



Dynamische Kontrolle optisch aktiver Halbleiter-Quantenpunkte mittels akustischer Oberflächenwellen

Dissertation

der Mathematisch-Naturwissenschaftlichen Fakultät der Universität Augsburg

vorgelegt von

Florian J. R. Schülein

April 2014





Erstgutachter: Prof. Dr. Hubert J. Krenner Zweitgutachter: Prof. Dr. Jonathan J. Finley

Tag der mündlichen Prüfung: 10. Juli 2014

Zusammenfassung

Für Anwendungen in der Quanten-Informationsverarbeitung werden einzelne Photonen und verschränkte Paare von Photonen benötigt. Eine solche nicht-klassische Lichtquelle kann durch Halbleiter-Quantenpunkte realisiert werden: Der dreidimensionale Einschluss von Ladungsträgern in einer Nanostruktur führt zu diskreten Energiezuständen, welche viele Analogien zur Atomphysik aufweisen. Aus diesem Grund spricht man häufig von "künstlichen Atomen" und ein solcher Quantenpunkt ermöglicht damit u.a. die Erzeugung von einzelnen bzw. verschränkten Photonen. Die Abstimmung der Emissionsenergien von Exzitonen¹ und die definierte Ladungsträgererzeugung im Quantenpunkt (engl. *Quantum Dot*, QD) sind von besonderem Interesse. In dieser Arbeit wird gezeigt, wie akustische Oberflächenwellen (engl. *Surface Acoustic Waves*, SAWs) für beide Zwecke eingesetzt werden können und damit einen von etablierten Methoden unabhängigen Mechanismus bieten.

Dazu werden die mechanischen Auslenkungen und das elektrische Potential einer SAW auf Galliumarsenid berechnet. Das SAW-induzierte Potential beeinflusst optisch generierte Elektron-Loch-Paare, deren Dynamik in einem Quantentopf simuliert wurde. Die Ergebnisse eines Photolumineszenz-Experiments können durch diese Rechnung hervorragend reproduziert werden, wodurch sich die lokale SAW-Phase kalibrieren lässt. Anschließend wird in dieses zweidimensionale System ein QD eingeführt, welcher einen zusätzlichen Einschluss hervorruft und Ladungsträger aus dem Quantentopf einfangen kann. Zeitaufgelöste Photolumineszenz-Messungen an einem einzelnen QD lassen sich durch die berechnete Ladungsträgerdynamik im Quantentopf erklären: Die Modulation der Elektron- und Loch-Dichte führt zur präferentiellen Bildung von bestimmten Exziton-Konfigurationen im QD, abhängig von der SAW-Phase und dem exakten Anregungszeitpunkt. Somit kann gezeigt werden, dass die Besetzung des QDs von der Ladungsträgerdichte im Reservoir abhängt und damit über die SAW-induzierte Dynamik gesteuert werden kann.

Im Gegensatz zu diesem durch das elektrische Feld verursachten Effekt führt die Auslenkung der Kristallatome über das Deformationspotential zu einer Modulation der Emissionsenergie. Eine Kombination mehrerer sinusförmiger harmonischer SAWs ermöglicht die Synthese beliebiger periodischer Wellenformen. Diese lassen sich im Falle eines Sägezahns beispielsweise dazu einsetzen, den Abstimmvorgang sowohl langsam wie auch schnell in einem einzigen Zyklus zu durchlaufen, eine Rechteckfunktion dagegen würde zwischen zwei diskreten Energien umschalten. Zur Synthese dieser Wellenformen werden sowohl gerade (n = 2, 4, 6, ...) wie auch ungerade Harmonische (n = 1, 3, 5, ...) der Grundfrequenz benötigt. Da die herkömmlich eingesetzten Schallwandler zur Erzeugung von SAWs auf ungerade Vielfache beschränkt sind, wurde speziell für diese Anwendung ein Design entwickelt und implementiert, welches die Anregung gerad- und ungeradzahliger Vielfache (n = 1, 2, 3, 4) erlaubt.

¹Ein Exziton bezeichnet hier ein im Quantenpunkt lokalisiertes Elektron-Loch-Paar, welches unter Aussendung eines Photons strahlend rekombinieren kann.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einleitung	7
2.	Stand der Forschung	13
	2.1. Ladungstrager "surfen" auf akustischer Welle	14
	2.2. Quantenpunkte: Optische Eigenschaften	16
	2.3. Opto-Akustisches Pumpen einzelner Quantenpunkte	18
3.	Optisch aktive Quantenpunkte: Eigenschaften und Herstellung	20
	3.1. Die Bandstruktur von Galliumarsenid	21
	3.2. Photolumineszenz	23
	3.3. Exzitonen im Quantenpunkt: Eigenschaften und Identifikation	26
	3.4. Molekularstrahlepitaxie	33
	3.5. Selbstorganisation: InGaAs/GaAs Quantenpunkte	34
	3.6. Tröpfchen-Ätzen: GaAs/AlGaAs Quantenpunkte	40
	3.7. Prozessierung der Proben	45
4.	Akustische Oberflächenwellen	49
	4.1. Lösung der Wellengleichung	50
	4.2. Anregung und Detektion von SAWs	62
	4.3. Einfluss der akustischen Oberflächenwelle	80
	4.4. Modellierung der SAW-induzierten Ladungsträgerdynamik	83
5.	Experimentelle Methoden	98
-	5.1. Mikro-Photolumineszenz	99
	5.2. Synchronisation	105
	5.3. Phasenkopplung	107
	5.4. Zeitkorrelation	111
	5.5. Datenanalyse	115
6.	SAW-induzierte Ladungsträgerdynamik im Quantentopf	121
	6.1. Details zum experimentellen Ablauf	122
	6.2. Phänomenologische Auswertung	123
	6.3. Simulation der Ladungsträgerdynamik	125
	6.4. Vergleich von Experiment und Simulation	132
	6.5. Interpretation und Phasenkalibrierung	134

7.	Störstellenionisation im Feld einer SAW: Hysterese der Quantenpunkt	:-
	emission	136
	7.1. Details zum experimentellen Ablauf	137
	7.2. Hysterese in der SAW-Leistungsabhängigkeit	138
	7.3. Interpretation und Vergleich mit Quanten-Posts	139
	7.4. Schalten bei niedrigen SAW-Leistungen	141
8.	Akustisch gesteuerte Ladungsträgerinjektion in einzelne Quantenpunkte	143
	8.1. Details zum experimentellen Ablauf	145
	8.2. Identifikation der Ladungszustände	145
	8.3. Phasenkalibrierung	147
	8.4. Abhängigkeit von der Anregungsphase	149
	8.5. Zeitaufgelöste Untersuchung der QD-PL	151
	8.6. Ladungsträgerdichte im WL am Ort des QDs	153
	8.7. Erweiterung auf mittlere SAW-Leistungen	157
	8.8. Zusammenfassung	160
9.	Quantenpunkte im Deformationspotential: Fourier-Synthese periodische	er
	Wellenformen	162
	9.1. Details zum experimentellen Ablauf	163
	9.2. Modulation der Emissionsenergie: Deformationspotential	163
	9.3. Synthese periodischer Wellenformen	167
	9.4. Frequenzabhängigkeit der Modulation	169
	9.5. Ausbreitungsgeschwindigkeit der SAW	170
	9.6. Rechteck- und Dreieck-Signal	173
	9.7. Sägezahn-Signal	177
	9.8. Zusammenfassung	181
10. Ausblick		182
Α.	Parameter Elektronenstrahllithographie	185
в	Details zur SAW-Berechnung auf GaAs	187
υ.	B 1 Voigt-Notation	187
	B 2 Drehung der Tensoren	187
	B.3. Elastische Konstanten	188
	B.4. Anmerkung zum Semi-Lagrange-Verfahren	189
C.	Bemerkungen zum Savitzky-Golay-Verfahren	191
D.	Ausschluss des niedrigen SAW-Amplituden-Bereichs	193
Lit	eraturverzeichnis	193

1. Einleitung

In Tagen der globalen Vernetzung und ebenso weltumspannenden Abhörkampagnen scheinen sichere Kommunikationswege wichtiger denn je. Für solche Zwecke werden kryptographische Verfahren eingesetzt, welche drei Kriterien erfüllen müssen:

- 1. Authentizität: Der Absender einer Nachricht muss als solcher überprüfbar sein.
- 2. Integrität: Die Nachricht wurde auf dem Weg vom Sender zum Empfänger nicht verändert.
- 3. Vertraulichkeit: Kein Dritter kann die Nachricht einsehen.

Vertraulichkeit in der digitalen Kommunikation kann durch eine Verschlüsselung mit dem bekannten AES-Algorithmus erreicht werden. AES gehört zu den symmetrischen Algorithmen, d.h. sowohl die Ver- als auch die Entschlüsselung erfolgt bei Sender und Empfänger mit dem gleichen geteilten Geheimnis. Der Vorteil des symmetrischen Verfahrens ist seine schnelle Berechnung und AES gilt im Moment als sicher, das Problem besteht im Austausch des gemeinsamen Schlüssels. Dazu existieren asymmetrische Verfahren wie der Diffie-Hellman-Algorithmus [1] zum Schlüsselaustausch: Die zwei Kommunikationspartner Alice und Bob einigen sich (öffentlich) auf eine Primzahl q und eine Basis α . Nun wählen beide eine geheime Zahl $1 \leq x_{a,b} \leq q - 1$ und berechnen jeweils

$$y_{a,b} = \alpha^{x_{a,b}} \mod q , \tag{1.1}$$

wobei der Operator "mod" für den Modulus bezüglich des Teilers q steht. Die Werte $y_{a,b}$ werden nun ebenfalls über den öffentlichen Kanal ausgetauscht. Der gemeinsame geheime Schlüssel k berechnet sich dann zu

$$k_a = y_b^{x_a} \mod q \stackrel{1.1}{=} \alpha^{x_b \cdot x_a} \mod q$$

$$k_b = y_a^{x_b} \mod q \stackrel{1.1}{=} \alpha^{x_a \cdot x_b} \mod q.$$
(1.2)

Somit kommen Alice und Bob mit den öffentlichen Zahlen $y_{a,b}$, α und q zum gleichen Geheimnis $k_a = k_b$. Ein passiver Beobachter (Eve, Schema in Abbildung 1.1 (a)) dagegen kennt weder x_a noch x_b und muss daher etwa x_a aus dem Logarithmus in 1.1 berechnen:

$$k_e = y_b^{\log_\alpha y_a} \mod q . \tag{1.3}$$

Solange für diese Berechnung kein effizienter Algorithmus gefunden wird, ist dieser Schlüsselaustausch sicher gegenüber der Beobachterin Eve.



Abbildung 1.1.: Typische Angriffsszenarien auf eine Kommunikation zwischen Alice und Bob: Während Eve lediglich beobachten kann (a), ist Mallory in der Lage, Nachrichten abzufangen und verändert weiterzugeben (b).

Damit steht allerdings die Integrität und Authentizität der Kommunikation noch aus: Ein aktiver Angriff durch Mallory könnte sich, im Gegensatz zur reinen Beobachtung von Eve, in den Kommunikationskanal zwischen Alice und Bob einschleusen ("Man-in-the-Middle"-Angriff) und den Schlüsselaustausch mit Alice und Bob jeweils vorzutäuschen (Abbildung 1.1 (b)). Damit würde der Schlüsselaustausch sowie die verschlüsselte Kommunikation über Mallory erfolgen, wodurch sie den Klartext mitlesen und Nachrichten fälschen kann. Um dieses Szenario zu verhindern, müssen sich Alice und Bob gegenseitig authentifizieren und Nachrichten signieren. Dies geschieht mit dem RSA-Verfahren, wobei mindestens ein Teilnehmer ein vertrauenswürdiges Zertifikat benötigt. Mit diesem Zertifikat sind wiederum ein öffentlicher und ein privater Schlüssel verbunden, welche einer asymmetrischen Verschlüsselung dienen: Ein mit dem privaten Geheimnis verschlüsselter Inhalt kann mit dem öffentlichen Schlüssel dechiffriert werden und umgekehrt. Wird eine Nachricht mit dem privaten Schlüssel eines Zertifikates .signiert", so kann mit dem öffentlichen Gegenstück die Authentizität geprüft werden. Ein ähnliches Verfahren verwendet einen signierten Hash-Wert einer Nachricht (z.B. SHA), was die Integrität der übermittelten Daten sicherstellt. Die Sicherheit von RSA beruht auf einem zum Diffie-Hellman-Algorithmus vergleichbaren mathematischen Problem.

Zusammengefasst erfolgt die kryptographische Kommunikation im Internet über das SSL/TLS-Protokoll zur Sicherung des Email-Verkehrs, virtuellen privaten Netzwerken (VPN), gesicherten Websiten wie Online-Banking usw. wie folgt: Mindestens ein Partner weist sich zur Authentifizierung mittels eines Zertifikates aus. Danach wird über ein asymmetrisches Verfahren (Diffie-Hellman oder RSA) ein gemeinsamer Schlüssel festgelegt, welcher anschließend für die schnelle Verschlüsselung mittels eines symmetrischen Verfahrens (AES) verwendet wird. Wird ein Teil dieser Kette kompromittiert, so ist die Kryptographie hinfällig.

An dieser Stelle setzt die Quantenkryptographie an: Sie bietet einen alternativen Weg zum Austausch des geheimen Schlüssels, welcher beweisbar sicher ist (z.B. [2]) und nicht auf der Vermutung eines praktisch nicht lösbaren Problems wie im Falle von RSA bzw. Diffie-Hellman beruht¹. Beschrieben wurde der nach den Autoren benannte BB84-Algorithmus bereits 1984 [3] und nutzt ein Quantensystem mit zwei Zuständen. Dies soll am Beispiel eines einzelnen Photons kurz erläutert werden: Die Polarisation eines Photons wird in zwei verschiedenen Basen gemessen, einmal mit waagrechter $|0\rangle$ bzw. senkrechter Polarisation $|90\rangle$ und eine um 45° verkippte Basis $|-45\rangle$ bzw. $|45\rangle$. Alice sendet nun ein Photon mit zufällig gewählter Basis und Polarisation, Bob verwendet für seine Messung ebenfalls eine zufällige Basis (Abbildung 1.2, oberer Kanal). Damit hat Bob eine 50%-ige Wahrscheinlichkeit, das Photon in einer Basis seines Eigenzustandes zu messen. Nach dem Übertragen von vielen dieser "Qubits" tauschen sich Alice und Bob öffentlich über die jeweilig eingesetzte zufällige Basis zum Senden bzw. Empfangen aus, nicht aber über die Messwerte selbst (mittlerer Kanal in der Abbildung). Somit können beide Kommunikationsteilnehmer die Bits verwerfen, bei denen eine unterschiedliche Basis zum Einsatz kam. Nun wählt etwa Bob eine Teilmenge der übertragenen Bits aus und sendet diese (öffentlich) zu Alice, welche diese mit ihren vergleichen kann: Für eine perfekte Übertragung ergibt dies 0% Abweichung.



Abbildung 1.2.: Prinzip der Quantenkryptographie: Alice sendet einzelne Photonen in einer zufälligen Basis, welche Bob in einer ebenfalls zufälligen Basis misst (oberer Kanal, siehe Text). Über eine öffentliche Leitung gleichen sich die Kommunikationsteilnehmer über die jeweils gewählte Basis aus und vergleichen einen Teil der Qubits, um einen eventuellen Beobachter zu erkennen (mittlerer Kanal). Der Rest kann als gemeinsames Geheimnis für eine klassische symmetrische Verschlüsselung eingesetzt werden (unterer Kanal).

Was geschieht nun, wenn sich die Beobachterin Eve in die Leitung schalten will? Die Quantenmechanik besagt, dass allein die Beobachtung den Zustand des Photons ändert bzw. zerstört. Würde Eve also nur Beobachten, so würde Bob die Anwesenheit von Eve durch fehlende Bits bemerken. Deshalb muss Eve nach dem Abfangen eines Photons ein neues in die Leitung einbringen. Da Eve aber ebenso wie Bob in einer zufälligen Basis messen muss, kann sie nicht entscheiden, ob es sich bei der Messung um die korrekte Basis gehandelt hat. Demnach wird das replizierte Photon in 50 %

¹"Praktisch nicht lösbar" bedeutet, dass zur Zeit kein Algorithmus zur Lösung in polynomieller Zeit bekannt ist.

der Fälle mit der falschen Basis repliziert. Dies führt zu folgendem Szenario: Alice und Bob verwerfen den Teil der Übertragung, in denen beide eine unterschiedliche Basis verwendet hatten. Die verbleibenden Bits sind nun zu 50 % von Eve richtig repliziert worden, die andere Hälfte falsch. Von dieser zweiten Hälfte bekommt Bob dennoch wieder zu 50 % ein korrektes Ergebnis, da die Wahrscheinlichkeit für z.B. ein $|45\rangle$ -Photon jeweils 0,5 in der Basis $|0\rangle$ bzw. $|90\rangle$ beträgt. Somit erhalten Alice und Bob beim Vergleich einer zufälligen Teilmenge ihrer Quantenübertragung eine Abweichung von 25 %, was die Anwesenheit von Eve enthüllt. Damit ist die Integrität der (Schlüssel-) Übertragung geschützt. Authentizität kann man dadurch erreichen, dass von einer Übertragung ein Teil des Geheimnisses für die nächste Kommunikation auf beiden Seiten aufbewahrt wird.

Diese Art der Quantenkryptographie dient lediglich dem Schlüsselaustausch für eine nachfolgende (vertrauliche) Kommunikation auf Basis von konventioneller symmetrischer Verschlüsselung (in Abbildung 1.2: unterer Kanal). Der Vorteil der Quantenkryptographie liegt in dem beweisbar sicheren Datenaustausch, wohingegen aktuelle Verfahren (Diffie-Hellman, RSA) lediglich auf der *Vermutung* einer schwer lösbaren Aufgabe beruhen. Diese Ableitung berücksichtigt noch keine durch die Übertragung an sich entstehenden Verfälschungen. Solche Effekte können bis zu einem gewissen Grad toleriert werden und eine Fehlerkorrektur beseitigt restliche Abweichungen. Weitere Prinzipien und Fragestellungen zu diesem Thema sind sehr ausführlich in [4] behandelt. Auch der Einsatz von quantenmechanisch verschränkten Photonenpaaren kann zum Schlüsselaustausch genutzt werden [5,6]. Diese Verschränkung ist zudem wesentlicher Bestandteil von Quantencomputern mit mehreren Qubits [7,8].

Realisieren lassen sich derartige Systeme u.a. durch Ionenfallen, supraleitende Mikrowellenresonatoren oder Halbleiter-Nanostrukturen. Für eine Integration dieser Quanten-Informationsverabreitung in bestehende silizium-basierte Prozesse liegt der Weg über die Halbleitertechnologie nahe. Hierbei sind Quantenpunkte (engl. Quantum Dot, QD) ein sehr gut charakterisiertes System und es können verschiedene physikalische Eigenschaften als Qubits genutzt werden [9–12]: Der Spin eines Elektrons bzw. Lochs $(|\uparrow\rangle, |\downarrow\rangle)$ oder etwa die Exziton-Besetzungszahl² $(|0\rangle, |1\rangle)$. Für die Erzeugung von zwei polarisationsverschränkten Photonen kann man die Zerfallskaskade des Biexzitons über das Exziton in den Grundzustand des QDs nutzen [13,14]. Eine Schwierigkeit besteht noch immer darin, den QD sowohl in einem definierten Ladungszustand zu präparieren und zugleich Kontrolle über weitere Parameter zu gewährleisten. Kürzlich konnten Rinaldo Trotta et al. [15] zeigen, dass die Kombination einer Diodenstruktur mit mechanischen Verspannungen genutzt werden kann, um prinzipiell mit jedem QD Verschränkung in diesem System zu erzeugen. Zusätzlich muss nun ein Weg gefunden werden, den QD in einen definierten Ladungszustand zu präparieren und eine Möglichkeit der spektralen Abstimmung zu erhalten.

Akustische Oberflächenwellen (engl. *Surface Acoustic Wave*, SAW) können sowohl als Abstimmmechanismus [16, 17] wie auch zur Kontrolle des Ladungsträger-

²Als Biexziton wird ein mit zwei Elektron-Loch-Paaren, als Exziton ein mit einem Paar besetzter QD bezeichnet.

einfangs [18, 19] eingesetzt werden, zudem erhält diese Methode den Spin der manipulierten Ladungsträger [20, 21]. In dieser Arbeit wird das Verständnis der physikalischen Vorgänge erarbeitet, welche für die SAW-induzierte Dynamik des Ladungsträgereinfangs verantwortlich sind. Mit diesen Erkenntnissen wird zudem eine Methode vorgestellt, welche die zeitliche Unsicherheit der konventionellen SAW-basierten Methoden durch Fourier-Synthese verbessern kann. Diese Modellierung beliebiger periodischer Wellenformen sollte zudem die Möglichkeit bieten, in einem stark gekoppelten Quantensystem gezielt verschränkte Zustände durch Landau-Zener-Tunneln zu präparieren [22].

Diese Ziele werden in einzelnen Schritten erarbeitet. Dazu gibt Kapitel 2 eine allgemeine Einführung in moderne Halbleitertechnologien und damit verbundene SAW-Experimente, welche schließlich auf Quantenpunkte spezialisiert werden. Im darauffolgenden Kapitel 3 werden diese Quantenpunkte genauer definiert und deren optische Eigenschaften und Herstellung vorgestellt. Zudem wird eine kurze Übersicht zur allgemeinen Probenprozessierung gegeben. Kapitel 4 führt schließlich akustische Oberflächenwellen mit ihren typischen Anwendungen und Eigenschaften ein, danach wird die Wellengleichung für die hier eingesetzten Materialien gelöst. Ein einfaches Modell beschreibt die Wirkungsweise der sogenannten Schallwandler und ergibt in seiner Umkehrung ein spezielles Layout dieser Wandler, welche für die Fourier-Synthese benötigt wird. Die akustische Leistung wird zudem durch Verlustfaktoren abgeschätzt, um mittels der vorhergehenden Rechnung auf das SAW-induzierte elektrische Feld schließen zu können. Dieses wird nun für eine Simulation der Ladungsträgerdynamik im Feld der SAW durch eine Drift- und Diffusionsrechnung eingesetzt (Abschnitt 4.4). Für diese Simulation werden in Kapitel 5 teilweise weitere Parameter abgeschätzt, insbesondere aber wird der Aufbau und Ablauf des Experiments bzw. dessen einzelne Bestandteile erläutert.

In den nächsten vier Kapiteln werden die experimentellen Erkenntnisse in aufeinander aufbauender Reihenfolge zusammengestellt und bei Bedarf mit der Drift-Diffusions-Simulation aus Kapitel 4.4 verglichen und interpretiert. Dazu werden die vorgestellten Methoden wie die Identifikation der QD-Ladungszustände, Phasenkopplung und Datenauswertung genauso angewandt wie die Abschätzungen über Anzahl der Ladungsträger, akustische Leistung im Schallpfad, Verhältnis und Einfluss der SAW-Felder. Zunächst wird das InGaAs/GaAs-Materialsystem untersucht: Hier starten wir mit der phasen- und leistungsaufgelösten Messung der WL-PL (Kapitel 6, [23]), was zur absoluten Kalibrierung der lokalen SAW-Phase führt. Zum Verständnis dieses Prozesses wird die Abhängigkeit der Ladungsträgerdynamik von der Elektron- und Loch-Mobilität im Detail diskutiert. Anschließend wird in Kapitel 7 die Quantenpunktemission unter dem Einfluss von Ladungsträgerfluktuationen diskutiert, welche durch eine akustische Oberflächenwelle genügend hoher Intensität beseitigt werden können [19]. Dieser Ladungshintergrund führt zu einer Hysterese der QD-Emission bezüglich der SAW-Leistung. In Kapitel 8 wird schließlich die Abhängigkeit des QD-Mikrozustandes von der Phase der Laser-Anregung untersucht, was über zeitaufgelöste Messungen und die Ladungsträgersimulation im WL erklärt werden kann [24]. Kapitel 9 behandelt das GaAs/AlGaAs-Materialsystem: Hier ist kein Einfluss des elektrischen Feldes zu beobachten, wodurch allein das Deformationspotential zu einer Modulation der QD-Emissionsenergie führt. Durch die Superposition mehrerer harmonischer SAW-Frequenzen wird eine Fourier-Synthese von den grundlegenden Signalformen gezeigt und anhand der Modulation der Exziton-Energie vorgeführt. Der Ausblick in Kapitel 10 fasst schließlich die elementaren Ergebnisse nochmals zusammen und weist Ideen für künftige Experimente und Verbesserungen bezüglich der aktuellen Wissenslage.

2. Stand der Forschung

Das Energieschema eines Halbleiter-Bauelements ist *die* grundlegende Eigenschaft, durch deren Design vielfältige Anwendungen ermöglicht werden. Der wichtigste Einflussfaktor homogener Halbleiter stellt die Dotierung mit Fremdatomen dar, woraus sich eine Vielzahl an elektronischen Elementen wie Dioden, Bipolar- und MOSFET-Transistoren ergeben. An einem solchen Silizium-MOSFET konnte Klaus von Klitzing im Jahre 1980 erstmals den Quanten-Hall-Effekt nachweisen [25], wofür er fünf Jahre später den Nobelpreis erhielt. Grundvoraussetzung für diese Messung ist ein zweidimensionale Elektronengas (2DEG), welches sich durch Ansteuerung des Gates zwischen Source und Drain bildet. In einer Halbleiter-Heterostruktur, der Kombination verschiedener Materialien in einem Element, lassen sich solche 2DEGs mit wesentlich höherer Mobilität der Ladungsträger realisieren: Eine dotierte Schicht mit großer Bandlücke liefert die Ladungsträger für eine undotierte benachbarte Schicht geringerer Bandlücke. Diese Modulationsdotierung wird in Transistoren (HEMT, z.B. [26]) für sehr hohe Schaltfrequenzen eingesetzt. An solchen Systemen wurde der Fraktionale Quanten-Hall-Effekt zuerst gemessen, wofür Robert B. Laughlin, Horst L. Störmer und Daniel C. Tsui 1998 den Nobelpreis erhielten. Durch Strukturierung einer geeigneten Gate-Anordnung lassen sich in einem 2DEG elektrostatisch Quantenpunkte definieren, was Gegenstand aktueller Forschung ist.

Quantenpunkte für optische Anwendungen werden dagegen direkt beim Wachstum als Nanostruktur verwirklicht, um Exzitonen in einem Bereich vergleichbar mit ihrer Ausdehnung einzuschließen. Das als Exziton bezeichnete Quasi-Teilchen ist ein gebundener Zustand aus einem Elektron und einem Loch und lässt sich wie ein (neutrales) Wasserstoff-Atom mit geänderter Masse der zwei Teilchen verstehen. Erste Versuche zur kontrollierten Herstellung solcher Quanten-Boxen in einem Halbleitersystem beruhten auf einem Top-Down-Prozess durch das Ätzen eines Quantentopfes (engl. Quantum Well, QW; reaktives Ionenätzen eines GaAs QW [27], Nanowire durch nasschemisches Ätzen mit anschließendem Überwachsen [28], GaAs QD durch Ionenimplantation [29]). Selbstorganisierende Bottom-Up-Prozesse wurden etwa zur gleichen Zeit entwickelt (Stranski-Krastanov-Wachstum von InAs auf GaAs [30]) und bilden die Grundlage der heute am intensivsten studierten Halbleiter-Quantenpunkt-Systeme, den InGaAs/GaAs Quantenpunkten. In diesem System wurden wichtige Experimente der Quantenoptik nachgewiesen wie der Quantum-Confined Stark Effect (QCSE [31, 32]), der Purcell-Effekt (Weak Coupling [33]), Emission von einzelnen [34–38] und verschränkten Photonen [14,39–43], Erzeugung kohärenter Zustände (Rabi-Oszillation [44], Strong Coupling [45–48]), Herstellung gekoppelter QDs (QD-Moleküle [49]) und viele mehr. Aus diesem Grund gilt dieses Materialsystem als das Modellsystem für Quantenpunkte.

2.1. Ladungsträger "surfen" auf akustischer Welle

Den vorherigen Ansätzen ist gemeinsam, dass das Energieschema durch Dotierung bzw. Kombination mehrerer Halbleitermaterialien in Position und Größe der Bandlücke konstruiert wird. Im Gegensatz dazu wirken akustische Oberflächenwellen (engl. *Surface Acoustic Wave*, SAW) dynamisch auf die Bandlücke: Eine solche an der Oberfläche lokalisierte Welle beschreibt eine ellipsenförmige Bewegen der Kristallatome und führt zu einer Bandkantenmodulation (Deformationspotential). In einem piezoelektrischen Kristall führt diese Auslenkung zusätzlich zu einer Modulation des elektrischen Potentials. Beide Effekte hängen von der lokalen Phase der SAW ab und unterliegen einer zeitlichen Dynamik im Bereich einiger Nanosekunden. Die Wechselwirkung einer SAW mit einem 2DEG ist ausführlich in [50] dargestellt, deren Einfluss auf undotierte optisch aktive Systeme wird nun genauer diskutiert. Da sich der Einfluss der SAW auf eine Ebene parallel zur Probenoberfäche bezieht, wird üblicherweise ein Ladungsträgereinschluss in der dazu senkrechten Wachstumsrichtung z durch einen Quantentopf vorgenommen.



Abbildung 2.1.: (a) Periodische Modulation der Bandlücke: Elektronen und Löcher werden im Ort voneinander getrennt, wodurch die Photolumineszenz unterdrückt wird. (b) Nach Abschalten der Modulation können die Ladungsträger strahlend rekombinieren. (c) Die dynamische Modulation im SAW-Feld führt zur Dissoziation von Exzitonen: 3D-X im Volumenmaterial wird schon bei geringeren SAW-Leistungen ionisiert als 2D-X im Quantentopf.

Zunächst wird die Speicherung von Licht in einer alternierenden Potentiallandschaft betrachtet [51]: Eine kammförmige Elektrodenstruktur, wie sie später zur Erzeugung akustischer Oberflächenwellen dienen wird, definiert mittels einer elektrischen Spannung die Modulation des Valenz- und Leitungsbandes (LB, VB) in Abbildung 2.1 (a). Ein Laser erzeugt im Halbleiter Ladungsträgerpaare, welche durch das elektrische Feld im Ort x getrennt werden. Dies hindert die Ladungsträger an einer strahlenden Rekombination, da die Wellenfunktionen von Elektronen (orange) und Löcher (blau) nicht mehr überlappen: Die Photolumineszenz (PL) wird unterdrückt. An dieser Stelle wird die Notwendigkeit des Quantentopfes klar: Die Ladungsträger sind in x-Richtung durch das aufgeprägte Potential gefangen (siehe Abbildung 2.1 (a)), in z-Richtung übernimmt dies der QW. Ansonsten könnten sich Elektronen wie auch Löcher zur entsprechend geladenen Metallelektrode bewegen. Die verbleibende Dimension y ist in diesem Experiment durch die gesamte Elektrodenlänge gegeben und wird später zu der sogenannten Apertur des Schallwandlers (engl. *Interdigital Transducer*, IDT) und kann mit der Breite des Schallpfades identifiziert werden (siehe Abbildung 2.2 oben, heller Bereich). Wird die Spannung an den Elektroden nach einer Speicherzeit von ~ 100 µs abgeschaltet, so begibt sich die Bandmodulation zurück in die (flache) Ausgangslage. Diese Situation ist in Abbildung 2.1 (b) skizziert: Die Trennung der Ladungsträger im Ort wird aufgehoben und Elektronen können mit Löchern strahlend rekombinieren.



Abbildung 2.2.: Ladungsträger werden durch einen Laser in der Probe (oben) erzeugt. Das Bandschema (unten) zeigt die dynamische Modulation durch eine SAW und führt zur Trennung der Ladungsträger. Das Fortschreiten der SAW mit dem Wellenvektor k_{saw} transportiert die Ladungsträger entlang des Schallpfades (heller Bereich oben) bis zu einer Metallfläche (gelb). Dort wird das elektrische Feld der SAW kurzgeschlossen und Elektronen können mit Löchern strahlend rekombinieren.

Der Übergang von diesem statischen Experiment zu einem dynamisch modulierten Feld ist klein: Die Form $\sin(k_{saw}x)$ des Bandschemas in Abbildung 2.1 (a) bleibt gleich, allerdings mit dem Unterschied einer propagierenden Modulation $\sin(k_{saw}x - \omega_{saw}t)$, welche sich mit der akustischen Welle in x-Richtung ausbreitet. Experimentelle Hinweise auf diesen Effekt gibt die feldinduzierte Ionisation der Exzitonen in Abhängigkeit von der SAW-Leistung und damit der Modulationsamplitude in einer PL-Messung (Abbildung 2.1 (c)): Das Exziton im Volumenmaterial 3D-X besitzt eine geringere Bindungsenergie als das im QW lokalisierte Exziton 2D-X. Mit steigender SAW-Leistung (farblich kodiert, siehe Legende) und damit zunehmender Amplitude der Bandmodulation wird zunächst nur das 3D-X unterdrückt, erst später ist auch das 2D-X betroffen. Ist das Exziton dissoziiert, werden dessen Bestandteile im Ort voneinander getrennt und Elektronen und Löcher können nicht mehr miteinander strahlend rekombinieren. Diese feldinduzierte Ionisation von Exztionen im Halbleiterkristall als zugrunde liegender Mechanismus konnte die Beobachtungen sehr gut erklären [52]. Um die Analogie zum vorherigen Experiment zu vervollständigen, müssen die eingeschlossenen und dadurch transportierten Ladungsträger aus dem Feld der SAW extrahiert werden. Dazu eignet sich eine dünne Metallfläche (Probenaufbau in Abbildung 2.2 oben), welche die elektrischen Felder der SAW kurzschließt und damit die Bandmodulation aufhebt (Bandschema in Abbildung 2.2 unten). Somit können optisch angeregte Ladungsträger in einer SAW-induzierten Bandmodulation über makroskopische Distanzen (~ mm) transportiert und durch den Kurzschluss des SAW-Feldes mittels der dünnen Metallfläche optisch nachgewiesen werden [53–56]. Die Ladungsträger "*surfen*" gewissermaßen auf der akustischen Welle.

2.2. Quantenpunkte: Optische Eigenschaften

Um die im Potential der SAW getrennten Ladungsträger zu extrahieren, eignet sich neben dem elektrischen Kurzschluss durch die Metallfläche auch ein zusätzliches Einschlusspotential: Dieses kann durch einen in den Schallpfad eingebetteten Quantenpunkt (engl. Quantum Dot, QD) realisiert werden. Diese nulldimensionalen Nanostrukturen besitzen diskrete Energieniveaus und damit ein aus scharfen Linien bestehendes Emissionsspektrum. Diese Linien werden den jeweiligen Ladungszuständen des QDs zugeordnet und werden als Exzitonen bezeichnet. Das neutrale Exziton X^0 besteht aus einem im QD lokalisierten Elektron und einem Loch, das neutrale Biexziton $2X^0$ aus jeweils zwei Ladungsträgerpaaren. Das positive bzw. negative Exziton X^+ bzw. X^- setzt sich aus X^0 mit einer zusätzlichen Ladung zusammen. Neben dem leeren QD sind dies bereits die vier möglichen, optisch aktiven Ladungskonfigurationen des untersten Energieniveaus im Quantenpunkt. Fügt man weitere Ladungsträger hinzu, so wird die nächste "Schale" gefüllt. Viele Experimente beziehen sich lediglich auf das unterste Niveau, da das Emissionsspektrum mit zunehmender Teilchenzahl sehr viel komplizierter wird.

Kurz zusammengefasst setzt sich das Bandschema am Beispiel von selbstorganisierten InGaAs/GaAs Halbleiter-Quantenpunkten wie folgt zusammen: Die Bandlücke des Matrix-Materials Galliumarsenid (GaAs) bildet die Barriere für alle eingebetteten Elemente, darin rekombinierende Exzitonen besitzen demnach die größte Energie. Dies ist der Ursprung des Peaks bei 1,516 eV im blauen Spektrum in Abbildung 2.3 (a). Der Quantentopf¹, bestehend aus Indiumgalliumarsenid (InGaAs) mit GaAs als Barriere, liegt energetisch tiefer (sonst käme kein Einschluss zustande) und erzeugt im Photolumineszenzexperiment die Emission bei 1,388 eV. Entsprechend sind die Exzitonen der Quantenpunkte durch den noch tieferen Einschluss weiter rotverschoben bei ~ 1,30 eV. Der zusätzliche Peak BX_c mit 1,496 eV stammt von Exzitonen in der GaAs-Matrix, welche an eine Kohlenstoff-Störstelle gebunden sind. Im Ver-

¹Es handelt sich hierbei um eine Benetzungsschicht (engl. *Wetting Layer*, WL), einem extrem dünnen Quantentopf, welcher durch das Wachstum der QDs bedingt ist.



Abbildung 2.3.: (a) Übersichtsspektrum einer Probe in einem Bereich mit sehr wenigen QDs.
(b) Emission eines einzelnen QDs. (c) Bandschema eines QDs: Ladungsträger werden aus der umgebenden Benetzungsschicht eingefangen, relaxieren in das unterste Niveau und rekombinieren.

gleich zum blauen Spektrum ändert sich die Situation deutlich, wenn eine akustische Oberflächenwelle das System beeinflusst (grün): Scheinbar ist die Welle stark genug, die 3D-Exzitonen GaAs und BX_c zu dissoziieren. Dagegen bleibt die Emission des Quantentopfes identisch und die Quantenpunkte verzeichnen einen (breitbandigen) Zuwachs. Der Grund hierfür ist die geringere Bindungsenergie der Exzitonen im Matrix-Material ($E_X^{(3D)} \approx 4 \text{ meV}$). Das SAW-induzierte elektrische Feld reicht hier noch nicht aus, die Exzitonen im Quantentopf zu ionisieren ($E_X^{(2D)} \approx 10 \text{ meV}$). Die Quantenpunkte dagegen erreichen mit 80 meV gegenüber dem QW einen effektiven Einschluss der Ladungsträger.

Teil (b) der Abbildung zeigt einen detaillierten Ausschnitt der Quantenpunktemission: Die Peak-Gruppe entstammt der strahlenden Rekombination der Exzitonen der untersten Energieniveaus der *s*-Schale. Die einzelnen Peaks können mit $2X^0$, $1X^0$ und $1X^+$ identifiziert werden, Details hierzu finden sich in Abschnitt 3.3 (Peak-

Schülein 2014

Identifikation) bzw. 3.5 (InGaAs-QDs). Das Bandschema eines QDs ist in Panel (c) in der Quantentopfebene xy gezeigt: Ladungsträger werden durch den QD aus dem QW eingefangen. In diesem Beispiel ist die s-Schale der Löcher bereits vollständig gefüllt, ein weiteres Loch müsste daher einen Platz im p-Niveau einnehmen. Da sowohl ein Elektron als auch zwei Löcher in der gleichen Schale des QDs vorhanden sind, ist diese Konfiguration optisch aktiv und ein Ladungsträgerpaar kann rekombinieren. Entscheidend für die Emissionsenergie ist die Renormalisierung der Exziton-Bindungsenergien im Quantenpunkt durch die Anwesenheit zusätzlicher Ladungsträger. Dadurch lassen sich verschiedene Exzitonkomplexe im Spektrum voneinander unterscheiden (Aufspaltung in Abbildung 2.3 (b)).

2.3. Opto-Akustisches Pumpen einzelner Quantenpunkte



Abbildung 2.4.: Ladungsträger werden durch einen Laser in der Probe (oben) erzeugt und im Feld einer SAW (unten) getrennt und transportiert. Nun dient das zusätzliche Einschlusspotential eines QDs ("raue" Fläche oben und Lupenansicht unten) als ortsfestes Rekominationszentrum für die Ladungsträger. Elektronen und Löcher werden sequentiell mit der Frequenz der SAW "angeliefert" und führen zu einem Blinken der QD-Emission mit der Frequenz f_{saw} .

Die Idee besteht nun darin, nicht den Ort des Quantenpunktes direkt mit dem Laser optisch anzuregen. Die Ladungsträgerpaare werden vielmehr in einem Bereich ohne QDs in den Quantentopf eingebracht, welche im Feld der SAW getrennt und gespeichert werden (links in Abbildung 2.4). Zudem führt die Ausbreitung der SAW entlang des Schallpfades dazu, dass die Elektronen und Löcher mit der akustischen Welle transportiert werden. Im Gegensatz zum vorherigen Experiment dient zum erneuten Zusammenführen der Ladungsträger nicht mehr eine Metallfläche, welche den Kurzschluss des SAW-induzierten Potentials bewirken würde. Das zusätzliche Einschlusspotential eines Quantenpunktes im Schallpfad ist in der Lage, sowohl Elektronen als auch Löcher einzufangen (rechts in der Abbildung). Dieser ortsfeste Quantenpunkt dient damit als Rekombinationszentrum für die Ladungsträger (siehe Lupenansicht). Der Quantenpunkt wird somit akustisch gepumpt, wobei die ursprüngliche Erzeugung der Elektron-Loch-Paare optisch erfolgte. Dieses Prinzip wurde bereits 1998 durch Christian Wiele *et al.* vorgeschlagen [57]: Der grundlegende Unterschied zu anderen Pump-Mechanismen ist der streng sequentielle und gleichzeitig alternierende Einfang von Elektronen und Löchern, wie dies in der Abbildung dargestellt ist. Man erwartet daher von einem opto-akustisch gepumpten Quantenpunkt einen "Zug" einzelner Photonen, also die Emission einzelner Photonen in einem festen Abstand. Dieser wird vorgegeben durch die Frequenz der akustischen Welle.

Um diese Idee umzusetzen, verwendeten Christoph Bödefeld *et al.* verspannungsinduzierte QDs in einer Anordnung vergleichbar mit Abbildung 2.4 [58]. In diesem Experiment wurde noch kein einzelner QD realisiert, sondern die SAW transportierte die Ladungsträger aus einem QD-freien Bereich zu einem QD-Ensemble. Damit konnte zwar PL der QDs aus genau diesem Übergangsbereich detektiert werden, aber der zeitliche Jitter wegen der Ortsunsicherheit begrenzte die Intensitätsmodulation auf ± 10 %. Durch eine fokussierende SAW und sonst gleichem Aufbau konnte die Anzahl der gepumpten QDs auf 100 verringert werden, wodurch die Modulationstiefe auf 30 % anstieg. Dass verspannungs-induzierte QDs tatsächlich einzelne Photonen unter direkter optischer Anregung aussenden, konnte in [59] nachgewiesen werden. Die Gruppe um Paulo Santos wies schließlich 2009 die Emission einzelner Photonen durch einen opto-akustisch gepumpten Quantenpunkt an einem eher exotischen System von SQWRs (Short Quantum Wires) auf einer (311)-Oberfläche von GaAs nach [18], welche sich den Autoren zufolge wie mehrere gekoppelte Quantenpunkte verhalten.

