erfüllen. X ist ein Polyeder im n-dimensionalen Raum. Falls X eine Ecke besitzt, dann weiß man, daß unter den optimalen Punkten eine Ecke vorkommt.



Man startet deshalb bei einer einmal gefundenen Ecke E_o und führt von dieser Ecke ausgehend sogenannte Eckenaustauschschritte durch. In jeder Ecke sind mindestens n Restriktionen voll ausgeschöpft bzw. als „Gleichungen" erfüllt. Man gelangt zu einer „benachbarten Ecke", indem man bei einer dieser Restriktionen auf die völlige Ausschöpfung verzichtet. Die Lösungsmenge des verbleibenden Systems von $n - 1$ Gleichungen ist dann eine Gerade durch E_o.

Diese Gerade verläßt E_0 in einer Richtung im Zulässigkeitsbereich. An einer Stelle auf dieser Geraden ist aber wiederum eine andere Ungleichung voll ausgeschöpft, man darf nicht weiter fortfahren. Dieser Punkt E_1 ist ebenfalls eine Ecke, die Strecke $[E_0, E_1]$ wird zu einer Kante von X.

Ist nun auf dem Weg von E_0 nach E_1 der Zielfunktionswert gewachsen, so haben wir mit x_1 einen besseren Punkt (Vorschlag) als vorher gefunden. Falls es von E_1 eine Kante gibt, die die Zielfunktion verbessert, so fahren wir entsprechend fort. Das Verfahren bricht ab, wenn eine verbessernde Kante nicht begrenzt ist, dann gibt es keinen Optimalpunkt, oder wenn zu einer erreichten Ecke E_s keine verbessernde Kante mehr existiert. Im letzteren Fall ist E_s der optimale Punkt.



Numerische Lösung

Rechnerisch vollzieht man diese Eckenaustausch- oder Pivotschritte mit Hilfe eines sogenannten Simplex-Tableaus, in das zunächst alle Eingabedaten eingetragen werden. Dieses Tableau wird dann mit Hilfe von Additionen und Multiplikationen umgeformt und beschreibt die Situation an der jeweils erreichten Ecke.

Bei einer gegebenen Ecke E_p liege das Tableau in folgender Form vor

d_{11}	d_{1j}	d_{1n}	f_1
d_{i1}	d_{ij}	d_{in}	f_i
d_{m1}	d_{mj}	d_{mn}	f_m
e_1	e_j	e_n	Q

Dem Wechsel zur Nachfolgeecke E_{p+1} entspricht der Übergang zu einem neuen Tableau. Eine wichtige Rolle spielt dabei das sogenannte Pivotelement d_{ij}. Seine Lage ist bestimmt durch die Restriktion, die nicht mehr voll ausgeschöpft werden soll (bestimmt Spalte) und durch die Restriktion, die neuerdings in Gleichungsform erfüllt sein soll (bestimmt Zeile).

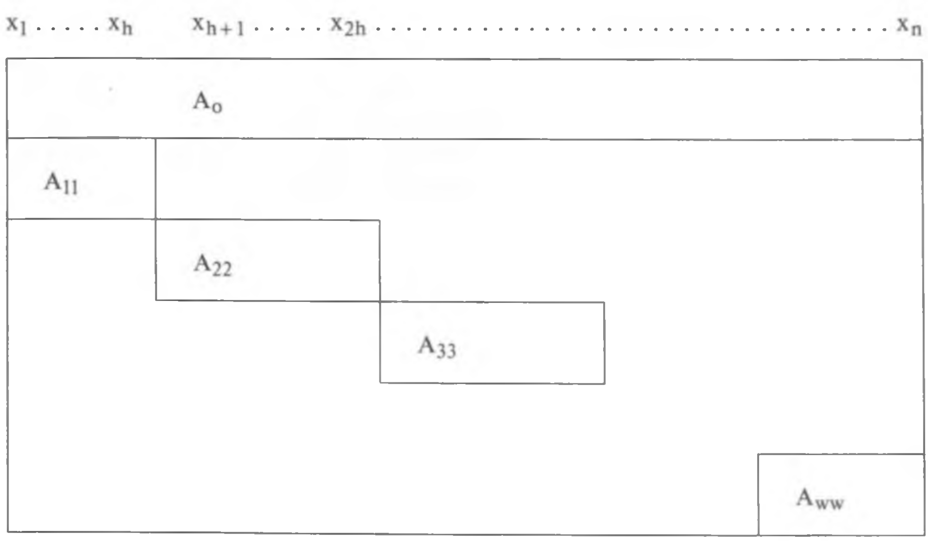
Aus dem obigen Tableau wird das neue folgendermaßen berechnet:

$d_{11} - \frac{d_{1j}d_{i1}}{d_{ij}}$	$\frac{d_{1j}}{d_{ij}}$	$d_{1n} - \frac{d_{1j}d_{in}}{d_{ij}}$	$f_1 - \frac{d_{1j}f_i}{d_{ij}}$
$-\frac{d_{i1}}{d_{ij}}$	$\frac{1}{d_{ij}}$	$-\frac{d_{in}}{d_{ij}}$	$-\frac{f_i}{d_{ij}}$
$d_{m1} - \frac{d_{mj}d_{i1}}{d_{ij}}$	$\frac{d_{mj}}{d_{ij}}$	$d_{mn} - \frac{d_{mj}d_{in}}{d_{ij}}$	$f_m - \frac{d_{mj}f_i}{d_{ij}}$
$e_1 - \frac{e_j}{d_{ij}} d_{i1}$	$\frac{e_j}{d_{ij}}$	$e_n - \frac{e_j}{d_{ij}} d_{in}$	$Q - \frac{e_jf_i}{d_{ij}}$

Der Speicher- und Rechenaufwand für diese Pivotschritte ist sehr hoch. Es kann bei großen Problemen leicht zu Kapazitätsüberschreitungen kommen. Deshalb muß man bemüht sein, Einsparungen beim Speicherbedarf zu erreichen oder zumindest einen wesentlichen Teil des Speicherplatzes vom Kernspeicher (dem internen Datenspeicher des Computers) auf externe Speicher (wie z. B. Platten) zu verlagern. Der Kernspeicher hat nur beschränkte Kapazität, während die externen Speicher praktisch beliebig groß angelegt werden können. Ein Nachteil externer Speicher liegt allerdings in der wesentlich längeren Zugriffszeit auf benötigte Daten.

Um also Einsparungen zu erreichen, benutzt man die Tatsache, daß relevant für die Veränderung des Tableaus eigentlich nur die eingerahmte Zeile und die eingerahmte Spalte sind.

Speichert man in jedem Pivotschritt dieses „Datenkreuz“ im Kernspeicher (wesentlich weniger Platz nötig) und speichert ein für allemal die Ausgangsdaten auf einem *externen* Speicher, dann können jederzeit die benötigten Teile aus diesen Daten rekonstruiert werden. Die Anzahl der Speicherplätze im Kernspeicher sowie die Anzahl der erforderlichen Rechenschritte wird hierdurch stark verringert. Das beschriebene Verfahren hat den Namen (symmetrische) revidierte Simplexmethode. Insbesondere bei Mehrperiodenmodellen werden die Dimensionen der Probleme überaus groß. Hier kann man allerdings eine weitere Überlegung zur Einsparung ausnutzen. Ordnet man die Variablen nach Perioden an, so beziehen sich die ersten h Variablen auf die Periode 1, die nächsten auf Periode 2 usw. Das Ausgangstableau hat dann eine Form wie



A_o steht dabei für das sogenannte Hauptproblem und beinhaltet alle periodenübergreifenden Nebenbedingungen. Die A_{ii} enthalten jeweils die periodeninternen Regeln. Die Variablen, die nicht zur Periode i gehören, haben folglich keinen Einfluß und erzeugen nur Nullen. Somit enthält das Ausgangstableau einen sehr großen Anteil von Nullen. Diese vorteilhafte Eigenschaft ginge allerdings sehr bald verloren, wenn man die üblichen Verfahren anwendete. Hier empfiehlt es sich, sogenannte Dekompositionsverfahren zu verwenden. Man speichert nur Teilmatrizen $A_o, A_{11}, \ldots, A_{ww} \ldots$ und formt nur diese um. Je nach Lage des jeweiligen Pivotelements müssen nur einzelne Teile dieser gespeicherten Daten neu berechnet werden. Die vorhandenen Daten reichen dann (bei richtiger Anwendung der Regeln) dazu aus, alle benötigten aktuellen Daten zu rekonstruieren. Auch hier ist eine wesentliche Einsparung an Speicherplatz und benötigten Rechenschritten zu verzeichnen.