Der Transport der Ladungsträger im Potential der SAW wurde bereits in einigen Experimenten vorgeführt. Der Übergangsbereich zum Transportregime, also das Einsetzen des "Surfens", und die Dynamik des Ladungsträgereinfangs durch einen einzelnen QD sind Ziel dieser Arbeit (Kapitel 8). Auf dem Weg dort hin konnten wir einige weitergehende Erkenntnisse über die Rolle der Ladungsträgermobilität (Kapitel 6) und den Einfluss der Benetzungsschicht auf die QD-Emission (Kapitel 7) gewinnen, zudem konnten wir neue Methoden wie die Phasenkalibrierung (Kapitel 6) und die Fourier-Synthese von SAW-Signalen (Kapitel 9) entwickeln.

3. Optisch aktive Quantenpunkte: Eigenschaften und Herstellung



Abbildung 3.1.: Bandlücke der eingesetzten Halbleiterverdbindungen $Al_xGa_{1-x}As$, In_xGa_{1-x}As und GaAs bei Raumtemperatur in Abhängigkeit von der Gitterkonstante. Zum Vergleich sind Silizium und Germanium ebenfalls eingetragen [60].

Die späteren Experimente basieren allesamt auf dem quantenmechanischen Einschluss von Ladungsträgern in niederdimensionalen Systemen. Die dafür notwendigen Potentialbarrieren lassen sich durch eine geschickte Materialkombination in einer Halbleiter-Heterostruktur realisieren. Neben der Bandlücke der beteiligten Materialien spielen deren Gitterkonstanten eine erhebliche Rolle. Denn sind diese zu unterschiedlich, werden optische und elektronische Eigenschaften durch entstehende Gitterfehler beeinträchtigt. Abbildung 3.1 zeigt eine Auswahl an Gitterparametern und der dazugehörigen Bandlücke: GaAs und AlAs besitzen einen nahezu identischen Gitterabstand, die Bandlücke steigt jedoch von 1,42 eV (GaAs) auf 2,16 eV (AlAs) an¹. Damit eröffnet sich die Möglichkeit, durch die Mischung von Aluminium und Gallium in einem geeigneten Verhältnis x im ternären Halbleiter Al_xGa_{1-x}As die Bandlücke auf einen beliebigen Wert dazwischen einzustellen (rote Linie in der Abbildung). So ergäbe ein Mischungsverhältnis von 40%, also Al_{0,4}Ga_{0,6}As, eine

¹Diese Werte gelten für Raumtemperatur (300 K).

Bandlücke von 1,9 eV. Nun besteht der Trick darin, eine Abfolge von diesen Schichten auf ein Wirtssubstrat aufzubringen. So stellen zwei $Al_xGa_{1-x}As$ -Schichten mit einer dazwischenliegenden GaAs-Schicht jeweils eine Barriere in Wachstumsrichtung dar und man erhält quantenmechanischen Einschluss in der z-Richtung, falls die Barrieren genügend hoch sind und die GaAs-Schichtdicke im Bereich der De-Broglie-Wellenlänge der Ladungsträger liegt (Elektron in GaAs: 24 nm [60]). Im InGaAs-Materialsystem könnte dem Diagramm zufolge (grüne Linie) die Bandlücke durch einen hohen Indium-Anteil sehr gering gewählt werden, jedoch ist wegen der Gitterfehlanpassung dann kein epitaktisches Wachstum mehr gegeben. Dies gelingt bis zu einem Anteil von etwa 10% Indium. Das Abscheiden von In_{0.5}Ga_{0.5}As führt unter geeigneten Bedingungen zur Selbstorganisation von kleinen Inseln, welche letztendlich Quantenpunkte darstellen. Im AlGaAs-Materialsystem muss hierfür ein anderer Prozess verwendet werden. Beide Verfahren werden in diesem Kapitel vorgestellt.

Zunächst werden in Abschnitt 3.1 grundlegende Konzepte wie die Bandstruktur und effektive Masse eingeführt, um anschließend den Mechanismus der Photolumineszenz und die Bildung von Exzitonen zu erläutern (Abschnitt 3.2). Darauf aufbauend erfolgt in Abschnitt 3.3 der Übergang zum Quantenpunkt und die Identifikation der Ladungszustände. Die Realisierung der Heterostrukturen erfolgt mittels der Molekularstrahlepitaxie oder der chemischen Gasphasenabscheidung. Erstere Methode wurde für unsere Proben eingesetzt und eine grobe Übersicht ist in Abschnitt 3.4 gegeben. Der Einschluss von Ladungsträgern in einer zweidimensionalen Schicht ist nicht Mittelpunkt dieser Arbeit, vielmehr liegt der Fokus auf nulldimensionalen Systemen. Hierbei existieren mehrere Ansätze der Realisierung in Halbleiter-Heterostrukturen: Am weitesten verbreitet und am besten charakterisiert sind selbstorganisierte InGaAs/GaAs-Quantenpunkte², eine Übersicht über deren Herstellungsprinzip findet sich in Abschnitt 3.5. Im letzten experimentellen Kapitel wird ein anderes System untersucht: GaAs/AlGaAs-Quantenpunkte unterscheiden sich insbesondere dadurch, dass ihr Wachstum ohne Gitterverspannung erfolgt. Details dazu finden sich in Abschnitt 3.6. Um schließlich an den gewachsenen QD-Proben Experimente mit akustischen Oberflächenwellen durchzuführen, werden metallische Schallwandler benötigt. Diese wurden für die untersuchten Proben mittels Elektronenstrahllithographie auf der Probe prozessiert (Abschnitt 3.7).

3.1. Die Bandstruktur von Galliumarsenid

Als Volumenkristall bildet Galliumarsenid eine Zinkblende-Struktur aus (Abbildung 3.2 (a)): Ein kubisch flächenzentriertes Gitter mit einer zweiatomigen Basis aus Gallium bei (0,0,0) und Arsen bei $(\frac{1}{4},\frac{1}{4},\frac{1}{4})$ in Einheiten der Gitterkonstanten. Jedes Gallium-Atom besitzt somit vier Arsen-Atome als nächste Nachbarn und umgekehrt, die durchschnittlich 4 Elektronen pro Atom (3 von Gallium, 5 von Arsen) bilden als sp³-Hybride mit dem jeweiligen Elektron des Nachbaratoms eine Bindung. Die dar-

²Die Schreibweise "InGaAs/GaAs" zeigt an, dass der quantenmechanische Einschluss im Material Indiumgalliumarsenid erfolgt und als Barriere Galliumarsenid dient.



Abbildung 3.2.: (a) Einheitszelle von GaAs (Gallium rot, Arsen blau). (b) Bandstruktur von GaAs, die niedrigste Bandlücke befindet sich am Γ -Punkt und ist daher direkt: Das Maximum der Löcher ist an der gleichen Position wie das Minimum der Elektronen im k-Raum. Adaptiert aus [60]. (c) Das vereinfachte Bänderschema ist lediglich durch die Bandlücke E_g charakterisiert, damit kann nach rechts eine Orts-Dimension x, y, z aufgetragen werden anstatt dem Wellenvektor k. Im Leitungsband (LB, blau) befindet sich kein Elektron, das Valenzband (VB, orange) ist komplett gefüllt mit Elektronen.

aus resultierende elektronische Bandstruktur im reziproken Raum ist in Abbildung 3.2 (b) gezeigt: Das Maximum der Lochzustände im Valenzband befindet sich am Γ -Punkt, die Elektronzustände im Leitungsband weisen drei Minima auf. Das globale Minimum befindet sich auch hier am Γ -Punkt: GaAs ist deshalb ein Halbleiter mit direkter Bandlücke der Größe E_q .

Im folgenden wird die Bandstruktur auf diesen Γ -Punkt bzw. nur auf die Bandlücke E_g reduziert, denn dieser Bereich geringster Energie genügt oft für die Beschreibung der Physik. In der vereinfachten Darstellung mittels Energiebänder (am Γ -Punkt) wird nun in Abbildung 3.2 (c) eine Raum-Achse aufgetragen und nicht mehr der Wellenvektor. Das Valenzband (VB, orange) bezeichnet das oberste komplett mit Elektronen gefüllte Band, unter Leitungsband (LB, blau) versteht man das erste nicht komplett besetzte Band. Im undotierten Halbleiter (bei T = 0 K) ist das VB vollständig mit Elektronen besetzt, das LB enthält dagegen kein Elektron. In dieser Auftragung minimiert ein Elektron seine Energie³, indem es sich zum Minimum in

³Dies ist nicht zu verwechseln mit dem elektrischen Potential Φ , in dessen Minimum sich positive Ladungen sammeln würden.

der Bandstruktur bewegt. Ein fehlendes Elektron kann durch ein Quasiteilchen mit entgegengesetzter Ladung beschrieben werden und wird als Loch bezeichnet. In dieser Ausdrucksweise wäre das elektronleere LB vollständig mit Löchern gefüllt. Ein Loch minimiert seine Energie in einem lokalen Maximum der elektronischen Bandstruktur.

Die Ladungsträger bewegen sich mit der Gruppengeschwindigkeit v_g im Kristall, welche mit der Energie-Dispersion aus Abbildung 3.2 (b) in Zusammenhang steht:

$$v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial E(k)}{\partial k} \,. \tag{3.1}$$

Durch Ableiten der Gruppengeschwindigkeit nach der Zeit t erhält man eine Beschleunigung und nutzt $p = \hbar k$ bzw. $\dot{p} = F$:

$$a = \frac{1}{\hbar} \frac{\mathrm{d}(\partial E(k))}{\mathrm{d}t(\partial k)} = \frac{1}{\hbar} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \frac{\mathrm{d}k}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \cdot F \,. \tag{3.2}$$

Vergleicht man diesen Ausdruck mit einem Elektron der Masse m_e im Vakuum, $a = \frac{1}{m_e} \cdot F$, so kann man die *effektive Masse* m^* durch Vergleich ablesen:

$$\frac{1}{m^{\star}} = \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} . \tag{3.3}$$

Die effektive Masse m^* hängt demnach mit der Krümmung (zweite Ableitung) von E(k) zusammen und beschreibt die Antwort eines Ladungsträgers auf eine äußere Kraft. Ein Elektron im periodischen Potential des GaAs-Kristallgitters besitzt eine effektive Masse von $m_e^* = 0,067 \cdot m_e$, das (schwere) Loch liegt mit $m_{hh}^* = 0,45 \cdot m_e$ um ca. einen Faktor 10 darüber.

Das Minimum/Maximum der Bandstruktur in Abbildung 3.2 (b) am Γ -Punkt kann durch eine quadratische Funktion angenähert werden, denn die Taylor-Entwicklung

$$E(k)|_{k=0} \approx E(0) + \underbrace{\frac{\partial E(k)}{\partial k}}_{=0} \cdot k + \frac{1}{2} \left. \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k^2} \right|_{k=0} \cdot k^2 + \mathcal{O}(k^3)$$
(3.4)

beinhaltet neben einer Konstanten und dem quadratischen Anteil nur Terme höherer Ordnung. Die zweite Ableitung dieser Entwicklung ist in der Nähe des Extremwerts eine Konstante, nämlich gerade die Krümmung von E(k) an der Stelle k = 0. Somit ist die effektive Masse eine gute Näherung in der Umgebung des Γ -Punktes, wo sich ja gerade die Ladungsträger sammeln. Dennoch ist diese Näherung eine sehr starke Vereinfachung, denn immerhin wird der Einfluss der gesamten Kristallstruktur auf eine einzige Zahl reduziert. Diese Beschreibung der Ladungsträgerbewegung wird in Abschnitt 4.4 herangezogen.

3.2. Photolumineszenz

Die zentrale optische Untersuchungsmethode in dieser Arbeit ist die Photolumineszenz (PL). Dabei handelt es sich letztlich um eine optische Anregung ("Photo"), welche zeitverzögert die Emission von Licht ("Lumineszenz") hervorruft. Die Energie der

Schülein 2014



Abbildung 3.3.: Mechanismus der Photolumineszenz als Gegenüberstellung im Ortsraum und im k-Raum: Der Laser mit einer Energie > E_g erzeugt ein Elektron-Loch-Paar. Die Ladungsträger relaxieren zum LB-Minimum bzw. VB-Maximum und geben dabei ihre überschüssige Energie und Impuls an das Kristallgitter ab. Anschließend können Elektron und Loch unter Aussendung eines Photons rekombinieren.

Photolumineszenz ist geringer als die der optischen Anregung (Stokes-Verschiebung) und kann mittels eines Spektrometers oder Filters davon abgetrennt werden.

Das Prinzip der Photolumineszenz im Volumenkristall ist in Abbildung 3.3 dargestellt: Zunächst hebt ein Laserpuls (grün) ein Elektron (orange) aus dem voll besetzten Valenzband in das leere Leitungsband und hinterlässt dabei ein Loch (blau). Da der Wellenvektor $2\pi/660 \,\mathrm{nm} \approx 10^7$ eines Photons klein gegenüber der Skala des reziproken Gitters $2\pi/5.6$ Å $\approx 10^{10}$ ist, findet dieser Übergang nahezu senkrecht im k-Raum statt (rechter Teil der Abbildung). Anschließend relaxieren die Ladungsträger auf einer Pikosekunden-Zeitskala in das Bandminimum (Elektronen) bzw. -maximum (Löcher), die überschüssige Energie wird im Kristallgitter thermalisiert. Befinden sich Elektron und Loch nun sowohl im Orts- als auch im k-Raum an der gleichen "Stelle" (entscheidend ist der Überlapp der beiden Wellenfunktionen), so können Elektron und Loch unter Aussendung eines Photons der Energie E_q strahlend rekombinieren. Dieses Photon wird als Photolumineszenz-Signal detektiert. In der Regel bilden Elektron und Loch bei tiefen Temperaturen ein durch die Coulomb-Wechselwirkung gebundenes Quasi-Teilchen, das als Exziton bezeichnet wird, welches wiederum strahlend zerfällt. Dieses Exziton besitzt eine um die Bindungsenergie von 4 meV (s.u.) geringere Photonenenergie und wird als neutrales Quasiteilchen in erster Näherung nicht von elektrischen Feldern beeinflusst. Das Exziton entsteht durch die elektrostatische Anziehung zwischen Elektron und Loch, was zu einer Wasserstoffatom-ähnlichen Bindung führt. Dieser Analogie folgend kann ein Exziton-Radius r_X und eine Exziton-Bindungsenergie E_X in GaAs durch das Rydberg-Atom abgeschätzt werden (e: Elementarladung):

$$r_X = \frac{4\pi\hbar^2}{e^2} \frac{\epsilon}{m} = 12,4 \text{ nm}$$

$$E_X = \frac{e^4}{32\pi^2\hbar^2} \frac{m}{\epsilon^2} = 4,4 \text{ meV}.$$
(3.5)

Die Exziton-Energie E_X stimmt sehr gut mit experimentellen Werten überein ($E_X = 4,2 \text{ meV}$ in [61]). Die Änderung bezüglich des Wasserstoffatoms betrifft die Dielektrizitätskonstante des Mediums $\epsilon = 13, 1 \cdot \epsilon_0$ und die reduzierte Masse $m = \frac{m_e^* m_{hh}^*}{m_e^* + m_{hh}^*} = 0,056 \cdot m_e$ (m_e bezeichnet die Masse des freien Elektrons). Ein Exziton besitzt demnach eine Ausdehnung über mehrere Gitterkonstanten und ist nur für thermische Energien kleiner E_X stabil, also unterhalb $E_X/k_b \approx 50 \text{ K}$. Aus diesem Grund finden die Experimente bei tiefen Temperaturen ($\sim 10 \text{ K}$) statt. Die Ausdehnung $2 \cdot r_X$ gibt Aufschluss über die Längenskala, in der ein Einschluss eines Exzitons quantenmechanische Effekte zeigen sollte.

Durch den Unterschied in der effektiven Masse von Elektron und Loch wird die bei der Anregung überschüssige Energie des Photons $\Delta E = E_{ph} - E_g$ hauptsächlich auf das Elektron übertragen. Bevor der Ladungsträger zum Punkt minimaler Energie relaxiert, besitzt er eine im Vergleich zum Kristall wesentlich höhere Temperatur (roter Laser: $T \approx 4000$ K). Dadurch weisen Elektronen während der sehr kurzen Relaxationszeit (~ ps) eine sehr viel größere Diffusionskonstante als im thermischen Gleichgewicht auf, wodurch sich ihre Verteilung auf einen größeren (Orts-) Bereich erstrecken kann. Dies wirkt sich auf die Ergebnisse der Simulation 4.4 jedoch nicht wesentlich aus und wird daher vernachlässigt.

Für eine theoretische Beschreibung der spontanen Emission geht man von der zeitabhängigen Störungstheorie [62] mit einer periodischen Störung V aus:

$$\Gamma_{i \to f} = \frac{2\pi}{\hbar} \left| \langle f | V | i \rangle \right|^2 \delta(E_f - E_i \pm \hbar \omega) .$$
(3.6)

Dieser Fermis Goldene Regel genannte Zusammenhang besagt, dass die Übergangsrate $\Gamma_{i\to f}$ aus dem initialen $|i\rangle$ in den finalen Zustand $\langle f|$ vom Matrixelement des Störoperators $\langle f|V|i\rangle$ abhängt, der Überlapp der Elektron- und Loch-Wellenfunktion wirkt sich ebenfalls auf dieses Matrixelement aus. Die Delta-Funktion steht für die Rekombination bzw. Anregung eines Elektron-Loch-Paares und gibt in gewisser Weise die Zustandsdichte an, zudem stellt das Argument die Energieerhaltung sicher durch Emission bzw. Absorption eines Photons der Frequenz ω . Um von dieser stimulierten Emission zu einer spontanen Emission zu gelangen, muss über alle finalen Photonenzustände integriert werden. Dies führt auf einen Ausdruck für die spontane Emissionsrate:

$$\frac{1}{\tau_{i\to f}} = \frac{n\omega^3}{3\pi\epsilon\hbar c^3} \cdot |\langle f|e\boldsymbol{r}|i\rangle|^2 = const. \cdot |\boldsymbol{p}_{\rm dip}|^2.$$
(3.7)

Hier wurde die Rate bereits als reziproke Zerfallszeit geschrieben. Die wichtigste Erkenntnis aus diesem Zusammenhang ist die Abhängigkeit vom (klassischen) Dipolmoment p_{dip} , welches wiederum als Matrixelement $\langle f|V|i\rangle$ geschrieben werden

Schülein 2014

kann. Ein angeregter Zustand X zerfällt nach Gleichung 3.7 mit einer konstanten Rate $-1/\tau$, d.h. die Besetzung X folgt einem exponentiellen Zerfall (in normierter Notation):

$$X(t) = \frac{X_0}{\tau} \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) \,. \tag{3.8}$$

Die Fourier-Transformation dieses Zerfalls ergibt unter Berücksichtigung der Oszillation des Dipols mit der Frequenz $\omega = E/\hbar$ eine Lorentz-Linie

$$I(E) = I_0 \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w}{w^2 + 4(E - E_0)^{\dagger}}$$
(3.9)

mit der Intensität I_0 und der Breite w.

3.3. Exzitonen im Quantenpunkt: Eigenschaften und Identifikation

Werden in einem Halbleiter Ladungsträger erzeugt, so relaxieren diese in das Minimum der elektronischen Bandstruktur. Im Volumenkristall existiert an dieser Bandkante ein Kontinuum von Zuständen, sodass in einem kleinen Energieintervall sehr viele Ladungsträger Platz finden. Zwar ergeben sich für einen Quantentopf diskrete Quantenzahlen (siehe weiter unten), jedoch beinhaltet jedes dieser Subbänder erneut ein Kontinuum an freien Zuständen. In einer nulldimensionalen Struktur wie dem Quantenpunkt wird die Zustandsdichte diskret: $\delta(E - E_n)$. Die Realisierung solcher niederdimensionaler Quantenstrukturen kann durch die Kombination verschiedener Halbleitersysteme erfolgen, indem ein Material geringerer Bandlücke in eine Matrix mit höherer Bandlücke eingebettet wird. Details hierzu und dem Wachstum solcher Halbleiter-Heterostrukturen finden sich im nächsten Abschnitt, zunächst ist nur der Unterschied in der Bandlücke E_g von Bedeutung. Denn in der umgebenden Matrix angeregte Ladungsträger bzw. Exzitonen bewegen sich innerhalb ihrer Lebensdauer τ im Material. Liegt in ihrer Diffusionslänge $L = \sqrt{D \cdot \tau}$ ein Bereich mit zusätzlichem quantenmechanischen Einschluss (QW, QD), so wird das (Quasi-) Teilchen dorthin relaxieren und anschließend strahlend rekombinieren. Entscheidend dabei ist, dass die Energie des emittierten Photons der Energie des zerstrahlenden Exzitons entspricht. Somit sind Emissionen aus der Matrix mit E_g , von QW-Photonen der Energie $E_{\rm QW}$ und QD-Zuständen $E_{\rm QD}$ unterscheidbar.

3.3.1. Quantentopf

Der PL-Prozess in einem Quantentopf ist in Abbildung 3.4 zusammengefasst: Es ist die Bandstruktur eines QWs in Wachstumsrichtung z gezeigt. Ein Laser-Photon erzeugt nicht-resonant ein Elektron-Loch-Paar im Volumenmaterial mit Bandlücke E_g . Zunächst relaxieren beide Ladungsträger zum jeweiligen Zustand geringster Energie, wie dies schon in Abbildung 3.3 illustriert wurde. Doch bevor das Ladungsträgerpaar in der Matrix strahlend rekombiniert, wird es vom Quantentopf eingefangen. Der QW



Abbildung 3.4.: Bandschema eines Quantentopfes: Die optisch angeregten Ladungsträger relaxieren zum Punkt niedrigster Energie, wo sie strahlend rekombinieren.

besitzt typischerweise mehrere Subbänder n für Elektronen und Löcher (durch gepunktete Linien gekennzeichnet), wobei der Zustand durch eine Wellenfunktion der Form $\Psi \propto \sin(\pi n z/d)$ für den Fall unendlich hoher Barrieren beschrieben wird. Die Herleitung erfolgt mit dem Hamilton-Operator $\hat{H} = \frac{\hat{P}^2}{2m} + V(z)$ aus der zeitabhängigen Schrödingergleichung

$$i\hbar \frac{\partial \Psi(r,t)}{\partial t} = \hat{H}\Psi(r,t). \qquad (3.10)$$

Da \hat{H} nicht von der Zeit t abhängt, führt der Ansatz $\Psi(r,t) = \psi(r) \cdot \exp(-i\frac{E}{\hbar}t)$ zur zeitunabhängigen Schrödingergleichung $E\psi(r) = \hat{H}\psi(r)$. Zudem kann \hat{H} als Summe aller drei Raumrichtungen geschrieben werden, ein Separationsansatz führt damit auf drei einzeln zu lösende Gleichungen: ψ_x und ψ_y stellen die Lösung des "freien" Teilchens im Kristallgitter dar. Für ψ_z muss zur Lösung zusätzlich das Einschlusspotential V(z) beachtet werden, welches für den Potentialtopf mit unendlich hohen Barrieren die Form

$$V(z) = \begin{cases} 0 & 0 \le z \le d\\ \infty & \text{sonst} \end{cases}$$
(3.11)

annimmt. Man überzeugt sich, dass der Ansatz $\psi_z = A_1 \exp(i k_z z) + A_2 \exp(-i k_z z)$ zur Lösung führt: Innerhalb des Topfes (V(z) = 0) führt die Auswertung der Ableitung auf

$$E = \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m} \,, \tag{3.12}$$

was zunächst der Lösung des freien Teilchens entspricht. Außerhalb des Potentialtopfes $(V(z) = \infty)$ muss die Wellenfunktion ψ Null sein, um die Schrödingergleichung erfüllen zu können. Da die Wellenfunktion keinen Sprung aufweisen darf, müssen die

Schülein 2014

Werte an den Rändern übereinstimmen:

$$\psi(z=0) = 0$$

 $\psi(z=d) = 0$
(3.13)

Aus der ersten Bedingung $\psi(z=0) = A_1 + A_2 = 0$ folgt damit $A_2 = -A_1$ und der Lösungsansatz reduziert sich auf

$$\psi(z) = A_1 \left(\exp(i k_z z) - \exp(-i k_z z) \right) = 2i A_1 \sin(k_z z) .$$
 (3.14)

Die zweite Randbedingung $\psi(z = d) = 2i A_1 \sin(k_z d) = 0$ ergibt damit eine Einschränkung für die Wellenzahl k_z :

$$k_z d = n\pi \Leftrightarrow k_z = \frac{\pi}{d}n \,. \tag{3.15}$$

Die Zahl n ist zunächst auf ganze Zahlen beschränkt. Da 0 die Wellenfunktion verschwinden lässt, stellt dies keinen Zustand mit einem Teilchen im Potentialtopf dar. Alle negativen Zahlen führen im Gegensatz zu den positiven Zahlen lediglich einen Phasenfaktor ein und ergeben so keinen neuen Zustand. Es genügt somit, nur positive Zahlen $n \in \mathbb{N}$ als Lösung zu betrachten. Die Normierung der Wellenfunktion legt die Konstante A_1 fest. Die imaginäre Einheit im ursprünglichen Ansatz der Wellenfunktion 3.14 liefert nur einen Phasenfaktor und kann entfallen. Damit ergeben sich die Energieeigenwerte des unendlich hohen Potentialtopfes mit der Wellenfunktion analog einer schwingenden Saite:

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2md^2} \cdot n^2$$

$$\psi_z = \sqrt{\frac{2}{d}} \sin(\frac{\pi}{d} \cdot n \cdot z) .$$
(3.16)

Der reale Quantentopf weicht die Bedingung der Knoten an den Begrenzungen der Barriere auf. In beiden Fällen befindet sich die Energie des niedrigsten Zustandes n = 1 nicht bei Null, zudem entstehen durch die Form der Wellenfunktion diskrete Energieniveaus n bezüglich der Quantisierungsrichtung z. Die zwei verbleibenden Raumrichtungen erweitern dies im Falle des QWs zu Subbändern, da für k_x und k_y keine Einschränkungen existieren und diese der quadratischen Abhängigkeit $E(x, y) \propto k_x^2 + k_y^2$ folgen.

3.3.2. Quantenpunkt

Durch die weitere Einschränkung in allen drei Raumdimensionen erhält man einen Quantenpunkt. Eine sehr vereinfachte Geometrie beschreibt den QD als dünne zylindrische Scheibe. Die Quantisierung in z-Richtung bleibt erhalten und der zusätzliche Einschluss kann durch ein radial-symmetrisches Potential beschrieben werden. Dadurch erhält man eine radiale Quantenzahl n = 0, 1, 2, ... und eine Bahndrehimpulsquantenzahl m = -n, -n + 2, ..., n: Jedes Energieniveau $E_{n,m} = \hbar\omega(n+1)$ ist 2(n+1)-fach entartet, der Faktor 2 berücksichtigt den Spin des Ladungsträgers [63].



Abbildung 3.5.: (a) Bandschema eines Quantenpunktes: Die optisch angeregten Ladungsträger relaxieren zum Punkt niedrigster Energie, wo sie strahlend rekombinieren. (b) Detailansicht der Quantenpunkt-Zustände: Das Elektron und das Loch fallen aus dem QW in das s-Niveau des QDs.

Bezeichnet man mit dem Grundzustand den QD ohne Ladungsträger (engl. Crystal Ground State, cgs), so kann das erste Energieniveau $E_{0,0} =: E_s$ zwei Elektronen bzw. Löcher mit jeweils entgegengesetztem Spin aufnehmen. Da die hier eingesetzten QDs in der Wachstumsrichtung z im Vergleich zur lateralen Ausdehnung in x. y sehr dünn sind $(x, y \sim 30 \text{ nm vs. } z \sim 3 \text{ nm})$, befindet sich das zweite Niveau bezüglich der z-Quantisierung so weit weg, dass es hier nicht von Bedeutung ist. In der Wachstumsebene ergeben sich nach dem Grundzustand durch die zwei verbleibenden Quantenzahlen n und m zwei entartete Niveaus $E_{1,-1} = E_{1,+1} =: E_p$ mit Platz für jeweils vier Ladungsträger, der nächste Zustand besäße drei Niveaus mit sechs Ladungsträgern. Die Bezeichnung folgt typischerweise der Atomphysik mit den Orbitalen s, p, d usw. Im QD ist der Zustand somit definiert durch die Hauptquantenzahl n der Energie E_n , eine Drehimpulsquantenzahl m beschreibt die Lage bezüglich der xy-Ebene und s gibt die Ausrichtung des Spins. Der strukturelle Hauptunterschied zum Atom besteht darin, dass der QD nur in zwei Richtungen entartet (vier Ladungsträger im *p*-Niveau), wohingegen das Atom in alle drei Raumrichtungen entartet (sechs Elektronen im p-Niveau). In Abbildung 3.5 (a) ist das Bandschema der GaAs-Matrix, dem QW und dem QD in Wachstumsrichtung z skizziert, Panel (b) zeigt den QD-Ausschnitt in der xy-Ebene des Quantentopfs. Die einzelnen Energieniveaus $E_{n,m}$ werden hier als Strich angedeutet und bieten Platz für jeweils zwei Ladungsträger mit entgegengesetztem Spin. Eine übliche Aufspaltung dieser Niveaus beträgt 30 meV im InGaAs/GaAs-System und ist näherungsweise äquidistant.

Neben dem Grundzustand cgs sind in Abbildung 3.6 die vier optisch aktiven Besetzungszustände des ersten Energieniveaus zusammengestellt: Das neutrale Exziton X^0 setzt sich aus einem Elektron (orange) und einem Loch (blau) zusammen und kann durch strahlende Rekombination in den cgs zerfallen, wobei ein Photon de-



Abbildung 3.6.: Bezeichnung und Ladungskonfiguration des Kristallgrundzustandes und der vier optisch aktiven QD-Besetzungszustände der *s*-Schale.

finierter Energie ausgesandt wird. Ist der QD mit zwei Elektron-Loch-Paaren im *s*-Niveau besetzt, spricht man vom neutralen Biexziton $2X^0$. Dieser Zustand zerfällt strahlend in einer Kaskade über das Exziton X^0 in den cgs, es werden somit zwei Photonen erzeugt. Zudem existieren zwei weitere Zustände, das negativ und positiv geladene Exziton oder Trion X^- bzw. X^+ . Beide können strahlend zerfallen, wobei nun nicht der cgs erreicht wird, denn es verbleibt jeweils ein Ladungsträger im QD (nicht gezeigt).

Die obige Argumentation der Energieniveaus geht von einem Einteilchenzustand aus. Sobald sich ein zweiter Ladungsträger im QD befindet, wird die Wechselwirkung zwischen diesen Ladungen eine Verschiebung der Energieniveaus bewirken. Dadurch kann man in einem Photolumineszenz-Experiment diese Zustände durch die Energie des emittierten Photons unterscheiden: Das neutrale Exziton X^0 gibt gewissermaßen den Ausgangspunkt vor, gegenüber dessen Emissionsenergie sich die weiteren Exzitonen einordnen lassen. In [64] findet sich im Zuge einer theoretischen Modellierung der Ladungsträgerwechselwirkung eine Aufstellung von in der Literatur gemessenen werten. Das negativ geladene Exziton $1X^-$ ist meist um ca. -5 meV rotverschoben [65–67], das positiv geladene Exziton $1X^+$ weist eine Verschiebung zwischen -2 meV und +2 meV auf [32, 68–70] und das neutrale Biexziton $2X^0$ liegt bei ca. -3 meV bis -2 meV [66, 70, 71]. Die genaue Konfiguration hängt von der Morphologie des einzelnen Quantenpunktes und damit von den Wachstumsbedingungen ab. Aus diesem Grund sollen kurz zwei etablierte Methoden zur Identifizierung der Ladungszustände vorgestellt werden.

3.3.3. Abhängigkeit von der Anregungsleistung

Die einfachste Möglichkeit besteht in der Variation der Anregungsleistung bei gleichzeitiger Messung der Peak-Intensitäten. Hierfür sind weder spezielle Probenstrukturen noch zusätzliche optische Elemente nötig. Man geht von zwei Annahmen aus: (i) Die Anzahl der generierten Ladungsträgerpaare g ist proportional zur Laser-Leistung P_{laser} . (ii) Der Ladungsträgereinfang durch den QD ist unabhängig von der aktuellen QD-Besetzung. Damit lässt sich die Poisson-Statistik anwenden:

$$P_g(X) = \frac{g^X}{X!} \exp(-g)$$
 (3.17)

Schülein 2014



Abbildung 3.7.: Laser-Leistung P_{laser} gegen QD-Emission I_X in doppelt-logarithmischer Auftragung: Die Steigung gibt die Besetzungszahl X wieder.

 $P_g(X)$ gibt die Wahrscheinlichkeit, genau X Exzitonen im QD vorzufinden bei einer gegebenen Ladungsträgerpaar-Generation g. Die Intensität I_X einer QD-Emissionslinie ist proportional zu der Besetzung des entsprechenden Exziton-Niveaus X, g ist per Annahme proportional zur Laser-Leistung P_{laser} . Trägt man die Intensität I_X gegen P_{laser} doppelt-logarithmisch auf (nach Gleichung 3.17: $\log I \propto X \cdot \log g - \log X! - g$), so gibt die Steigung bei niedrigen Leistungen gerade die Anzahl der Exzitonen im QD:

$$\log I \propto X \cdot \log P_{\text{laser}} \,. \tag{3.18}$$

Dieser Zusammenhang ist in Abbildung 3.7 für eine Besetzung bis zu drei Exzitonen gezeigt und lässt sich experimentell nachweisen [71, 72]. Eine kontinuierliche Laser-Anregung führt zur Unterdrückung der untersten Niveaus, sobald die Leistung groß genug wird: Die Wahrscheinlichkeit für eine Besetzung mit mehreren Exzitonen nimmt rasch zu, wodurch die Besetzung mit $1X^0$ und somit dessen Emission unterdrückt wird. Bei einer gepulsten Laser-Anregung dagegen wird die Intensität sättigen, denn eine Besetzung mit vielen Exzitonen endet in diesem Fall über eine Zerfallskaskade im cgs und die Emission $1X^0$ ist stets der letzte Zerfallsprozess dieser Kaskade.

3.3.4. Polarisationsabhängigkeit der QD-Emission

Die zweite hier vorgestellte Methode dient zur Unterscheidung von neutralen und geladenen Exzitonen, eine Aussage über das Vorzeichen bzw. die absolute Besetzungszahl⁴ kann nicht getroffen werden. Das Prinzip kann durch die Spin-Konfigurationen der beteiligten Ladungsträger begründet werden: Der Elektronenspin $S_e = 1/2$ kann

 $^{^4\}mathrm{Diesen}$ Zusammenhang kann man mit der Methode der Anregungsleistung abdecken.



Abbildung 3.8.: Ist die Symmetrie eines QDs gebrochen, d.h. es gibt eine Vorzugsrichtung (rechts), so spiegelt sich dies in der Feinstrukturaufspaltung (engl. *Fine Structure Splitting*, FSS) wieder: Anhand der Emissionsenergie können die zwei Zustände unterschieden werden. Eine perfekte Symmetrie zeigt diese Aufspaltung nicht (links).

bezüglich der Wachstumsrichtung die Werte $S_{e,z} = \pm 1/2$ annehmen, für das schwere Loch gilt $S_{hh} = 3/2$ bzw. $S_{hh,z} = \pm 3/2$. Die Energie des leichten Lochzustandes ist durch die Verspannung im Quantenpunkt weit entfernt und kann vernachlässigt werden. Somit kann das Elektron und Loch des Exzitons zu einem Gesamtspin $M_z = S_{e,z} + S_{hh,z}$ von ±1 und ±2 koppeln, wobei der Zustand mit $|M_z| = 2$ einen verbotenen Übergang darstellt und deswegen optisch nicht aktiv ist. Der Gesamtspin $|M_z| = 1$ der erlaubten Übergänge kann durch zwei Spin-Konfigurationen mit jeweils entgegengesetzten Elektron- und Loch-Spins realisiert werden (siehe Abbildung 3.8). Für eine perfekte Symmetrie des QDs in der xy-Ebene wären diese zwei Konfigurationen in der Energie entartet und eine Emission wäre zirkular polarisiert (σ^+ für h $|\uparrow\rangle$ bzw. σ^- für h $|\downarrow\rangle$). Diese Symmetrie ist jedoch in jeder Realisierung mehr oder weniger gebrochen: Der Bahndrehimpuls ist keine gute Quantenzahlen mehr, d.h. er ist kein Eigenzustand des Spin-Hamiltonians. Die Auszeichnung einer Richtung durch die Asymmetrie erzeugt eine Austauschwechselwirkung: Die Konfigurationen $|S_{e,z}, J_{hh,z}\rangle = |1/2, -3/2\rangle$ und $|S_{e,z}, J_{hh,z}\rangle = |-1/2, 3/2\rangle$ unterscheiden sich in der Emissionsenergie, zusätzlich sind diese beiden Linien senkrecht zueinander linear polarisiert. Das Biexziton $2X^0$ besitzt im Gegensatz zu $1X^0$ eine komplett gefüllte s-Schale und befindet sich daher in einem Singulett-Zustand. Da bei einer stahlenden Rekombination nun aber der finale Zustand, das Exziton $1X^0$, der Feinstrukturaufspaltung unterliegt, spiegelt auch die Emission des $2X^0$ diese Energieaufspaltung und Polarisation wieder. Diese Aufspaltungen liegen typischerweise im Bereich einiger Mikroelektronenvolt. Die geladenen Exziton-Komplexe X^- , X^+ besitzen diese Aufspaltung nicht, da sich eine Ladungsträgerart stets in einem Singulett-Zustand befindet. Eine gute Übersicht und Rechnungen zu diesem Thema finden sich in [73].

3.4. Molekularstrahlepitaxie



Abbildung 3.9.: Molekularstrahlepitaxie-Anlage in Garching bei München, AG Abstreiter. Das Bild wurde von Jonathan Becker aufgenommen (Walter Schottky Institut, TU München).

Die Molekularstrahlepitaxie (engl. Molecular Beam Epitaxy, MBE) ist ein Verfahren zur Herstellung sehr reiner Schichtstrukturen mit einer atomaren Schichtdickenkontrolle. Um dies zu erreichen, wird die Anlage durch Kryo- oder Ionen-Pumpen auf Ultrahochvakuum evakuiert ($\sim 1 \times 10^{-9}$ mbar). In der MBE-Kammer befinden sich sogenannte Knudsen-Zellen, in denen das aufzuwachsende Material thermisch verdampft wird. Dieser gerichtete atomare bzw. molekulare Strahl trifft nach einer gewissen Entfernung auf das Substrat, welches zur homogenen Bedeckung rotiert wird. Damit die abgelagerten Atome genügend thermische Energie besitzen, sich auf der Substratoberfläche zu bewegen und dadurch eine einheitliche Schicht zu bilden, wird die Probe auf moderate Temperaturen (~ 530 °C) geheizt. Ein Elektronenstrahl mit streifendem Einfall und hoher Energie (engl. Reflection High Energy Electron Diffraction, RHEED) kann dazu benutzt werden, das Schichtwachstum im Monolagenbereich zu kontrollieren.

Das wichtigste für eine MBE-Anlage (Bild 3.9) ist das Aufrechterhalten des Vakuums und das Beseitigen von reaktiven Restgasen. Mit reaktiv ist in diesem Zusammenhang gemeint, dass nicht jede Atom-Spezies beim Aufprall auf das Substrat auch adsorbiert bzw. eine chemische Bindung bildet. Aber würden sich zu viele dieser reaktiven Atome in der Kammer befinden, so wäre die Oberfläche der Probe in kurzer Zeit kontaminiert. Dies kann zu ungewollter Dotierung und damit zur Verschlechterung optischer und elektronischer Eigenschaften führen. Aus diesem Grund wird die tatsächliche Aufdampfkammer meist über mehrere Monate unter Vakuum gehalten und nur zu Reparaturen und Material-Befüllung der Atmosphäre ausgesetzt. Daher werden Wafer über eine extra Schleuse mit eigenem Vakuum-System transferiert. In dieser Vorkammer kann das Probenmaterial ausgeheizt werden und meist befinden sich in einer weiteren Kammer noch diverse Analysegeräte, damit die Oberflächenbeschaffenheit und chemische Zusammensetzung ohne Vakuumbruch untersucht werden kann.

Die konkrete Herstellung der InGaAs-, GaAs- und AlGaAs-Heterostrukturen läuft stets unter einem Arsen-Hintergrunddruck ab, damit diese Atomsorte wegen ihres hohen Dampfdrucks bei der Wachstumstemperatur des Wafers nicht aus dem Kristall ausgast. Erreicht nun ein Gallium-Atom die Oberfläche und wird dort gebunden, kann sich anschließend auch ein Arsen-Atom daran binden. Öffnet man nun eine weitere Zelle, welche einen Indium- bzw. Aluminimum-Fluss bereitstellt, so lassen sich die ternären Verbindungshalbleiter $In_xGa_{1-x}As$ bzw. $Al_xGa_{1-x}As$ aufwachsen. Das Atomverhältnis x der Gruppe-III-Elemente wird dabei über die Temperatur und damit dem Atom-/Molekular-Strahl kontrolliert. Insbesondere bei InGaAs stößt man mit einem hohen Indium-Anteil oder großen Schichtdicken auf Begrenzungen, welche durch die Gitterfehlanpassung an GaAs hervorgerufen werden (siehe Abbildung 3.1). Andererseits wird genau dieser Effekt für das selbstorganisierte Wachstum von InGaAs/GaAs-Quantenpunkten ausgenutzt. Einen detaillierteren Überblick und den Einfluss verschiedener Parameter kann man sich in der Literatur verschaffen [74–76].

3.5. Selbstorganisation: InGaAs/GaAs Quantenpunkte

Zu Beginn des zweiten Kapitels wurde die Bedeutung dieses Materialsystems bereits dargelegt: An InGaAs/GaAs Quantenpunkten wurden wichtige Experimente der Quantenoptik durchgeführt und gelten daher als *das* Modellsystem halbleiterbasierter Quantenpunkte. Nun soll der konkrete Wachstumsmechanismus vorgestellt werden. Anschließend wird das Vorgehen zum Herstellen und Auffinden einzelner Quantenpunkte erläutert und schließlich folgt eine Übersicht aktueller Entwicklungen im Bereich dieser Quantenpunkte.

3.5.1. Stranski-Krastanov-Wachstum: Selbstorganisierte Quantenpunkte

Wächst man InGaAs mit einem genügend hohen Indium-Anteil auf GaAs, so verhindert die Gitterfehlanpassung der beiden Materialien eine epitaktische Abscheidung. Unter geeigneten Bedingungen lässt sich der sogenannte Stranski-Krastanov-Wachstumsmodus erreichen [30,77], was in Abbildung 3.10 demonstriert ist: Es bildet sich zunächst eine wenige Monolagen umfassende Benetzungsschicht (engl. *Wetting Layer*, WL), auf deren Oberfläche sich bei weiterer Materialdeposition spontan Inseln bilden. Dies ist energetisch günstiger, da durch die größere Oberfläche die Verspannung abgebaut werden kann. Über die Wachstumsbedingungen lassen sich dabei Größe, Größenverteilung und Flächendichte dieser Inseln in gewissen Grenzen



Abbildung 3.10.: Stranski-Krastanov-Wachstum von InGaAs (grün) auf GaAs (grau): Zunächst formt sich eine dünne Benetzungsschicht (WL), worauf sich spontan Inseln (QD) mit relaxierter Gitterkonstanten bilden.

einstellen [78, 79]. Anschließend wird die Struktur mit GaAs überwachsen, denn ansonsten würden Oberflächenzustände und adsorbierte Gase die optischen Eigenschaften zerstören. Für die Charakterisierung mittels eines Rasterkraftmikroskops ist es dennoch üblich, eine zweite InGaAs-Schicht mit identischen Wachstumsbedingungen direkt auf der Oberfläche ohne Abdeckung abzuscheiden, um die Größenverteilung und Flächendichte der Inseln zu bestimmen. Die vergrabene Schicht dient dagegen als optisch aktive Struktur und zeigt die erwarteten Eigenschaften von "Quantenboxen" wie die Emission diskreter Spektrallinien [80].



Abbildung 3.11.: (a) Transmissionselektronenmikroskop-Aufnahme von einem InGaAs/GaAs-QD [81]. (b) Ausschnitt einer Rasterkraftmikroskop-Aufnahme von selbstorganisierten InGaAs/GaAs-Inseln an der Probenoberfläche [82].

Diese selbstorganisiert wachsenden InGaAs-Inseln dienen nun als Einschluss für sowohl Elektronen als auch Löcher: Das umgebende GaAs bildet eine Barriere für das nominell abgeschiedene In_{0,4}Ga_{0,6}As (SKQD5, s.u.) bzw. In_{0,5}Ga_{0,5}As (SKQD1, s.u.). Die Benetzungsschicht erzeugt einen Einschluss in einer Dimension und stellt mit etwa drei Monolagen einen sehr dünnen Quantentopf dar, die In_xGa_{1-x}As-Inseln bilden durch den dreidimensionalen Einschluss Quantenpunkte mit diskreten Energieniveaus. Die Transmissionselektronenmikroskop-Aufnahme in Abbildung 3.11 (a) zeigt die typischen Abmessungen solcher QDs mit 30 nm im Durchmesser und 3 nm Höhe in Wachstumsrichtung, die Flächendichte beträgt ca. 1×10^{10} cm⁻² = $100 \,\mu$ m⁻² (Rasterkraftmikroskop-Aufnahme in (b)). Da eine optische Anregung der QDs im Bereich von 1 μ m² erfolgt, kann man auf diese Weise noch keinen einzelnen QD isolieren. Eine Möglichkeit besteht in der Verwendung einer Schattenmaske, also einer undurchsichtigen Schicht mit Aperturen in der Größenordnung von einigen 100 nm. Damit reduziert sich im Mittel die Anzahl der QDs pro Loch auf 3. Eine solche Maske wird aus Metall gefertigt, was zum Kurzschluss der elektrischen Felder einer SAW führt. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Reduktion der QD-Flächendichte.



3.5.2. Einzelne Quantenpunkte

Abbildung 3.12.: Wafer-Mapping mit farblich kodierter WL-PL (a) und QD-PL (b), erstellt von Kai Müller (Walter Schottky Institut, TU München). (c) Ein detaillierter Scan entlang der eingetragenen Linie zeigt die spektrale Änderung der PL.

Um beim MBE-Wachstum eine geringere Flächendichte der selbstorganisierten QDs zu realisieren, könnte man im Prinzip den Indium-Gehalt der $In_x Ga_{1-x} As$ -Schicht verringern. An einem bestimmten Punkt werden sich dadurch weniger Inseln bilden. Allerdings ist das genaue Einstellen sämtlicher Parameter wie In / Ga -Fluss, Substrattemperatur und Schichtdicke schwierig. Deshalb ist der übliche Weg, die Rotation des Wafers in der MBE-Kammer während der $In_xGa_{1-x}As$ -Schicht zu stoppen. Da die Indium und Gallium-Quelle den Wafer von zwei unterschiedlichen Richtungen bestrahlen, ergibt sich ein Gradient in der Zusammensetzung xder $In_x Ga_{1-x}$ As-Schicht: Auf der Seite der Indium-Quelle wird weniger Gallium (x groß) inkorporiert und es bilden sich mehr und größere Inseln, auf der anderen Seite reicht der Indium-Gehalt dagegen nicht mehr für eine Inselbildung aus. Auf dem Weg entlang des Gradienten wird sich deshalb ein Bereich finden, in dem das Inselwachstum gerade einsetzt und somit die Dichte extrem niedrig ist. Ein auf diese Weise gewachsener Wafer wurde bezüglich seiner WL- und QD-PL in Abbildung 3.12 vermessen: Mit optischer Anregung wird hier die Photolumineszenz über den gesamten Wafer aufgezeichnet und in Falschfarbe die WL-PL (a) bzw. die QD-PL (b) dargestellt. Im Bereich hoher QD-Dichte (rechts oben) werden sämtliche optisch
generierten Ladungsträgerpaare von den Quantenpunkten eingefangen und als Photonen abgestrahlt, wohingegen im Bereich ohne QDs (links unten) nur PL des WLs beobachtet werden kann. Der WL ist zwar auch im Bereich hoher QD-Dichte vorhanden, aber die Ladungsträger relaxieren so schnell in die QD-Level, dass praktisch keine Paare mehr im WL rekombinieren. Im Übergangsbereich zwischen hell und dunkel der beiden Bilder erwartet man eine niedrige QD-Dichte.

Der nächste Schritt besteht darin, aus dem kompletten Wafer eine Probe in diesem Übergangsbereich herauszubrechen. Diese wird zunächst mit metallischen Markierungen versehen (siehe Abschnitt 3.7) und die PL wird anschließend bei Tieftemperatur genauer charakterisiert. Abbildung 3.12 (c) zeigt Spektren entlang des Indium-Gradienten über eine Strecke von 16 mm: Zunächst zeigt sich nur die WL-PL bei 1,393 eV (dunkle Spektren), welche langsam rotverschiebt. Der Grund dafür ist der zunehmende Indium-Gehalt, welcher die Bandlücke der Schicht verkleinert. An dem Punkt um 9 mm (grünes Spektrum) tritt eine Emission bei 1,305 eV auf und ist der QD-PL zuzuschreiben. Ein weiterer Peak nahe dem WL entstammt wahrscheinlich ausgeprägten Fluktuationen der WL-Dicke und ist deswegen als "natürliche QDs" bezeichnet. Interessanter sind jedoch die Quantenpunkte mit langwelliger Emission aufgrund ihres höheren Einschlusspotentials und ihrer einheitlichen strukturellen Form. Im weiteren Verlauf erreicht man das QD-Ensemble und erhält eine breite Emission durch die statistische Verteilung der QD-Größe.



Abbildung 3.13.: Spektrum von einem einzelnen InGaAs/GaAs Quantenpunkt (SKQD1). Die Peak-Zuordnung $2X^0$, $1X^0$, $1X^+$ entspricht den Literaturwerten aus Abschnitt 3.3.2.

Nachdem nun die Position niedriger QD-Dichte mit der Möglichkeit zur Beobachtung einzelner Objekte bekannt ist, kann dieser Bereich mit Schallwandlern etc. weiter präpariert werden. Abbildung 3.13 zeigt die PL eines einzelnen QDs in genau diesem Bereich: Legt man den mittleren Peak als das neutrale Exziton $1X^0$ fest, so passen die Bindungsenergien der mit $1X^+$ (+1,3 meV) und mit $2X^0$ (-2,1 meV)

bezeichneten Emission sehr gut zu den in Abschnitt 3.3.2 diskutierten Literaturwerten. Der Ursprung des kleinen Satelliten neben dem Biexziton entstammt vermutlich einer höheren Ladungskonfiguration wie $2X^+$ (= 2e + 3h).

3.5.3. Struktur der eingesetzten Proben

Mittels des Stranski-Krastanov-Wachstums wurden zwei Wafer hergestellt, deren Schichtfolgen in Tabelle 3.1 zusammengefasst sind. In dieser Arbeit werden Messungen an jeweils einer Probe dieser zwei Wafer vorgestellt:



Abbildung 3.14.: Graphische Darstellung der Bandkonfiguration von SKQD1 (links) und SKQD5 (rechts). Ein roter Laser erzeugt Ladungsträger im gesamten GaAs, wohingegen der eingesetzte IR-Laser lediglich quasi-resonant im WL und QD anregt.

- SKQD1 Diese Probe stammt aus dem Wafer 13630.b der Arbeitsgruppe von Andreas D. Wieck⁵ und Dirk Reuter⁶. In diesem Wafer ist die QD-Schicht von zwei Übergittern (engl. Superlattice, SL) aus einer kurzperiodischen Abfolge von AlAs/GaAs (16x) umgeben. Diese bilden einen zusätzlichen Einschluss der Ladungsträger in der 60 nm umfassenden GaAs-Schicht, in deren Mitte sich die QDs befinden. Zudem wurde Anfangs ein weiteres SL eingebracht, da sich an solchen Materialgrenzen Fremdatome einfangen lassen und damit die optisch aktive Schicht nicht mehr beeinflussen können.
- SKQD5 Die zweite Probe entstammt der Arbeitsgruppe von Gerhard Abstreiter und Jonathan J. Finley⁷. Dieser Wafer wurde als Vergleichsstruktur zu einem Wafer mit n-dotiertem Rückkontakt zum Einsatz in einer Diodenstruktur hergestellt. Aus diesem Grund wurde eine AlAs-Opferschicht (selektiv zu Ätzen mit Flusssäure, HF) vorgesehen, um den optisch aktiven Teil auf ein anderes Substrat übertragen zu können. Zudem ist eine solche Anordnung zur Herstellung photonischer Kristalle üblich.

⁵Lehrstuhl für Angewandte Festkörperphysik, Ruhr-Universität Bochum, 44780 Bochum

⁶Mittlerweile: Department Physik, Universität Paderborn, 33098 Paderborn

 $^{^7 \}rm Walter$ Schottky Institut, Technische Universität München, 85748 Garching

In beiden Fällen wurden die mit "QD-Schicht" bezeichneten Lagen in der Tabelle bei einer geringeren Wafer-Temperatur gewachsen, um eine Diffusion des Indiums in das bestehende GaAs zu verhindern. In Abbildung 3.14 ist eine Übersicht der Bandkonfiguration beider Proben gegeben: Der rote Laser regt Ladungsträger sowohl im Volumenmaterial GaAs wie auch in den Nanostrukturen an, die Energie des IR-Lasers reicht dagegen nur zur Überwindung der WL- und QD-Bandlücke.

Bezeichnung	SKQD1	SKQD5
gewachsen von	AG Wieck	AG Abstreiter
Herstellernummer	13630.b.1b	08-18-10.5.d1

Funktion	Schichtfolge		
Glätten	$50\mathrm{nm}$ GaAs	300 nm GaAs	
Einfang Fremdatome bzw. Opferschicht	$120\mathrm{nm}$ AlAs/GaAs SL	$100\mathrm{nm}$ AlAs	
Abstand	100 nm GaAs 64 nm AlAs/GaAs SL 30 nm GaAs	210 nm GaAs	
QD-Schicht	2 nm InGaAs 8 nm GaAs	$\begin{array}{c} 10\mathrm{nm}~\mathrm{GaAs}\\ 1\mathrm{nm}~\mathrm{In}_{0,4}\mathrm{Ga}_{0,6}\mathrm{As}\\ 10\mathrm{nm}~\mathrm{GaAs} \end{array}$	
Abstand	20 nm GaAs 64 nm AlAs/GaAs SL 5 nm GaAs	$270\mathrm{nm}$ GaAs	

Tabelle 3.1.: Herkunft und Schichtfolge der zwei Proben mit InGaAs/GaAs-Quantenpunkten. SL steht für "Superlattice" und bezeichnet eine schnelle Abfolge der zwei Schichten. Die Reihenfolge entspricht dem Wachstum, d.h. die Oberfläche befindet sich in der Liste ganz unten.

3.5.4. Aktuelle Entwicklungen

Für praktische Anwendungen werden neben ausgezeichneten optischen Eigenschaften, welche diese InGaAs/GaAs QDs besitzen, vor allem reproduzierbare Emissionsenergien und definierte Wachstumspositionen gefordert. Für das sogenannte *sitecontrolled* QD-Wachstum werden vor dem Abscheiden der InGaAs-Schicht lithographisch kleine Punkte auf dem Wafer definiert, üblicherweise in einem rechteckigen Raster mit Abständen im µm-Bereich. Diese Punkte werden anschließend in das GaAs geätzt und diese Löcher bilden beim darauffolgenden Wachstum eine Art Kondensationskeim für die Inseln. Gerade für Anwendungen mit photonischen Resonatoren, in denen sich ein einzelner Quantenpunkt exakt in der Mitte der Kavität befinden sollte, kann dieser Ansatz zur Lösung führen. Genau für diesen Einsatz jedoch muss der QD eine ganz bestimmte Emissionsenergie aufweisen, welche mit der Kavitätsmode übereinstimmt. Die genaue QD-Zusammensetzung hat man jedoch noch nicht unter einer derartigen Kontrolle, dass die Energie mit der erforderlichen Genauigkeit eingestellt werden könnte. In diesem Beispiel muss deshalb die Mode des Photonischen Kristalls an die QD-Emission angepasst werden bzw. ein (nachträglicher) Abstimmmechanismus zum Einsatz kommen. Etablierte Methoden verwenden die Temperatur, Kondensation von Gasatomen, elektrische oder piezoelektrische Mechanismen. Die mechanische Komponente einer SAW führt eine solche Abstimmung dynamisch, schnell und reversibel durch [17]. Aus diesem Grund wäre ein Verständnis der gleichzeitig stattfindenden Ladungsträgerdynamik von großer Bedeutung. Außerdem konnten Trotta *et al.* zeigen, dass der gleichzeitige Einsatz von elektrischen Feldern und mechanischer Verspannung es erlaubt, die Feinstrukturaufspaltung zu eliminieren [15].

Einer sehr interessanten Erweiterung dieses QD-Systems liegt ein ähnlicher Effekt zugrunde: So wie die Löcher dem Insel-Wachstum als Keim dienen, so führt auch das Verspannungsfeld eines vergrabenen QDs zur präferentiellen Inselbildung in einer weiteren, darüber liegenden Schicht. Somit kann ein QD, welcher mit einer dünnen Schicht ($\sim 5 \,\mathrm{nm}$) GaAs überdeckt wurde, als Keim für einen nächsten QD direkt darüber dienen. Auf diese Weise lassen sich optisch aktive Halbleiter-Moleküle aus Quantenpunkten herstellen, da die Ladungsträger durch die dünne GaAs-Barriere hindurch tunneln können [49,83]. Außerdem kann durch wiederholtes Abscheiden von InGaAs und GaAs erreicht werden, dass sich in Wachstumsrichtung ausgedehnte Zylinder bilden: Diese Quanten-Posts (QPs) besitzen vergleichbare Eigenschaften wie Quantenpunkte. Der fundamentale Unterschied liegt in der breiten, lateralen quantentopf-artigen Matrix, in der diese QPs vollständig eingebettet sind [84]. Hier lassen sich Ladungsträger wesentlich leichter bewegen als in dem nur wenige Monolagen abmessenden WL, was für SAW-induzierten Ladungsträgertransport von Vorteil ist. Der Fokus dieser Arbeit liegt auf Quantenpunkten, ein detaillierter Vergleich der beiden Systeme findet sich in [19].

3.6. Tröpfchen-Ätzen: GaAs/AlGaAs Quantenpunkte

Auf den Stranski-Krastanov-Wachstumsmodus kann im Materialsystem GaAs/ Al-GaAs⁸ zur Realisierung von QDs nicht zurückgegriffen werden, Grund dafür sind die nahezu identischen Gitterkonstanten. Der Vorteil dieses Systems ist auf der anderen Seite eine verspannungsfreie Heterostruktur. Der grundlegende Mechanismus der Selbstorganisation wird im ersten Abschnitt 3.6.1 erläutert und die Hauptunterschiede zu InGaAs/GaAs-QDs dargestellt. Die exakten Details der Schichtabfolge sowie die eingesetzten Proben werden im folgenden Abschnitt vorgestellt und bilden die Grundlage für die Interpretation einiger auftretender Effekte.

⁸AlGaAs dient dabei als Barrierenmaterial, in GaAs sind die Ladungsträger eingeschlossen.

3.6.1. Prinzip der Selbstorganisation

Da InAs auf GaAs im Gegensatz zu GaAs auf AlGaAs im Stranski-Krastanov-Modus wächst, besteht die Möglichkeit, solche InAs-Inseln als Template für eine nachfolgende GaAs-Quantenpunktschicht zu verwenden [85]: Zunächst werden einige Monolagen InAs abgeschieden, welche wegen der Gitterverspannung im SK-Modus wachsen und damit Inseln bilden. Nach einer Einbettung dieser InAs QD-Lage in GaAs wird das InAs mit AsBr₃ heraus geätzt. Dadurch bleiben Löcher im Nanometerbereich an der Oberfläche zurück, welche anschließend mit einer Barriere aus AlGaAs überwachsen werden. Die Nano-Mulden sind in dieser Schicht noch immer vorhanden und eine nun folgende Abscheidung von GaAs bildet in diesen Vertiefungen schließlich die Quantenpunkte. Abschließend wird eine weitere Barriere über den QDs aus AlGaAs gewachsen. Somit wurde die Selbstorganisation der InAs QDs in invertierte GaAs QDs konvertiert, was als hierarchische Selbstorganisation bezeichnet wird. Die an diesem System gemessene Feinstrukturaufspaltung und deren verspannungsinduzierte Abstimmung finden sich in [86, 87], spektrale Eigenschaften und Abhängigkeiten der GaAs-Schicht-Dicke in [88] und Einzelpunktspektroskopie in [89]. Der wesentliche Nachteil dieser Methode besteht, neben der benötigten Ausstattung der MBE mit einer AsBr₃-Ätzeinheit, in der verspannten InAs-Benetzungsschicht, welche unweigerlich unterhalb der GaAs-QD-Schicht verbleibt.

Eine weitere Methode nutzt die Tröpfchen-Epitaxie (engl. Modified Droplet Epitaxy, MDE; [90]) aus: Hierbei kondensiert zunächst das Gruppe-III-Metall (Gallium) auf der Substratoberfläche als Tröpfchen. Ein anschließendes Bereitstellen des Gruppe-V-Elements (Arsen) führt zum Kristallisieren der Tröpfchen. Der wesentliche Unterschied zur nächsten Methode (s.u.) besteht in der Wafer-Temperatur: Die Metall-Tröpfchen werden ohne Arsen-Fluss erzeugt. Damit unter diesen Bedingungen das im Kristall bereits eingebaute Arsen nicht ausdampft, muss gleichzeitig die Wachstumstemperatur des Wafers herabgesetzt werden (~ 200 °C). Ein geeigneter Einschluss in einer AlGaAs-Matrix als Barriere führt schließlich zur Nanostruktur. Die so gebildeten Quantenpunkte können in eine variable "Benetzungsschicht" (WL) eingebettet werden [91] im Gegensatz zu SK-QDs, bei denen der WL ja erst Voraussetzung für die nachfolgende Selbstorganisation ist. In [92] wird gezeigt, dass mit dem MDE-Verfahren gewachsene GaAs/AlGaAs QDs kaum eine Durchmischung der Gruppe-III-Elemente zeigt. Dies reduziert die Unsicherheit für eine atomistische Simulation, wie sie beispielsweise von Gabriel Bester [93] durchgeführt wird. Optische Eigenschaften dieser Quantenpunkte werden u.a. in [94,95] diskutiert, eine Optimierung bezüglich der Entmischung und Feinstrukturaufspaltung in [96]. Wesentlicher Nachteil der MDE besteht in den niedrigen Wachstumstemperaturen während der Tröpfchenbildung und -kristallisation, was zu Gitterfehlern führt.

Für die in dieser Arbeit untersuchten GaAs/AlGaAs Quantenpunkte wurde eine Kombination dieser beiden Verfahren eingesetzt (Schema in Abbildung 3.15; [97,98]): Zunächst wird die Selbstorganisation von Gallium-Tröpfchen genutzt (a), aber im Gegensatz zur MDE werden diese nicht sofort auskristallisiert. Eine Wachstumspause von einigen Minuten ohne Arsen-Hintergrunddruck bei etwa gleicher Temperatur



Abbildung 3.15.: Prinzip des Tröpfchen-Ätzens: Der Galliumtropfen (a) löst Arsen und Gallium aus dem Substrat (b), ein Teil des Materials rekristallisiert am Rand des Tropfens (c). Die anschließende Zugabe von Arsen führt zum Einbau des restlichen Galliums (d).

 $(\sim 500 \,^{\circ}\text{C})$ führt dazu, dass die Ga-Tröpfchen (orange) das schon ins Kristallgitter (blau) eingebaute Arsen und Gallium herauslösen (b): Das Tröpfchen ätzt ein Nano-Loch in die Kristalloberfläche (c). Gleichzeitig rekristallisiert ein Teil des Galliums mit dem gelösten Arsen am Rand des Tropfens und es bildet sich ein Ring aus (d). Nach der Wachstumsunterbrechung wird zunächst der Arsen-Fluss wiederhergestellt, um den Tropfen zu kristallisieren. Durch diese Methode konnten Wang et al. [97] eine Lochtiefe von $\sim 13\,\mathrm{nm}$ bei einer Größe von $\sim 160\,\mathrm{nm}$ und einer Flächendichte von $\sim 3.3 \,\mu\text{m}^{-2}$ erzielen. Anschließend wird die mit Nanolöchern präparierte GaAs-Oberfläche mit einer dünnen AlGaAs-Barriere überwachsen, an deren Oberfläche die Mulden noch immer vorhanden sind. Eine anschließende GaAs-Abscheidung bildet in genau diesen Vertiefungen die Quantenpunkte aus, welche durch eine weitere AlGaAs-Barriere vollendet wird. Die in dieser Arbeit verwendeten Proben sind entsprechend [99] hergestellt worden, die Emissionsenergie lässt sich durch die nominell abgeschiedene Dicke der QD-Schicht zwischen 1,6 eV und 1,8 eV einstellen [100]. In diesen beiden Referenzen finden sich auch Einzelpunktspektren und Nachweise der Einzelphotonenemission.



Abbildung 3.16.: Rasterkraftmikroskopaufnahmen des Kirstallisationsprozesses: Deutlich ist die Bildung eines Rings am Rande des ursprünglichen Tropfens zu erkennen. Adaptiert aus [101].

Dieses Prinzip des lokalen Tröpfchenätzens (engl. Local Droplet Etching, LDE) kann durch viele Parameter beeinflusst werden, welche hier nicht aufgeführt werden sollen. Das Prinzip bleibt stets gleich: Eine durch LDE erzeugte Mulde wird mit GaAs (oder InAs) gefüllt, was letztendlich den QD bildet. In Abbildung 3.16 sind Rasterkraftmikroskop-Aufnahmen des Tröpfchens (a) bis zur Mulde mit Ring (c) auf einer AlGaAs-Oberfläche zusammengestellt. Stemmann *et al.* [102] zeigen eine Methode zur Bildung von ultrakleinen Dichten dieser Löcher im Bereich von $5 \times 10^6 \text{ cm}^{-2} = 0.05 \,\mu\text{m}^{-2}$ mittels In-Tröpfchen auf GaAs und AlGaAs, durch Mischung von Indium und Gallium lässt sich diese Dichte einstellen [103]. Ähnliche Systeme lassen sich direkt auf AlGaAs-Schichten erzeugen [104, 105], in denen man eine bessere Kontrolle über die entstehende QD-Form gewinnt und damit eine geringere Feinstrukturaufspaltung erhält [106]. Optische Eigenschaften und Einzelpunkt-Spektroskopie finden sich in [107, 108].

Die Quantenpunkt-Formation beruht auf der Befüllung einer Mulde mit einem Material kleinerer Bandlücke als das der umgebenden Matrix. Die Erstellung dieser Mulden ist nicht auf Selbstorganisation beschränkt, sie können auch lithographisch auf dem Wafer definiert werden. Das Problem dabei ist, dass diese Methode außerhalb der MBE stattfindet und somit Verunreinigungen entstehen. Zudem werden hohe Anforderungen an die Präparation dieser Nano-Löcher bezüglich Form, Größe und Reproduzierbarkeit gestellt. Eine gute Übersicht stellt [109] zusammen, Beispiel einer Einzelpunktspektroskopie findet sich in [110].

3.6.2. Struktur der eingesetzten Proben



Abbildung 3.17.: Graphische Darstellung der Bandkonfiguration der DQD-Proben.

Abbildung 3.17 stellt die Abfolge der von der Arbeitsgruppe um Oliver G. Schmidt⁹ und Armando Rastelli¹⁰ gewachsenen Heterostruktur zusammen, wobei sich links die Oberfläche und rechts der Wafer befindet. Im Detail wurden nach einer 270 nm umfassenden GaAs Glättungsschicht 100 nm $Al_{0,75}Ga_{0,25}As$ aufgebracht. Diese Opferschicht dient dem selektiven Ätzen mit Flusssäure (HF), um die optisch aktive Schicht auf ein anderes Substrat zu übertragen. Dadurch ist es Kumar *et al.* [99] möglich, mit einem statischen Verspannugsfeld eines Piezos die Emissionsenerige eines Quantenpunktes abzustimmen. Für unsere Experimente ist diese Opferschicht ohne Bedeutung. Der optisch aktive Bereich beginnt nun mit 99 nm GaAs, auf dessen Oberfläche der LDE-Prozess stattfindet. Die dabei entstehenden selbstorganisier-

⁹Institut für Integrative Nanowissenschaften, IFW Dresden, 01069 Dresden

¹⁰Institute of Semiconductor and Solid State Physics, Johannes Kepler University Linz, 4040 Linz, Austria

ten Nano-Vertiefungen werden mit einer 7 nm dicken $Al_{0,44}Ga_{0,56}As$ -Barriere überwachsen, an deren Oberfläche diese Vertiefungen noch immer vorhanden sind. Die anschließende GaAs-Schicht mit einer nominellen Abscheidung von 0,25 bis 3,5 nm bilden darin Quantenpunkte, bei ausreichend Material entsteht dazwischen eine "Benetzungsschicht" (WL). Die folgende 112 nm $Al_{0,33}Ga_{0,67}As$ -Barriere garantiert den Einschluss der Ladungsträger in den QDs und dem WL. Abgeschlossen wird die Struktur mit jeweils 20 nm $Al_{0,44}Ga_{0,56}As$ und GaAs an der Oberfläche. Tabelle 3.2 fasst die in dieser Arbeit eingesetzten Strukturen mit GaAs-QDs zusammen.

Bezeichnung	DQD2	DQD3	DQD4
gewachsen von		AG Schmidt	
Herstellernummer	O404	O408	O404
Funktion		Schichtfolge	
Clätten	$270 \mathrm{nm} \mathrm{GaAs}$		

	8		
Glätten	270 nm GaAs		
Opferschicht	$100 \mathrm{nm} \mathrm{Al}_{0,75}\mathrm{Ga}_{0,25}\mathrm{As}$		
Puffer/Abstand	99 nm GaAs		
LDE	Ga-Tröpfchen		
Barriere	$7 \mathrm{nm} \mathrm{Al}_{0,44}\mathrm{Ga}_{0,56}\mathrm{As}$		
Quantenpunkte	2 nm GaAs $3,5 nm GaAs$ $2 nm GaA$		2 nm GaAs
Barriere	$112 \mathrm{nm} \mathrm{Al}_{0,33}\mathrm{Ga}_{0,67}\mathrm{As}$		
Abdeckung	$20 \mathrm{nm} \mathrm{Al}_{0,44}\mathrm{Ga}_{0,56}\mathrm{As}$		
Abdeckung	20 nm GaAs		

Tabelle 3.2.: Schichtfolge der DQD-Proben mit GaAs/AlGaAs-Quantenpunkten. Die Proben DQD2 und DQD4 unterscheiden sich nur durch die strukturierten Schallwandler. Die Reihenfolge entspricht dem Wachstum, d.h. die Oberfläche befindet sich in der Liste ganz unten.

Um die tatsächliche Quantenpunktform zu erhalten, ist in Abbildung 3.18 (a, b) jeweils die Struktur entlang der [110]- und [1-10]-Richtung vor und nach dem QD-Wachstum mit einem Rasterkraftmikroskop aufgenommen worden, die Differenz dieser beiden Messungen ergibt die Morphologie (d) des QDs. In Abbildung 3.17 ist die Anregungsenergie des roten Lasers ($\sim 1,88 \text{ eV}$) als schwarze Linien eingetragen. Daraus ist ersichtlich, dass im späteren Experiment Ladungsträger im GaAs und der Nanostruktur angeregt werden, sämtliche Barrieren sind dagegen transparent. Mittels einer energiereicheren Anregung (Helium-Neon-Laser und blauer Diodenlaser) wurde das zusammengesetzte PL-Spektrum in Abbildung 3.18 (c) gemessen, hier betrug die QD-Schichtdicke 3,5 nm: Bei 1,52 eV ist das Volumen-GaAs-Exziton bei tiefen Temperaturen (10 K) zu beobachten. Der WL zeigt sich mit 1,67 eV deutlich blau-verschoben, ein Effekt des vertikalen Ladungsträgereinschlusses. Der Grundzustand (*s*-Schale) der QDs liegt bei 1,58 eV, der erste angeregte Zustand (*p*-Schale) bei 1,63 eV. Dies ist in sehr guter Übereinstimmung mit [100]. Zusätzlich sind bei der Anregung im Blauen ein weiterer Peak bei 1,95 eV und lokalisierte Zustände ein wenig



Abbildung 3.18.: (a, b) Rasterkraftmikroskop-Profile entlang [110] bzw. [1-10]. Der Vergleich der Morphologie vor (rot, "unten") und nach (blau, "oben") der QD-Schicht ergibt die QD-Dicke. (c) Typisches Photolumineszenz-Signal über einen breiten spektralen Bereich. (d) QD in der Wachstumsebene, die Abmessungen sind den Linien-Scans aus (a, b) zu entnehmen.

unterhalb (~ 1,86 eV) zu beobachten. Diese Energie entspricht der Al_{0,33}Ga_{0,67}As-Schicht bei tiefen Temperaturen, die Lokalisierung kann an der Grenzfläche zu GaAs oder durch Variationen der Schichtdicke zustande kommen. An dieser Stelle sei angemerkt, dass die geätzten Vertiefungen selbst nach Überwachsen mit ~ 160 nm Material immer noch an der Oberfläche nachweisbar sind.

3.7. Prozessierung der Proben

Um auf den Proben (Abbildung 3.19 (a)) akustische Oberflächenwellen elektrisch anzuregen, müssen interdigitale Schallwandler auf die Oberfläche prozessiert werden. Zudem dienen Markierungen zur Orientierung, Auffindung des Schallpfades und zur Abschätzung des Abstandes vom IDT, was unerlässlich für die Bestimmung der SAW-



Abbildung 3.19.: (a) Probe DQD2 im Kryostaten, montiert auf einem Sockel (golden) mit elektrischer Kontaktierung. Oben ist das Objektiv des Mikroskops zu sehen. (b) Layout der auf der Probe prozessierten Struktur: Markierungen (rot), Anschlusspads (blau) und IDT-Finger (cyan). Diese 12 IDTs decken ein weites Frequenzspektrum ab und deren Schallpfade nehmen einen Großteil der Probe ein.

Laufzeit ist (Layout-Beispiel in Teilbild (b)). Die grundsätzliche Funktionsweise der Elektronenstrahl-Lithographie ist in Abschnitt 3.7.1 gegeben, eine Einführung der klassischen IDT-Strukturen in 3.7.2. Eine Übersicht der Prozessierungsschritte und -parameter findet sich im Anhang A.

3.7.1. Elektronenstrahl-Lithographie

Zur Strukturierung der Proben wurde speziell die Elektronenstrahl-Lithographie gewählt, um den individuellen Anforderungen der einzelnen Proben gerecht zu werden. Im Falle der InGaAs/GaAs-QDs wurde zunächst der Bereich einzelner QDs bestimmt, anschließend wurden Schallwandler passend auf der Probe zur Abdeckung der interessanten Bereiche hergestellt. Die Elektronenstrahl-Lithographie ist eine serielle Schreibtechnik, in der ein fokussierter Strahl von Elektronen über die Probe rastert. Soll ein Bereich nicht belichtet werden, so wird der Strahl durch eine Blende abgeschaltet. Die Ablenkung der Elektronen erfolgt durch elektrische Felder in der Elektronenoptik des Geräts, womit das sogenannte Schreibfeld adressierbar ist. Für größere Strukturen wird der Probentisch neu positioniert, sodass das nächste Schreibfeld an das vorherige anschließt. Hierbei können durch unsaubere Justage Fehler entstehen, wenn diese Schreibfelder nicht exakt aneinander grenzen. Beim Schreiben mehrerer IDTs mit großem Verfahrweg des Probentisches lassen sich diese Ungenauigkeiten kaum vermeiden. Deshalb ist es sinnvoll, sämtliche Finger eines IDTs innerhalb eines einzelnen Schreibfeldes zu positionieren, um Fehler in der Periodizität der Fingerabfolge zu vermeiden. Als Lack wurde eine Doppelschicht aus PMMA eingesetzt, wobei die untere Schicht aufgrund ihrer höheren Empfindlichkeit schneller belichtet wird als die obere. Damit entsteht ein Unterschnitt im Lackprofil, was den abschließenden Lift-Off erleichtert. Zur Metallisierung wurde eine 5 nm-Schicht Titan als Haftvermittler und eine 50 nm-Schicht Aluminimum zur elektrischen Leitung eingesetzt.

3.7.2. Strukturen

Die prozessierten Strukturen setzen sich zusammen aus Schallwandlern und Markierungen. Die Markierungen werden als globale Orientierung für eine exakte nachträgliche Positionierung weiterer Strukturen (IDTs) eingesetzt, und dienen vor allem der lokalen Navigation auf der Probe im PL-Experiment. Dadurch kann man relativ einfach sicherstellen, dass der Ort der Messung innerhalb des Schallpfades liegt. Mittels eines zweidimensionalen Koordinatensystems lässt sich sofort die Position auf der Probe bestimmen und damit der Abstand zu einem IDT abschätzen. Um jegliche Verzerrungen des SAW-Feldes zu vermeiden, liegen die Markierungen stets außerhalb der Schallpfade. Ein Problem bleibt jedoch bestehen: Durch diese "lose" Anordnung der Markierungen und ihrem Abstand zum Messort (welcher im Schallpfad liegt), ist es nahezu unmöglich, einen bestimmten QD für eine erneute Messung wiederzufinden. Für diesen Zweck wäre eine Schattenmaske mit einer definierten, zufälligen Lochanordnung geeignet. Um jedoch die elektrischen Felder der SAW nicht kurzzuschließen, müsste eine solche Maske aus einem undurchsichtigen nichtleitenden Material bestehen.



Abbildung 3.20.: Die klassischen eingesetzten IDT-Layouts: (a) Split-1, (b) Split-2 und (c) Split-4. Die Wellenlänge λ liegt typischerweise im Bereich von 5 µm bis 20 µm, die Fingeranzahl wurde für das 500 µm-Schreibfeld maximal gewählt (100 bis 25 Paare).

Das Layout der IDTs wurde, abgesehen von der akustischen Wellenlänge λ_{saw} und der Fingeranordnung, kaum variiert: Die Länge des Schallwandlers orientiert sich an der Schreibfeldgröße der Elektronenstrahl-Lithographie und ist so bei den eingesetzten Strukturgrößen auf 500 µm beschränkt. Der Fingerüberlapp ("Apertur", siehe Abbildung 3.20) wurde meist zu 300 µm gewählt, damit die Anschlüsse auch in dieser Richtung innerhalb des Schreibfeldes liegen. Das Tastverhältnis der Finger liegt stets bei nominell 50 %, d.h. die Breite der Finger und deren Abstand sind per Design gleich groß. Die Anordnung der Finger wurde sukzessiv vom Einzelfinger-IDT zum Split-2- und Split-4-IDT erweitert (Abbildung 3.20 (a-c)), denn die Möglichkeit der Erzeugung der 3. bzw. 3./5./7. Harmonischen [111] eröffnet den Zugang zu einem umfangreicheren Frequenzbereich mit ein und demselben IDT. Zudem verbessert sich, im Bezug auf die höchste Harmonische, die Strukturgröße im Vergleich zum Split-1-IDT: Für die Grundwellenlänge λ wird in der Split-1-Anordnung eine Fingerbreite von $\lambda/4$ benötigt. Für die gleiche Wellenlänge des Split-4-IDTs ist die Fingerbreite der Grundwellenlänge $\lambda/16$, jedoch für die 7. Harmonische $7 \cdot \lambda/16 \approx \lambda/2$. Im letzten experimentellen Kapitel kommen auch SAWs mit geraden Vielfachen der Grundfrequenz zum Einsatz. Dafür wird eine neue Anordnung der Finger benötigt: Split-51 steht für einen gegenüber vier Fingern. Eine weitere Geometrie (Split-52) stellt zwei gegenüber von weiteren drei Fingern, wobei letztere eine Lehrstelle in der Mitte aufweist. Beide können Frequenzen bis zur vierten Harmonischen wandeln und das zugrundeliegende Konzept ist in Abschnitt 4.2.4 erklärt.

4. Akustische Oberflächenwellen

In den 70er Jahren wurden neuartige elektronische Bauelemente entwickelt, welche akustische Oberflächenwellen (engl. Surface Acoustic Wave, SAW) als aktives Element einsetzen: In der Anwendung besitzen SAW-Filter und SAW-Resonatoren wohl die weiteste Verbreitung und es lassen sich Frequenzen von $\sim 10 \,\mathrm{MHz}$ bis hin zu einigen Gigahertz realisieren. Durch die Art der elektrischen Anregung und Detektion auf piezoelektrischen Kristallen mittels interdigitaler Transducer (IDTs) lassen sich Bandpassfilter mit steilen Flanken umsetzen, eine speziell angepasste Geometrie der IDTs vorausgesetzt. Eine kurze Einführung in diesen Zusammenhang wird Abschnitt 4.2 geben. Die technologische Seite stellt je nach Anwendung unterschiedliche Anforderungen an ein solches SAW-Filter: Beispielsweise ist in einem Mobiltelefon die Stabilität der Filterfrequenz unerlässlich, weswegen eine Lösung mit verschwindender Temperaturdrift benötigt wird. Dies kann mit einer speziellen Quarz-Oberfläche (ST-cut) oder auf LiNbO₃ mit einer dünnen SiO₂-Schicht erreicht werden. Andere grundlegende Eigenschaften sind die Ausbreitungsgeschwindigkeit und damit die Frequenz (bei gleichbleibender Strukturgröße des IDTs) und die Kopplungskonstante zwischen elektrischer Anregung und erzeugter SAW.

Eine akustische Oberflächenwelle zeichnet sich dadurch aus, dass sie an der Oberfläche lokalisiert ist: Die Amplitude fällt mit der Tiefe exponentiell ab. Man unterscheidet zwei Lösungen: (i) Die Rayleigh-Mode (R) ist eine Lösung in der Sagittal-Ebene, definiert durch die Ausbreitungsrichtung und die Oberflächennormale. (ii) Die SH-Mode ist eine horizontale Scherwelle, sie liegt in der Oberfläche und ist senkrecht zur Ausbreitungsrichtung polarisiert. Diese strikte Unterscheidung zwischen R- und SH-Mode ist auf einem Kristallschnitt nur unter bestimmten Bedingungen realisiert, im allgemeinen Fall erhält man eine Überlagerung der beiden Moden.

Eine einfache Möglichkeit zur Manipulation von Nanostrukturen mittels akustischer Oberflächenwellen bietet Galliumarsenid, denn auf diesem piezoelektrischen Verbundhalbleiter lassen sich direkt die akustischen Wellen mittels eines IDTs elektrisch erzeugen. Die etablierten Methoden der Halbleiterprozessierung und der Zugang zur Nanostrukturierung ermöglicht die einfache Vereinigung beider Welten. Um nun die Grundlagen für das Verständnis akustischer Oberflächenwellen und deren Einfluss auf Nanostrukturen zu schaffen, werden zunächst die mechanischen Wellengleichungen im Festkörper gelöst (Abschnitt 4.1). Nach dieser mathematischen Behandlung folgt eine technologische Einführung in die elektrische Erzeugung und Detektion von SAWs mittels interdigitaler Schallwandler (Abschnitt 4.2) und einer Amplitudenabschätzung für die Anordnung in einer Verzögerungsleitung. Anschließend wird der Einfluss einer SAW auf optisch aktive Nanostrukturen diskutiert (Teil 4.3) und die SAW-induzierte Ladungsträgerdynamik simuliert (Abschnitt 4.4).

4.1. Lösung der Wellengleichung



Abbildung 4.1.: Es wird folgende Konvention verwendet: x - Ausbreitungsrichtung k_{saw} der SAW, y - Richtung senkrecht zu k_{saw} , z - Oberflächennormale, z = 0 ist die Oberfläche, z < 0 das Substrat.

Das Vorgehen zur Lösung der Wellengleichung [112, 113] lässt sich in mehrere Schritte einteilen: Zunächst wird das Prinzip am Volumenkristall unter Vernachlässigung (Abschnitt 4.1.1) und unter Berücksichtigung (Abschnitt 4.1.2) des piezoelektrischen Effekts vorgeführt. Die Einführung geeigneter Randbedingungen an einer Kristalloberfläche führt auf den speziellen Fall der akustischen Oberflächenwelle (Abschnitt 4.1.3), was für Galliumarsenid in Abschnitt 4.1.5 explizit gerechnet wird. Zuvor wird das Prinzip der Lösung (Abschnitt 4.1.4) nochmals gezeigt. Bevor die mechanischen Gleichungen im Detail betrachten werden, sollen hier einige Konventionen eingeführt werden:

- Die Koordinatenachsen werden mit $x = x_1$, $y = x_2$, $z = x_3$ bezeichnet (Abbildung 4.1): x entspricht der Ausbreitungsrichtung k_{saw} , y ist die zu k_{saw} senkrechte Richtung und z entspricht der Oberflächennormalen. Hierbei gilt: z = 0 ist die Oberfläche, z < 0 der Kristall und z > 0 der Raum über dem Kristall.
- u_{1-3} beschreibt die mechanische Auslenkung aus dem Ruhezustand in die jeweilige Richtung. Dies wird mit einer vierten Komponente u_4 für das elektrische Potential Φ erweitert.
- Es wird Gebrauch von der Einsteinschen Summenkonvention gemacht, d.h. über zwei gleiche Indizes wird summiert.