Übersetzung in die Anwendersprache

Die gewonnenen Ergebnisse (Vorschläge für die Gestaltung der Bilanz) müssen nun den Verantwortlichen unterbreitet werden. Da im Normalfall der Mathematiker in einem interdisziplinären Team arbeitet und auch die Vorgesetzten über keine volle mathematische Ausbildung verfügen, müssen die Ergebnisse fast völlig entmathematisiert und in die Anwendersprache zurückübersetzt werden. Man muß de facto einen mathematischen Beweis für die Auswahl dieser und nur dieser Lösung in ökonomischer Sprache nachliefern. Was den Mathematiker leicht verblüffen kann, ist die Tatsache, daß seine Methoden kaum interessieren, sondern allein seine Ergebnisse gefragt sind.

Ein wichtiger Punkt für den „Abnehmer" ist die Sensitivität des Ergebnisses gegenüber Änderungen der Zinsstruktur. Hier erweist sich die Dualitätstheorie der Linearen Optimierung (z. B. das Lemma von Farkas oder das Kuhn-Tucker-Theorem) als sehr hilfreich:

Bei einer gegebenen Lösungsecke $\bar{E}$ muß der Zielvektor im Kegel der bei $\bar{E}$ aktiven Restriktionsvektoren liegen.

Aus dieser Bedingung läßt sich recht einfach ermitteln, für welche Zinsstrukturen die angebotene Lösung tatsächlich optimal ist. Man erfährt außerdem, bei welchen Änderungen der Umweltsituation man zu einer anderen Ecke übergehen muß und wie sich der Zinsüberschuß dabei entwickeln wird.

Bei der Diskussion all dieser Lösungsvorschläge ergibt sich ein interessanter Rückkopplungsprozeß. Die Entscheidungsträger werden sich bei Vorlage der errechneten Lösung oft erst einmal bewußt, welche Ziele sie überhaupt setzen und welche Nebenbedingungen sie eigentlich unterstellen. Dabei hat das Zurückweisen angebotener Lösungen mit der laufenden Modifizierung und Detaillierung des Modells einen hohen Lerneffekt auf allen Seiten. Insbesondere wird das Zusammenwirken der verschiedenen Steuerungsgrößen besser verstanden. Letzlich ist es sogar möglich, daß die eigentliche Modellbildung und die hieraus gewonnenen Einsichten wertvoller sind als die angebotenen Lösungen, da diese aus den Einsichten evtl. unmittelbar hervorgehen. Wichtig ist vor allem, daß der Mathematiker die Sprache der Anwender versteht und auch von deren Metier eine Ahnung hat. Sonst ergibt sich wie von selbst eine Kommunikationsbarriere, die dazu führt, daß seine Vorschläge als reine Theorie abgetan werden.

Umsetzung und Verwirklichung

Modelle, wie das oben beschriebene, können Verwendung finden für Zwecke wie

Beurteilung der Geschäftsentwicklung in der Vergangenheit
Vergleich saisonaler Bilanzen
Einjahresplanung aufgrund von Zinsprognosen
Langfristige Planung
Einzelentscheidungen über wenige Positionen
Kurzfristige Planungen von Aktivitäten am Geldmarkt
und vieles mehr.

Durch die hohe Flexibilität des Modells können Singulärentscheidungen bei Festhalten fast aller Variablen ebenso behandelt werden wie Gesamtmodelle.

Die letztendliche Implementierung solcher Verfahren benötigt Jahre intensiver Forschungs- und Überzeugungsarbeit. Es sollte angestrebt werden, daß die Anwender im

Normalfall selbst - ohne Zwischenstationen - das Modell abrufen und befragen können. Überzeugungsarbeit ist auch deshalb nötig, damit dem Entscheidungsträger die Angst genommen wird, „vom Computer verplant zu werden“. Er muß sich bewußt werden, daß das Modell nur seine eigenen Annahmen verwertet und bis zum Lösungsvorschlag weiter entwickelt, daß also keine Fremdbestimmung vorliegt.

Wenn es auch noch viele Hemmnisse und Vorbehalte gegen die Kopplung von Praxisentscheidungen mit solchen quantitativen Vorschlägen gibt, so ist der Trend dahin angesichts der immer größer werdenden Komplexität des Geschäftsgeschehens doch nicht mehr aufzuhalten. Wer sich dieser Entwicklung verschließt, und nur auf das unternehmerische Fingerspitzengefühl baut, der läuft Gefahr, immer mehr Chancen zu verschenken, Risiken aufzubauen und schließlich im Wettbewerb zu unterliegen.