4.1.1. Wellengleichung im Volumenkristall (ohne piezoelektrischen Effekt)

Für die mathematische Beschreibung akustischer Wellen im Festkörper werden die Begriffe Spannungstensor (engl. *stress*) und Deformationstensor (engl. *strain*) aus der Kontinuumsmechanik benötigt und stellen jeweils einen Tensor 2. Stufe dar. Dabei handelt es sich beim Spannungstensor T um die Druck- bzw. Zugspannung entlang den Koordinatenachsen (T_{11}, T_{22}, T_{33}), die Nicht-Diagonalelemente beschreiben eine Scherspannung (Kraft pro Fläche). Durch das 2. Newtonsche Gesetz $m \cdot a = F \Leftrightarrow$ $\rho \ddot{u} = \frac{\partial}{\partial x} \frac{F}{A}$ mit der Dichte $\rho = \frac{m}{dx \cdot A}$, der Fläche A und der Masse m lässt sich die Bewegungsgleichung im Festkörper motivieren:

$$\rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = \frac{\partial T_{ij}}{\partial x_i} \,. \tag{4.1}$$

Der Deformations- oder Verzerrungstensor S beschreibt die Änderung der Auslenkung und wird durch die Gradienten in den drei Raumrichtungen dargestellt:

$$S_{kl} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) . \tag{4.2}$$

Nach dem Hookeschen Gesetz stehen Spannung und Deformation in einem linearen Zusammenhang und die Proportionalität wird durch die elastischen Konstanten im Tensor 4. Stufe c eingeführt:

$$T_{ij} = c_{ijkl} S_{kl} \,. \tag{4.3}$$

Die bisher genannten Gleichungen genügen, um die Wellenausbreitung in einem nichtpiezoelektrischen Volumenkristall zu beschreiben. Dazu setzt man in die Bewegungsgleichung 4.1 über die Beziehung 4.3 die Definition des Deformationstensors 4.2 ein:

$$\rho \ddot{u}_j = \frac{\partial}{\partial x_i} \frac{1}{2} c_{ijkl} \left(\frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right) \,. \tag{4.4}$$

Betrachtet man eine ebene Welle in x-Richtung

$$u_i = u_i^{(0)} \cdot \exp\left(i\left(kx_1 - \omega t\right)\right) \tag{4.5}$$

(k: Wellenvektor, ω : Kreisfrequenz), so führt dieser Ansatz in 4.4 eingesetzt zu drei gekoppelten Gleichungen, wobei die Ableitungen nach y und z verschwinden. Zudem wird die Symmetrie der elastischen Konstanten und die Voigt-Notation verwendet¹:

$$\rho \ddot{u}_{1} = c_{11k1} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}} = c_{11} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial x_{1}^{2}} + c_{16} \frac{\partial^{2} u_{2}}{\partial x_{1}^{2}} + c_{15} \frac{\partial^{2} u_{3}}{\partial x_{1}^{2}}$$

$$\rho \ddot{u}_{2} = c_{12k1} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}} = c_{61} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial x_{1}^{2}} + c_{66} \frac{\partial^{2} u_{2}}{\partial x_{1}^{2}} + c_{65} \frac{\partial^{2} u_{3}}{\partial x_{1}^{2}}$$

$$\rho \ddot{u}_{3} = c_{13k1} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}} = c_{51} \frac{\partial^{2} u_{1}}{\partial x_{1}^{2}} + c_{56} \frac{\partial^{2} u_{2}}{\partial x_{1}^{2}} + c_{55} \frac{\partial^{2} u_{3}}{\partial x_{1}^{2}}.$$
(4.6)

¹Symmetrie: $c_{11k1} = c_{111k}$ usw.; Voigt-Notation: $c_{1111} = c_{11}$, $c_{1131} = c_{15}$ usw.; Details siehe Anhang B.1 und B.3.

An dieser Stelle kommt die Kristallklasse zum tragen: Handelt es sich um einen kubischen Kristall wie GaAs, vereinfacht sich das Problem wesentlich, da die Nicht-Diagonalelemente von c mit einem Index größer 3 alle verschwinden, zudem gilt $c_{44} = c_{55} = c_{66}$. Damit vereinfacht sich 4.6 zu

$$\rho \ddot{u}_1 = c_{11} \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2}$$

$$\rho \ddot{u}_2 = c_{66} \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2}$$

$$\rho \ddot{u}_3 = c_{55} \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} .$$
(4.7)

Die Schwingungsmoden entkoppeln voneinander (jede Auslenkung u_k hängt nur von u_k selbst ab) und stellen drei polarisierte Moden dar. Durch Einsetzen der ebenen Welle 4.5 erhält man sowohl die Disperionsrelation als auch die Phasengeschwindigkeit der longitudinalen Welle (u_1) und der zwei transversalen Wellen $(u_{2,3})$:

$$\omega_l = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} \cdot k \iff v_l = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}}$$

$$\omega_t = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}} \cdot k \iff v_t = \sqrt{\frac{c_{44}}{\rho}}.$$
(4.8)

Wäre GaAs kein Piezoelektrikum, so würden sich die Geschwindigkeiten für die [100]-Richtung zu $v_l = 4730 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$ und $v_t = 3342 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$ ergeben. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass diese Entkopplung in einem trigonalen Kristallsystem (z.B. LiNbO₃) nicht gegeben ist und die Polarisationsrichtung nicht mehr mit den Koordinatenachsen übereinstimmen muss. Dennoch spricht man in der Regel von quasi-longitudinal bzw. transversal, wenn die Schwingung überwiegend in die entsprechende Richtung erfolgt.

Zwar wurde bisher von einem nicht-piezoelektrischen Kristall ausgegangen, dennoch führt ein externes elektrisches Feld E zu einer Polarisation P. Dieser Zusammenhang wird in der Elektrodynamik mittels der dielektrischen Verschiebung D zum Ausdruck gebracht: $D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_r \epsilon_0 E$ (ϵ_0 : Permittivität im Vakuum, ϵ_r : relative Permittivität des Materials). Im Festkörper wird auch diese Gleichung mit einem Tensor 2. Stufe verallgemeinert:

$$D_i = \epsilon_{ij} E_j \,. \tag{4.9}$$

Die Reaktion des Festkörpers auf ein elektrisches Feld hängt somit von der Kristallrichtung und den Materialparametern ϵ_{ij} ab, jedoch noch nicht von der Spannung bzw. Deformation. Dies wird im nächsten Abschnitt behandelt.

4.1.2. Wellengleichung im Volumenkristall (mit piezoelektrischem Effekt)

Der Übergang zu einem piezoelektrischen Kristall betrifft in der oben dargestellten Ableitung zunächst die Gleichungen 4.3 und 4.9, welche durch jeweils eine piezoelektrische Kopplung e (Tensor 3. Stufe) erweitert werden:

$$T_{ij} = c_{ijkl}S_{kl} - e_{kij}E_k \tag{4.10}$$

$$D_i = e_{ijk}S_{jk} + \epsilon_{ij}E_j \,. \tag{4.11}$$

Der erste Index des piezoelektrischen Tensors bezieht sich auf das elektrische Feld, Index zwei und drei bilden das mechanische Paar. Dieses kann analog zu den anderen mechanischen Tensoren in die Voigt-Schreibweise überführt werden (Anhang B.1). Die erste Zeile 4.10 drückt aus, dass die "Federkonstante" T durch das elektrische Feld E versteift wird, aus 4.11 wird ersichtlich, dass die Verzerrung S des Kristalls eine zusätzliche Polarisation hervorruft.

Die Gleichungen 4.10, 4.11 besitzen jetzt vier Unbekannte $(u_{1,2,3} \text{ und } u_4 \equiv \Phi)$, die Bewegungsgleichung 4.1 liefert jedoch nur drei Bestimmungsgleichungen. Die vierte erhält man aus den Maxwell-Gleichungen, wobei gleich die quasi-statische Näherung $(\frac{\partial}{\partial t} = 0)$ angenommen werden soll. Dadurch lässt sich das elektrische Feld als Gradient eines Potentials Φ ausdrücken und eine Quellenfreiheit setzt den Gradienten von D zu Null:

$$E_i = -\frac{\partial \Phi}{\partial x_i} \tag{4.12}$$

$$\frac{\partial D_i}{\partial x_i} = 0. (4.13)$$

Kombiniert man nun die Bewegungsgleichung 4.1 mit 4.10, der Definition des Deformationstensors 4.2 und dem Ausdruck für das elektrische Feld 4.12, so erhält man die ersten drei Bestimmungsgleichungen. Die vierte folgt aus 4.11, 4.13 und den entsprechenden Definitionen für S und E:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2} = c_{ijkl} \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_l} + e_{kij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_k} \\ \epsilon_{ij} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x_i \partial x_j} = e_{ijk} \frac{\partial^2 u_j}{\partial x_i \partial x_k} \end{array} \right\}.$$
(4.14)

Die geschweiften Klammern betonen, dass es sich hierbei um ein Gleichungssystem handelt. Zur Lösung dieser gekoppelten Gleichungen wird analog zu 4.5 ein Ansatz ebener Wellen mit Ausbreitungsrichtung x_1 gewählt und um das elektrische Potential erweitert:

$$\begin{cases} u_i = u_i^{(0)} \cdot \exp(i(kx_1 - \omega t)) \\ u_4 = u_4^{(0)} \cdot \exp(i(kx_1 - \omega t)) \end{cases} .$$
(4.15)

Da dieser Ansatz nur von x_1 abhängt, verschwindet jede Ableitung in eine andere Richtung ($\frac{\partial}{\partial x_2} = \frac{\partial}{\partial x_3} = 0$). Damit wird die Wellengleichung 4.14 zu

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho \ddot{u}_{j} = c_{1jk1} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}} + e_{11j} \frac{\partial^{2} \Phi}{\partial x_{1}^{2}} \\ \Phi = \frac{e_{1j1}}{\epsilon_{11}} u_{j} \,. \end{array} \right\} \,. \tag{4.16}$$

Das elektrische Potential Φ hängt jetzt nur noch von u_{1-3} ab und man kann durch Umschreiben von 4.16 eine zu 4.6 analoge Form erreichen²:

$$\rho \ddot{u}_{j} = c_{1jk1} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}} + e_{11j} \frac{e_{1k1}}{\epsilon_{11}} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}}$$

$$= \left(c_{1jk1} + \frac{e_{11j}e_{1k1}}{\epsilon_{11}} \right) \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}}$$

$$= c_{1jk1}^{\prime} \frac{\partial^{2} u_{k}}{\partial x_{1}^{2}} . \qquad (4.17)$$

Der piezoelektrische Effekt führt im Volumenkristall demnach lediglich zu einer veränderten Geschwindigkeit, je nach Kristallklasse kann sich auch die Kopplung zwischen den Polarisationen ändern. Für GaAs bleiben nur die elastischen Konstanten c_{11} und c_{44} erhalten, bei den piezoelektrischen Konstanten sind nur $e_{14} = e_{123} = e_{132}$, $e_{25} = e_{213} = e_{231}$, $e_{36} = e_{312} = e_{321}$ verschieden von Null: Die [100]-Richtung von GaAs koppelt somit nicht mit dem piezoelektrischen Feld.

Anders ist die Situation für die [110]-Richtung: Die einzige in Frage kommende und von Null verschiedene Komponente des piezoelektrischen Tensors e ist $e_{113} = e_{131}$ (siehe Werte für rotierte Tensoren und Voigt-Notation, Anhang B.3). Damit ist von der Kopplung nur die Komponente c'_{55} betroffen und die Geschwindigkeiten ergeben sich zu

$$v_{l} = \sqrt{\frac{c_{11}}{\rho}} = 5230 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$$

$$v_{t1} = \sqrt{\frac{c_{66}}{\rho}} = 2470 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$$

$$v_{t2} = \sqrt{\frac{c_{55}'}{\rho}} = 3349 \,\mathrm{m \, s^{-1}}.$$
(4.18)

Die Korrektur für die Geschwindigkeit v_{t2} beträgt auf GaAs lediglich 0,2%.

4.1.3. Randbedingung für akustische Oberflächenwellen

Aus mathematischer Sicht vollzieht sich der Übergang von der Volumen- zur Oberflächenwelle durch die Einführung geeigneter Randbedingungen. Dabei setzt sich der mechanische Teil durch die Abwesenheit der Druck-, Zug- und Scherspannungen an der Oberfläche z = 0 zusammen. Dies wird durch

$$\{T_{31} = T_{32} = T_{33}\}_{x_3=0} = 0 \tag{4.19}$$

ausgedrückt. Des weiteren wird für das elektrische Potential Φ wie für die dielektrische Verschiebung D Kontinuität an der Oberfläche gefordert, im freien Raum soll

 $^{^2 \}mathrm{Der}$ Summations index von Φ wird ohne Einschränkung der Allgemeinheit von j nach k umbenannt.

die Laplace-Gleichung gelten:

$$D_{3} |_{x_{3}=0} = \hat{D}_{3} |_{x_{3}=0}$$

$$\Phi |_{x_{3}=0} = \hat{\Phi} |_{x_{3}=0}$$

$$\Delta \hat{\Phi} = 0.$$
(4.20)

 \hat{D} und $\hat{\Phi}$ stehen jeweils für die entsprechenden Felder im Vakuum über dem Kristall. Zwei zusätzliche Forderungen für Oberflächenwellen sind der exponentielle Abfall der Wellenamplituden u_{1-4} mit der Tiefe und das elektrische Potential im Vakuum soll ebenfalls für $z \to \infty$ verschwinden:

$$\begin{aligned} u_{1-4} &= 0 \mid_{z \to -\infty} \\ \hat{\Phi} &= 0 \mid_{z \to +\infty} . \end{aligned}$$

$$\tag{4.21}$$

Aus diesen Bedingungen kann bereits die Form des elektrischen Potentials $\hat{\Phi}$ über dem Kristall bestimmt werden. Die Abhängigkeit in Ausbreitungsrichtung x_1 der SAW muss der im Kristall entsprechen, zudem muss sie der Laplace-Gleichung genügen. Man kann leicht prüfen, dass der Ansatz

$$\hat{\Phi} = \hat{\Phi}^{(0)} \exp(i(kx_1 - \omega t)) \exp(-kx_3)$$
(4.22)

beide Anforderungen erfüllt und zudem für $x_3 \to +\infty$ verschwindet.

Eine elektrisch kurzgeschlossene Oberfläche (perfekte Leitfähigkeit, kein Massenbelag) bewirkt ein Verschwinden der Felder in der Oberflächenebene x_1x_2 . Mittels $\Delta \hat{\Phi}_{sc} = 0$ und dem verschwindenden Potential im Unendlichen bleibt nur die mögliche Randbedingung

$$\Phi_{\rm sc} \mid_{x_3=0} = 0. \tag{4.23}$$

4.1.4. Vorgehensweise zur numerischen Lösung

Bevor der Lösungsweg skizziert werden kann und warum sich dieser wesentlich vom Vorgehen für die Volumenwellen in Abschnitt 4.1.2 unterscheidet, muss das Problem zunächst formuliert werden. Ausgangspunkt sind wiederum die vier gekoppelten Welengleichungen 4.14. Allerdings muss nun der Ansatz abgeändert werden, um den exponentiellen Abfall mit der Kristalltiefe zu berücksichtigen. b ist eine zunächst beliebige Konstante:

$$u'_{i} = u_{i}^{(0)} \exp(i k(x_{1} + bx_{3} - vt)).$$
(4.24)

Setzt man dies in die Wellengleichung ein, so fallen nur noch Ableitungen nach x_2 weg. Das Gleichungssystem lässt sich in Matrixschreibweise darstellen und wird mit dem Ansatz zur "Wellengleichungsmatrix" (WGM)

$$\begin{pmatrix} M_{11} - \rho v^2 & M_{12} & M_{13} & M_{14} \\ M_{12} & M_{22} - \rho v^2 & M_{23} & M_{24} \\ M_{13} & M_{23} & M_{33} - \rho v^2 & M_{34} \\ M_{14} & M_{24} & M_{34} & M_{44} \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} u_1^{(0)} \\ u_2^{(0)} \\ u_3^{(0)} \\ u_4^{(0)} \end{pmatrix} = 0$$
 (4.25)

mit den Matrixelementen

$$M_{11} = c_{55}b^{2} + 2c_{15}b + c_{11}$$

$$M_{22} = c_{44}b^{2} + 2c_{46}b + c_{66}$$

$$M_{33} = c_{33}b^{2} + 2c_{35}b + c_{55}$$

$$M_{12} = c_{45}b^{2} + (c_{14} + c_{56})b + c_{16}$$

$$M_{13} = c_{35}b^{2} + (c_{13} + c_{55})b + c_{15}$$

$$M_{23} = c_{34}b^{2} + (c_{36} + c_{45})b + c_{56}$$

$$M_{14} = e_{35}b^{2} + (e_{15} + e_{31})b + e_{11}$$

$$M_{24} = e_{34}b^{2} + (e_{14} + e_{36})b + e_{16}$$

$$M_{34} = e_{33}b^{2} + (e_{13} + e_{35})b + e_{15}$$

$$M_{44} = -(\epsilon_{33}b^{2} + 2\epsilon_{13}b + \epsilon_{11}).$$
(4.26)

Der übliche Weg zur Lösung dieses Problems besteht darin, die (unbekannte) Geschwindigkeit v_{saw} auf einen Wert zu legen, die Wellengleichungsmatrix nach b zu lösen und anschließend zu prüfen, ob die so erhaltene Lösung mit den Randbedingungen vereinbar ist. Sollte das nicht der Fall sein, wird der Vorgang mit einer neu gewählten Geschwindigkeit v_{saw} so lange wiederholt, bis der Fehler eine festgesetzte Grenze unterschreitet.

Die Wellengleichungsmatrix 4.25 besitzt genau dann nicht-triviale Lösungen, wenn ihre Determinante Null wird. Somit reduziert sich das Problem auf eine algebraische Gleichung achten Grades, welche damit acht (komplexe) Nullstellen b_n besitzt, wobei diese in komplex konjugierten Paaren auftreten. Es werden nur die Nullstellen b_n mit negativem Imaginärteil verwendet, damit die Lösung mit dem Ansatz 4.24 für $x_3 \to -\infty$ verschwindet:

$$\exp(i kbx_3) = \exp(i k (\Re(b) - i |\Im(b)|) x_3)$$

=
$$\underbrace{\exp(i k\Re(b)x_3)}_{\text{Schwingung}} \cdot \underbrace{\exp(-|\Im(b)||x_3|)}_{\exp.\text{Abfall}}.$$
 (4.27)

Auf diesem Wege erhält man vier Nullstellen b_n , von denen jede mit dem Ansatz 4.24 die Wellengleichungsmatrix löst. Die allgemeine Lösung besteht somit aus der Superposition dieser vier unabhängigen Lösungen:

$$u_{i} = \sum_{n=1}^{4} u_{i}^{(n)} = \sum_{n=1}^{4} C_{n} \alpha_{in} \exp(i(kx_{1} - \omega t)) \exp(ikb_{n}x_{3}), \quad i = 1..4$$

$$\hat{\Phi} = \sum_{n=1}^{4} \hat{\Phi}^{(n)} = \sum_{n=1}^{4} C_{n} \alpha_{in} \exp(i(kx_{1} - \omega t)) \exp(-kx_{3}).$$
(4.28)

Die Matrix α_{in} beinhaltet die Amplituden der jeweiligen Auslenkung *i* (vorher $u_i^{(0)}$) einer Partialwelle *n* und kann durch die Nullstellen b_n aus der Wellengleichungsmatrix 4.25 bestimmt werden. Die Werte C_n geben das "Mischungsverhältnis" der

Partialwellen an und müssen über die Randbedingungen ausgerechnet werden. Diese schreiben sich in der Summenform als

$$T_{3j} = c_{3jkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + e_{k3j} \frac{\partial \Phi}{\partial x_k} = 0$$

$$D_3 - \hat{D}_3 = e_{3jk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} - \epsilon_{3j} \frac{\partial \Phi}{\partial x_j} + \epsilon_0 \frac{\partial \hat{\Phi}}{\partial x_3} = 0$$
(4.29)

und werden mittels der Voigt-Notation mit den gegebenen Ansätzen in der Matrixschreibweise zusammengefasst (nur die n-te Spalte):

$$\begin{pmatrix} \alpha_{1n}(c_{51}+c_{55}b_n)+\alpha_{2n}(c_{56}+c_{54}b_n)+\alpha_{3n}(c_{55}+c_{53}b_n)-\alpha_{4n}(e_{15}+e_{35}b_n)\\ \alpha_{1n}(c_{41}+c_{45}b_n)+\alpha_{2n}(c_{46}+c_{44}b_n)+\alpha_{3n}(c_{45}+c_{43}b_n)-\alpha_{4n}(e_{14}+e_{34}b_n)\\ \alpha_{1n}(c_{31}+c_{35}b_n)+\alpha_{2n}(c_{36}+c_{34}b_n)+\alpha_{3n}(c_{35}+c_{33}b_n)-\alpha_{4n}(e_{13}+e_{33}b_n)\\ \alpha_{1n}(e_{31}+e_{35}b_n)+\alpha_{2n}(e_{36}+e_{34}b_n)+\alpha_{3n}(e_{35}+e_{33}b_n)-\alpha_{4n}(\epsilon_{31}+\epsilon_{33}b_n-i\epsilon_0) \end{pmatrix}.$$

$$(4.30)$$



Abbildung 4.2.: Fehler der Randbedingungsmatrix in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit für GaAs. Das Minimum bei $2860 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$ (grün) entspricht der gesuchten Rayleigh-Mode.

Ist die Determinante dieser Randbedingungsmatrix RBM größer als der zu tolerierende Fehler, so muss eine andere Geschwindigkeit $v_{\rm saw}$ gewählt und das Lösungsverfahren erneut durchlaufen werden. Andernfalls hat man die Geschwindigkeit der SAW gefunden und das Problem ist gelöst. Abbildung 4.2 zeigt im Vorgriff auf den nächsten Abschnitt die Fehlerwerte bei der Geschwindigkeitssuche für GaAs, wo die Minimierung für $v_{\rm Rayleigh} = 2861,55 \,{\rm m\,s^{-1}}$ gelang. Die Werte C_n können aus

$$\operatorname{RBM} * \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \end{pmatrix} = 0 \tag{4.31}$$

Schülein 2014

57

bestimmt werden und damit sind alle Werte C_n , α_{in} , b_n des allgemeinen Ansatzes 4.28 bekannt. Es gilt die Dispersionsrelation mit der gefundenen Geschwindigkeit v_{saw}

$$\omega = v_{\text{saw}}k = v_{\text{saw}}\frac{2\pi}{\lambda} \quad \Leftrightarrow \quad f = \frac{v_{\text{saw}}}{\lambda} \tag{4.32}$$

und bei gegebener Frequenz f lassen sich mittels der Gleichung 4.28 alle Felder \vec{u}, Φ und die daraus abgeleiteten Größen \vec{E}, S, T berechnen. Es ist anzumerken, dass die so gefundene Lösung keine Dispersion besitzt (v_{saw} ist unabhängig von der Frequenz). Die einzelnen Felder der Lösung 4.28 stehen in einem festen Verhältnis zueinander. Demnach genügt es, nur eine dieser Größen zu messen bzw. abzuschätzen (z.B. die vertikale Auslenkung $u_z = u_3$), um alle anderen festzulegen.

Nun wird der Unterschied zur Lösung des Volumenkristalls deutlich: Diesen Fall kann man in der Matrixschreibweise 4.25 mit b = 0 einschließen. Dann verbliebe lediglich die Geschwindigkeit v als Unbekannte und die Determinante der Wellengleichungsmatrix würde direkt die Geschwindigkeiten v_l , v_{t1} , v_{t2} aus Abschnitt 4.1.2 liefern. Da für akustische Oberflächenwellen jedoch zwei Parameter vorhanden sind (bund v), muss der skizzierte Weg zur Minimierung des Fehlers der Randbedingungen vollzogen werden.

4.1.5. Explizite Lösung für GaAs

Nun werden Werte für die [110]-Richtung auf der (001)-Oberfläche von GaAs eingesetzt (siehe Anhang B.3): Die Wellengleichungsmatrix 4.25 wird mit der Geschwindigkeit $v_{saw} = 2861,55 \,\mathrm{m\,s^{-1}}$ zu

$$\begin{pmatrix} (5,9b^2+10)10^{10} & 0 & 11 \cdot 10^{10}b & -0,32b \\ 0 & (5,9b^2-1,1)10^{10} & 0 & 0 \\ 11 \cdot 10^{10}b & 0 & (12b^2+1,6)10^{10} & -0,16 \\ -0,32b & 0 & -0,16 & -(1,2b^2+1,2)10^{-10} \end{pmatrix} .$$
(4.33)

An dieser Stelle kann man erkennen, dass die y-Komponente entkoppelt: Die zweite Zeile und Spalte besitzt lediglich den Diagonalterm. Damit würde sich die Lösung im Prinzip vereinfachen. Es wird hier dennoch die allgemeine Form gewahrt, damit diese auf andere Kristallschnitte und -systeme anwendbar bleibt. Die Lösung wird dadurch eine reine Rayleigh-Welle R_2 sein, d.h. sie ist komplett in der Sagittalebene xz polarisiert. Die Bedingung für nicht-triviale Lösungen wird über die Determinante formuliert:

$$\det(WGM) = -46 \cdot b^8 - 40 \cdot b^6 - 2.9 \cdot b^4 - 8.6 \cdot b^2 + 2.0 = 0.$$
(4.34)

Die Nullstellen werden numerisch mit der Software *Maple* berechnet und Werte mit positivem Imaginärteil werden verworfen:

$$\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \\ b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0.481 - i \, 0.496 \\ - i \, 1.01 \\ 0.481 - i \, 0.496 \\ -0.431 \end{pmatrix} .$$
 (4.35)

Setzt man nun die Nullstellen b_n in die WGM ein, kann man über die Beziehung

$$WGM_n \cdot \begin{pmatrix} \alpha_{1n} \\ \alpha_{2n} \\ \alpha_{3n} \\ \alpha_{4n} \end{pmatrix} = 0 \tag{4.36}$$

die Amplitudenmatrix α berechnen:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{pmatrix} (1,5 - i\,4,5)10^{-10} & i\,6.0 \cdot 10^{-10} & (-1,5 - i\,4,5)10^{-10} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\\ (-1,2 - i\,6,2)10^{-10} & 5.0 \cdot 10^{-12} & (-1,2 + i\,6,2)10^{-10} & 0\\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \,. \tag{4.37}$$

Werte von der Ordnung $\mathcal{O}(1 \times 10^{-24})$ oder kleiner entstammen der endlichen Rechengenauigkeit und werden zu Null gesetzt. Schließlich werden mittels der Randbedingungsmatrix 4.31 die Anteile der Partialwellen bestimmt:

$$C = \begin{pmatrix} -0.38 - \mathrm{i}\,0.34 \\ 1 \\ -0.38 + \mathrm{i}\,0.34 \\ 0 \end{pmatrix} \,. \tag{4.38}$$



Abbildung 4.3.: Darstellung der SAW-Felder auf GaAs: Auslenkung u_x , u_z (Gitter), elektrisches Potential Φ (farbcodiert: blau < grün < rot) und elektrisches Feld E_x , E_z (Pfeile).

Abbildung 4.3 fasst die so berechneten Felder zusammen: Das Gitter gibt die Auslenkung u_x , u_z wieder und das Potential Φ ist von blau ($\Phi < 0$) über grün ($\Phi = 0$)

Schüle
in 2014



Abbildung 4.4.: (a) Phasenbeziehung der einzelnen Felder an der Oberfläche entlang der Ausbreitungsrichtung x. (b) Abfall der Felder mit der Tiefe z bzw. dem Abstand von der Oberfläche, jeweils für das Maximum in Ausbreitungsrichtung. Für GaAs [110] auf (001) mit $f_{\text{saw}} = 250 \text{ MHz}$ und $u_z^{(0)} = 1 \text{ nm}$.

zu rot ($\Phi > 0$) farbcodiert. Die Pfeile geben die Richtung und relative Amplitude des elektrischen Feldes an. Der Graph in Abbildung 4.4 (a) zeigt die absoluten Werte der Felder entlang der Ausbreitungsrichtung x an der Oberfläche (z = 0) für eine vertikale Auslenkung von $u_z^{(0)} = 1 \text{ nm}$ an, Teilbild (b) gibt die Abhängigkeit in Wachstumsrichtung z für das jeweilige Maximum der x-Abhängigkeit. Die Felder skalieren linear mit der Amplitude u_z und alle durch eine Ableitung berechneten Felder ($E_{x,z}, S, T$) skalieren zusätzlich mit der Frequenz f_{saw} . Die Zusammenhänge für die Amplituden nahe der Oberfläche (z = -115 nm) lassen sich für GaAs dann so ausdrücken:

$$u_x = 0,69 \text{ nm} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}}$$

$$\Phi = 0,71 \text{ V} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}}$$

$$E_x = 3,9 \text{ kV cm}^{-1} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$$

$$E_z = 4,7 \text{ kV cm}^{-1} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$$
Spur $\mathbf{T} = 49 \text{ MPa} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$. (4.39)

Es bleibt zu beachten, dass diese Abhängigkeiten keinerlei Effekte der Schallwandlung berücksichtigen. Legt man eine geänderte Frequenz an einen IDT an, so muss auch mit einer anderen Amplitude $u_{x,z}$, Φ gerechnet werden. Eine Abschätzung dieser Größen wird in Abschnitt 4.2 erarbeitet.

4.1.6. Lösung für LiNbO₃

Für ein Experiment wurde Lithiumniobat (LiNbO₃) als Trägermaterial für die SAW-Erzeugung eingesetzt. Grund hierfür ist, dass LiNbO₃ eine wesentlich höhere piezoelektrische Kopplung besitzt als GaAs. Eine SAW lässt sich somit einfacher anregen bzw. ist bei vergleichbarer Signalleistung stärker. Deshalb werden die entsprechenden Ergebnisse der obigen Rechnung für 128°-rot. YX LiNbO₃ angeschrieben³ und sind in Abbildung 4.5 zusätzlich gezeigt. Die Geschwindigkeit der Rayleigh-Welle beträgt $v_{\rm saw} = 3983 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$ und es wurde eine Auslenkung von $u_z = 1 \,\mathrm{nm}$ an der Oberfläche angenommen, die Auswertung erfolgte 160 nm unter der Oberfläche:

$$u_x = 0.81 \text{ nm} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}}$$

$$\Phi = 4.6 \text{ V} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}}$$

$$E_x = 18.3 \text{ kV cm}^{-1} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$$

$$E_z = 7.3 \text{ kV cm}^{-1} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$$
Spur $\mathbf{T} = 74 \text{ MPa} \cdot \frac{u_z}{1 \text{ nm}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$. (4.40)



Abbildung 4.5.: (a) Phasenbeziehung der einzelnen Felder an der Oberfläche entlang der Ausbreitungsrichtung x. (b) Abfall der Felder mit der Tiefe bzw. dem Abstand von der Oberfläche, jeweils für das Maximum in Ausbreitungsrichtung. Für 128°-rot. YX LiNbO₃.

³Die Oberflächennormale zeigt in die um 128° um die Y-Achse rotierte Richtung, die Ausbreitungsrichtung ist X.

4.2. Anregung und Detektion von SAWs

Nachdem nun berechnet wurde, wie sich die mechanischen und elektrischen Felder einer SAW zusammensetzen und mit welcher Geschwindigkeit sie sich ausbreiten, wird eine Methode zur Messung der Laufzeit in Abschnitt 4.2.1 vorgestellt. Aus diesem Wert kann auf $v_{\rm saw}$ zurückgerechnet werden. Das Prinzip beruht auf einer Verzögerungsleitung, der Anordnung zweier IDTs mit gemeinsamem Schallpfad. Die Hochfrequenzeigenschaften einer solchen Verzögerungsleitung lassen sich mit einem Netzwerkanalysator (Abschnitt 4.2.2) vermessen, was schließlich zu einer Abschätzung der SAW-Amplitude (Abschnitt 4.2.3) führt. Im abschließenden Teil 4.2.4 wird die Erzeugung der Welle durch den Schallwandler und dessen Frequenzverhalten genauer betrachtet. Diese wichtigen Ergebnisse werden am Ende des Kapitels in einer Übersicht zusammengefasst.



4.2.1. Signal-Laufzeit in einer Verzögerungsleitung

Die Anordnung zweier identischer IDTs in einer Verzögerungsleitung (engl. *Delay-Line*), d.h. ein IDT befindet sich im Schallpfad eines weiteren IDTs (Abbildung 4.6, Mitte), bringt zwei wesentliche Vorteile: Wird ein SAW-Puls an einem IDT durch einen Generator erzeugt (links), so kann dieser mit einer zeitlichen Verzögerung am zweiten IDT z.B. mit einem Oszilloskop (rechts) detektiert werden. Misst man die Amplituden der elektrischen Signale, so erhält man eine Abschätzung über die transmittierte akustische Leistung (siehe Abschnitt 4.2.3). Außerdem kann durch den Zeitversatz zwischen Anregung und Detektion die Geschwindigkeit der Welle ermittelt werden.

Ausgangspunkt ist eine Verzögerungsleitung, deren IDTs in Abbildung 4.7 (a) als schraffierte Flächen in der Zeitdomäne dargestellt sind. Ein einzelner Spannungsimpuls prägt in gewisser Weise die Form des IDTs in das Schallfeld und diese Störung

Abbildung 4.6.: Ein HF-Generator (links) erzeugt am linken IDT einen SAW Puls. Dieser läuft über die Probe (Mitte) zum rechten IDT und wird dort in ein elektrisches Signal gewandelt, welches auf einem Oszilloskop (rechts) analysiert werden kann. Das Bild dieser LiNbO₃-Probe wurde mit einem Rasterelektronenmikroskop erstellt: Das Wellenbild entsteht durch die Ablenkung des Elektronenstrahls im Feld einer stehenden akustischen Oberflächenwelle.



Abbildung 4.7.: (a) Zeitliche Abfolge der Fensterfunktionen und IDTs. Die SAW ist für zwei Zeitpunkte dargestellt: (i) Abschalt-Zeitpunkt des HF-Pulses (grün, rot) und (ii) SAW-Puls liegt in der Mitte des Empfänger-IDTs (blau und rot gestrichelt). (b) Berechnete Form von Signal, SAW und Antwort. (c) Am Oszilloskop gemessenes Übersprechen von Signal (links) und transmittierte Antwort (rechts). Die SAW selbst kann hier nicht veranschaulicht werden.

breitet sich mit der Geschwindigkeit $v_{\rm saw}$ aus. Ist die Störung um $\lambda/2$ entlang des Schallpfades gewandert, wird im Resonanzfall f_1 gerade phasenrichtig die nächste Störung aufgeprägt (Details hierzu finden sich in Abschnitt 4.2.4). Um die Laufzeit der SAW zwischen beiden IDTs zu messen, legt man einen zeitlich begrenzten HF-Puls von typischerweise $\sim 300 \text{ ns}$ am Schallwandler an (Abbildung 4.7 (a, b), grün). Der dadurch entstehende, propagierende SAW-Puls (a, b, rot) besitzt nicht sofort seine maximale Amplitude: Ein von der Mitte des IDTs loslaufender Impuls wird auf seinem Weg entlang des Schallwandlers von N/2 Fingern verstärkt, wohingegen ein Impuls des ersten Fingers keine Verstärkung und die Anregung des "letzten" Fingers maximale Verstärkung erfährt. Ein analoges Verhalten entsteht am Ende des HF-Pulses. Mathematisch ist die Form des SAW-Pulses die Faltung des IDTs mit der Fensterfunktion der Anregung. In beiden Fällen handelt es sich hier um eine Rechteckfunktion und die SAW folgt damit einem linearen Anstieg, einem konstanten Plateau und einem anschließenden linearen Abfall (Form des SAW-Pulses in Abbildung 4.7 (a, b), rot). Erreicht der SAW-Puls den zweiten Schallwandler, kommt der gleiche Effekt zum Tragen und die SAW-Pulsform wird erneut mit der Rechteckform des IDTs gefaltet. Dies führt zu einem quadratischen Anstieg, gefolgt von einem quadratischen Sättigungsverhalten und einem entsprechenden Abfall (Form der Antwort in Abbildung 4.7 (a, b), blau). Ist der SAW-Puls lange genug, befindet sich dazwischen ein konstantes Plateau.

Der Empfangs-IDT zeigt am Oszilloskop zwei Pulse (Abbildung 4.7 (c)): Das rechteckförmige elektromagnetische Übersprechen der HF-Anregung und die zeitverzögerte, transmittierte Antwort. Da beide Signale an ein und demselben IDT aufgenommen werden, entfallen sämtliche Laufzeitunterschiede der Anschlusskabel. Aus diesen Daten soll nun die Laufzeit der SAW und damit die akustische Geschwindigkeit $v_{\rm saw}$ bestimmt werden. Zunächst werden markante Punkte im Signal festgelegt und deren Zeitpunkte gegenüber dem Oszilloskop-Trigger bestimmt: Das Ende des HF-Pulses liegt bei $t_{\rm HF} = -1228,3$ ns und dessen Länge von 300 ns ist bekannt. Die Antwort gestaltet sich etwas diffiziler, da weder ein scharfer Anfang noch ein definiertes Ende vorhanden ist. Aus diesem Grund muss hier die Mitte des Pulses bestimmt werden, entweder durch einfaches Abschätzen, oder wie in diesem Fall durch das Fitten einer Gauß-Funktion⁴: $t_{\rm saw} = -343,5$ ns.



Abbildung 4.8.: Zuordnung der gemessenen Zeitpunkte $t_{\rm HF}$ (oben) und $t_{\rm saw}$ (unten). Der SAW-Puls (rot) breitet sich mit der Geschwindigkeit $v_{\rm saw}$ aus und legt dabei die Strecke $x_{\rm delay}$ zwischen dem sendenden (grün) und empfangenden IDT (blau) zurück. Die Länge der SAW-Segmente können aus der IDT-Abmessung $x_{\rm idt}$ und der HF-Pulsdauer $t_{\rm sig} = x_{\rm sig}/v_{\rm saw}$ abgeleitet werden.

Nach obiger Diskussion kann man diesen zwei Punkten eine Position des SAW-Pulses auf der Verzögerungsleitung zuordnen, was in Abbildung 4.8 dargestellt ist: Zu $t_{\rm HF}$ verlässt gerade der Punkt des Pulses zwischen konstanter Amplitude und linearem Abfall den sendenden IDT (Bild oben), bei $t_{\rm saw}$ befindet sich der SAW-Puls exakt in der Mitte des empfangenden IDTs (Bild unten). Während der Zeit $\Delta t = t_{\rm saw} - t_{\rm HF}$ legt der Mittelpunkt des SAW-Pulses die Strecke $v_{\rm saw} \cdot \Delta t$ zurück, welche sich aus der Hälfte des Empfangs-IDTs $0.5 \cdot x_{\rm idt}$ und dem Weg zwischen den IDTs $x_{\rm delay}$ zusammensetzt. Allerdings befindet sich die Mitte des SAW-Pulses zum Zeitpunkt $t_{\rm HF}$ bereits nicht mehr am sendenden IDT, sondern der Weg ist verkürzt. Um diese Strecke zu bestimmen, betrachtet man die SAW-Pulsform: Der lineare

⁴Die Gauß-Funktion entspricht *nicht* der Pulsform, dennoch stimmen die Maxima beider Funktionen überein - und nur dieser Wert ist hier von Interesse.

Anstieg entspricht exakt der Breite des IDTs, das konstante Plateau zusammen mit dem Anstieg (oder Abfall) repräsentiert die HF-Puls-Dauer. Die Länge des Plateaus ergibt sich damit zu $v_{\rm saw} \cdot t_{\rm sig} - x_{\rm idt}$. Hierfür wird vorausgesetzt, dass die Länge des HF-Pulses länger ist als die IDT-Transit-Zeit, sonst würde sich kein Plateau ausbilden. Nun kann man einen Ausdruck für die SAW-Geschwindigkeit $v_{\rm saw}$ aufstellen:

$$v_{\text{saw}} \cdot \Delta t = x_{\text{delay}} + \frac{x_{\text{idt}}}{2} - \frac{v_{\text{saw}} \cdot t_{\text{sig}} - x_{\text{idt}}}{2}$$

$$v_{\text{saw}} = \frac{x_{\text{idt}} + x_{\text{delay}}}{\Delta t + t_{\text{sig}}/2} .$$
(4.41)

Der Abstand der IDTs x_{delay} (3650 µm) und deren Länge x_{idt} (500 µm) sind durch die Geometrie der Verzögerungsleitung gegeben, die Dauer des HF-Pulses t_{sig} (300 ns) ist ebenfalls ein bekannter Parameter und der Zeitunterschied $\Delta t = 1302,5$ ns wird aus der Messung bestimmt. Im Beispiel aus Abbildung 4.7 (c) erhält man dadurch eine Geschwindigkeit von $v_{\text{saw}} = 2857 \text{ ms}^{-1}$, was in sehr guter Übereinstimmung mit der Rechnung (4.1.4) bzw. den Literaturwerten ist (2856 m s⁻¹ [114], 2865 m s⁻¹ [113]).

Da die Unsicherheit bezüglich der Verzögerungsleitungsgeometrie beim Einsatz der Elektronenstrahllithographie sehr klein ist, entsteht der Fehler dieser Methode hauptsächlich durch die Unsicherheit bei der Bestimmung der zwei markanten Zeitpunkte $t_{\rm HF}$ und $t_{\rm saw}$: Die gepulste Hochfrequenzquelle beispielsweise ist nicht in der Lage, am Ende des Pulses instantan das Signal abzuschalten und es treten wenige Schwingungen abnehmender Amplitude auf (Inset in Abbildung 4.9 (a)). Hier besteht das Problem, das Ende des Pulses exakt festzulegen. Eine Unsicherheit von einem Schwingungszyklus entspricht bei $f_3 = 720 \text{ MHz}$ und der Laufzeit von $\Delta t = 877,7 \text{ ns}$ nur einer Änderung von 0.16~%. Dies genügt allerdings, um die Phase an einem beliebigen Punkt auf der Verzögerungsleitung um eben 360° zu drehen. Für die Fourier-Synthese in Abschnitt 9 ist genau diese Phasenlage von entscheidender Bedeutung. Abbildung 4.9 (a) zeigt die Messung der ersten vier Harmonischen an einer Verzögerungsleitung auf GaAs (DQD4, analoge Messung zu Abbildung 9.6 auf Seite 172) und es ist deutlich eine Frequenzabhängigkeit von v_{saw} zu erkennen (Abbildung 4.9 (b)). Hier sind zusätzlich die Geschwindigkeiten der Volumenmaterialien GaAs ($v_{saw} = 2864 \,\mathrm{m \, s^{-1}}$), $Al_{0,33}Ga_{0,67}As \ (v_{saw} = 2968, 0 \text{ m s}^{-1}) \text{ und } Al_{0,44}Ga_{0,56}As \ (v_{saw} = 3002, 6 \text{ m s}^{-1}) \text{ ein-}$ getragen, welche über die Abhängigkeit $v_{\text{saw}} = v_{\text{saw}}^{(0)} + 315 \text{ m s}^{-1} \cdot x$ berechnet wurden [115] und mit den Ergebnissen von Steel et al. [116] übereinstimmen. Der Grund für die frequenzabhängige Geschwindigkeitsänderung liegt darin, dass mit steigender Frequenz die Energie der SAW zunehmend in der oberflächennahen Schicht ($\sim \lambda$) lokalisiert ist, wo die Strukturen mit GaAs/AlGaAs-QDs einen hohen Aluminium-Anteil aufweisen (siehe Probenaufbau, Kapitel 3.6.2). Neben dem direkten Transmissionssignal ist in den Laufzeitmessungen in Abbildung 4.9 (a) eine Reflexion an einer Probenkante zu erkennen, deren Ankunftszeit sehr gut mit dem Abstand $\sim 800\,\mu\text{m}$ des IDTs zur Probenkante übereinstimmt. Die Herkunft des dritten Peaks ist nicht einfach zu erklären, evtl. handelt es sich um eine Reflexion an der zweiten Probenkante.



Abbildung 4.9.: (a) Laufzeitmessung an DQD4 für die ersten vier Harmonischen. Der erste Puls stammt vom elektromagnetischen Übersprechen der Anregung, der zweite Puls wird durch den direkt transmittierten SAW-Puls hervorgerufen. Der dritte Peak wird durch eine Reflexion an einer Probenkante erzeugt. (b) Aus der Messung bestimmte SAW-Geschwindigkeiten gegenüber der Frequenz (rote Punkte) und linearer Fit (grün). Zudem sind die SAW-Geschwindigkeiten von GaAs, Al_{0,33}Ga_{0,67}As und Al_{0,44}Ga_{0,56}As eingetragen.

Bisher wurde die Form des Signals und der Antwort nach passieren der Verzögerungsleitung betrachtet, die akustische Welle wurde lediglich durch den mathematischen Zusammenhang charakterisiert. Indirekt kann man die Form der SAW über die Unterdrückung der Photolumineszenz an einem Quantentopf zeigen. Dies wird mit der zugrunde liegenden Messmethode in Abschnitt 5.4 über Zeitkorrelation vorgestellt.

4.2.2. Der Netzwerkanalysator

Die Frequenzübertagung eines Schallwandlers bzw. einer Verzögerungsleitung ist eine wichtige Charakterisierung, um aus einer angelegten Signalleistung die tatsächliche akustische Leistung abzuschätzen. Zur rein elektrischen Messung wurden zwei Methoden herangezogen: Ein Vektor-Netzwerkanalysator (NWA) und die direkte Messung der Signalamplituden am Oszilloskop. Da der NWA im Gegensatz zum Oszilloskop ein eher spezialisiertes Gerät darstellt, soll die Funktionsweise erläutert werden.



Abbildung 4.10.: Der Netzwerkanalysator misst die Reflexion b_1 und Transmission b_2 . Dient Tor 1 (linke Seite) als Quelle (a_1) , so können damit die Streuparameter S_{11} und S_{21} gemessen werden. Die Transmission S_{21} setzt sich aus den Schallwandlungen IL₁, IL₂ und dem Propagationsverlust Γ_{saw} zusammen.

Typischerweise besitzt ein NWA zwei Anschlüsse ("Tore"), welche zur Messung mit der Verzögerungsleitung verbunden werden (Abbildung 4.10). Für eine vollständige Charakterisierung genügen vier sogenannte Streuparameter S(f): Dient Tor 1 als Quelle (linke Seite in der Abbildung), so wird ein Signal a_1 an Tor 1 an die Probe angelegt und zeitgleich dessen Reflexion b_1 bzw. Transmission b_2 gemessen. Daraus können die Streuparameter $S_{11} = b_1/a_1$ (Reflexion) und $S_{21} = b_2/a_1$ (Transmission) bestimmt werden. Entsprechendes gilt für S_{22} und S_{12} mit Tor 2 als Quelle (rechte Seite in der Abbildung). Üblicherweise werden diese Werte in dB dargestellt und, da es sich bei den Werten $a_{1,2}$, $b_{1,2}$ um eine Signal-Amplitude handelt, ergibt sich

$$S_{11} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{b_1}{a_1} \right) \quad [dB]$$

$$S_{21} = 20 \cdot \log_{10} \left(\frac{b_2}{a_1} \right) \quad [dB] \quad .$$

$$(4.42)$$

 S_{11} ist ein Maß für den Anteil der reflektierten Welle, S_{21} gibt Auskunft über das Transmissionsverhalten. Die Erzeugung einer SAW bei der Resonanzfrequenz f_1 zeigt sich damit als Dip in S_{11} und als Peak in S_{21} .

Oftmals wird der Begriff "Einfügedämpfung" (engl. *Insertion Loss*, IL) in diesem Zusammenhang verwendet. Darunter versteht man den Verlust des Signals auf dem Weg durch das Bauelement und der Zusammenhang zum Transmissionskoeffizienten ist lediglich ein geändertes Vorzeichen verglichen mit der Transmission (große Transmission entspricht kleinem Verlust):

$$IL = -20 \cdot \log_{10}(|S_{21}|) \quad [dB] . \tag{4.43}$$

In manchen Situationen ist es nötig, aus der Reflexionsmessung auf den IL zu schließen. Im Falle der Verzögerungsleitung kommt dies insbesondere dann zur Anwendung, falls einer der beiden IDTs nicht voll funktionsfähig ist. Dafür nimmt man ein verlustfreies Gesamtsystem an: Eine eingestrahlte Welle a_1 muss entweder reflektiert (b_1) oder transmittiert (b_2) werden: $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1$. Damit kann Gleichung 4.43 umgeschrieben werden:

$$IL = -10 \cdot \log_{10}(1 - |S_{11}|^2) \quad [dB] . \tag{4.44}$$

Für akustische Oberflächenwellen ist diese Näherung nur unzureichend, denn die SAW wird während der Propagation gedämpft (GaAs [100] auf (011): 13,4 dB cm⁻¹ bei 1 GHz, [112]). Zudem strahlen die eingesetzten IDTs in zwei Richtungen ab, was schon einen Verlust von 50 % (= -3 dB) bedeutet.

Die Transmission S_{21} an der Verzögerungsleitung kann gedanklich in drei Schritte aufgeteilt werden (Abbildung 4.10): Der erste IDT wandelt das elektrische Signal a_1 mit einem Verlust IL₁ in eine SAW. Diese propagiert über das Substrat zum zweiten IDT und wird dabei um Γ_{saw} gedämpft und anschließend wieder in ein elektrisches Signal b_2 mit dem Verlust IL₂ gewandelt. All diese Anteile zusammen ergeben die gesamte Einfügedämpfung IL:

$$IL = IL_1 \cdot \Gamma_{saw} \cdot IL_2 . \tag{4.45}$$

Mit der Annahme zweier identischer Schallwandler $(IL_1 = IL_2)$ und einer 1:1 Aufteilung der SAW-Dämpfung für einen Punkt in der Mitte der Probe, kann die tatsächliche akustische Leistung an diesem Mittelpunkt abgeschätzt werden:

$$P_{\text{saw}} = P_{\text{in}} \cdot \text{IL}_1 \cdot (\Gamma_{\text{saw}}/2) = P_{\text{in}} \cdot (\text{IL}/2) . \qquad (4.46)$$

Dieser Zusammenhang wird im nächsten Abschnitt vertieft.

Zur Vollständigkeit werden der Zusammenhang der Reflexion r mit der Systemimpedanz $Z_0 = 50 \Omega$ und der Last-Impedanz Z genannt:

$$r = \frac{Z - Z_0}{Z + Z_0} = \frac{b_1}{a_1} \equiv S_{11} .$$
(4.47)

Für eine große Impedanz-Fehlanpassung $(Z \gg Z_0 \text{ bzw. } Z \ll Z_0)$ wird demnach auch ein Großteil der angelegten Leistung reflektiert. Deswegen ist die Anpassung der IDT-Impedanz an 50 Ω wichtig, wenn auch auf GaAs nur durch extra Elemente wie Spule und Kondensator zu realisieren. Die Impedanz lässt sich aus dem Streuparameter S_{11} bestimmen:

$$Z = Z_0 \cdot \frac{1 + S_{11}}{1 - S_{11}} \,. \tag{4.48}$$

4.2.3. Abschätzung der SAW-Amplitude

Um Informationen über die tatsächliche Amplitude der akustischen Welle zu erhalten, stehen prinzipiell zwei Möglichkeiten zur Auswahl:

- Direkte Messung Hierbei wird die Amplitude aktiv gemessen, z.B. mittels Beugung eines Laserstrahls, Röntgenstrahl- und Laserinterferometrie oder Rasterkraftmikroskopie.
- Indirekte Abschätzung Das anregende HF-Signal selbst bzw. der an einer Verzögerungsleitung transmittierte Anteil gibt Aufschluss über die tatsächliche akustische Leistung, welche mit der Auslenkung in Zusammenhang steht.

Da direkte Methoden aufwändig zu realisieren und häufig im Versuchsaufbau nicht zu integrieren sind, wohingegen die angelegte HF-Leistung und das transmittierte SAW-Signal einfach abgelesen werden können, soll damit auch die Amplitude abgeschätzt werden.

Im vorherigen Abschnitt wurden die Grundlagen für die Leistungsbestimmung der SAW bereits gelegt, der Schritt von der akustischen Leistung zur mechanischen Auslenkung fehlt bisher. Für diese Abschätzung setzt Datta in [117] ein Modell der Leitungstheorie ein, nachdem die akustische Leistung P_{saw} mit dem elektrischen Potential Φ in Beziehung steht:

$$P_{\rm saw} = \frac{1}{2} \frac{A}{\lambda} y_0 |\Phi|^2 .$$
 (4.49)

Die charakteristische Admittanz y_0 ist eine materialabhängige Konstante ($y_{0, \text{ GaAs}} = 3,1 \text{ mS}, y_{0, \text{ LiNbO3}} = 0,21 \text{ mS}$) und beschreibt die akustische "Leitfähigkeit", das elektrische Potential geht wie üblich quadratisch in die Leistung ein. Um ein bestimmtes Potential durch die SAW zu erreichen, wird für eine breitere Wellenfront entsprechend mehr Leistung benötigt: P_{saw} hängt linear von der Apertur A ab. Dies bedeutet jedoch nicht, dass ein IDT kleinerer Apertur auch zwingend eine SAW größerer Auslenkung erzeugt, denn auch die Wandlungseffektivität wird sich damit ändern. Letztlich wird für eine SAW höherer Frequenz entsprechend mehr Leistung benötigt, denn die Wellenlänge λ geht reziprok ein. Mittels Gleichung 4.49 lässt sich nun bei gegebener akustischer Leistung das elektrische Potential bestimmen, was mit der Rechnung in Abschnitt 4.1.5 alle anderen Felder (\vec{u}, \vec{E}, S, T) festlegt.

Das Vorgehen wird nun am Beispiel der Probe SKQD5 vorgestellt, Abbildung 4.11 zeigt schematisch die Zusammenschaltung der beteiligten Hochfrequenzelemente. Die am Generator eingestellte Leistung $P_{\rm sig} = -20 \, \rm dBm$ wird zunächst um 37 dB verstärkt und anschließend in zwei Signale aufgeteilt (-3,5 dB). Eine Leitung wird dem Oszilloskop zugeführt und in 50 Ω terminiert, die abgelesene Spannung entspricht der erwarteten Leistung von 13,5 dBm. Der zweite Teil des Signals wird der Verzögerungsleitung im Kryostaten zugeführt und die transmittierte Leistung -35,2 dBm wird am Oszilloskop abgelesen, der Verlust beträgt somit IL = 48,7 dB. Aus diesen Daten lässt sich nun die akustische Leistung $P_{\rm saw}$ in der Mitte des Schallpfades abschätzen. Wenn man davon ausgeht, dass sich der Gesamtverlust zu gleichen Teilen auf die anregende wie auf die empfangende Signalkette (Leitungen, IDT, Dämpfung im Schallpfad; Gleichung 4.46) aufteilt, so ergibt sich die akustische Leistung in diesem Fall zu 13,5 dBm – 48,7 dB/2 = -10,85 dBm. Das entspricht auf GaAs $(A = 300 \,\mu\text{m}, \lambda = 12 \,\mu\text{m})$ nach 4.49 einem elektrischen Potential von $\Phi_0 = 2,1 \,\text{mV}$.



Abbildung 4.11.: Aufbau zur Amplitudenabschätzung: Leistungen sind in rot angegeben und Verstärkungs- bzw. Dämpfungsfaktoren in schwarz. Die Anschlussleitungen des Kryostaten besitzen eine Dämpfung von −5 dB, bei Tieftemperatur erzielt man einen Gewinn von 1 dB gegenüber Raumtemperatur.

Nimmt man eine maximale Ausgangsleistung des Verstärkers von 30 dBm an und verzichtet auf den Power-Splitter, so kann man eine maximale SAW-Leistung von $P_{\text{saw}} = 5.7 \text{ dBm}$ erreichen. Dies entspricht einem Potential von $\Phi_0 = 310 \text{ mV}$ und somit einer vertikalen Auslenkung von $u_z = 0.44 \text{ nm}$ bzw. einem lateralen elektrischen Feld $E_x = 1.6 \text{ kV} \text{ cm}^{-1}$ für die gegebene Verzögerungsleitung.

Anschluss	$V_{\rm pp}$	$P_{\rm sig}$	IL
Eingang Test	$2,7\mathrm{V}$	$12,\!6\mathrm{dBm}$	44.5 dB
Ausgang Test	$16\mathrm{mV}$	$-31,9\mathrm{dBm}$	44,0 UD
Eingang 300K	3,0 V	$13,5\mathrm{dBm}$	$40.7 \mathrm{dB}$
Ausgang 300K	$9,8\mathrm{mV}$	$-36,2\mathrm{dBm}$	49,7 UD
Eingang 4K	$3,0\mathrm{V}$	$13,5\mathrm{dBm}$	48.7 dB
Ausgang 4K	11 mV	$-35,2\mathrm{dBm}$	40,7 UD

Tabelle 4.1.: Vermessung einer Verzögerungsleitung auf der Probe SKQD5 mit $f_{\text{saw}} = 240 \text{ MHz}$ unter verschiedenen Bedingungen. Bei Tieftemperatur im Kryostaten entsteht eine zusätzliche Dämpfung von 4 dB im Vergleich zum externen Testanschluss.

Dieses Verfahren setzt insbesondere voraus, dass beide beteiligten Schallwandler exakt gleiche Eigenschaften bezüglich der Frequenzantwort $H(f_n)$ bei der betrachteten Frequenz f_n besitzen. Die IDTs wurden mit identischem Design hergestellt, wodurch die Annahme vergleichbarer Übertragungsfunktionen gerechtfertigt sein sollte.

Um die Messung der Transmission nicht bei Tieftemperatur durchführen zu müssen, wird eine Korrektur für den Einfluss des Kryostaten und des Temperaturunterschiedes ermittelt. Dazu wurde eine Verzögerungsleitung bei Raumtemperatur an einem externen Testanschluss gemessen, bei Raumtemperatur im Kryostaten und bei Tieftemperatur. Tabelle 4.1 fasst diese Daten zusammen: Man kommt zu dem Schluss, dass die Kabel und Anschlüsse im Kryostaten einen zusätzlichen Verlust von 5 dB verursachen. Des weiteren ist interessant, dass sich der Verlust um 1 dB verringert, sobald die Probe bei Tieftemperatur vermessen wird (hier wird die Resonanzfrequenz f_1 entsprechend dem Temperaturdrift angepasst). Zusammengenommen entsteht demnach eine zusätzliche Dämpfung von 4 dB bei Tieftemperatur im Gegensatz zur Messung außerhalb des Kryostaten.

4.2.4. Der interdigitale Schallwandler

Zur elektrischen Erzeugung akustischer Oberflächen werden interdigitale Transducer eingesetzt. Dabei handelt es sich um zwei kammartig ineinandergreifende Elektroden, an denen eine hochfrequente Wechselspannung angelegt wird (siehe z.B. Abbildung 4.6 oder 4.11). Die Frequenz $f_{\rm HF}$ dieser HF-Spannung muss gerade den Zusammenhang (4.32)

$$v_{\rm saw} = \lambda \cdot f_{\rm HF} \tag{4.50}$$

mit der Rayleighwellengeschwindigkeit v_{saw} und der Fingerperiode λ erfüllen. Dann kann die sich ausbreitende Anregung eines Fingers am nächsten Finger konstruktiv überlagern und wird somit verstärkt. Dieser Gedanke führt zu dem einfachen, aber instruktiven *Impuls-Modell* eines Schallwandlers [112].



Abbildung 4.12.: Impuls-Modell eines IDTs: Eine an den Fingern angelegte Spannung führt zu einer Ladungsverteilung (orange / blau) und zu einem elektrischen Feld (weiße Pfeile). Die Wirkung dieses Feldes wird mit Impulsen a_n angenähert (gelbe / grüne Pfeile).

Das Schema ist in Abbildung 4.12 gezeigt: Legt man an den IDT eine Spannung an, so stellt sich eine Ladungsverteilung in den Fingern (orange, blau) ein. Diese soll in erster Näherung durch eine Delta-Funktion (gelbe, grüne Pfeile) pro Finger n mit dem Vorzeichen a_n der jeweiligen Ladung beschrieben werden. Die Positionen

 x_n der Finger sind durch die Schallwandlergeometrie gegeben und lassen sich über die Schallgeschwindigkeit in eine Zeit $t_n = x_n/v_{saw}$ umrechnen. Die Impulsantwort A(t) eines solchen Systems besteht aus der Summe der einzelnen delta-förmigen Anregungen, welche einen (beliebig gewählten) Punkt x_a nach $t_a = x_a/v_{saw}$ erreichen:

$$A(t) = \sum_{n} a_n \delta(t - (t_a - t_n)) .$$
(4.51)

Die Vorfaktoren a_n stehen zunächst nur für das Vorzeichen ± 1 . Für einen Spannungs-Impuls am IDT würde man als Antwort A(t) eine Abfolge von ± 1 -Impulsen erhalten, welche genau durch die Fingerabfolge und damit dem Zeitversatz t_n vorgegeben sind. Um diese Impuls-Antwort in eine Frequenz-Antwort A(f) zu konvertieren, ersetzt man jede Punkt-"Impuls"-Quelle durch eine periodische Anregung $\exp(i 2\pi f t)$ und bringt diese im Punkt x_a zur Überlagerung:

$$A(f) = \sum_{n} a_n \exp\left(i 2\pi f \cdot \left(t - \frac{x_a - x_n}{v_{\text{saw}}}\right)\right) .$$
(4.52)

Die Frequenzantwort H(f) ist definiert als das Verhältnis des Ausgangs- zum Eingangssignal (Vergleiche S-Parameter 4.42: $S_{21} = b_2/a_1$), somit reduziert sich der Ausdruck zu

$$H(f) = \frac{A_{\text{out}}(f)}{A_{\text{in}}(f)} = \sum_{n} a_{n} \exp\left(-i2\pi f \cdot \frac{x_{a} - x_{n}}{v_{\text{saw}}}\right)$$
$$= \sum_{n} a_{n} \exp\left(-i2\pi f \cdot \frac{x_{a}}{v_{\text{saw}}}\right) \exp\left(i2\pi f \cdot \frac{x_{n}}{v_{\text{saw}}}\right) .$$
(4.53)

Der erste Exponentialfaktor stellt lediglich eine von der Fingeranordnung unabhängige Phasenverschiebung dar und ist für die Frequenzantwort unerheblich, die Summe über den zweiten Faktor ist die entscheidende Überlagerung aller Partialwellen der einzelnen Finger. Der interessante Zusammenhang besteht nun zwischen der Frequenz-Antwort 4.53 und der räumlichen Anordnung der Finger 4.51: Die Frequenz-Antwort ist gerade die Fourier-Transformation (FT) dieser Impuls-Antwort und wird als Übertragungsfunktion bezeichnet. Da das akustische Signal fast ausschließlich mittels eines zweiten IDTs in eine messbare elektrische Spannung gewandelt wird, muss eine weitere Übertragungsfunktion $H_2(f)$ berücksichtigt werden: Die Antwort des Gesamtsystems ergibt sich dann aus der Multiplikation der beiden Funktionen im Frequenzraum

$$H(f) = H_1(f) \cdot H_2^{\dagger}(f) ,$$
 (4.54)

was mathematisch einer Faltung im Zeitbereich entspricht. Diese Übertragungsfunktion kann mit dem Netzwerkanalysator gemessen werden (S_{21}) .
Vom IDT zur Frequenzantwort

Als erstes wird diese Methode für die Berechnung eines Einzelfinger-IDTs mit gleichmäßigem Fingerabstand $(x_n = n \cdot d)$, abwechselnder Polarität $(a_n = (-1)^n)$ und N/2Fingerpaaren eingesetzt:

$$H_1(f) = \sum_{n=0}^{N-1} (-1)^n \cdot \exp\left(i \, 2\pi f \frac{n \cdot d}{v_{\text{saw}}}\right) \,. \tag{4.55}$$

Das Ergebnis dieser Summe für N = 20 Fingerpaare, einem Abstand von $d = 10 \,\mu\text{m}$ und einer Geschwindigkeit von $v_{\text{saw}} = 3000 \,\text{m s}^{-1}$ ist in Abbildung 4.13 zu sehen: Wie erwartet, ergibt sich eine Resonanz bei der Frequenz $f_1 = v_{\text{saw}}/(2d) = 150 \,\text{MHz}$. Allerdings befinden sich zu beiden Seiten einige Nebenmaxima abnehmender Amplitude, welche an das Frauenhofer-Muster eines Einfachspaltes erinnern. Die Ursache ist vergleichbar: Die Fouriertransformation verbindet die Fingeranordnung mit der Frequenzantwort. Da der Transducer aber nur aus einer endlichen Fingeranzahl aufgebaut ist, enthält die Ortsfunktion implizit eine Rechteckkurve als einhüllende Funktion. Die Fouriertransformation der Rechteckfunktion ist die $\operatorname{sinc}(f) = \sin(f)/f$ - Funktion, deren Betrag gerade in Abbildung 4.13 zu erkennen ist. Anstatt den Zusammenhang 4.55 für eine IDT-Geometrie 4.51 auszuwerten, kann die Fingeranordnung mit der Rechteck-Fensterfunktion multipliziert und anschließend die Antwort durch die FT bzw. diskrete FT (DFT) berechnet werden.



Abbildung 4.13.: Frequenzantwort eines Split-1-IDTs, berechnet durch die Auswertung von Gleichung 4.55.

Weiter fällt auf, dass neben der Grundmode f_1 auch höhere Harmonische $f_{3,5}$ auftreten, geradzahlige Harmonische jedoch unterdrückt sind. Dies lässt sich anschaulich durch die Fingeranordnung begründen: Für einen bestimmten Zeitpunkt soll das Maximum der Grundwellenlänge auf dem positiv geladenen Finger liegen

Schüle
in 2014

 $(a_n = +1)$. Dann liegt das folgende Minimum genau auf dem nächsten Finger mit entgegengesetzter Polarität $a_{n+1} = -1$. Für eine Anregung mit halber Wellenlänge läge dieses Minimum nun exakt zwischen beiden Fingern und somit erst das nächste Maximum bei entgegengesetzter Polarität, was aber gerade zur Auslöschung dieser Mode führt. Für 1/3 der Grundwellenlänge wäre die Bedingung wieder konstruktiv erfüllt, weshalb in der Übertragungsfunkion H(f) u.a. die dritte Harmonische f_3 erscheint. Ein realer Einzelfinger-IDT mit einem Metallisierungsverhältnis von 0,5 ermöglicht diese Frequenz allerdings nicht [111] und man stößt hier an eine Grenze des Impuls-Modells, denn es wird lediglich die Position (und nicht die Größe) eines Fingers beachtet.



Abbildung 4.14.: Transmissionsmessung an einer Verzögerungsleitung mit zwei Split-4-IDTs, es handelt sich somit um die Gesamt-Übertragungsfunktion $H = H_1 \cdot H_2$.

Geht man zu einem Split-Finger-IDT über, so können auch höhere ungeradzahlige Harmonische mit vergleichbarer Effektivität erzeugt werden. Dies ist als Beispiel in Abbildung 4.14 gezeigt: Hierbei handelt es sich um eine Transmissionsmessung S_{21} an einer Verzögerungsleitung mit zwei Split-4-IDTs auf LiNbO₃. Die vier Harmonischen $f_{1,3,5,7}$ sind als scharfe Peaks deutlich zu erkennen, die breite Transmission zwischen f_1 und f_5 ist Volumenwellen zuzuschreiben und für unsere Anwendung unerwünscht. Eine Berechnung eines Split-4-IDTs im vorgestellten Modell würde ein zum Einzelfinger-IDT vergleichbares Ergebnis liefern (Abbildung 4.13), da die Periodizität nicht verändert wurde.

Von der Frequenzantwort zum IDT

Der eigentliche Grund, warum der Zusammenhang zwischen Fingeranordnung und Frequenzantwort durch die FT so interessant ist, liegt nicht in der Berechnung der Übertragungsfunktion basierend auf einer gegebenen IDT-Geometrie. Vielmehr kann man durch die inverse FT (iFT bzw. iDFT) eine gewünschte Übertragungsfunktion in ein IDT-Layout übertragen. Das Prinzip wird zunächst am schon bekannten Beispiel des Einzelfinger-IDTs vorgeführt: Eine Frequenz-Antwort von vier diskreten Impulsen bei $n \cdot f_1$ mit n = 1, 3, 5, 7 berechnet sich durch

$$A(t) = \mathrm{iDFT}(H(f)) = \mathrm{iDFT}\left(\sum_{n=1,3,5,7} \delta(f - n \cdot f_1)\right) . \tag{4.56}$$

Die Antwort A(t) kann mittels der Schallgeschwindigkeit in einen Ort A(x) umgerechnet werden. Nun besteht der Trick darin, das komplexe Signal A(x) auf seine Phase $\phi(x) = \arg(A(x))$ hin abzutasten. Erreicht $\varphi(x)$ die Werte $0\pi, \pm 2\pi, \ldots$, so wird diesem Ort x ein Finger von der mit + bezeichneten Potentialschiene zugeordnet (wegen $\exp(\pm 2\pi \cdot i) = +1$). Den Orten mit $\phi(x) = \pm 1\pi, \pm 3\pi, \ldots$ wird dagegen ein Finger von der mit – bezeichneten Potentialschiene zugeordnet ($\exp(\pm 1\pi i) = -1$). Die Amplitude |A(x)| des Signals an genau diesen abgetasteten Phasen entspricht dem Fingerüberlapp a_n .

Abbildung 4.15 illustriert dieses Vorgehen: Teil (a) zeigt zunächst die in Gleichung 4.56 beschriebene Übertragungsfunktion (rechts). Die Frequenzimpulse befinden sich bei $f = n \cdot 250 \text{ MHz}$ mit n = 1, 3, 5, 7, die iDFT (inverse diskrete Fouriertransformation) dieses Signals ist im Hauptdiagramm (links) gezeigt. Die Amplitude |A(x)| (grün) ist nur an diskreten Stellen ungleich Null, die ersten vier Werte sind durch einen Kreis (orange, blau) markiert. Die Phase $\phi = \arctan(\Im(A)/\Re(A)) \equiv \arg(A)$ (schwarz) an diesen von Null verschiedenen Werten bestimmt das Vorzeichen und der Wert der Amplitude den Fingerüberlapp. Daraus ergibt sich über die FT der gewünschten Übertragungsfunktion ein (unendlich langer) Einzelfinger-IDT mit gleichmäßigem Fingerabstand und konstantem Überlapp (Mitte). Um nun die Anzahl der Finger zu begrenzen, ersetzt man die Delta-Impulse in H(f) durch sinc $(f - f_n)$ -Funktionen (Teilbild (b), rechts). Man erkennt schnell, dass die Form der Amplitude und Phase zunächst unverändert ist (Hauptbild (b)), aber nach ca. 80 µm schließlich verschwindet. Dies entspricht gerade der rechteckigen Einhüllfunktion des IDTs und damit ist die Anzahl der Finger hier auf 13 begrenzt. Das dritte Teilbild (c) zeigt nun die tatsächliche Anwendung: Für die Synthese von beliebigen, periodischen SAW-Feldern in Kapitel 9 werden neben den ungeradzahligen Harmonischen auch geradzahlige benötigt, was mit herkömmlichen Split-Finger-Anordnungen jedoch nicht realisiert werden kann. Die gewünschte Frequenzantwort H(f) besteht somit aus der Summe von $\operatorname{sinc}(f - f_n)$ - Funktionen an den Stellen $f_n = n \cdot f_1$ mit n = 1, 2, 3, 4 (c, rechts):

$$H(f) = \sum_{n=1,2,3,4} \operatorname{sinc}(f - n \cdot f_1) .$$
(4.57)

Die iDFT dieser Übertragungsfunktion ist im Hauptbild von 4.15 (c) gezeigt und es wird das gleiche Verfahren zum Abtasten der Finger angewandt (Anordnung Mitte): Ein Impuls (blau) mit Amplitude 1 und Phase 0π steht vier Impulsen (orange) mit Amplitude 0,25 und Phase -1π gegenüber. Einen Impuls der Amplitude 1 erreicht man durch "vollen" Überlapp der Finger, einen kleineren Impuls ($a_n = 0,25$)

Schülein 2014



Abbildung 4.15.: Berechnung der IDT-Struktur (Mitte) für eine vorgegebene Frequenzantwort (rechts). Dazu wird der Betrag (grün) und die Phase (schwarz) der iDFT von H(f) im Hauptbild (links) analysiert, die farblich markierten Punkte entsprechen den Fingerpositionen der IDT-Struktur. (a) Unendlicher Einzelfinger-IDT, (b) endlicher Einzelfinger-IDT, (c) endlicher IDT zur Erzeugung geradzahliger Harmonischer.

durch entsprechend verringerten Überlapp. Diese Variation der Faktoren a_n wird als Apodisierung bezeichnet und bietet vielfältige Designmöglichkeiten für SAW-Filter. Allerdings sind wir nicht an der Übertragungsfunktion an sich interessiert, sondern für unsere Experimente mit nanoskaligen Emittern im Schallpfad ist ein heterogenes Amplitudenprofil entlang der Wellenfront unerlässlich. Aus diesem Grund muss man sich auf konstanten Fingerüberlapp a_n einschränken.

IDTs zur Erzeugung geradzahliger Harmonischer

Das direkte Umsetzen der gewünschten Übertragungsfunktion mit geradzahligen Harmonischen mittels der iDFT funktioniert nicht wegen der Beschränkung auf konstanten Fingerüberlapp a_n . Andere Methoden der Apodisierung haben vergleichba-



Abbildung 4.16.: Schallwandlergeomterien und berechnete Frequenzantworten zur Erzeugung geradzahliger Harmonischer Wellen. (a) Split-51, (b) Split-52, (c) Split-62. Die grauen Finger ohne Verbindung zur Potentialschiene stellen Dummy-Finger dar, um einen einheitlichen Massenbelag zu garantieren.

re Nachteile bezüglich der Amplitudenverteilung entlang der Wellenfront oder der Schallwandler wird vergleichsweise groß. Aus diesem Grund wird die Erkenntnis aus dem vorherigen Abschnitt, dass eine fünfzählige Periode eine Frequenzantwort mit den ersten vier Harmonischen erzeugt, bei konstantem Überlapp a_n schlichtweg getestet. Dies ist der grundlegende Unterschied zu den herkömmlichen IDT-Formen, welche stets eine gerade Fingeranzahl pro Periode besitzen (z.B. 8 für Split-4-IDT). Aus den sich ergebenden Möglichkeiten zur Anordnung der Delta-Pulse mit Amplitude ± 1 stellen sich besonders zwei Konfigurationen in der Rechnung heraus, welche in Abbildung 4.16 (a, b) rechts dargestellt sind: Im Split-51-IDT (a) steht ein einzelner einer Anordnung aus vier Fingern gegenüber, der Split-52-IDT (b) besteht aus einer 2 gegen 3 Konfiguration, wobei der mittlere Finger des Drillings entfällt. Dieses "Auslassen" würde zu einem geringeren Massenbelag an der Oberfläche führen und somit die SAW-Geschwindigkeit in diesen Teilen des IDTs ändern, wodurch die Phasenlage der SAW nicht mehr exakt stimmen würde. Um dies zu verhindern, wird ein Dummy-Finger ohne Verbindung zu den Kontaktflächen eingefügt. Die jeweils durch DFT berechneten Frequenzantworten im Hauptbild zeigen genau das erwünschte Verhalten: Es sollten die ersten vier Harmonischen angeregt werden können. Der Peak bei 750 MHz des Split-51-Wandlers ist die periodische Fortsetzung des Peaks bei f = 0 MHz und damit ein Relikt der DFT.

Teil (c) zeigt eine nochmals erweiterte Split-62-Anordnung, wobei im Gegensatz zum Split-52 eine weitere Leerposition zwischen den Fingern eingefügt wurde. Durch diese sechszählige Periode sollten sich nun die ersten fünf Harmonischen erzeugen lassen. Nach diesem Schema kann man sich nun Schallwandler bis zu einer gewünschten Oberwelle zusammenstellen und durch die DFT überprüfen, ob das gewünschte Ergebnis realisiert wird.



Abbildung 4.17.: (a) Übertragungsfunktion eines Split-51-IDTs: Es können die ersten vier Harmonischen angeregt werden. (b) Vergleich der Split-51- und Split-52-Konfiguration. Aufgetragen ist ebenfalls die Übertragungsfunktion, allerdings berechnet aus dem Reflexionsparameter.

Die Schallwandler-Geometrien wurden zur Überprüfung auf 128° rot. YX LiNbO₃ prozessiert, da hier die Kopplung des elektrischen Feldes zur SAW am stärksten ist. Für die Experimente im letzten Kapitel wurden Split-51 und Split-52-IDTs eingesetzt, deren Eigenschaften in Abbildung 4.17 gezeigt sind: In (a) ist die mit einem Netzwerkanalysator gemessene Übertragungsfunktion aufgetragen und es sind deutlich die vier erwarteten Transmissionspeaks der Harmonischen zu erkennen. Die Dämpfung liegt mit $-14 \,\mathrm{dB}$ noch im akzeptablen Bereich. Abbildung (b) vergleicht die Übertragungsfunktion der Split-51 und Split-52-Anordnung, berechnet aus der Reflexion eines IDTs (S_{11}). Der ansteigende Untergrund ist auf zunehmende Abstrahlung elektromagnetischer Wellen zurückzuführen und hier nicht von Bedeutung⁵. Bei

⁵Teilbild (a) belegt, dass dies nur unmerklich zu erhöhter Untergrundtransmission führt.

hohen Frequenzen verhalten sich die beiden IDT-Layouts vergleichbar, die Grundfrequenz scheint jedoch bei der Split-52-Anordnung etwas besser angeregt zu werden und ist hier insbesondere vergleichbar mit den weiteren Harmonischen, was wichtig sein wird für eine Anregung mit definierten Amplitudenverhältnissen mehrerer Partialwellen. Dieser Unterschied könnte aber durchaus auch auf Fertigungstoleranzen bei der Prozessierung zurückzuführen sein.

4.2.5. Zusammenfassung

Die wichtigsten Ergebnisse dieses Kapitels betreffen die Abschätzung der akustischen Leistung und mit den Erkenntnissen aus Abschnitt 4.1.5 (GaAs) bzw. 4.1.6 (LiNbO₃) die Felder der SAW. Das Vorgehen wird nochmals kurz skizziert:

Ausgangspunkt ist die HF-Leistung am Frequenzgenerator P_{sig} und nach Berücksichtigung von Verstärkern und Dämpfungen auf dem Weg zum IDT die Eingangsleistung P_{in} . Die am Testanschluss gemessene Einfügedämpfung

$$IL = -20 \cdot \log_{10}(|S_{21}|) = -10 \cdot \log_{10}(1 - |S_{11}|^2) \quad [dB]$$

muss um 4 dB wegen des Kryo-Einflusses bei Tieftemperatur korrigiert werden. Damit erhält man die akustische Leistung P_{saw} in der Mitte des Schallpfades:

$$P_{\rm saw} = P_{\rm in} \cdot ({\rm IL}/2)$$
.

Das Modell der Leitungstheorie [117] setzt P_{saw} mit dem elektrischen Potential Φ der SAW in Verbindung (GaAs: $y_0 = 3.1 \text{ mS}$):

$$\Phi_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot P_{\text{saw}}}{y_0} \cdot \frac{\lambda}{A}} \; .$$

Dieses Ergebnis kann nun dazu verwendet werden, alle weiteren Felder der SAW abzuschätzen (für GaAs):

$$u_x = 0,69 \text{ nm} \cdot \frac{\Phi}{0,71 \text{ V}}$$

$$u_z = 1 \text{ nm} \cdot \frac{\Phi}{0,71 \text{ V}}$$

$$E_x = 3,9 \text{ kV cm}^{-1} \cdot \frac{\Phi}{0,71 \text{ V}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$$

$$E_z = 4,7 \text{ kV cm}^{-1} \cdot \frac{\Phi}{0,71 \text{ V}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$$
Spur $\mathbf{T} = 49 \text{ MPa} \cdot \frac{\Phi}{0,71 \text{ V}} \cdot \frac{f_{\text{saw}}}{250 \text{ MHz}}$. (4.58)

Damit ergibt sich bei $f_{\text{saw}} = 240 \text{ MHz}$ und hoher Signal-Leistung (30 dBm) auf SKQD5 eine Amplitude von $\Phi_0 = 310 \text{ mV}$. Das entspricht einer Auslenkung von

Schülein 2014

 $u_z = 0,43 \,\mathrm{nm}$, einem lateralen elektrischen Feld von $E_x = 1,6 \,\mathrm{kV \, cm^{-1}}$ und einem Druck von p = 1/3 Spur $T = 6,8 \,\mathrm{MPa}$, was in der Näherung eines GaAs-Volumenkristalls zu einer Energieverschiebungsamplitude von 790 µeV führt (siehe nächster Abschnitt).

Zudem wurden zwei IDT-Konfigurationen zur Erzeugung akustischer Oberflächenwellen mit geradzahligen Harmonischen vorgestellt. Diese Split-51- und Split-52-IDTs werden im letzten experimentellen Kapitel eingesetzt.

4.3. Einfluss der akustischen Oberflächenwelle

Es existieren mehrere Mechanismen, wie eine akustische Oberflächenwelle an Ladungsträger im Halbleiter koppelt. Zunächst sind die Erwärmung des Kristalls, das Deformationspotential und der Einfluss des elektrischen Potentials zu nennen. Diese Einzeleffekte sind bekannt und werden im Folgenden näher erläutert und in ihrem Einfluss abgeschätzt. Abschließend werden die Ergebnisse einer Simulation eines Quantenpunktes vorgestellt, in der sowohl der Einfluss des elektrisches Feldes und der Deformation direkt berechnet wurden. Die Ladungsträgerdynamik, welche ebenfalls das elektrische Feld zur Ursache hat, ist in einem eigenen Abschnitt 4.4 ausgeführt.

4.3.1. Erwärmung

Die mechanische Auslenkung der Kristallatome führt zu Dissipation und damit zur Dämpfung der SAW: Matthews [112] gibt für GaAs $13,4 \,\mathrm{dB\,cm^{-1}}$ bei $f_{\mathrm{saw}} = 1\,\mathrm{GHz}$ an⁶, der Verlust steigt mit der Frequenz. Die verlorene Energie erwärmt den Kristall und ergibt bei hohen Leistungen einen merklichen Temperaturanstieg von einigen 10 K. Spektral führt dies zu einer Rotverschiebung jeglicher Emission und kann mit der Temperaturabhängigkeit der Bandlücke des GaAs-Volumenmaterials abgeschätzt werden [118]:

$$E_g = 1,519 \,\mathrm{eV} - 5,405 \times 10^{-4} \,\mathrm{eV} \,\mathrm{K}^{-1} \frac{T^2}{T + 204 \,\mathrm{K}} \,.$$
 (4.59)

Bei einer Probentemperatur von T = 10 K erhält man daraus für eine Erwärmung auf 20 K eine Energieverschiebung von etwa $-700 \,\mu\text{eV}$. Um diesem Effekt entgegenzuwirken, wird das Experiment gepulst betrieben in einem Tastverhältnis von 10%, dennoch kann bei den höchsten SAW-Leistungen eine leichte Erwärmung festgestellt werden.

4.3.2. Deformationspotential

Die Auslenkung der Kristallatome (z.B. Abbildung 4.3 auf Seite 59) bedingt eine lokale Änderung des Gitterabstandes. So besitzt der Wellenberg in der Abbildung

⁶Dieser Wert gilt für einen anderen Kristallschnitt auf GaAs ([100] Ausbreitung, (011) Oberfläche), soll hier jedoch nur als Anhaltspunkt dienen.

(maximale Auslenkung in Wachstumsrichtung z) ein Maximum in der Spannung in Ausbreitungsrichtung⁷ x. Der Effekt kann erneut über die bekannten Parameter des GaAs-Volumen-Materials abgeschätzt werden [119]:

$$\Delta E_q = 115 \,\mathrm{\mu eV} \,\mathrm{MPa}^{-1} \cdot p \,. \tag{4.60}$$

Dieser Wert für uniaxiale Spannung gilt sowohl in [110] (Ausbreitungsrichtung der SAW x, y) wie auch in [001] (Wachstumsrichtung z). Der Spannungstensor T steht in direktem Zusammenhang mit den Feldern \vec{u} , Φ der akustischen Welle und eine Messung der Energieverschiebung durch das Deformationspotential gibt daher Aufschluss über die Amplitude der SAW bzw. der akustischen Leistung P_{saw} (Gleichungen in der Zusammenfassung 4.2.5). Da im Feld der SAW meist mehrere Elemente von T zur Energieänderung beitragen, kann für den hydrostatischen Druck p in erster Näherung ein Mittelwert aus den Diagonalelementen herangezogen werden: $p = 1/3 \cdot (T_{11} + T_{22} + T_{33})$. Eine sinusförmige SAW führt damit auch zu einer sinusförmigen Modulation der Emissionsenergie.

4.3.3. Elektrisches Potential

In piezoelektrischen Kristallen wie GaAs führt die mechanische Auslenkung der SAW zu einem damit verknüpften elektrischen Feld, welches als Gradient des Potentials geschrieben werden kann: E = - grad Φ . Das elektrische Feld kann zur Ionisation von Exzitonen führen und die einzelnen Ladungsträger voneinander trennen. Sind Elektronen und Löcher zusätzlich in einer Ebene parallel zur Oberfläche durch einen Quantentopf lokalisiert, so kann ein Transport der Teilchen durch E_x einsetzen (siehe Abschnitt 2.1). Ohne Einschluss in z-Richtung würden sich die Ladungsträger letztendlich in den roten (Elektronen) bzw. blauen (Löcher) Bäuchen des SAWinduzierten Potentials in Abbildung 4.3 sammeln. Interessant ist an dieser Stelle, dass E_z in GaAs bei $z \approx -0.16 \cdot \lambda_{saw}$ und $z \approx -0.4 \cdot \lambda_{saw}$ eine Nullstelle besitzt (Abbildung 4.4 auf Seite 60). Wird die SAW-Wellenlänge gerade so gewählt, dass diese Nullstelle mit der Tiefe des QWs übereinstimmt, so ist nur noch der Effekt des lateralen Feldes E_x zu erwarten. Neben dieser Ladungsträgerdynamik, welche im Detail im nächsten Abschnitt behandelt wird, bewirkt das elektrische Feld durch den QCSE (Quantum-Confined Stark Effect) eine Rotverschiebung der Emission [31]. Für diesen Effekt ist das Vorzeichen des elektrischen Feldes unerheblich, d.h. ein Feld $+E_0$ führt zur gleichen Verschiebung wie $-E_0$. Wirkt ein sinusförmiges elektrisches Feld $E \propto \sin(-\omega t)$ auf die Emission, so ist eine Modulation mit dem Quadrat des Feldes zu erwarten:

$$\Delta E_g \propto \sin^2(-\omega t) \,. \tag{4.61}$$

 $^{^7}$ Nach der Randbedingung für SAWs gilt für die Spannung an der Oberfläche in Wachstumsrichtung $T_{zz}=0.$

4.3.4. Kombination

Der QCSE berücksichtigt die Bandverkippung durch das elektrische Feld, allerdings könnten im Quantenpunkt weitere Beiträge durch eine Änderung der diskreten Energie-Niveaus wichtig werden (Rechnungen zum Effekt in einem QW: [120]). Aus diesem Grund entstand in einer Kooperation mit Jairo Ricardo Cardenas aus der Gruppe von Gabriel Bester am MPI Stuttgart eine Rechnung mit der Dichtefunktionaltheorie (DFT), eine Übersicht der eingesetzten Methode findet sich in [93]. Als Eingabeparameter wurde eine SAW auf GaAs mit $f_{\text{saw}} = 250 \text{ MHz}$ in einer [110]-Richtung mit einer Amplitude von $u_z = 1 \text{ nm}$ gewählt, welche auf einen InGaAs/GaAs-Quantenpunkt wirkt. Es ergeben sich drei Kernaussagen:

- Der Absolutwert des elektrischen Feldes ist zu jeder SAW-Phase etwa gleich. Da der QD in der Ebene um einen Faktor 10 größer ist, kann das laterale Feld E_x die Ladungsträger im QD wesentlich stärker polarisieren. Dieses Feld ist maximal für die Auslenkung $u_z = 0$ und dominiert an diesen Punkten die Modulation, die Verschiebung für $1X^0$ beträgt -6.5 meV.
- Die Auslenkung der Kristallatome ergibt beim Maximum von u_z eine Rotverschiebung und beim Minimum von u_z eine Blauverschiebung mit einer Amplitude von $\pm 2,5$ meV. Für diese lokalen Phasen dominiert der Deformationseffekt, da das laterale elektrische Feld keinen Beitrag leistet. Der Wert nach Gleichung 4.60 ergibt mit den gegebenen SAW-Parametern und der Rechnung in Abschnitt 4.1.5 zu diesen Phasen eine Amplitude von 1,9 meV, die Volumen-Abschätzung zeigt damit eine gute Übereinstimmung.
- Der Effekt des elektrischen Feldes liegt in der gleichen Größenordnung wie das Deformationspotential. Mit den angegebenen Parametern erhält man eine Peak-zu-Peak-Modulation von 6,5 meV für das elektrische Feld (Rotverschiebung) und 5 meV für das Deformationspotential (Modulation um E_0).

Nimmt man eine lineare Abhängigkeit der Verschiebungen von der SAW-Amplitude an, so ergibt sich für die Emissionsmodulation mit $u_z = 0.1 \text{ nm} \cdot \sin(-\omega t + \varphi)$ und $f_{\text{saw}} = 250 \text{ MHz}$ die Abhängigkeit

$$E_X(t) = E_0 - 650 \,\mu\text{eV} \cdot \sin^2(-\omega t + \varphi + 90^\circ) + 250 \,\mu\text{eV} \cdot \sin(-\omega t + \varphi + 180^\circ) \,, \ (4.62)$$

deren Anteile und Gesamtverschiebung in Abbildung 4.18 gezeigt sind. Zum Zeitpunkt der Laser-Anregung t = 0 befindet sich der QD in einer durch die lokale SAW-Phase φ festgelegten Ausgangssituation. Während des strahlenden Zerfalls von $1X^0$ ändert sich jedoch die dynamische Modulation: Die zu einem späteren Zeitpunkt tstattfindende Emission weist eine andere Energie $E_X(t)$ auf, da die SAW am Ort des QDs eine andere lokale Phase als zum Zeitpunkt der Anregung aufweist. Man beobachtet daher als Emission das Integral einer Lorentz-Linie, deren Energie durch Gleichung 4.62 moduliert wird:

$$I(E) = \int_{0}^{\infty} \Delta X(t) \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w_n}{w_n^2 + 4(E - E_X(t))^2)} dt .$$
 (4.63)

Schülein 2014



Abbildung 4.18.: Für die gegebene vertikale Auslenkung u_z (schwarz) sind die Modulationsanteile der Deformation (rot) und dem elektrischen Feld (grün) gezeigt. Die blaue Linie entspricht der Kombination beider Beiträge.

Als obere Grenze des Integrals genügt eine im Vergleich zur Lebensdauer τ_X des Exzitons genügend lange Zeit. Diese Mittelung über τ_X bedingt ein von der SAW-Frequenz $f_{\rm saw} = 1/T$ abhängiges Auflösungsvermögen in einer phasengekoppelten Messung, was in Abbildung 4.19 für $\tau_X = 600$ ps gezeigt ist: Eine rein sinusförmige Modulation (a-c) ist für $T_a = 1/100 \text{ MHz} = 10 \text{ ns}$ noch sehr gut aufgelöst, mit $T_b = 1/250 \text{ MHz} = 4 \text{ ns}$ erkennt man leichte Überhöhungen in den Extrempositionen und eine Periodendauer von $T_c = 1 \text{ ns}$ führt schließlich zu einem deutlichen Verwischen der Wellenform. Die volle Modulation 4.62 zeigt ein ähnliches Verhalten (d-f), wobei das Verwischen wegen den Anteilen mit doppelter Frequenz ($\sin^2 x \propto \cos 2x$) früher einsetzt. Ein phasenintegriertes Mittel würde hier drei Peaks aufweisen.

4.4. Modellierung der SAW-induzierten Ladungsträgerdynamik

Sind die Ladungsträger in einer Halbleiterstruktur lokalisiert, so führt ein elektrisches Feld zur Verschiebung der Emissionsenergie eines strahlenden Übergangs (QCSE) oder evtl. zum Tunneln der Ladungsträger durch eine Barriere. Können sich dagegen Elektronen und Löcher in einer Richtung des elektrischen Feldes bewegen, so entstehen Driftströme. Zudem führt die Ladungsträgerdiffusion zu einem Verlaufen einer anfangs scharfen Verteilung. Eine Simulation in der Ebene eines Quantentopfes zeigt diese Vorgänge (Abbildung 4.20): Elektronen (b) und Löcher (c) wurden zum Zeitpunkt t = 0 am Ursprung in das System eingebracht und die zeitliche Entwicklung im SAW-Potential (a) bis zu t = 150 ns berechnet. In diesem Fall erkennt man, dass



Abbildung 4.19.: Darstellung der SAW-modulierten QD-Emission für verschiedene Frequenzen $f_{\rm saw}$: Nur Deformationspotential (a-c) und kombinierter Effekt (d-f). Parameter der Lorentz-Emission: Amplitude der Beiträge 2,5 meV bzw. 6,5 meV, Emissionsenergie $E_0 = 1,3051 \,\text{eV}$, Breite $w = 100 \,\mu\text{eV}$, Lebensdauer $\tau_X = 600 \,\text{ps}$.

die Elektronen im Maximum des Potentials bei etwa $x = 0.8 \lambda_{saw}$ und $x = -0.2 \lambda_{saw}$ transportiert werden, wohingegen die Lochverteilung am Ursprung x = y = 0 verweilt. Dies ist ein Effekt der unterschiedlichen effektiven Massen und $\mu_{e,h} \propto 1/m_{e,h}^{\star}$ der beiden Ladungsträgersorten: Nur wenn die Geschwindigkeit $v_{e,h} = \mu_{e,h} \cdot \vec{E}_{saw}$ eines Elektrons oder Lochs vergleichbar wird mit der akustischen Geschwindigkeit v_{saw} , kann dieses Teilchen transportiert werden. In diesem Beispiel liegt das Potential gerade so, dass diese Bedingung für Elektronen erfüllt ist, für Löcher aber noch nicht. Des weiteren wirkt sich die effektive Masse auf die Diffusion aus: Elektronen verteilen sich entlang des Potentialmaximums in der zur SAW-Ausbreitung senkrechten Richtung (y), wohingegen die Lochverteilung ihre Form nahezu beibehält. Alle weiteren Simulationsergebnisse werden sich auf nur eine Raumdimension (x) beziehen, um einen Faktor 100 an Rechenzeit zu sparen.

Der Kern der Simulation ist in Schema 4.21 zusammengefasst: Ein Laserpuls bringt Ladungsträger n (orange) und p (blau) in das System, welche bei Überlapp im Ort Exzitonen X (grün) bilden. Diese wiederum können strahlend rekombinieren, oder bei hohen elektrischen Feldern durch Tunnelionisation in Elektron und Loch aufgespalten werden. Die zeitliche und örtliche Entwicklung wird währenddessen durch das Feld einer akustischen Oberflächenwelle beeinflusst. Die mathematische Grund-



Abbildung 4.20.: Simulation der Ladungsträgerdynamik in der Ebene eines Quantentopfes, gezeigt ist t = 150 ns nach der Anregung: (a) Elektrisches Potential, (b) Elektronenverteilung und (c) Löcherverteilung jeweils in SAW-Ausbreitungsrichtung x und der dazu senkrechten Koordinate y. Die Verteilung der Elektronen ist im Maximum des Potentials lokalisiert und verbreitert sich in y-Richtung aufgrund der Diffusion. Das SAW-induzierte Potential ist in diesem Fall zu schwach, um die Lochverteilung wesentlich zu beeinflussen.

lage dieses Schemas wird in einem klassischen Ratenmodell nach [121] im ersten Abschnitt 4.4.1 entwickelt. Anschließend werden die Methoden zur Lösung dieser gekoppelten Drift- und Diffusionsgleichungen erläutert (Abschnitt 4.4.2). Nach einigen Anmerkungen über Exzitonen (Abschnitt 4.4.3) und Tunnelionisation (Abschnitt 4.4.4) kann die Simulation letztendlich durchgeführt werden (Abschnitt 4.4.5).

4.4.1. Motivation der Drift- und Diffusionsgleichungen

Die Beschreibung der Ladungsträger im Halbleiter startet mit einer zunächst allgemeinen Teilchendichte $s(\vec{r})$, welche die Partikelanzahl pro Volumen an einem Ort \vec{r} angibt. Ist diese Verteilung nicht im Gleichgewicht, so wird sich ein Teilchenstrom



Abbildung 4.21.: Funktionsweise der Simulation: Ein Laser (rot) erzeugt Ladungsträger n (orange) und p (blau), welche Exzitonen X (grün) bilden können. Diese können entweder strahlend rekombinieren (ebenfalls grün), oder durch Tunnelionisation dissoziieren (graue Pfeile). Elektronen und Löcher können auch direkt rekombinieren (gepunktete Pfeile), dieser Prozess ist jedoch sehr unwahrscheinlich.

 j_{diff} mit Diffusionskonstante D zum Ausgleich dieser Dichte einstellen:

$$j_{\text{diff}} = -D\nabla s \ . \tag{4.64}$$

Elektrisch geladene Teilchen erfahren zudem in einem elektrischen Feld \vec{E} eine Kraft, welche zu einem Drift-(Teilchen-)Strom $j_{\rm drift}$ führt. Die Driftgeschwindigkeit $v_{\rm drift}$ kann durch die Mobilität μ_s und das Feld \vec{E} dargestellt werden und es ergibt sich

$$j_{\text{drift}} = s \cdot v_{\text{drift}} = \mu_s \cdot s \cdot E . \tag{4.65}$$

Nun werden die Teilchensorten "Elektronen" (n) und "Löcher" (p) spezifiziert und der Gesamt-*Teilchen*-Strom betrachtet. Da sich Elektronen entgegen dem elektrischen Feld \vec{E} bewegen, muss hier ein Minus-Zeichen im Drift-Term beachtet werden:

$$j_n = -D_n \nabla n - \mu_n \cdot n \cdot E$$

$$j_p = -D_p \nabla p + \mu_p \cdot p \cdot E .$$
(4.66)

Da bisher weder Quellen noch Senken eingeführt wurden, gilt die Kontinuität $\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla j = 0$ bzw. $\frac{\partial s}{\partial t} = -\nabla j$ für beide Ladungsträgerspezies:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \Delta n + \mu_n \nabla (n \cdot E)
\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \Delta p - \mu_p \nabla (p \cdot E) .$$
(4.67)

Gleichung 4.67 beschreibt die Entwicklung der Ladungsträgerverteilungen n, p unter dem Einfluss eines elektrischen Feldes E. Die Diffusionskoeffizienten $D_{n,p}$ ergeben sich mit der Boltzmannkonstante k_b und der Elementarladung e zu $D_{n,p} = \mu_{n,p} \cdot k_b T/e$ (Einstein-Gleichung) und hängen neben der Mobilität nur von der Temperatur T ab.

Nun wird eine Generation G und eine Rekombination R eingeführt, wobei G allein durch den externen Parameter "Laserpuls" bestimmt wird. Die Rekombination R von einem Elektron n und einem Loch p führt dagegen zu einer Generation von einem Exziton X. Dieser Prozess ist bei niedrigen Konzentrationen proportional zum Überlapp der Dichten: $R = c_X \cdot np$ (Regime niedriger Ladungsträgerzahlen, [122]). Das Quasi-Teilchen "Exziton" ist elektrisch neutral und wird somit in erster Näherung nicht vom Feld E beeinflusst, es unterliegt also nur der Diffusion D_X . Zudem können Exzitonen strahlend rekombinieren und zerfallen mit einer Zeitkonstanten τ_X unter Aussendung eines Photons. Es ergeben sich die gekoppelten Drift- und Diffusionsgleichungen für Ladungsträger und Exzitonen, welche für nur eine Raumdimension angeschrieben werden:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \mu_n \frac{\partial (n \cdot E_x)}{\partial x} + G - c_X \cdot np$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} - \mu_p \frac{\partial (p \cdot E_x)}{\partial x} + G - c_X \cdot np$$

$$\frac{\partial X}{\partial t} = D_X \frac{\partial^2 X}{\partial x^2} + c_X \cdot np - \frac{X}{\tau_X}.$$
(4.68)

Im Prinzip stellen diese Gleichungen das Fundament der Simulationen dar, der Einfluss einer feldinduzierten Tunnelionisation von Exzitonen wird später behandelt (Abschnitt 4.4.4). Das elektrische Feld bestimmt die Dynamik der Ladungsträger und es können drei Anteile unterschieden werden:

- Induziertes Feld: Die Ladungsträgerverteilung n, p ist Quelle des elektrischen Feldes und steht in der quasi-statischen Näherung über die Poisson-Gleichung mit dem elektrischen Potential (und damit Feld) in Zusammenhang: $\Delta \Phi_{\text{ind}} = \frac{n-p}{\epsilon}$.
- Akustische Oberflächenwelle: Der Einfluss der SAW erfolgt lediglich über das Potential $\Phi_{\text{saw}} = \Phi_{\text{saw}}^{(0)} \sin(kx - \omega t + \varphi)$. Ein Effekt des Deformationspotentials wird an dieser Stelle vernachlässigt.
- Anderes externes Potential: Um etwa einen zusätzlichen Einschluss oder eine Stufe in den Energiebändern zu realisieren, kann ein weiteres Potential Φ_{ext} eingeführt werden.

In dieser Arbeit wird hauptsächlich der Effekt der zwei Parameter $\Phi_{\text{saw}}^{(0)}$ und φ untersucht, was der SAW-Amplitude $\propto \sqrt{P_{\text{saw}}}$ und der relativen Phase φ im Experiment entspricht. Das elektrische Potential Φ setzt sich somit zusammen aus dem durch die Ladungsträger induzierten Anteil Φ_{ind} und dem (aufgeprägten) SAW-Anteil Φ_{saw} . Das induzierte Potential wird nach dem Coulombschen Gesetz aus der Ladungsverteilung e(p - n) berechnet und erfüllt damit die Poisson-Gleichung, das SAW-Feld wird meist als sinusförmig angenommen. Das elektrische Feld erhält man aus der Ableitung des Potentials nach dem Ort x. Dies ergibt einen weiteren Satz Gleichungen, welche in jedem Schritt berechnet werden:

$$\Phi = \Phi_{\text{ind}} + \Phi_{\text{saw}}$$

$$\Phi_{\text{ind}} = \frac{e}{4\pi\epsilon} \cdot \sum_{x'} \frac{p(x') - n(x')}{|x - x'|}$$

$$\Phi_{\text{saw}} = \Phi_0 \cdot \sin(k_{\text{saw}}x - \omega t + \varphi)$$

$$E_x = -\frac{\partial \Phi}{\partial x} .$$
(4.69)

4.4.2. Lösungsverfahren

Die numerische Lösung der gekoppelten Ratengleichungen 4.68 erfolgt mit der Finite-Differenzen-Methode (FDM) in einem expliziten Verfahren. Aus Gründen der Rechenzeitersparnis wird nur die Raumdimension entlang der SAW-Ausbreitungsrichtung x und die Zeit t beachtet. Im Detail liegen folgende Annahmen zu Grunde:

Das Simulationsgebiet L_x wird in Ort und Zeit durch Punkte diskretisiert, N bezeichnet die Anzahl der Stützstellen im Ortsraum:

$$n_{m,k} = n(x_m, t_k)$$

$$x_m = m \cdot \Delta x = m \cdot \frac{L_x}{N}$$

$$t_k = k \cdot \Delta t .$$
(4.70)

Alle Variablen $n(x_m, t_k), p(x_m, t_k), X(x_m, t_k)$ usw. sind zum Startzeitpunkt $t_0 = 0$



Abbildung 4.22.: Das explizite Schema (links) benötigt zur Berechnung eines neuen Zeitschritts nur bekannte Werte des vorherigen Schritts. Ein implizites Schema (rechts) stellt Forderungen an die zu berechnenden Werte untereinander.

für alle Punkte x_m bekannt. Nun wird aus diesen Werten das System zum nächsten Zeitschritt $t_1 = 1 \cdot \Delta t$ berechnet: Im expliziten Schema hängt eine Variable f nur von den Werten x_m zum früheren Zeitpunkt t_{k-1} ab (siehe Abbildung 4.22 links):

$$f(x_m, t_k) = f(x_m, t_{k-1}) . (4.71)$$

Dies bietet den Vorteil einer einfachen Berechnung und Programmierbarkeit, ist einem impliziten Verfahren jedoch in der Stabilität unterlegen. Ein solches implizites Verfahren stellt eine Abhängigkeit der künftigen Werte bei t_k her (in der Abbildung rechts), was auf ein System von m Gleichungen führt. Durch die Kopplung der zu



Abbildung 4.23.: Die Funktion f(x) (schwarz) wird an diskreten Stützpunkten durch $f(x_m)$ (grün) angenähert. Die Ableitung mittels zentraler Differenzen ist für einen Punkt x_m dargestellt (rot).

simulierenden Variablen n, p wird dieses Gleichungssystem umfangreich und insbesondere ist dessen Lösung zeitaufwändig. Aus diesem Grund basiert die Simulation auf dem expliziten Schema.

Die FDM kennt verschiedene Verfahren zur Berechnung einer Ableitung, hier wird die zentrale Differenz für die erste Ableitung eingesetzt. Die Steigung am Punkt x_m wird dabei durch den Mittelwert der Steigungen zu x_{m+1} und x_{m-1} angenähert (Abbildung 4.23):

$$\frac{\partial f_m}{\partial x} \approx \frac{f_{m+1} - f_{m-1}}{x_{m+1} - x_{m-1}} = \frac{f_{m+1} - f_{m-1}}{2\Delta x} .$$
(4.72)

Dieses Verfahren wird zur Berechnung des elektrischen Feldes aus dem Potential Φ eingesetzt (Gleichung 4.69). Die Ableitungen in den Gleichungen 4.68 stellen höhere Anforderungen an das Lösungsverfahren, damit die Methode stabil bleibt und nicht divergiert bzw. zu Schwingen beginnt. Deshalb wird die Lösung des Diffusions- und Driftterms extra behandelt.

Lösung des Diffusionsterms

Die Berechnung der zweiten Ableitung mittels Differenzen neigt zu Schwingungen, welche im Prinzip nur durch Verfeinern des Zeitschritts unterdrückt werden können. Dies wiederum ist mit einem hohen Rechenaufwand verbunden. Aus diesem Grund wird der Diffusionsterm durch eine diskrete Fourier-Transformation (DFT) berechnet:

Die DFT stellt eine Frequenzanalyse der diskreten Funktion $n_m = n(x_m)$ dar, analog der "normalen" Fouriertransformation einer kontinuierlichen Variablen n = n(x). Entsprechend kann aus den transformierten Koeffizienten \hat{n}_m die Ortsfunktion

Schülein 2014

durch die inverse diskrete Fouriertransformation (iDFT) berechnet werden:

DFT:
$$\hat{n}_m = \sum_{l=0}^{N-1} n_l \exp(-ik_m x_l)$$

iDFT: $n_l = \frac{1}{N} \sum_{m=0}^{N-1} \hat{n}_m \exp(ik_m x_l)$. (4.73)

Dabei bezeichnet $k_m = 2\pi \frac{m}{L_x}$ den "Wellenvektor". Nun wird der Diffusionsterm separat betrachtet:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \,. \tag{4.74}$$

Setzt man die Fourier-Darstellung 4.73 in die Diffusionsgleichung ein und führt die Ableitungen aus, so erhält man

$$\frac{\partial n_l}{\partial t} = \frac{1}{N} \sum_m \frac{\partial \hat{n}_m}{\partial t} \exp\left(\mathrm{i}\,k_m x_l\right)$$

$$D_n \frac{\partial^2 n_l}{\partial x^2} = \frac{1}{N} \sum_m \left(-k_m^2\right) D_n \,\hat{n}_m \,\exp\left(\mathrm{i}\,k_m x_l\right) \,. \tag{4.75}$$

Diese zwei Terme erfüllen das Gleichheitszeichen in 4.74 nur, wenn dies für alle Koeffizienten gegeben ist. Ein Vergleich ergibt die folgende Differentialgleichung und deren Lösung für \hat{n}_m :

$$\frac{\partial \hat{n}_m}{\partial t} = -k_m^2 D_n \,\hat{n}_m$$

$$\Rightarrow \hat{n}_m = \hat{n}_m^{(0)} \cdot \exp\left(-t \,k_m^2 D_n\right) \,.$$
(4.76)

Die Werte $\hat{n}_m^{(0)}$ bezeichnen gerade die Koeffizienten aus der DFT von n: $\hat{n}_m^{(0)} = \text{DFT}(n)$. Somit lässt sich der Diffusionsterm näherungsweise durch

$$D_{n} \frac{\partial^{2} n_{l}}{\partial x^{2}} \approx \frac{1}{N} \sum_{m} \underbrace{(-k_{m}^{2}) D_{n} \stackrel{\text{DFT}(n)}{\hat{n}_{m}^{(0)}} \exp\left(-tk_{m}^{2} D_{n}\right)}_{=:\hat{n}'} \exp\left(\mathrm{i} \, k_{m} x_{l}\right)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{m} \hat{n}' \exp\left(\mathrm{i} \, k_{m} x_{l}\right)$$

$$= \mathrm{i} \mathrm{DFT}(\hat{n}') \tag{4.77}$$

bestimmen. Dabei wurden sämtliche Koeffizienten in \hat{n}' zusammengefasst (2. Zeile), um die Form der iDFT aus Gleichung 4.73 zu erreichen. In einer vereinfachten Schreibweise wird dieser Zusammenhang zu

$$D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} \approx \text{iDFT}\left(-k^2 D_n \cdot \exp\left(-t \, k^2 D_n\right) \cdot \text{DFT}(n)\right) \quad . \tag{4.78}$$

Schülein 2014

Es gilt zu beachten, dass sich die k-Werte jeweils auf eine *m*-te Komponente der Summation aus der DFT beziehen. Die diskrete Fouriertransformation lässt sich mittels der schnellen Fourier-Transformation (engl. *Fast Fourier Transform*, FFT) besonders effizient mit dem Rechner lösen, wenn die Anzahl der Punkte einer Potenz von 2 entspricht. Deshalb wurden für die Simulation in der Regel $256 = 2^8$ Stützpunkte gewählt. Um zudem die Periodizität der DFT zu nutzen, wurde die Länge des Simulationsgebietes L_x als ganzzahliges Vielfaches der SAW-Wellenlänge gewählt: $L_x = m \cdot \lambda_{\text{saw}}$. Diese Argumentation lässt sich ohne Einschränkung von der Elektronendichte *n* auf die anderen Variablen *p* und *X* übertragen.

Lösung des Driftterms

Der zweite Term der Drift-Diffusions-Gleichungen 4.68 wird für hohe elektrische Felder problematisch. Betrachtet man nur den Drift-Anteil $\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial n \cdot E_x}{\partial x}$ in diskreter Schreibweise am Ort x_m zur Zeit⁸ t_k ,

$$n_{x_m,t_k} = n_{x_m} + \mu_n \left[(nE_x)_{x_{m+1}} - (nE_x)_{x_{m-1}} \right] \cdot \frac{\Delta t}{2\Delta x} , \qquad (4.79)$$

kann man die Schwierigkeit erkennen: Wird der rechte Summand kleiner als die Elektronendichte n_{x_m} , so wird der Wert n_{x_m,t_k} negativ, was keine physikalische Lösung darstellt. Man könnte dem Problem durch eine Verfeinerung der Zeitschritte Δt begegnen, allerdings steigt dadurch die Rechenzeit in gleichem Maße an. Aus diesem Grund wird ein Semi-Lagrange-Ansatz gewählt. Die Lagrange-Beschreibung ist ein "Particle Tracing" und beschreibt die Bewegung diskreter Teilchen in Raum und Zeit. Die bisher eingesetzte Eulersche Methode dagegen setzt den Ort fest und zählt die Partikel an einem dieser diskreten Ortspunkte. Der Semi-Lagrange-Ansatz ist eine Mischform: Die Partikel am diskreten Ortspunkt x_m werden in einem Zeitschritt als *Paket* verschoben (Lagrange) und anschließend auf das Ortsgitter (Euler) abgebildet.

Das zu lösende Problem wird zunächst vereinfacht (Anhang B.4), indem die Abhängigkeit $\mu_n n \frac{\partial E_x}{\partial x}$ vernachlässigt wird:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial (n \cdot E_x)}{\partial x} \approx \mu_n E_x \frac{\partial n}{\partial x} . \tag{4.80}$$

Der Vorfaktor $\mu_n E_x$ hat die Dimension einer Geschwindigkeit $v_n := \mu_n E_x$. Das Prinzip des Semi-Lagrange-Ansatzes ist in Abbildung 4.24 dargestellt: Um die Teilchendichte $n(x_m, t_k)$ (schwarzer Punkt) am Ort x_m zur Zeit t_k zu bestimmen, verfolgt der Semi-Lagrange-Ansatz die Trajektorie s (blau) eines Teilchens am Punkt x_m mittels der Geschwindigkeit v_n (grün) zurück:

$$s(x_m, t_{k-1}) = x_m - v_n(x_m, t_{k-1}) \cdot \Delta t .$$
(4.81)

⁸Die rechte Seite ist zum Zeitpunkt t_{k-1} auszuwerten, was zugunsten der Übersichtlichkeit nicht mit angeschrieben wurde.



Abbildung 4.24.: Prinzip des Semi-Lagrange-Ansatzes: Um den Wert $n(x_m, t_k)$ zu berechnen, wird die Geschwindigkeit (grün) zum vorhergehenden Zeitschritt $v(x_m, k_{k-1})$ ausgewertet. Damit erhält man den Ort $s_{m,k-1}$ (blau), von dem aus die Teilchen nach $n(x_m, t_k)$ transportiert werden.

Der Wert $s(x_m, t_{k-1})$ gibt also an, von welchem Ort aus die Teilchendichte während des Zeitschritts Δt zum neuen Wert $n(x_m, t_k)$ transportiert wird:

$$n(x_m, t_k) = n\left(s(x_m, t_{k-1}), t_{k-1}\right) .$$
(4.82)

Damit wird der zu berechnende Wert $(n(x_m, t_k))$ durch bekannte Werte zum Zeitpunkt t_{k-1} ausgedrückt. Im Allgemeinen wird der Ausgangspunkt $s(x_m, t_{k-1})$ nicht exakt mit einem Gitterpunkt übereinstimmen. In diesen Fällen wird die Dichte durch die zwei nächsten Nachbarpunkte interpoliert. Das Semi-Lagrange-Verfahren ist eine sehr stabile Methode [123] und ist auch in der Lage, die Teilchendichte über viele Gitterplätze in einem Zeitschritt zu transportieren. Der Eulersche Ansatz dagegen bezieht nur den nächsten Nachbarpunkt mit ein und unterliegt damit einer wesentlich stärkeren Einschränkung bezüglich der Zeit-Schrittweite.

4.4.3. Behandlung von Exzitonen

Elektronen und Löcher können im Halbleiter Exziton bilden. Dieser gebundene Zustand setzt voraus, dass die Wellenfunktionen beider Ladungsträger überlappen, was im Rahmen dieser (klassischen) Simulation durch einfache Multiplikation der Dichten n, p an einem Ortspunkt erreicht wird. Eine Konstante c_X beschreibt die Bildungsrate von Exzitonen aus den zwei Ladungsträgertypen [124]:

$$R = \pm c_X \cdot np \;. \tag{4.83}$$

Diese Größe erscheint in den Ratengleichungen 4.68 für die Exzitonen als Generation (+) und für die Elektronen bzw. Löcher als Rekombination (-). Der Wert dieser Bildungsrate c_X ist typischerweise im Bereich von 10^{-7} bis 10^{-5} cm³ s⁻¹ [124], was bei einer Quantentopfdicke von ca. 1 nm = 10^{-7} cm einen Wert $c_X = 1...100$ cm² s⁻¹ ergibt. Dieser Parameter entscheidet darüber, wie lange Elektronen und Löcher zwischen Laser-Anregung und Exziton-Bildung durch das elektrische Feld beeinflusst werden können: Ein höherer Wert von c_X bedingt eine schnellere Exziton-Generation und damit weniger Zeit, um Elektronen und Löcher zu trennen. Ist ein Exziton erst einmal gebildet, so kann dieses bei sehr hohen elektrischen Feldern durch Tunnelionisation wieder in ein Ladungsträgerpaar gespalten werden (nächster Abschnitt) oder strahlend mit der Zeitkonstanten $\tau_X = 600$ ns zerfallen. Dieser exponentielle Zerfall geht in der Ratengleichung 4.68 wie üblich als $-\frac{X}{\tau_X}$ ein und das dabei entstehende Photon wird als Photolumineszenz aufsummiert: PL = $\sum \frac{X}{\tau_X}$. Im Experiment stellt die PL-Intensität die einzig zugängliche Observable dar und wird mit dem simulierten Signal PL(t) für eine zeitkorrelierte oder mit PL(θ) für eine phasenaufgelöste Messung verglichen. Neben der PL der Exzitonen können Ladungsträger im Prinzip auch direkt rekombinieren, jedoch sind hier die Raten um drei Größenordnungen geringer [124].

4.4.4. Tunnelionisation von Exzitonen

Neben der thermischen Dissoziation von Exzitonen, welche durch die tiefen Temperaturen von flüssigem Helium ausgeschlossen wird $(\exp(-E_X/k_bT) \approx \exp(-11.6) \approx 10^{-5})$, kommt ein weiterer Prozess zum tragen: Die Tunnelionisation. Die Bindungsenergie eines 2D-Exzitons erreicht im theoretischen Limit den vierfachen Wert des 3D-Pendants [125]: $E_X^{(2D)} = 4 \cdot E_X^{(3D)} = 16 \text{ meV}$. In realen Quantentöpfen werden solche Werte allerdings nicht erreicht und eine Abschätzung in der Größenordnung von $E_X^{(2D)} = 8 \dots 10 \text{ meV}$ dürfte das System treffend beschreiben [126]. Eine erste Vorstellung von der benötigten Feldstärke zur Ionisation des 2D-Exzitons lässt sich wie folgt abschätzen (Abbildung 4.25 (a)): Das an ein Loch gebundene Elektron kann sich innerhalb eines Bindungsradius von $r_X = 10 \text{ nm}$ bewegen (Abschnitt 3.2). Um dem anziehenden Potential von 10 meV zu entkommen, muss das Elektron innerhalb von $2r_X$ mindestens 10 meV an Energie gewinnen, somit muss über 20 nm eine Spannung U von 10 mV abfallen. Dies entspricht einem elektrischen Feld⁹ von $F_{\text{ion}} = E_X/e 2 r_X = 5 \text{ kV cm}^{-1}$ und liegt damit etwas zu hoch für typische SAW-Felder in GaAs (~ 1 kV cm^{-1}).

Eine quantenmechanische Rechnung der Feldionisation eines zweidimensionalen Exzitons von Miller *et al.* [127] (angegeben in der Form von [121]) ergibt die Tunnelrate (Abbildung 4.25 (b, c))

$$\frac{1}{\tau_{\rm ion}} = \frac{8 \cdot E_X}{\hbar \sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{F_{\rm ion}}{|F|}} \exp\left(-\frac{4}{3} \frac{F_{\rm ion}}{|F|}\right) \,. \tag{4.84}$$

Nach dieser Formel ergibt sich mit den genannten Parametern für das Exziton eine Tunnelzeit von $\tau_{\rm ion} = 4 \,\mathrm{ns}$ bei $0.5 \,\mathrm{kV \, cm^{-1}}$, was im Vergleich zu den typischen Le-

 $^{^9}$ In diesem Abschnitt wird das elektrische Feld mit F bezeichnet, um eine Verwechslung mit der Bindungsenergie E_X des Exzitons zu vermeiden.



Abbildung 4.25.: (a) Prinzip eines 2D-Exzitons: Das Elektron befindet sich in einem maximalen Abstand r_X vom Loch. Kann es während der Strecke $2r_X$ (Pfeil) eine Energie $E = F \cdot 2r_X \cdot e$ gewinnen, welche vergleichbar mit der Bindungsenergie E_X ist, kann das Elektron dem Potential entkommen. (b) Gebundener Zustand des Elektrons im Potential des Lochs. (c) Ein elektrisches Feld Fverkippt das Potential und das Elektron kann unter Umständen durch die Barriere hindurch tunneln.

bensdauern im WL (600 ps) bzw. QD (800 ps) lange ist. Allerdings fällt die Tunnelzeit in diesem Bereich sehr stark ab mit zunehmendem Feld F, zudem hängt die Tunnelrate stark von den Eingabeparametern E_X und r_X ab, welche aber nur ungenügend bekannt sind. In [128] finden sich experimentelle Werte für InGaAs/GaAs QWs: Eine QW-Dicke von 2 nm ergibt $E_X \approx 9,1$ meV und damit $\tau_{\rm ion} = 1,4$ ns, eine Reduktion auf 1 nm senkt die Energie auf 8,7 meV und die Tunnelzeit auf $\tau_{\rm ion} = 0,88$ ns. Für ein elektrisches Feld der Größenordnung 1 kV cm⁻¹ sinkt die Tunnelzeit auf unter 10 ps für die angegebenen Exziton-Energien, womit diese bei hohen SAW-Feldern instantan ionisiert werden und damit als freie Ladungsträger vorliegen.

Später wird sich zeigen, dass die dominante Struktur der Simulationsergebnisse allein durch die Ladungsträgerdynamik erklärt werden kann, *bevor* sich Exzitonen bilden. Aus diesem Grund werden Tunnelprozesse nur dort erwähnt, wo sie zu einem ausgeprägten Effekt führen. In der Rechnung an sich wurden sie allerdings durchwegs berücksichtigt. Die Generation im n- und p-Term (Plus-Zeichen) bzw. Dissoziation im X-Term (Minus-Zeichen) durch den Tunnelprozess wird einfach der entsprechenden Gleichung in 4.68 hinzugefügt:

$$T = \pm \frac{X}{\tau_{\rm ion}} \tag{4.85}$$

4.4.5. Die Simulation

Nun wurden die wichtigsten Methoden zur Lösung der Gleichungen 4.68 und 4.69 vorgestellt. Bisher befinden sich aber noch keine Ladungsträger im System: Die Generation G soll einen Laser-Puls modellieren und wird deswegen in Raum und Zeit als Gaußprofil realisiert:

$$G = G_0 \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(t-t_0)^2}{\sigma_t^2}\right) \cdot \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{(x-x_0)^2}{\sigma_x^2}\right) .$$
 (4.86)

Schülein 2014

Die Parameter $\sigma_{x,t}$ sind so gewählt, dass die Halbwertsbreite des Laserstrahls 1,5 µm im Ort und 50 ps in der Zeit ergibt. Die Zeit des Maximums t_0 ist mit 100 ps ein wenig verschoben, um das gesamte Gaußprofil bei positiven Zeiten zu erhalten. Der Anregungsort liegt in der Mitte des Gebietes bei x = 0 und die Simulation umfasst in der Regel zwei SAW-Wellenlängen ($x = -\lambda \dots \lambda$, $L_x = 2\lambda$), was in 161 oder 256 Punkte unterteilt wird. Der Normierungsfaktor G_0 wird so gewählt, dass die Summe über Ort und Zeit eine vorgegebene Anzahl von Photonen bzw. daraus erzeugten Teilchenpaaren ergibt. Die Photonenanzahl wurde meist auf 10 festgesetzt und liegt damit im Bereich der Abschätzung aus dem nächsten Abschnitt 5.1.

Für die Mobilität der Elektronen wird ein Wert in der Größenordnung von $\mu_n = 1000 \,\mathrm{cm}^2/\mathrm{V}\,\mathrm{s}$ angenommen, die Löcher liegen eine Größenordnung darunter $\mu_p = 0,1 \cdot \mu_n$. Dieser Unterschied führt zu einigen Effekten, welche in Kapitel 6 diskutiert werden. Das Hauptinteresse der Simulation in dieser Arbeit besteht an der Abhängigkeit der Ladungsträgerdynamik vom SAW-Feld. Dieses geht als sinusförmiges Potential Φ bzw. dessen Ableitung für das elektrische Feld ein:

$$\Phi = \Phi_0 \cdot \sin(k_{\text{saw}}x - \omega t + \varphi)$$

$$E_{\text{saw}} = -k_{\text{saw}}\Phi_0 \cdot \cos(k_{\text{saw}}x - \omega t + \varphi) .$$
(4.87)

Die Amplitude Φ_0 hängt dabei, wie in Abschnitt 4.2.5 dargestellt, von der Signalleistung der akustischen Welle ab: $P_{\text{sig}} \propto \Phi_0^2$. Weiterhin bleibt zu beachten, dass Leistungsangaben in dBm eine logarithmische Skala implizieren. Abgesehen von den Harmonischen kann die SAW Frequenz für einen bestimmten IDT nicht variiert werden, damit ist sowohl die Wellenzahl $k_{\text{saw}} = \frac{2\pi}{\lambda}$ wie auch die Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$ fest. Die *relative Phase* φ bezeichnet den Zeitversatz zwischen Laser-Anregung und SAW, sowohl P_{sig} als auch φ sind experimentell einstellbare Werte.

Als typisches Ergebnis erhält man die in Abbildung 4.26 gezeigten Dichten der Elektronen (a), der Löcher (b) und der Exzitonen (c). Diese Größen sind in Abhängigkeit vom Ort in Einheiten der SAW-Wellenlänge λ_{saw} und der Zeit t aufgetragen. Die Amplitude des SAW-Feldes $(E_{\text{saw}} = 0.9 \,\text{kV}\,\text{cm}^{-1})$ reicht in diesem Beispiel aus, um Elektronen zu transportieren. Die Anregungsphase $\varphi = 270^{\circ}$ ist hier instabil für Elektronen (Schema (d)): Diese laufen in beide Richtungen in die für Elektronen stabilen Bandminima und verlassen nach 2 ns bzw. 6 ns das Simulationsgebiet(siehe Teil (a)). Löcher dagegen werden in diesem Fall noch nicht transportiert, sondern verweilen am Ort x = 0 der Anregung. Der Elektronenanteil, welcher zunächst entgegen der SAW-Ausbreitungsrichtung in das Bandminimum gewandert ist, wird mit einer Zeitverzögerung von $\sim 3 \,\mathrm{ns} \approx 0.8 T_{\mathrm{saw}}$ erneut über den Ort der Anregung transportiert. Dies ist am besten in der kombinierten Darstellung (e) zu erkennen, wobei die Ortsachse nach rechts und die Zeitachse (nun in Einheiten von T_{saw}) nach unten aufgetragen ist. Die Elektronen-Dichte wird farblich in orange, die Löcher-Dichte in blau kodiert, womit sich ein Überlapp von n und p in dieser Darstellung zu einem Grauton addiert. Das Maximum der Elektronendichte passiert bei $0.8 T_{saw}$ die ein wenig in SAW-Ausbreitungsrichtung verschobene hohe Lochdichte und genau zu dieser Zeit entsteht ein verzögertes Maximum der PL (blaue Linie im Seitenpanel),



Abbildung 4.26.: Ergebnisse der Simulation mit $f_{\rm saw} = 250$ MHz und einem SAW-Feld, welches Elektronen (a) bereits transportiert, Löcher (b) jedoch nicht. Die Anregungssituation (d) ist in diesem Fall instabil für Elektronen, was zu einer zeitverzögerten Generation von Exzitonen (c) und damit PL führt. Dies ist am einfachsten in der kombinierten Darstellung (e) zu erkennen: Hier werden Elektronen orange und Löcher blau kodiert, das Seitenpanel zeigt die berechnete PL (blaue Linie) im Vergleich zu einer ungestörten Situation (grüne gestrichelte Linie).

welches deutlich über die ungestörte Situation ohne SAW hinausgeht (grüne gestrichelte Linie). Dieses Beispiel zeigt, dass sich Ladungsträger im Anregungsbereich akkumulieren können. Um derartige Effekte zu berücksichtigen, kann die Simulationszeit über mehrere Laser-Anregungen erweitert werden. Ladungsträger werden dann wie im Experiment phasenrichtig zu stets der gleichen SAW-Phase eingebracht.

Die bisher dargestellte Simulation berechnet die Photolumineszenz von photogenerierten Ladungsträgern in einem SAW-induzierten Potential. Führt man einen Bereich ohne dieses extern aufgeprägte Potential ein, so erhält man den Fall eines Kurzschlusses, wie es eine dünne Metallschicht verursachen würde (siehe Abschnitt 2.1). Das gleiche Vorgehen kann für einen vom Anregungsort entfernten Quantenpunkt (Abschnitt 2.3) durchgeführt werden, um das optoakustische Pumpen eines QDs zu simulieren. Die Rechnung wurde dazu um ein weiteres Ratenmodell zur Modellierung eines QDs nach [129] und [130] erweitert: Im Prinzip dient dann die Ladungsträgerdichte im QW am Ort des QDs als Reservoir für den Ladungsträgereinfang, wodurch der QD vom cgs in sämtliche Exzitonen-Zustände übergehen kann. Dies übersteigt jedoch den Rahmen dieser Arbeit. Durch geeignete externe Potentialparameter lassen sich weitere Systeme wie die Anordnung zweier lateraler Gates oder Quantendrähte (Nanowires) durch Typ-II-Barrieren simulieren.

5. Experimentelle Methoden



Abbildung 5.1.: Aufbau der Messanordnung: Die Probe mit IDT und SAW-Puls wird am Ort der Laser-Anregung untersucht.

Dieses Kapitel setzt die bisher behandelten einzelnen Komponenten der Probe wie die Nanostrukturen und akustische Oberflächenwellen in den umfassenderen Zusammenhang des Experiments. Der prinzipielle Ablauf ist in Abbildung 5.1 gezeigt: Der IDT erzeugt eine akustische Oberflächenwelle, deren Einfluss auf eine Nanostruktur durch eine optische Anregung untersucht wird. Neben der Positionierung der Photolumineszenz-Messung mit einer µm-Genauigkeit stellt das exakte Timing der beteiligten Komponenten eine Herausforderung dar, was bei einer aktiven Kopplung von Laser und SAW auf die mittlerweile etablierte Messmethode der Phasenkopplung führt [131]. Diese konnte in Zusammenarbeit mit Tobias Reusch *et al.* auch am Synchroton PETRA III zur zeitaufgelösten Röntgenstrahl-Diffraktometrie von SAWs auf LiNbO₃ eingesetzt werden [132]. Diese und weitere Methoden werden nun im Detail beschrieben.

Im ersten Abschnitt 5.1 wird das Prinzip der Mikro-Photolumineszenz eingeführt und auf die Effizienz des Anregungs- und Detektionspfades eingegangen. Wie die dabei eingeführte Laser-Anregung mit der SAW-Erzeugung für eine Synchronisierung in Zusammenhang steht, wird in Abschnitt 5.2 dargestellt. Die Phasenkopplung in Abschnitt 5.3 ist eng mit diesem Timing verknüpft und bietet eine Auflösung der SAW-induzierten Dynamik in einem zeitintegrierten Experiment. Detailliertere Informationen liefert die Zeitkorrelation in Abschnitt 5.4 durch eine volle Zeitauflösung des Experiments, im Gegenzug kann dieses Verfahren nur eine Emissionsenergie pro Messreihe erfassen. Der letzte Abschnitt 5.5 befasst sich mit der automatisierten Auswertung der Messdaten und den in der Arbeit gebräuchlichen Fit-Funktionen.

5.1. Mikro-Photolumineszenz



Abbildung 5.2.: Prinzip eines Mikro-Photolumineszenzaufbaus: Der Strahlengang wird in eine Anregung und eine Detektion mittels eines geeigneten Strahlteilers getrennt.

Sämtliche optischen Messungen wurden an einem konventionellen Mikro-Photolumineszenz-Aufbau (μ PL) durchgeführt. Dabei wird der Laserstrahl in Abbildung 5.2 durch ein Objektiv auf die Probe fokussiert, was zur Anregung von Ladungsträgerpaaren in der Nanostruktur führt. Nach kurzer Zeit zerfallen die Elektron-Loch-Paare und dabei entstehende Photonen werden mit dem gleichen Objektiv aufgefangen. Ein Strahlteiler sendet spezifisch die Photonen mit im Vergleich zur Anregung kleinerer Energie in den Detektionspfad. Es wurden zwei 50x-Objektive eingesetzt, eines für den sichtbaren Spektralbereich (NA = 0,50) und eines für das nahe Infrarot (NA = 0,55) optimiert. Die Probe befindet sich in einem Helium-Fluss-Kryostaten, in dem Probentemperaturen von $T \leq 10$ K erreicht werden können.

5.1.1. Der Anregungspfad

Für die Erzeugung von Ladungsträgerpaaren in der Nanostruktur stehen verschiedene Laser zur Verfügung, welche einzeln in den Strahlengang und damit in das Mikroskop eingekoppelt werden können. Zusätzliche Filter dienen der Leistungsanpassung und Unterdrückung unerwünschter Laser-Moden. Die Anregung in Abbildung 5.3 wird mittels eines Strahlteilers im Verhältnis 1:1 sowohl in ein Leistungsmessgerät wie auch in das Mikroskop eingekoppelt. Als Lichtquelle stehen im Detail ein Helium-Neon-Laser (Dauerstrich) für Vergleichsmessungen und zwei gepulste



Abbildung 5.3.: Anregungspfad des μPL-Aufbaus: Eine Abschätzung der Anregungsleistung beginnt am ersten Strahlteiler, denn an diesem Punkt sind die Leistung im Strahlengang und im Messgerät identisch. Alle für eine Dämpfung (graue Zahlen) relevanten Elemente sind im Schema integriert.

Halbleiter-Laser im Roten (~ $660 \,\mathrm{nm} \cong 1.88 \,\mathrm{eV}$) und Infraroten (~ $850 \,\mathrm{nm} \cong 1.46 \,\mathrm{eV}$) zur Verfügung. Die Pulslänge beträgt ca. 50 ps und der Puls-Zeitpunkt kann durch einen externen Trigger mit bis zu 80 MHz Wiederholrate bestimmt werden, was für die Phasenkopplung im übernächsten Abschnitt entscheidend ist. Alle in dieser Arbeit angegebenen Laser-Leistungen beziehen sich auf eine äquivalente Leistung bei durchgehender Anregung. Eine Angabe von 80 nW bedeutet in diesem Sinne, dass sich die Energie 80 nJ in einer Sekunde auf 80 Millionen Pulse aufteilt $(= 10^{-15} \text{ J})$. Bei einer Anregung mit dem IR-Laser besitzt ein Photon die Energie $E_{\rm photon} = hc/\lambda = 2.3 \times 10^{-19} \,\text{J}$ und somit enthält jeder Laser-Puls ca. 4300 Photonen. Im Experiment wird üblicherweise ein Tastverhältnis von 0,1 eingesetzt, d.h. auch die angezeigte Laser-Leistung fällt auf 1/10. Dennoch bleibt die Photonenanzahl pro Laser-Puls gleich, was als "äquivalente Leistung" bezeichnet wird. Eine Abschätzung der Laserspotgröße auf der Probe ergibt für einen beugungsbegrenzten Strahl im Abbe-Limit für den IR-Laser eine Breite von $d = \lambda/NA = 1.5 \,\mu\text{m}$ (roter Laser: $1,3 \,\mu\text{m}$). Die tatsächliche Spotabmessung dürfte ein wenig größer ausfallen (~ $2 \,\mu\text{m}$), da man nicht für Anregung und Detektion gleichzeitig perfekt im Fokus liegen kann und zudem das Deckglas des Kryostaten den Strahlengang beeinflusst. Um den Laserstrahl in diesen Größenordnungen präzise zu verfahren, steht neben einer manuellen Grobeinstellung ein Piezopositionierer für das Objektiv zur Verfügung.

5.1.2. Die Detektion

Das mit dem Objektiv aufgefangene Licht in Abbildung 5.4 wird über den Strahlteiler der Detektion zugeführt. Hier kann zunächst über Filter eine grobe Vorselektion durchgeführt werden, bevor eine Linse das Signal auf den Eingangsspalt eines 0,5 m-Spektrometers fokussiert. Ein mit flüssigem Stickstoff gekühltes CCD oder ein per



Abbildung 5.4.: Detektionspfad des μ PL-Aufbaus: Die Abschätzung der Detektionseffizienz beginnt hier bei der Probe und wird bis zum CCD bzw. zur SPAD fortgesetzt. Alle für eine Dämpfung (graue Zahlen) relevanten Elemente sind im Schema integriert.

Glasfaser angekoppelter Einzelphotonenzähler (engl. Single Photon Avalange Diode, SPAD) dient als Detektor. Zur spektralen Aufspaltung des Signals wurde in der Regel ein Gitter mit 1200 Strichen pro mm eingesetzt, was zu einer Auflösung von ~ 60 µeV bei 900 nm auf dem CCD-Chip führt. Bei dem eingesetzten CCD handelt es sich um eine Back-Illuminated-Bauform, d.h. das Signal erreicht den Chip von der Rückseite im Bezug auf die elektronischen Anschlüsse der Pixel, welche sich auf der Vorderseite befinden. Diese Konstruktion verspricht eine bessere Lichtausbeute, da durch die aufgebrachten Metallleitungen keine Abschattung entsteht. Ein wesentliches Problem ist allerdings das sogenannte Etaloning: Strahlung im nahen Infrarot besitzt eine Weglänge im CCD größer als dessen Dicke, wodurch es zu Interferenz-Erscheinungen kommt. Dieser Effekt führt in manchen Spektren zu scheinbaren Strukturen, welche aber eben ein Artefakt des CCDs darstellen. Für ein artefakt-freies Spektrum kann ein Einkanaldetektor (SPAD) eingesetzt werden. Dieser besitzt in Kombination mit der TimeHarp 200 die primäre Funktion der zeitaufgelösten Messung mit einer Auflösung von ~ 300 ps.

5.1.3. Abschätzung der Anregungsleistung

Für die Simulation der Ladungsträgerdynamik (Abschnitt 4.4) ist es wichtig, eine Vorstellung über die Anzahl der pro Laser-Puls erzeugten Elektron-Loch-Paare zu bekommen. Dazu kann man zum einen von der Anregung bis zur Probe, aber auch von der Probe bis zum Detektor die Effizienz abschätzen:

Strahlengang Laser \rightarrow Probe

Als Ausgangspunkt dient der Strahlteiler vor dem Mikroskop, denn hier entspricht die gemessene Leistung genau der eingekoppelten Leistung. Bis zur Probe muss der Strahl zwei Spiegel (0,96²), den Mikroskop-Strahlteiler (0,9 \cdot 0,96²), das Objektiv (0,96²) und das Deckglas des Kryostaten (0,96²) passieren, an der Oberfläche der Probe wird wegen des Brechungsindex-Unterschiedes ein weiterer Teil reflektiert (0,69). Die Werte in Klammern beschreiben jeweils den transmittierten Anteil eines einzelnen Elements, was zusammengenommen eine Effizienz von $\eta = 45\%$ ergibt. Für jeden Übergang zwischen Luft bzw. Vakuum und einem Medium anderer Brechungszahl wird die Reflexion nach dem Transmissionskoeffizienten

$$T = \frac{4n_1n_2}{(n_1 + n_2)^2} \tag{5.1}$$

berechnet. Für GaAs wurde der Wert $n_{\text{GaAs}} = 3,5$ und für jedes Glas der Wert $n_{\text{Glas}} = 1,51$ eingesetzt, ansonsten handelt es sich um typische Werte der verwendeten optischen Elemente.



Abbildung 5.5.: Intensitätsprofile I(x, y) und I(-z) des Anregungslasers. Der orange Zylinder zeigt das Einfangvolumen des QDs an.

Der Absorptionskoeffizient beschreibt die exponentielle Abnahme der transmittierten Intensität I(z) (Abbildung 5.5) mit der durchstrahlten Dicke d des Materials

$$I(d) = I_0 \cdot \exp(-d\alpha) \tag{5.2}$$

und ist für GaAs $\alpha = 2.8 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ (660 nm, [118, 133]), für InGaAs ist $\alpha \approx 4 \times 10^4 \text{ cm}^{-1}$ (850 nm, [60]). Damit kann man die Absorption der WL-Schicht mit $d \approx 2 \text{ nm}$ bei IR-Anregung bestimmen: $1 - \exp(-2 \text{ nm} \cdot 4 \times 10^6 \text{ m}) = 0.80 \%$. Betrachtet man allerdings einen einzelnen QD, so sinkt die Effizienz noch weiter: Der QD sammelt nur Ladungsträger aus dem WL, welche innerhalb deren Diffusionslänge liegen. Diese bestimmt sich zu

$$l = 2\sqrt{D\tau} . (5.3)$$

Mit der Lebensdauer $\tau \approx 600 \text{ ps}$ der Exzitonen und der Diffusionskonstante $D_X \approx 2 \frac{D_n D_p}{D_n + D_p} \approx 1.5 \times 10^{-5} \text{ m}^2 \text{ s}^{-1}$ in ambipolarer Näherung (z.B. [134], $D_{n,p}$ siehe Abschnitt 4.4.1) ergibt die Diffusionslänge l = 200 nm. Somit tragen im Mittel (ohne SAW) die Ladungsträger im Bereich $(200 \text{ nm})^2 \pi$ zur Emission bei (Grundfläche des

Schülein 2014

orangen Zylinders in Abbildung 5.5). Für ein Gaußsches Strahlprofil in zwei Dimensionen

$$I(x,y) = \frac{2 \cdot I_0}{\pi w_x w_y} \exp\left(-2\frac{(x-x_0)^2}{w_x^2} - 2\frac{(y-y_0)^2}{w_y^2}\right)$$
(5.4)

und der Laserspotgröße von 1,5 µm ergibt das mit $w_{x,y} = 1.5 \,\mu\text{m}/\sqrt{\ln 4} = 1.1 \,\mu\text{m}$ einen Anteil von $I/I_0 \cdot F = \frac{2}{\pi w_x w_y} l^2 \pi = 6.6 \,\%$ (rote Anregung: 9,1 %). Hierbei wurde die Intensität I(x, y) über die gesamte Fläche F als konstant gleich dem Maximum angenommen, was für den kleinen Radius $l = 200 \,\text{nm}$ gerechtfertigt ist (Abbildung 5.5, I(x, y)).

Werden Ladungsträger im umliegenden GaAs durch den roten Laser erzeugt, tragen auch absorbierte Photonen im Bereich der Diffusionslänge l um den QW in z-Richtung bei (oranger Zylinder in Abbildung 5.5 und I(-z)). In der Struktur SKQD5 betrifft das den Bereich $z = -280 \text{ nm} \pm 200 \text{ nm}$:

$$I_{\rm rot}/I_0 = \exp(-80\,\mathrm{nm}\cdot\alpha) - \exp(-480\,\mathrm{nm}\cdot\alpha) = 53.9\%$$
 (5.5)

Somit ergeben sich vier Situationen:

- IR und WL: Ladungsträger im gesamten Spot I(x, y) tragen bei, werden aber nur über der WL-Dicke von 2 nm absorbiert: $\eta = 0.80$ %.
- IR und QD: Der Quantenpunkt fängt nur Ladungsträger aus dem WL im Bereich der Diffusionslänge d ein: $\eta = 0.80 \% \cdot 6.6 \% = 0.053 \%$.
- Rot und WL: Ladungsträger im gesamten Spot I(x, y) tragen bei, in z-Richtung erfolgt der Einfang von $-280 \text{ nm} \pm 200 \text{ nm}$: $\eta = 53.9 \%$.
- Rot und QD: Auch hier wird der Bereich in x und y zusätzlich durch die Diffusionslänge l eingeschränkt: $\eta = 53.9 \% \cdot 9.1 \% = 4.9 \%$.

Strahlengang Probe \rightarrow Detektor



Abbildung 5.6.: (a) Zusammenhang der Winkel α und β mit den Brechungsindizes. (b) Der Anteil der detektierbaren Emission ist blau markiert.

Der größte Verlust ensteht bereits durch den Übergang des Lichts aus der Probe in das Vakuum. Das Objektiv sammelt Licht mit einem Winkel α (Abbildung 5.6 (a)). Wegen des Unterschiedes im Brechungsindex entspricht das in GaAs einem Winkel γ von

$$\gamma = \arcsin(1/3.5 \cdot \sin \alpha) = \arcsin(1/3.5 \cdot \mathrm{NA}) = 9^{\circ} . \tag{5.6}$$

Geht man von einer isotropen Ausstrahlung der Lichtquelle (dem QD bzw. WL) in GaAs aus, so fängt das Objektiv nur den Anteil des Kugelsegments im Winkelbereich bis γ auf, welcher in Abbildung 5.6 (b) blau markiert ist:

$$\frac{A_{\text{Segment}}}{A_{\text{Kugel}}} = \frac{2\pi r^2 (1 - \cos \gamma)}{4\pi r^2} = \frac{1 - \cos \gamma}{2} = 0,0062.$$
 (5.7)

Neben den Reflexionsverlusten an Grenzflächen $(0,69 \cdot 0,96^8)$, Spiegeln $(0,96^6)$, dem Strahlteiler (0,99) und dem Gitter (0,8) muss die Effizienz des Detektors noch berücksichtigt werden. Hier geben die Hersteller im fraglichen Spektralbereich 30% für die CCD und 25% @950 nm bis 40% @890 nm für die SPAD an. Dadurch ergibt sich die Gesamt-Effizienz 0,057% = -32,4 dB für das CCD und nur unwesentlich anders für die SPAD.

5.1.4. Zusammenfassung

Pfad	Dämpfung	$eh\mathchar`-Paare pro Puls @ 100nW$
I_0 rot	100%	4200
I_0 IR	100%	5300
Anregung rot, WL	$53,9\% = -2,7\mathrm{dB}$	2300
Anregung rot, QD	$4,9\% = -13,1\mathrm{dB}$	210
Anregung IR, WL	$0.8 \% = -21.0 \mathrm{dB}$	42
Anregung IR, QD	$0,053\% = -32,8\mathrm{dB}$	2,8

Pfad	Dämpfung	Emissionen pro Count
Detektion 950 nm	$0,057\% = -32,4\mathrm{dB}$	1800

Tabelle 5.1.: Die ersten zwei Zeilen dienen als Ausgangswert der Laseranregung. Unter den verschiedenen Bedingungen erreichen davon 2300 bis 2,8 Elektron-Loch-Paare pro Laserpuls die Nanostruktur bei einer äquivalenten Leistung von 100 nW. Die Detektionsrichtung ist anders zu lesen: Die Nanostruktur muss 1800 Photonen aussenden, um einen einzelnen Count im Detektor zu verursachen.

Die Verluste im Anregungs- und Detektionspfad sind in Tabelle 5.1 zusammengefasst. Für typische Anregungsleistungen von 500 nW bei $\lambda = 850$ nm und einer Wiederholrate von 80 MHz ergibt das $2,65 \times 10^4$ Photonen pro Laser-Puls. Davon erzeugen 210 ein Elektron-Loch-Paar pro Puls, wovon sich wiederum nur 14 im Einfangradius des QDs befinden. Die Zählraten liegen im Bereich von 10 Ereignissen pro Sekunde bei voller Wiederholrate des Lasers. Um am Detektor 10 Ereignisse pro Sekunde zu erhalten, muss der QD 1.8×10^4 Photonen pro Sekunde erzeugen. Das bedeutet, mit jedem Laser-Puls werden im Durchschnitt 0,0002 Photonen erzeugt. Somit führt nach dieser Abschätzung nur jedes 70000ste Elektron-Loch-Paar zur Emission eines Photons.

5.2. Synchronisation

Das Experiment wird in zweierlei Hinsicht gepulst betrieben: (i) Die Laser-Quelle kann mit bis zu 80 MHz getaktet werden und ist über einen externen Trigger steuerbar. Durch geschicktes Abstimmen dieser Frequenz mit der akustischen Oberflächenwelle lässt sich eine Phasenkopplung (nächster Abschnitt) erreichen. (ii) Da die SAW einen gewissen Wärmeeintrag verursacht und zudem an Probenkanten und weiteren IDTs im Schallpfad reflektiert werden kann, wird lediglich ein ~ 1 µs langer SAW-Puls mit einer Wiederholrate von 10 µs ($f_{exp} = 100 \text{ kHz}$) erzeugt. Dadurch kann die Erwärmung reduziert werden und durch gezieltes Timing mit der Laser-Anregung wird nur der erste laufende Puls der SAW in die Messung mit einbezogen.

In Abbildung 5.7 (a) ist die Verschaltung der betreffenden Geräte schematisch dargestellt: Allen am Timing beteiligten Geräten wird eine gemeinsame Zeitbasis durch ein 10 MHz Signal bereitgestellt, wodurch die Synchronisation garantiert wird. Die SAW-Anregung C_2 wird durch einen HF-Generator (SME03) erzeugt, welcher das Ausgangssignal alle $10 \,\mu s$ für besagte $1 \,\mu s$ ausgibt (rote Verbindung C₂ in (a), Oszilloskopaufnahme in (b)). Der Zeitpunkt dieser HF-Pulse kann über einen Monitorausgang am Generator abgegriffen werden (schwarze Verbindung C_1) und dient als Referenz für einen Delay-Generator (DG535), welcher wiederum ein weiteres Zeitfenster P_1 für die Laser-Anregung vorgibt. Dieses zweite Zeitfenster ist in Breite und Verzögerung gegenüber dem Trigger des HF-Generators einstellbar und steuert einen Modulator. Dieser aktiviert das kontinuierliche Rechteck-Signal P_2 eines Funktionsgenerators in genau dem Zeitfenster, während der SAW-Puls über den Ort der optischen Anregung propagiert. Damit wird der Lasertreiber mit der Frequenz des Funktionsgenerators zu der vom Delay-Generator festgelegten Zeit getriggert. Der Zeitpunkt der Laser-Puls-Erzeugung kann an einem weiteren Monitor-Ausgang am Treiber abgegriffen werden und ist als Kanal C_3 am Oszilloskop gezeigt. Schließlich wird das transmittierte SAW-Signal (inklusive Übersprechen, blau) an C_4 abgegriffen. In dieser Konfiguration ist in Abbildung 5.7 (b) deutlich zu erkennen, dass die Laser-Anregung (grün) in etwa mittig zwischen der SAW-Anregung (rot) und der SAW-Transmission (blau, rechter Puls) liegt. Das Fenster C_1 entspricht der SAW-Einhüllenden von C_2 . P_1 (nicht geplottet) würde ein zeitversetztes Fenster zeigen, welches der Einhüllenden von C₃ entspricht.

Entscheidend für das Experiment ist nun, dass das Zeitfenster für den Laser genau dann öffnet, sobald der SAW-Puls auf der Probe den Ort des Laserfokus erreicht. Der wichtigste Beitrag ist die Verzögerung der SAW aufgrund der "langsamen" akustischen Geschwindigkeit der Rayleigh-Welle. Zur Abschätzung des Zeit-



Abbildung 5.7.: (a) Typische Zusammenschaltung der am Timing beteiligten Geräte. Die Signale C_{1-4} werden an den markierten Positionen abgegriffen und sind als Oszilloskop-Bild in (b) dargestellt. Die Verzögerung des Lasers wird mittels des Delay-Generators der Laufzeit der SAW angepasst.

versatzes wird der Abstand des Beobachtungsortes zum IDT herangezogen, welcher durch Markierungen am Schallpfad zumindest grob bekannt sein sollte. Im Prinzip müsste man sämtliche weiteren Verzögerungen wie Signallaufzeiten im Kabel, Trigger-Verzögerung im Laser-Treiber¹ und tatsächlicher Zeitpunkt der Licht-Puls-Erzeugung für eine exakte Abstimmung mit in Betracht ziehen, allerdings liegen diese Zeiten mit ~ 50 ns im Vergleich zur SAW-Puls-Länge von 1000 ns meist im tolerierbaren Bereich. Will man die Zeiten dennoch exakt abstimmen, ist es oft einfacher, die Ankunftszeit in einem Korrelationsexperiment exklusiv zu vermessen und anschließend entsprechend anzupassen. Dies wird nach der Phasenkopplung im übernächsten Abschnitt gezeigt.

¹Damit ist der Zeitversatz zwischen ankommendem Trigger-Signal und tatsächlicher "Reaktion" des Treibers gemeint. Laut Handbuch beläuft sich diese Verzögerung auf 35 ns.

5.3. Phasenkopplung

Die aktive Phasenkopplung der SAW- und Laser-Wiederholfrequenz sind eine wichtige Methode, um den dynamischen Einfluss der SAW in einer zeitintegrierten Messung aufzulösen. Das Prinzip, die experimentelle Umsetzung und die Grenzen dieses Konzeptes werden in diesem Abschnitt aufgezeigt.

5.3.1. Das Prinzip

Die gemeinsame Zeitbasis von 10 MHz der drei Geräte in Abbildung 5.7 (a) wird durch den HF-Generator erzeugt: Dieser dient als Master des Experiments. Der Delay- und Funktions-Generator synchronisieren sich durch eine Phase-Locked-Loop (PLL) auf dieses Signal, wodurch jegliche Abweichung von der Zeitbasis ausgeglichen wird. Alle drei Geräte leiten aus dieser Zeitbasis durch Multiplikation und Division mit ganzen Zahlen jede weitere interne Frequenz ab, und somit auch das Ausgangssignal. Dies impliziert insbesondere, dass eine Frequenz von z.B. 80 MHz am Funktionsgenerator exakt stabil gegenüber einer Frequenz von $n \cdot 80$ MHz am HF-Generator ist (und bleibt). Eine typische SAW-Frequenz $f_1 = 240$ MHz wird so



Abbildung 5.8.: (a) Signal einer transmittierten SAW (blau) und Zeitpunkte der Laseranregung (grün) zu zwei verschiedenen Zeitpunkten des SAW-Pulses: Die Phasen der beiden Frequenzen sind gelockt. (b) Definition der relativen Phase φ bezüglich einer Sinus-Welle.

über den Faktor n = 3 erreicht. Pro Laser-Trigger-Periode von $1/80 \,\mu\text{s} = 12,5 \,\text{ns}$ verstreichen exakt drei SAW-Perioden $12,5/3 \,\text{ns} \approx 4,167 \,\text{ns}$: Der Laser-Trigger und die SAW-Frequenz sind *phasenstarr* gekoppelt. Abbildung 5.8 (a) zeigt eine Aufnahme des SAW-Signals (blau) und des Laser-Pulses (grün) zu zwei Zeiten im SAW-Puls: Die $-0,4 \,\text{V}$ -Marke der fallenden Flanke des Laser-Signals trifft stets die gleiche Phase des SAW-Signals, hier der Nulldurchgang der fallenden Sinus-Kurve. Das ursprüngliche Rechteck-Signal des Laser-Triggers wird elektronisch durch Differentiation in scharfe Peaks verwandelt, denn diese steilen Flanken bieten eine bessere Zeitauflösung für eine Zeitkorrelation.

Der Zeitpunkt des Laser-Triggers (und damit des Laser-Pulses) nimmt für den gekoppelten Fall im Vergleich zum SAW-Signal eine feste Position ein. Der Phasenunterschied der Laser-Anregung zu einem festen Bezugspunkt der SAW-Sinus-Welle (hier willkürlich: steigender Nulldurchgang) wird als relative Phase φ bezeichnet (Abbildung 5.8 (b)) und dient als experimenteller Kontrollparameter. Durch Variation dieser relativen Phase ist es möglich, den kompletten Wellenzug der SAW in einem stroboskopischen Experiment abzutasten. Dazu wird für eine Phase $\varphi = \varphi_0$ das Experiment als zeitintegriertes Spektrum oder zeitaufgelöst durchgeführt: Jede Laser-Anregung trifft stets exakt die gleiche Phase des SAW-Wellenzugs, eben bei φ_0 . In einem nächsten Durchlauf wird die relative Phase $\varphi = \varphi_0 + \Delta$ variiert, um den Einfluss der SAW an einer anderen lokalen SAW-Phase zu untersuchen. Der Vorteil dieser Methode liegt darin, dass auch mit einem zeitintegrierten Experiment der dynamische Einfluss des lokalen SAW-Feldes erfasst werden kann. Ohne die Phasenkopplung würde man über alle lokalen Anregungsphasen mitteln und somit nur den durchschnittlichen Effekt der SAW aufnehmen können. Der Begriff "relative Phase" bezieht sich auf die Tatsache, dass die relative Verschiebung $\Delta \varphi$ gegenüber einem unbekannten (aber konstanten) Offset erfolgt. In Kapitel 6 wird eine Methode zur Kalibrierung dieser relativen Phase vorgestellt, wodurch man den Offset bestimmen kann.

5.3.2. Variation der relativen Phase

Im Prinzip ist das verschieben der relativen Phase nichts anderes als eine zeitliche Verzögerung τ der Laser-Anregung gegenüber der SAW-Anregung. Erreicht τ den Wert der SAW-Periode $T_{\rm saw}$, so befindet man sich wieder in der Ausgangsposition. Diese Periodizität wird auf die "relative Phase" φ abgebildet und spiegelt damit das wiederkehrende Verhalten mit 2π bzw. 360° wieder. Die Verzögerung wird direkt durch einen der beiden Generatoren erzeugt, indem eine interne Phase zwischen -360° und 360° gesetzt wird, was sich auf die jeweilige PLL-Schaltung bezieht. Da sowohl der SAW-Generator als auch der Laser-Trigger verzögert werden kann, muss man sich Gedanken über die Richtung und Periode der jeweiligen Verschiebung machen²:

- Änderung der Phase des SAW-Generators: Eine steigende Phase ruft eine Verzögerung der SAW bezüglich des Laserpulses hervor (grün in Abbildung 5.9). Eine Periode der SAW wird stets nach 360° durchlaufen.
- Änderung der Phase im Laser-Trigger: Eine steigende Phase ruft ein Vorauseilen der SAW bezüglich des Laser-Pulses hervor (blau in Abbildung 5.9). Da die SAW-Frequenz $f_{\text{saw}} = n \cdot f_{\text{laser}}$ über der Laser-Wiederholfrequenz liegt, wird

²Eine Verzögerung des Zeitfensters durch den Delay-Generator führt nur dazu, dass das Puls-Fenster verschoben wird. Die Phasenrelation zwischen den beiden Frequenzen bleibt davon unberührt.


Abbildung 5.9.: Die Richtung der Phasenänderung hängt davon ab, in welchem Gerät sie durchgeführt wird.

eine SAW-Periode bereits nach $\frac{360^{\circ}}{n}$ durchlaufen. Diese Bruchteile der SAW-Phase sind in allen Darstellungen auf die volle SAW-Periode korrigiert.

Es ist im Experiment somit wichtig zu unterscheiden, welcher Frequenzgenerator die Phasenänderung durchführt, denn das Vorzeichen der Verschiebung (Verzögerung / Vorauseilen der SAW) entscheidet über den Ablauf der später eingeführten Stabilitäts- und Reflow-Regionen der Ladungsträger.

5.3.3. Laufzeitunterschied der Laseranregungen



Abbildung 5.10.: Der zusätzliche Weg des IR-Lasers gegenüber dem roten Laser verursacht eine Laufzeitdifferenz.

Wechselt man für eine vorgegebene Phasenbeziehung die Anregungsfarbe, so muss man beachten, dass die beiden Lichtquellen einen unterschiedlich langen Weg auf dem optischen Tisch zurück legen: Der rote Laser legt im Vergleich zum IR-Laser einen zusätzlichen Weg von 0,44 m zurück. Dies entspricht einem Zeitversatz von 1,47 ns und bei einer SAW-Frequenz von $f_{\text{saw}} = 240$ MHz einer Verschiebung von 35 % bzw. 127°. Da der IR-Puls im Vergleich zum roten Puls die Probe *früher* erreicht (Abbildung 5.10), muss die Phase des Laser-Triggers in die negative Richtung korrigiert werden, um die gleiche Anregungssituation zu erhalten.

Schülein 2014

5.3.4. Begrenzungen

Die Phasenkopplung an sich funktioniert sehr gut, d.h. die zwei gelockten Frequenzen sind über die Zeit so stabil, dass innerhalb einiger Stunden keinerlei Abweichung beobachtet werden kann. Begrenzend für diese Methode sind zwei andere Faktoren: (i) Die Größe des Laser-Spots und (ii) die Lebensdauer des Exzitons.

Zeitdomäne

Der Laser-Puls an sich ist mit ~ 50 ps kurz genug, um bei den typischen SAW-Frequenzen kein Problem darzustellen. Die Zerfallszeit eines QW-Exzitons dagegen wirkt mit $\tau \approx 600$ ps begrenzend: Nimmt man an, dass die Hälfte der Intensität genügt, um einen Punkt noch aufzulösen, so mittelt man bei dieser Zerfallszeit über einen Zeitraum von $t_X = \ln 2 \cdot \tau = 416$ ps. Für eine SAW-Frequenz von $f_{\text{saw}} =$ $250 \text{ MHz} = \frac{1}{4000}$ ps ergeben sich damit ca. 10 unterscheidbare Punkte pro Periode, bzw. die Phasenauflösung wird zu

$$\Delta \varphi \approx \frac{416 \,\mathrm{ps}}{4000 \,\mathrm{ps}} \cdot 360^\circ = 37^\circ \tag{5.8}$$

bei 250 MHz. Diese Unsicherheit wird mit kleinerer Lebensdauer τ besser. Exzitonen im Quantenpunkt liegen hier typischerweise bei 400 ps, durch den Purcell-Effekt in Photonischen Kavitäten kann man durchaus auch ~ 40 ps und damit die Größenordnung der Laser-Puls-Breite erreichen (entspräche 2,5° Auflösung bei $f_{\rm saw} = 250 \,{\rm MHz}$).

Ortsraum

Eine weitere Unsicherheit entsteht durch die endliche Ausdehnung des Laser-Spots. Das Auflösungsvermögen ergibt sich mit dem eingesetzten Objektiv (NA=0,55) und Anregung mit 660 nm zu 1,3 µm (siehe Abschnitt 5.1.1 ab Seite 99). Verglichen mit typischen SAW-Wellenlängen von 12 µm bis 40 µm erhält man eine Phasenauflösung von 39° bis 12°. Die Größe des Laser-Spots zu verkleinern ist nicht mit einfachen Mitteln zu bewerkstelligen. Da ein Quantenpunkt als Emitter dieser Grenze jedoch nicht unterliegt (~ 30 nm), könnte man dieses Problem durch Anregung in ein hohes QD-Niveau, aber unterhalb der WL-Bandlücke, umgehen. Für einen im WL eingebetteten QD, welcher die Ladungsträger aus einer bestimmten Entfernung ($r \approx 200$ nm) im WL einfängt, ist die Ortsunsicherheit wahrscheinlich besser, da der Rest der Ladungsträger im WL nicht zum Signal beiträgt. Die SAW-induzierte Ladungsträgerdynamik kann dagegen sämtliche erzeugte Elektronen und Löcher zum QD transportieren, wodurch in diesem Fall erneut die Größe des Spots zum tragen kommt.

Unter diesen Gesichtspunkten ist es nicht sinnvoll, diese Methode bei Frequenzen über $f_{\text{saw}} = 1000 \text{ MHz}$ bzw. unter $\lambda_{\text{saw}} = 3 \,\mu\text{m}$ einzusetzen, da kein Kontrast mehr erreicht werden kann. Siehe hierzu auch die berechnete SAW-modulierte QD-Emission in Abbildung 4.19 auf Seite 84, in der allerdings nur der Effekt der endlichen Lebensdauer des Exzitons und nicht die Ausdehnung der Laseranregung eingerechnet ist.

5.4. Zeitkorrelation



Abbildung 5.11.: Anschluss der "Stoppuhr" für Zeitkorrelationsexperimente: Es wird die Zeit zwischen einer Synchronisationsquelle (Laser-Trigger bzw. Delay-Generator, rot) und dem detektierten Photon in der SPAD (grün) gemessen.

Unter Zeitkorrelation versteht man die Messung der Zeit zwischen zwei Signalen. In unserem Fall dient als Signal der Puls eines Einzelphotonenzählers und als Referenz entweder der Laser-Trigger oder das Zeitfenster des Delay-Generators. Ersteres führt zur zeitaufgelösten Messung von z.B. einem Quantenpunkt-Exziton, letzteres dient der zeitlichen Darstellung eines passierenden SAW-Pulses. Für eine solche Messung wird ein Einzelphotonenzähler wie z.B. eine SPAD eingesetzt. Das aktive Element besteht aus einer Photodiode mit Vorspannung in Sperrrichtung, sodass ein detektiertes Photon eine Lawine an zusätzlichen Ladungsträgern auslöst. Der Trick besteht darin, diese Vorspannung so hoch zu wählen, dass ein einzelnes Ladungsträgerpaar bereits zum Durchbruch der Diode führt. Dies ergibt ein leicht zu detektierendes Signal, allerdings muss die Lawine aktiv durch eine elektronische Regelung unterbrochen werden. Dafür wird die Vorspannung bei der Detektion einer Lawine weggenommen, wodurch keine weiteren Ladungsträger durch Stöße in der Diode erzeugt werden können. Der Nachteil dieses Vorgehens ist, dass dadurch eine Totzeit von einigen zehn Nanosekunden entsteht, was die maximale Zählrate begrenzt. Am Ausgang dieser SPAD wird ein Zeitkorrelator (TimeHarp 200, dargestellt durch eine Stoppuhr in Abbildung 5.11) angeschlossen, welcher dieses Messsignal mit der Synchronisation des Lasers bzw. Delay-Generators vergleicht. Die Zeitauflösung des Gesamtsystems wird durch die einzelnen Beiträge von Laser ($\sim 50 \text{ ps}$), Detektor ($\sim 300 \text{ ps}$) und Korrelator (32 ps) gegeben. Somit begrenzt der Detektor mit 300 ps die Zeitauflösung. Misst man die Antwort des Systems selbst (engl. *Instrument Response Function*, IRF), so kann die Zeitauflösung von einfachen exponentiellen Zerfällen durch Entfaltung des Messsignals mit dieser IRF verbessert werden.

5.4.1. Messung der Exziton-Lebensdauer



Abbildung 5.12.: Zeitaufgelöste Messung an einem einzelnen Quantenpunkt $(1X^0)$ bei roter (a) und infraroter (b) Anregung (jeweils grün) und die entsprechenden IRFs (blau). Die Zerfallskonstanten τ korrespondieren mit den eingetragenen Fitkurven (schwarze gestrichelte Linien).

Die spontane Emission eines Exzitons ist ein statistischer Prozess, welcher mit einer Übergangsrate $\propto 1/\tau_X$ stattfindet (spontane Emission, Abschnitt 3.2). Daraus folgt das exponentielle Abklingen einer Anfangsintensität I_0 mit der Zeit:

$$I(t) = I_0 \cdot \exp\left(-t/\tau_X\right) \,. \tag{5.9}$$

Diese Anfangsintensität kann mittels eines ps-Lasers quasi-instantan erzeugt werden, denn die Zeitskala des eingesetzten Lasers ($\sim 50 \,\mathrm{ps}$) ist kurz gegenüber typischen Zerfallszeiten $\sim 600 \,\mathrm{ps}$ von Exzitonen, zumindest im InGaAs/GaAs Materialsystem. Das ausgesandte Photon wird durch die SPAD detektiert, somit erhält man pro Anregungspuls maximal ein Zählereignis. Deshalb muss dieser Vorgang möglichst oft durchgeführt werden, um eine gute Statistik zu erreichen. Die maximale Wiederholrate des Lasers liegt mit 80 MHz in einem günstigen Bereich: Nach einer Anregung hat das System 12,5 ns Zeit, in den Grundzustand zu relaxieren. Die Annahme, dass jeder Laserpuls das System aus dem gleichen (Grund-) Zustand anregt, ist somit gerechtfertigt. Die Messung integriert demnach über 80 Millionen Durchläufe pro Sekunde, was in der Regel für 1 – 100 s erfolgt. Die damit gesammelten Ereignisse werden gegenüber ihrer Zeitverzögerung bezüglich der Synchronisation in einem Histogramm aufgetragen, wie dies in Abbildung 5.12 für zwei QDs mit Anregung im Roten (a) und Infraroten (b) gezeigt ist. Die logarithmische *y*-Achse bewirkt, dass die Zerfallskonstante τ_X als Steigung des Histogramms abgelesen bzw. gefittet werden kann (schwarze gestrichelte Linien).

In der Regel existieren neben dem optisch aktiven Zerfallskanal mit der Zerfallsrate $1/\tau_X$ noch weitere, meist nicht-strahlende Kanäle $1/\tau_n$. In einer mathematischen Formulierung in einem Ratenmodell kann man beide Beiträge berücksichtigen:

$$\frac{\partial I}{\partial t} = -\frac{I}{\tau_X} - \frac{I}{\tau_n} = -I(\frac{1}{\tau_X} + \frac{1}{\tau_n}).$$
(5.10)

Ohne den τ_n -Term ist die Lösung gerade das Zerfallsgesetz 5.9. Durch Einführung einer effektiven Zerfallskonstanten $\frac{1}{\tau_{\text{eff}}} = \frac{1}{\tau_X} + \frac{1}{\tau_n}$ ändert sich die Form der Lösung nicht, sondern nur die Zeitkonstante:

$$I(t) = I_0 \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_{\text{eff}}}\right) \,. \tag{5.11}$$

Eine etwas andere Situation ergibt sich, wenn zwei verschiedene Reservoirs vorliegen. So besitzt das neutrale Exziton X^0 zwei Konfigurationen, wobei nur eine optisch aktiv ist: Die Besetzung des hellen Exzitons soll mit I_X und die Rate mit $1/\tau_X$ bezeichnet werden, die dunkle Konfiguration mit I_d und $1/\tau_d$. Erst durch einen Spin-Flip entsteht aus dem dunklen das optisch aktive Exziton, allerdings mit einer sehr geringen Wahrscheinlichkeit. Jedenfalls führen die zwei getrennten Reservoirs zu zwei Ratengleichungen, welche damit zur biexponentiellen Zerfallsgleichung führen:

$$I(t) = I_X \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_X}\right) + I_d \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_d}\right) .$$
(5.12)

Der wesentliche Unterschied zwischen den beiden genannten Fällen liegt darin, dass die effektive Zeitkonstante τ_{eff} trotz der zwei Zeitkonstanten im System nur zu einem Zerfall führt. Im zweiten Fall sind im Zeitkorrelationsexperiment beide Zeitkonstanten messbar: Zuerst dominiert der schnelle Zerfall, zu späteren Zeiten überwiegt das Reservoir mit dem langsamen Zerfall. Genau dieses Verhalten kann am neutralen Exziton eines InGaAs/GaAs QDs nachgewiesen werden (Abbildung 5.12 (a), grüne Kurve ab ~ 6 ns).

5.4.2. Synchronisierung der Zeitfenster

Im eben gezeigten Experiment wurde der Laserpuls als Synchronisation verwendet. Damit kann die zeitliche Dynamik zwischen zwei Laserpulsen und demnach eine



Abbildung 5.13.: Zeitaufgelöste WL PL mit kontinuierlicher Anregung und einem SAW-Puls (blau) bzw. ohne SAW und gepulster Anregung (rot).

Zeitspanne von 12,5 ns aufgenommen werden. Um das Passieren des SAW-Pulses abzubilden, muss demnach die Synchronisationsquelle ersetzt werden: Als Zeitnullpunkt wird nun das Zeitfenster des Delay-Generators herangezogen (siehe Abbildung 5.11). Wird der QW kontinuierlich angeregt (Abbildung 5.13, blau), erhält man zu jeder Zeit ein PL-Signal. Ein SAW-Puls der Länge 1 µs läuft mit einer Verzögerung vom IDT bis zum Punkt der Messung: Der Einfluss der SAW induziert deutlich einen linearen Abfall ($t = 0.9 \,\mu$ s), einen konstant dunklen Bereich ($t = 1.1 - 1.5 \,\mu$ s) und eine lineare Regeneration der PL ($t = 1.6 \,\mu$ s). Dieses Verhalten spiegelt gerade die Form des SAW-Pulses wieder, wie sie in Abschnitt 4.2.1 diskutiert wurde. Die verschiedenen Steigungen des Abfalls und Wiederanstiegs sind dadurch noch nicht zu erklären und ist auf die in Kapitel 7 diskutierte Störstellenionisation zurückzuführen.

An dieser Messung kann sehr gut das Timing des Experiments illustriert werden: Die durchgehend optisch angeregte PL des QW wird beim passieren der SAW unterdrückt. Wird nun auf gepulste Laser-Anregung mit einem 900 ns-Zeitfenster (rote Linie, SAW aus) umgeschaltet, so werden Ladungsträger genau dann erzeugt, wenn die SAW den Ort der Anregung passieren würde. Damit wird sichergestellt, dass das detektierte Signal nur dem Zeitfenster mit SAW-induzierter Dynamik entstammt. Die Synchronisation auf das SAW-Zeitfenster mit einer Wiederholrate von 100 kHz führt zur Kopplung mit der Laser-Puls-Frequenz von 80 MHz, da sich diese Frequenzen um den ganzzahligen Faktor 800 unterscheiden. Wegen dieser "Phasenkopplung" ist im Signal der Laser-Anregung (rot) jeder einzelne Puls erkennbar. Im Vergleich zur vorherigen Konfiguration der Zerfallszeitmessungen wurde als Zeitspanne gerade der Abstand 12,5 ns zwischen zwei dieser Laser-Peaks vermessen. Die Laser-Anregung zeigt eine zweite Oszillation mit der Frequenz 10 MHz. Dieser Wert taucht lediglich als gemeinsame Zeitbasis auf und sollte keinerlei Einfluss auf das Experiment zeigen, der Zusammenhang ist hier unklar.

5.5. Datenanalyse

Der komplette Messaufbau wurde bezüglich der zu untersuchenden Parameter automatisiert: Somit kann die Photolumineszenz energieaufgelöst in Abhängigkeit der SAW-Leistung P_{sig} und -Phase φ aufgenommen werden. Befinden sich in einem einzelnen Spektrum $I(E, P_{\text{sig}}, \varphi)$ mehrere Peaks, so wird die Auswertung sehr schnell unübersichtlich und insbesondere zeitaufwendig. Aus diesem Grund wurde das Programm *PLDataHandler* entwickelt, um eine Messreihe (i) schnell übersichtlich darzustellen, (ii) an die auftretenden Peaks eine Funktion zu fitten und (iii) die Peaks aufeinanderfolgender Spektren einander zuzuordnen. Die Ergebnisse werden in einem von OriginLab OriginTM leicht lesbaren Format gespeichert, um in diesem Programm weitere Fits und Darstellungen zu erzeugen.

5.5.1. Glätten und Peak-Suche

Der erste Schritt besteht neben der Darstellung der Daten im Konturplot (die Intensität wird dabei als Farbe kodiert) in der Peak-Suche. Dazu werden die Daten zunächst geglättet und es werden die benötigten Ableitungen bestimmt. Beide Schritte werden über ein Savitzky-Golay-Filter (SG-Filter, [135]) zweiter Ordnung realisiert. Die Vorgehensweise ist am Beispiel eines gleitenden Durchschnitts (GD) am einfachsten zu erklären: Die Daten werden mit einer Filter-Funktion gefaltet, welche im Falle des GDs aus einem Rechteckfenster mit konstanten Koeffizienten a_n besteht. Ein Savitzky-Golay-Filter der Ordnung 2 und der Fensterlänge 2m + 1 wählt diese Koeffizienten a_n mit $-m \leq n \leq m$ so, dass die Multiplikation mit dem Datensatz einem Kleinste-Quadrate-Fit eines Polynoms 2. Ordnung entspricht, welches an der Stelle n = 0 ausgewertet wird. Im Gegensatz dazu ist der gleitende Durchschnitt eines 2m + 1 breiten Fensters genau der Mittelwert der Daten im Bereich -m bis +m für den Wert an der Stelle 0. Das Filter wird für jeden Punkt des Signals S ausgewertet, in die Berechnung der Antwort A_i fließen somit die Werte i - m bis i + m ein:

$$A_i = \sum_{n=i-m}^{i+m} a_n \cdot S_n . \qquad (5.13)$$

Mathematisch entspricht dies einer Faltung des Signals mit dem Filter. Der Vorteil des SG-Verfahrens besteht darin, dass durch einen anderen Satz an Koeffizienten neben dem geglätteten Signal auch Ableitungen berechnet werden können. Details zur Berechnung der Koeffizienten finden sich in [136] und einige weiterführende Bemerkungen in Anhang C.

Um die Vorgehensweise zu veranschaulichen, wird eine Testfunktion (schwarz) in Abbildung 5.14 (a) eingeführt: Diese besteht aus zwei Lorentz-Peaks bei $E_1 =$ 1,3200 eV (rot) bzw. $E_2 =$ 1,3192 eV (blau) mit einer Halbwertsbreite $w_{1,2} =$ 800 µeV und den Intensitäten $A_1 =$ 1 bzw. $A_2 =$ 0,2. Die mit einem Rauschen versehene Testfunktion (grau in (b)) soll das zu untersuchende Signal darstellen. Für die Peak-Suche werden die Daten zunächst mit dem SG-Filter geglättet (rot), wodurch die zwei



Abbildung 5.14.: Eine aus zwei Lorentz-Peaks bestehende Testfunktion (a) wird mit einem Rauschen versehen und anschließend werden die Peaks aus dem Signal extrahiert (b). Breite des SG-Filters: 15 Punkte (m = 7).

Peaks erkennbar werden. Um nun die Maxima des Signals zu bestimmen, werden in der geglätteten ersten Ableitung die Nullstellen gesucht. In diesem speziellen Fall mit einem versteckten Peak bietet sich eine Suche über die geglättete zweite Ableitung an, damit auch die niederenergetische Schulter erkannt wird. Die so gefundenen zwei Energiewerte $E_{1,2}$ dienen als Parameter für die Fit-Funktion

$$I(E) = I_0 + I_d \cdot E + \sum_n I_n \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \frac{w_n}{w_n^2 + 4(E - E_n)^2} , \qquad (5.14)$$

mit deren Hilfe n Lorentz-Peaks an die Originaldaten gefittet werden. Dabei stellt I_0 einen konstanten Offset und I_d eine lineare Basislinien-Korrektur dar, die Summe beinhaltet die jeweilige Intensität I_n und Halbwertsbreite w_n . Die in diesem Fall

Parameter	Energie E_n	Fläche I_n	Breite w_n
Peak 1	$1,3200\mathrm{eV}$	1,00	$0,80\mathrm{meV}$
Fit	$1,\!3200\mathrm{eV}$	0,97	$0,81\mathrm{meV}$
Peak 2	$1{,}3192\mathrm{eV}$	0,200	$0,80\mathrm{meV}$
Fit	$1{,}3192\mathrm{eV}$	0,169	$0,\!45\mathrm{meV}$

Tabelle 5.2.: Vergleich der Testfunktionsparameter (Peak 1 und 2) mit den gefitteten Werten.

aus zwei Lorentz-Peaks bestehende, gefittete Kurve ist in Abbildung 5.14 (b) blau dargestellt: Sie gibt sehr gut den Verlauf der verrauschten Testfunktion (grau) wieder. Die Überbewertung des "versteckten" Maximums rührt in diesem Beispiel daher, dass der Rauschanteil an dieser Position gerade das Maximum zufällig betont. Tabelle 5.2 fasst die Fit-Parameter zusammen und vergleicht sie mit den Originalwerten der Testfunktion: Die Peak-Positionen $E_{1,2}$ werden sehr gut durch das Verfahren erkannt, die Intensität und Halbwertsbreite von Peak 1 sind ebenfalls sehr nahe am Ausgangswert. Lediglich Peak 2 erscheint im Fit ein wenig dunkler und insbesondere wesentlich schärfer. Die geringere Halbwertsbreite ist auch hier Folge der zufälligen Überbewertung des Maximums durch das Rauschen. Mit diesem Verfahren lassen sich die Informationen in einem Spektrum von 2048 Punkten auf $3 \cdot n + 2$ Werte bei Berücksichtigung von n Lorentz-Peaks reduzieren, die Anzahl n liegt typischerweise im Bereich von 1 bis 10.

5.5.2. Weitere Datenanalyse

Der entscheidende Vorteil der Peak-Analyse besteht nicht allein in der Suche und dem Fit der Parameter, sondern in der Behandlung vieler aufeinanderfolgender Spektren. Wird eine Reihe von p Spektren aufgenommen, wobei z.B. die relative Phase φ zwischen -360° und 360° in p Schritten variiert wird, so ändert sich das Spektrum zwischen zwei benachbarten Schritten p-1 und p nur wenig. Dadurch ist es möglich, einzelne Peaks über die verschiedenen Spektren zu verfolgen. Realisiert wird dies durch einen Suchalgorithmus, welcher den Peak eines Spektrums p-1 einem Peak im nachfolgenden Spektrum p unter Berücksichtigung einer maximalen Drift zuordnet. Damit erhält man eine Abhängigkeit des n-ten Lorentz-Peaks I_n , E_n , w_n von dem Variationsparameter im Experiment (in diesem Beispiel φ).

Das Vorgehen soll an einem Datensatz aus Kapitel 9 illustriert werden: Abbildung 5.15 (a) zeigt die gestapelten Einzelspektren als Linien, im Hintergrund ist der entsprechende Konturplot in Graustufen unterlegt. Es werden in diesem Ausschnitt sieben Peaks $E_n(\varphi)$ verfolgt, wobei jeweils eine Farbe die aktuelle Position markiert. Nun werden für alle erkannten Peaks in allen Spektren die entsprechenden Lorentz-Funktionen gefittet, was in (b) exemplarisch für drei Datensätze im Bereich von E_1 gezeigt ist. Dadurch erhält man eine Funktion $E_i(\varphi)$, also die Emissionsenergie des *i*ten Peaks in Abhängigkeit von der relativen Phase φ . $E_1(\varphi)$ ist in Teilbild (c) als rote Punkte dargestellt, unterlegt mit dem entsprechenden Ausschnitt des Konturplots.

In einem nächsten Schritt können diese extrahierten Peak-Daten analysiert werden: Der in Abbildung 5.15 diskutierte Peak $E_1(\varphi)$ ist in Abbildung 5.16 (a) erneut dargestellt (rot), allerdings mit getauschten Achsen und als Abweichung ΔE_1 vom Mittelwert mean $(E_1(\varphi))$. Diese Modulation der Emissionsenergie folgt offensichtlich einer Sinus-Funktion, daher ist eine Art der Fourier-Analyse naheliegend:

$$y(\varphi) = y_0 + y_1 \cdot \varphi + a_1 \cdot \sin(\varphi \cdot x_c - \gamma_1) + a_2 \cdot \sin(2 \cdot (\varphi \cdot x_c - \gamma_2)) . \tag{5.15}$$

Die ersten zwei Terme dienen wieder der Offset- und linearen Drift-Korrektur, der dritte Term beschreibt eine Grundschwingung, der vierte Term stellt eine Schwingung mit doppelter Frequenz dar. $a_{1,2}$ stehen für die Amplituden und $\gamma_{1,2}$ für die Phasenlagen der Schwingungen bezüglich φ . Je nach Datensatz können an dieser Stelle noch weitere Harmonische berücksichtigt werden. Der Parameter x_c korrigiert eine Frequenzdrift, d.h. sollte die Funktion nicht 2π -periodisch in φ sein, so ist der Wert $x_c \neq 1$. Dieses Vorgehen wird für alle drei Funktionen $E_1(\varphi), w_1(\varphi), I_1(\varphi)$

Schülein 2014



Abbildung 5.15.: (a) Messreihe aus Kapitel 9: Zwischen den Spektren (von unten nach oben) wird jeweils die relative Phase φ erhöht. Unterlegt ist der entsprechende Kontur-Plot, wobei die getrackten Peaks farblich markiert sind. (b) Fit der Lorentz-Funktion an drei Einzelspektren der Reihe. (c) Position des Emissionsmaximums $E_1(\varphi)$ (rote Punkte) und der Konturplot im entsprechenden Bereich.

durchgeführt (Abbildung 5.16 (a) rot, grün bzw. blau), welche den Lorentz-Peak 1 vollständig beschreiben.

Der Fit der Funktion 5.15 an die Daten in Abbildung 5.16 (a) kann die Energiemodulation sehr gut nachbilden, die zwei anderen Funktionen $w(\varphi), A(\varphi)$ sind innerhalb des Fehlers konstant (Tabelle 5.3). Damit ergibt sich folgende Aussage über den Peak $E_1(\varphi)$: Die Modulation der Emissionsenergie ΔE verhält sich sinusförmig mit einer Amplitude von 103 µeV, die Halbwertsbreite und Intensität bleiben dabei konstant bei 223 µeV bzw. 0,014. Der zugrunde liegende Prozess muss somit proportional zu einem Feld der SAW sein (und nicht quadratisch), außerdem hat die SAW keinen



Abbildung 5.16.: (a) Fit-Werte E_1 (rot), w_1 (grün) und I_1 (blau) für alle relativen Phasen φ der Messreihe. (b) Fit an die gefitteten Werte $E_n(\varphi)$: Die Modulationsamplitude a_1 (rot) zeigt eine bimodale Verteilung (gepunktete Linien), die Variation der Phasenverschiebung γ_1 entspricht bei der eingesetzten SAW-Wellenlänge $\lambda_{\text{saw}} = 20 \,\mu\text{m}$ einer Orts-Variation von 1,7 μm , was in der Größenordnung des Laserspots liegt.

merklichen Einfluss auf den Ladungszustand des QDs und den Zerfallskanal des Exzitons. Die restlichen Fit-Parameter finden sich in Tabelle 5.3, geben in diesem Fall aber kaum mehr Information über den Prozess. Anzumerken wäre an dieser Stelle nur, dass für eine verschwindende Amplitude einer Schwingung (z.B. a_1, a_2 von w, I) auch deren Phase keine Information trägt. Der Aperiodizitätsfaktor x_c ist innerhalb des Fehlers stets 1. Abschließend kann man nun die interessanten Fit-Werte für alle in Abbildung 5.15 erkannten Peaks gegenüberstellen (Abbildung 5.16 (b)): Die Amplitude a_1 der Energiemodulation (rot, Panel oben) ist für alle Peaks in der gleichen Größenordnung, es deutet sich allerdings eine bimodale Verteilung bei 87 µeV und

Parameter	Energie ΔE_1 (µeV)	FWHM $w_1 \ (\mu eV)$	Intensität I_1 (a.u.)
Mittelwert y_0	$-0,2 \pm 0,9$	223 ± 1	$(14\pm0,1)\cdot10^{-3}$
Schwingung a_1	103 ± 1	3 ± 2	$(3 \pm 1) \cdot 10^{-4}$
Schwingung a_2	3 ± 1	5 ± 2	$(2 \pm 1) \cdot 10^{-4}$
Phase γ_1	$41,3\pm0,7$	10 ± 40	-140 ± 30
Phase γ_2	30 ± 10	100 ± 10	150 ± 20
Drift y_1	$(-17\pm5)\cdot10^{-3}$	$(-5\pm7)\cdot10^{-3}$	$(1,8\pm0,5)\cdot10^{-6}$
Aperiode x_c	$0,998 \pm 0,004$	$1,02 \pm 0,05$	$0,99 \pm 0,04$

Tabelle 5.3.: Zusammenfassung der Fit-Parameter von Gleichung 5.15 an die Parameter der Lorentz-Funktion $\Delta E_1(\varphi)$, $w_1(\varphi)$ und $I_1(\varphi)$.

102 µeV an (gepunktete Linien). Die lokale Phase γ_1 (grün) variiert dagegen in einer Größenordnung von 30°. Die Wellenlänge der SAW beträgt hier 20 µm, somit ist die Ortsabweichung $\Delta x = \frac{30}{360} \cdot 20 \,\mu\text{m} = 1,7 \,\mu\text{m}$. Dieser Wert korreliert gerade mit der Ausdehnung des Laser-Spots auf der Probe.

SAW-induzierte Ladungsträgerdynamik im Quantentopf

Erste Photolumineszenz-Untersuchungen an Quantentopfsystemen unter dem Einfluss akustischer Oberflächenwellen zeigten, dass die Licht-Emission mit zunehmender SAW-Leistung stark unterdrückt wird. Diese Erkenntnis wurde bereits in Abschnitt 2.1 dargelegt und in Abbildung 2.1 auf Seite 14 veranschaulicht [52, 54]. Erklärt wurden diese Beobachtungen mit einem Modell, in dem das im QW gebildete Exziton durch das SAW-induzierte elektrische Feld dissoziiert wird: Gewinnt das Elektron im elektrischen Feld innerhalb der Exzitonausdehnung einen mit der Bindungsenergie des Exzitons vergleichbaren Energiebetrag, so kann das Elektron-Loch-Paar getrennt werden. Anschließend können die zwei getrennten Ladungsträger in der Potentialmodulation der SAW transportiert werden, und zwar getrennt voneinander im Ortsraum. Wegen diesem fehlenden Überlapp der Wellenfunktionen von Elektron und Loch tritt keine strahlende Rekombination auf und die PL wird unterdrückt.

Dieses Bild beschreibt die Ergebnisse im zeitintegrierten Experiment sehr gut, denn der beobachtete Effekt setzt in einem SAW-Leistungsbereich ein, in dem das induzierte elektrische Feld in etwa das für die Ionisation der Exzitonen kritische Feld erreicht. Während unserer phasenaufgelösten Untersuchungen an einzelnen Quantenpunkten zeigten sich jedoch Effekte im umliegenden WL, welche über dieses vereinfachte Bild hinausgehen: Abbildung 6.1 (b) zeigt entlang der SAW-Leistungsachse die gewohnte Unterdrückung der PL-Intensität, die eingeführte Phasenauflösung weist dagegen deutliche Oszillationen mit der Anregungsphase φ auf. In Abbildungsteil (a) sind fünf Datenreihen bei ausgewählten SAW-Leistungen herausgegriffen, um dieses Verhalten hervorzuheben: Zunächst tritt eine deutliche sinusförmige Oszillation mit der SAW-Phase φ hervor (rot, • in (a)). Bei höheren SAW-Leistungen geht diese Oszillation in eine Modulation mit der doppelten Frequenz über (cyan, ▼ in (a)). Wäre der Effekt durch Exzitonen-Ionisation allein zu erklären, würde man nur eine Oszillation mit doppelter Frequenz erwarten, denn für die Ionisation des Exzitons ist die Richtung des lateralen Feldes irrelevant. Entscheidend ist lediglich der Betrag $|E_{\text{lat}}|$, und dieser wird an zwei Positionen innerhalb einer SAW-Periode maximal (Abbildung 6.1 (c)). Der Effekt auf die PL sollte sich demnach bei einer sinusförmigen SAW nicht wie $\sin(\varphi)$ verhalten, sondern wie $\sin^2(\varphi)$.

Dieses Kapitel wird nach einer Übersicht der experimentellen Details (Abschnitt 6.1) zunächst phänomenologisch die oben vorgestellten Daten auswerten (Abschnitt



Abbildung 6.1.: (a) Ausgewählte Phasensweeps mit steigender SAW-Leistung: Zunächst wird eine sinusförmige Modulation (rot) beobachtet, welche bei hohen Leistungen in eine Modulation mit doppelter Frequenz (cyan) übergeht. (b) Volle Phasen- und Leistungsabhängigkeit. Die Positionen der ausgewählten Kurven sind durch Pfeile markiert. Die Signal-Leistung entspricht der am Kryostaten anliegenden Eingangsleistung. (c) Sinusförmiges elektrisches Potential einer SAW: Der Betrag des lateralen elektrischen Feldes (rot) besitzt zwei Maxima pro SAW-Periode.

6.2), anschließend das entwickelte Drift-Diffusions-Modell auf das System anwenden (Abschnitt 6.3) und mit dem Experiment vergleichen (Abschnitt 6.4). Abschließend werden die gewonnenen Erkenntnisse interpretiert und für eine absolute Kalibrierung der SAW-Phase eingesetzt (Abschnitt 6.5).

6.1. Details zum experimentellen Ablauf

Die hier präsentierten Ergebnisse wurden an einer Hybrid-Struktur durchgeführt: Als träger dient ein 128°-rot. YX LiNbO₃ Kristall zur Erzeugung akustischer Oberflächenwellen. Auf den Schallpfad wird die optisch aktive Heterostruktur des Wafers 08-18-10.5d1 (InGaAs/GaAs QDs, Abschnitt 3.5.3) durch das selektive Ätzen der AlAs Opferschicht übertragen (epitaktischer Lift-Off, [137,138]). Da die Schichtdicke 500 nm im Vergleich zur akustischen Wellenlänge $\lambda_{saw} = 40 \,\mu m$ verschwindend gering ist, kann das SAW-Feld in guter Näherung als ungestört angenommen werden. Somit wirken die evaneszenten elektrischen Felder des LiNbO₃-Kristalls auf die Heterostruktur und rufen dort SAW-induzierte Effekte hervor, welche vergleichbar sind mit denen einer SAW auf reinem GaAs. Der wesentliche Vorteil der Hybrid-Struktur ist die um zwei Größenordnungen bessere elektromechanische Kopplung gegenüber GaAs, womit sich wesentlich effizienter SAWs anregen lassen.

Die Grundfrequenz bei T = 10 K beträgt $f_{\text{saw}} = 98 \text{ MHz}$, die Transmission der Verzögerungsleitung wurde bei Raumtemperatur zu $S_{21} = -9.2 \text{ dB}$ bestimmt. Nach Abschnitt 4.2.3 ist die Dämpfung im Experiment um 4 dB größer, d.h. bei einer Generator-Leistung von -7 dBm liegen nach einer Verstärkung um 17 dB am Kryo-Eingang $P_{\text{sig}} = 10 \text{ dBm}$ und am Kryo-Ausgang -3.2 dBm an. Dementsprechend beträgt in der Mitte des Schallpfades die akustische Leistung $P_{\text{saw}} = 3.4 \text{ dBm}$, was bei der Schallpfadbreite $A = 1000 \,\mu\text{m}$ einem elektrischen Potential von $\Phi_0 = 0.91 \text{ V}$ (Abschnitt 4.2.3) und damit einer Auslenkung von $u_z = 0.20 \,\text{nm}$ entspricht (Abschnitt 4.1.6). Das elektrische Feld in Ausbreitungsrichtung an der Oberfläche erreicht $E_x = \Phi_0 \cdot 2\pi/\lambda_{\text{saw}} = 1.4 \,\text{kV}\,\text{cm}^{-1}$.

Für die optische Anregung wurde der rote Laser ($\lambda = 660 \text{ nm}$) verwendet mit einer äquivalenten Ausgangsleistung von 500 nW. Nach der Abschätzung in Abschnitt 5.1.4 führen dadurch 12000 Photonen pro Puls zur Generation eines Elektron-Loch-Paares. In Emission führt die Abschätzung auf 3,7 Photonen pro Anregungspuls. Nimmt man an, dass der Unterschied zu gleichen Teilen der Anregung und Detektion zugeschrieben werden kann, entspricht dies im Mittel ~ 200 Photonen pro Anregung. Das WL-Signal der Probe wurde durch den Monochromator mit einer Mittenwellenlänge von ~ 890 nm selektiert und anschließend mit der SPAD detektiert. Dieses für 2s integrierte Signal wird in Abhängigkeit der SAW-Parameter relative Phase φ und Leistung P_{sig} aufgetragen. Durch die Phasenkopplung mit $f_{\text{saw}} = 2 \cdot f_{\text{laser}}$ lässt sich trotz der zeitintegrierten Detektion die SAW-Dynamik auflösen. Das Tastverhältnis betrug 1/10 bei einer SAW-Puls-Rate von 100 kHz.

Zwar werden in diesem Abschnitt sämtliche Daten und Interpretationen auf die Hybrid-Probe gestützt (LiNbO₃ mit InGaAs/GaAs-Schicht), jedoch wurden analoge Experimente auch direkt auf GaAs mit identischer InGaAs/GaAs-Heterostruktur durchgeführt. Diese Ergebnisse sind mit denen der Hybridstruktur vergleichbar. Da auf LiNbO₃ jedoch leichter hohe SAW-Felder realisierbar sind als auf GaAs, konnte mittels der Hybrid-Probe ein umfangreicheres SAW-Leistungsspektrum vermessen werden.

6.2. Phänomenologische Auswertung

Die beschriebenen Modulationen M_1 und M_2 mit der einfachen bzw. doppelten Frequenz legen eine Fit-Funktion nahe, welche diese zwei Anteile berücksichtigt:

$$I(\varphi) = I_0 + I_1 \cdot \sin(\varphi - \gamma_1) + I_2 \cdot \sin(2 \cdot (\varphi - \gamma_2)) .$$
(6.1)

 I_0 bezeichnet dabei die Grundintensität, um deren Wert die Modulation erfolgt. $I_{1,2}$ steht für die Amplitude der Modulation $M_{1,2}$, $\gamma_{1,2}$ für eine Phasenverschiebung der Modulation gegenüber der Funktion $\sin(\varphi)$. Der tatsächliche Fit-Vorgang beinhaltet noch zusätzliche Variablen zur Drift-Korrektur und Berücksichtigung kleiner Abweichungen der Periodizität. Da diese Korrekturen sehr klein sind und keinen

Schülein 2014



Abbildung 6.2.: Ergebnisse des Fits an die Daten: (a) Normierte Intensitäten I_{0-2} und (b) Phasenverschiebungen $\gamma_{1,2}$.

physikalischen Beitrag darstellen, werden sie hier zum Zwecke der Übersichtlichkeit ausgespart (siehe Datenauswertung in Abschnitt 5.5.2).

Passt man Gleichung 6.1 an jeden Datensatz in Graph 6.1 (b) an, kann man die Intensitäten I_{0-2} und die Phasenverschiebungen $\gamma_{1,2}$ gegenüber P_{sig} auftragen (Abbildung 6.2). Für die Vergleichbarkeit wird jeder Wert $I_{1,2}$ mit seiner entsprechenden mittleren Intensität I_0 normiert, I_0 ist im Graphen global mit I_0^{max} normiert. Die Phase γ_2 in Abbildung 6.2 (b) zeigt einen innerhalb des Fehlers konstanten Wert. Anders ausgedrückt: Die Modulation M_2 ist starr mit der Phase der SAW gekoppelt und hängt insbesondere nicht von einem etwaigen Schwellenwert des elektrischen Feldes ab, denn dieser würde mit der Leistung der SAW in der Phase wandern. Ein solches Verhalten widerspricht der Interpretation von ionisierten Exzitonen, denn dieser Mechanismus hängt eben von einem Schwellenwert E_{ion} ab. Die Phasenverschiebung der zunächst dominierenden Modulation γ_1 ist erst konstant und fällt anschließend bis zum Erlöschen der PL um ~ 225°.

Die Amplituden der Modulationen $I_{1,2}$ steigen bei logarithmischer Auftragung linear in der (logarithmischen) dBm-Skala an, und zwar mit der Steigung 1/2 bzw. 1 (gefittete Linien in Abbildung 6.2 (a)). Da die SAW-Leistung quadratisch vom elektrischen Potential Φ_0 abhängt, $P_{\text{saw}} \propto |\Phi_0|^2$ (siehe Gleichung 4.49), und dieses Potential Φ_0 wiederum linear mit der Auslenkung $u_{x,z}$ bzw. dem elektrischen Feld $E_{x,z} = -\frac{\partial \Phi_0}{\partial x,z}$ in Beziehung steht, folgt daraus: Die Modulation M_1 hängt linear, M_2 quadratisch von der SAW-Amplitude ab. Dagegen würde die Tunnelionisation eines Exzitons im elektrischen Feld exponentiell von der SAW-Amplitude abhängen. Bei großen SAW-Leistungen schließlich sättigen die Modulationen und verlieren sich im Rauschen, denn die Modulation kann nicht größer werden als die Grundintensität, welche bei hohen Leistungen Null wird. Das phasenintegrierte Bild, also der Verlauf von I_0 , entspricht übrigens genau dem bereits bekannten Ergebnissen aus [52]. Die neue Physik wird hier tatsächlich erst durch die Phasenauflösung erkannt.

Die wesentlichen Merkmale der Messdaten aus Abbildung 6.1 lassen sich in vier Bereiche einteilen:

- 1. $P_{\rm sig}$ vernachlässigbar: Für Signalleistungen
 $< -40\,\rm dBm$ wird kein Effekt beobachtet.
- 2. $P_{\rm sig}$ klein: Im Bereich $-40 \, {\rm dBm} < P_{\rm sig} < -25 \, {\rm dBm}$ dominiert die Modulation M_1 mit einem Maximum pro Periode, die Gesamtintensität ist leicht erhöht im Vergleich zu Fall 1.
- 3. P_{sig} mittel: Für $-25 \,\text{dBm} < P_{\text{sig}} < 10 \,\text{dBm}$ erscheint neben der Modulation M_1 eine zweite Komponente M_2 mit zwei Maxima pro Periode, die Phase des M_1 -Maximums wandert.
- 4. P_{sig} hoch: Für die höchsten Leistungen > 10 dBm bestimmt die Modulation M_2 mit zwei Maxima pro Periode das Bild, ein Maximum erscheint heller als der andere.

6.3. Simulation der Ladungsträgerdynamik

Der nächste Schritt besteht darin, die zugrunde liegenden Prozesse zu verstehen und diese vier Leistungsbereiche zu erklären. Dazu wird die Dynamik der Ladungsträger simuliert (Abschnitt 4.4) und die berechnete Photolumineszenz-Intensität $PL(\Phi_{sig}, \varphi)$ mit dem Experiment verglichen. Dazu sei noch einmal die Ratengleichung der Elektronen 4.68 in verkürzter Form angeführt:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + \underbrace{\mu_n \cdot E_x}_{=v_n} \frac{\partial n}{\partial x} \,.$$

Die für Elektronen maximale Driftgeschwindigkeit v_n ist gegeben durch deren Mobilität μ_n und dem elektrischen Feld E_x . Wird diese Geschwindigkeit vergleichbar mit der Geschwindigkeit der akustischen Welle v_{saw} , so kann der Transportmechanismus einsetzen:

$$E_{\rm krit,n} = \frac{v_{\rm saw}}{\mu_n} \ . \tag{6.2}$$

Nun stellt sich die Frage, bei welcher lokalen Phase als Funktion der SAW-Leistung dieser Schwellenwert erreicht wird: Für eine Amplitude E_0 kleiner dem kritischen Feld $E_{\rm krit}$ wird der Schwellenwert nie erreicht. Dies ist in Abbildung 6.3 (a) dargestellt: Das laterale elektrische Feld E (grüne Linie) erreicht zu keiner Phase den Wert $E_{\rm krit}$ (grüne gestrichelte Linie). Somit werden die Ladungsträger auch nicht im Potential der SAW (blaue Linie) transportiert. Erreicht die Amplitude E_0 gerade $E_{\rm krit}$ (Teilbild (b)), so ist die Bedingung für die Driftgeschwindigkeit der Ladungsträger an genau zwei Punkten pro akustischer Periode erfüllt: Die Sinuskurve des elektrischen

Schülein 2014



Abbildung 6.3.: Entwicklung der Transportphase mit der Amplitude der SAW: (a) Zunächst wird das kritische Feld E_{krit} nicht erreicht und es findet kein Transport statt.
(b) Das Feld wird an genau zwei Punkten erreicht (rote Markierungen), aber nur der Punkt bei 0° führt zu einer Bewegung in Ausbreitungsrichtung k_{saw}.
(c) Durch eine steigende Amplitude der SAW wird der kritische Wert E_{krit} früher erreicht und die Transportphase verschiebt sich, zudem wird der Wert nun an vier Punkten erreicht, von denen nur zwei zu einer Bewegung in k_{saw} führen und davon wiederum nur einer stabil ist. (d) Bei sehr hohen Amplituden wandert die Transportphase zu 90°, dem Maximum des elektrischen Potentials Φ (rote gestrichelte Linie).

Feldes (grün) berührt an den beiden Extrempunkten ($\varphi = 0^{\circ}, \varphi = 180^{\circ}$) gerade den Schwellenwert $E_{\rm krit}$, was durch rote Kreise markiert ist. Diese zwei Positionen unterscheiden sich durch ihre Lage bezüglich der SAW-Ausbreitungsrichtung: Das elektrische Feld übt auf Elektronen bei $\varphi = 0^{\circ}$ (gefüllter Kreis) eine Kraft in Ausbreitungsrichtung aus, somit können hier Elektronen mit der Welle transportiert werden (roter Pfeil). Diese Transportphase befindet sich in diesem Fall im Nulldurchgang des SAW-Potentials (blaue Linie), was nicht mit der auf den ersten Blick erwarteten Stabilitätsregion, dem Potentialmaximum, übereinstimmt. Der zweite Punkt (offener Kreis) ergibt eine Kraft in entgegengesetzter Richtung (oranger Pfeil) und führt damit zu keinem Transport. Wird die Amplitude E_0 weiter erhöht (c), erreicht das laterale Feld den kritischen Wert $E_{\rm krit}$ früher und es entstehen vier Schnittpunkte. Zwei dieser Werte entfallen aufgrund der SAW-Ausbreitungsrichtung, ein dritter Punkt ($\varphi = 300^{\circ}$) ist instabil gegenüber kleinen Abweichungen vom exakten Schnittpunkt. Die stabile Transportphase ($\varphi = 60^{\circ}$, gefüllter Kreis) zeichnet sich dadurch aus, dass geringfügig nachlaufende Elektronen stärker und geringfügig vorauslaufende Elektronen schwächer beschleunigt werden. Bezogen auf das SAW-Potential liegt die Transportphase nun deutlich näher am Maximum. Im Grenzfall sehr hoher akustischer Amplituden entstehen erneut vier Schnittpunkte mit dem kritischen Feld $E_{\rm krit}$, die Transportphase liegt nun jedoch sehr nahe am Potential-Maximum (Fall (d) in der Abbildung). Dieser Punkt ist um ca. 90° phasenverschoben zum kritischen Punkt beim ersten Einsetzen des Transportes (Fall (b)). Man kann für die Transportphase explizit einen Ausdruck angeben (angedeutet durch die rote gestrichelte Linie in der Abbildung): Für das Potential der Form $\Phi \propto \sin(\alpha)$ gilt für das elektrische Feld $E = -E_0 \cos(\alpha)$ mit der Amplitude E_0 . Erreicht E_0 gerade den kritischen Wert, so findet der Transport bei $E_{\rm krit} = E_0$ bzw. $\alpha = \arccos(1) = 0^{\circ}$ statt. Für die doppelte Amplitude $2 \cdot E_0$ ergibt sich bereits eine Verschiebung von 60° , für $5 \cdot E_0$ eine Phase von 78° .

Ab welcher SAW-Leistung kann die Transportphase nicht mehr von der ursprünglich erwarteten Stabilitätsregion, dem Potentialmaximum bei $\varphi = 90^{\circ}$, unterschieden werden? Die Abschätzung der Phasenunsicherheit in Abschnitt 5.3.4 ergibt bei $f_{\rm saw} = 98 \,\mathrm{MHz}$ auf LiNbO₃ eine Mittelung über $\Delta \Phi = 15^{\circ}$ durch die Zerfallszeit des Exzitons und $\Delta \Phi = 12^{\circ}$ durch die Ausdehnung des Laser-Spots. Um das Kriterium für den Ladungsträgertransport bei der Phase $\alpha = 75^{\circ}$ zu erreichen, was wegen der Unsicherheit $\Delta \Phi$ nicht von der Transportphase $\varphi = 90^{\circ}$ zu unterscheiden ist, wird ein laterales elektrisches Feld von $E_0 = E_{\rm krit}/\cos(75^\circ) = 3.9 \cdot E_{\rm krit}$ benötigt. Ist $P_{\rm krit}$ die akustische Leistung, welche gerade eine Amplitude des elektrischen Feldes von $E_{\rm krit}$ hervorruft, dann wird für eine Amplitude mit dem 3,9-fachen kritischen Feld eine um den Faktor $3.9^2 = 15$ erhöhte akustische Leistung benötigt. Beginnt also der Transport-Effekt gerade bei P_{krit} , so scheinen sich die Elektronen ab $P_{\rm krit} + 11.7 \,\mathrm{dB}$ im Potentialmaximum zu befinden. Dies ist in Abbildung 6.4 im linken Teil dargestellt: Die Werte sind hier so gewählt, dass der Elektronentransport (orange Linie) bei $P_{\rm krit} = -30 \, \rm dBm$ und der Phase $\varphi = 0^{\circ}$ einsetzt. Mit steigender SAW-Leistung verschiebt sich diese Transportphase bis zum Wert $\varphi = 90^{\circ}$ im Limit hoher Leistungen. Jedoch ist diese Transportphase schon bei wesentlich geringeren SAW-Leistungen aufgrund der Unsicherheit $\Delta \Phi = 15^{\circ}$ (schraffierte Fläche) nicht mehr vom Limit hoher Leistungen zu unterscheiden. Dieser Wert befindet sich bei $P = P_{\text{krit}} + 11,7 \,\text{dB} \approx -20 \,\text{dBm}.$

Für die Löcher kann analog argumentiert werden¹: Ausgehend von der kritischen Leistung $P_{\text{krit}}^{(p)}$, an dem der Loch-Transport gerade einsetzt, erscheint die Transportphase bei weiteren 11,7 dBm um 90° verschoben. Interessanter ist jedoch der Zusammenhang zwischen den Mobilitäten $\mu_{n,p}$ der beiden Ladungsträgersorten nund p: Wegen $\mu_p = \mu_n/10$ wird zum Löcher-Transport ein 10-fach höheres elektrisches Feld $E_{\text{krit}}^{(p)}$ benötigt im Vergleich zu den Elektronen $E_{\text{krit}}^{(n)}$. Da die akusti-

 $^{^1 {\}rm Zur}$ Unterscheidung der kritischen Felder und Leistungen wird der Exponent "(n)" für den Elektronen- und "(p)" für den Löcher-Wert eingeführt



Abbildung 6.4.: Der Elektron-Transport (orange) verschiebt sich mit der SAW-Leistung in seiner Phase, bis diese nach 10 dB im Vergleich zum Einsatzpunkt konstant bei 90° liegt. Der Loch-Transport (blau) setzt wiederum nach weiteren 10 dB Verstärkung ein und verschiebt sich innerhalb von 10 dB um 90° zum Potentialminimum bei 270°.

sche Leistung quadratisch vom Feld abhängt, benötigt man $P_{\rm krit}^{(p)} = 100 \cdot P_{\rm krit}^{(n)}$ oder $P_{\rm krit}^{(p)} = P_{\rm krit}^{(n)} + 20 \,\mathrm{dB}$. Diese Werte sind in Abbildung 6.4 rechts eingetragen: Der Lochtransport (blaue Linie) beginnt bei $P_{\rm krit}^{(p)} = P_{\rm krit}^{(n)} + 20 \,\mathrm{dB} = -10 \,\mathrm{dBm}$ und ist nach weiteren 11,7 dB $\approx 10 \,\mathrm{dB}$ nicht mehr vom Stabilitätspunkt der Löcher zu unterscheiden.

Daraus ergeben sich erste Konsequenzen für das Experiment: Ausgehend vom ersten Einsatzpunkt eines Transportes (kritischer Punkt der Elektronen, $P_{\rm krit}^{(n)}$) ergeben sich nach Verstärkung der akustischen Leistung um jeweils 10 dB alle anderen markanten Punkte:

- Beginn des Elektron-Transportes: $P=P_{\rm krit}^{(n)}$
- Elektronen werden im Potentialmaximum transportiert: $P=P_{\rm krit}^{(n)}+10\,{\rm dB}$
- Beginn des Loch-Transportes: $P = P_{\text{krit}}^{(n)} + 20 \text{ dB}$
- Löcher werden im Potentialminimum transportiert: $P = P_{\text{krit}}^{(n)} + 30 \text{ dB}$

Um all diese "Schaltpunkte" aufzulösen, sollte der Parameterbereich der Signalleistung idealerweise mindestens 30 dB umfassen. Im WL alleine ist nicht davon auszugehen, dass die Transportphase der Löcher noch einen beobachtbaren Unterschied hervorruft. Denn werden beide Ladungsträgersorten transportiert, existiert keine Möglichkeit der Rekombination mehr. Die drei anderen Punkte sollten jedoch bezüglich der SAW-Leistung $P_{\rm saw}$ erkennbar sein.



Abbildung 6.5.: Amplitudenabhängigkeit der Ladungsträgerdynamik für eine Anregung zur Stabilitätsphase der Löcher (s.u.). (a) $E_x = 0,13 \,\mathrm{kV \, cm^{-1}}$: Keiner der beiden Ladungsträgersorten wird transportiert, die Elektronen (orange) unterliegen jedoch schon dem Einfluss der SAW und ihre Verteilung wird zyklisch verbreitert und komprimiert. (b) $E_x = 1,3 \,\mathrm{kV \, cm^{-1}}$: Für eine um 20 dB erhöhte SAW-Leistung werden Elektronen transportiert und Löcher (blau) unterliegen der zyklischen Dynamik bei x = 0. Zu Beginn entgegen der SAW-Ausbreitungsrichtung gedriftete Elektronen werden erneut über den Ort der Anregung transportiert und erzeugen ein zeitlich verzögertes PL-Signal (gestrichelte Linie). (c) $E_x = 13 \,\mathrm{kV \, cm^{-1}}$: Eine um 40 dB erhöhte SAW-Leistung im Vergleich zu (a) führt zum Transport beider Ladungsträgerspezies und die PL (blaue Linie im rechten Panel) ist im Vergleich zum Fall ohne SAW (grüne Linie) vollkommen unterdrückt.

Zunächst werden die Bereiche nach den transportierten Spezies unterschieden (Abbildung 6.5; $\mu_n = 1000 \text{ cm}^2 \text{ V}^{-1} \text{ s}^{-1}$, $\mu_p = \mu_n/10$, $E_{\text{krit}}^{(n)} = 0.29 \text{ kV cm}^{-1}$, 100 Ladungsträgerpaare pro Anregung):

(i) Für kleine SAW-Felder ($E_x < E_{\text{krit}}^{(n)}, E_{\text{krit}}^{(p)}$) setzt zunächst eine Bewegung der Elektronen ein, welche um den Anregungspunkt zyklisch verbreitert und komprimiert wird (Abbildung 6.5 (a)): Das elektrische Feld entlang der Ausbreitungsrichtung ($t = 0.25T_{\text{saw}}$) bewirkt ein Verschmieren, das Feld entgegen k_{saw} ($t = 0.70T_{\text{saw}}$) ein Komprimieren der Elektronenverteilung um den Anregungspunkt (Pfeile in (a)). Genau dort befinden sich die unbeweglichen Löcher, womit anfangs weg diffundierte Elektronen an den Ursprung zurück gelangen und rekombinieren können. Damit ist es möglich, die Intensität im Vergleich zu einem Fall ohne SAW zu erhöhen, insbesondere dann, wenn die Laser-Anregung zu der Phase der Komprimierung stattfindet. Dieser Effekt kann in der Simulation nachvollzogen werden, ist im Experiment aber noch stärker ausgeprägt. Die berechnete PL (siehe Seitenpanel der Abbildung, blaue Linie) stimmt weitgehend mit dem Signal der ungestörten Situation (grüne gestrichelte Linie) überein.

(ii) Befindet sich das System in einem Bereich, in dem Elektronen bereits transportiert werden und Löcher am Anregungsort verbleiben $(E_{\rm krit}^{(n)} < E_x < E_{\rm krit}^{(p)}$, Abbildung 6.5 (b)), so kommt ein neuer wesentlicher Effekt zum tragen: Der *Elektron-Reflow*. Die anfangs erzeugten Ladungsträger verteilen sich entsprechend dem lokalen elektrischen Feld. Wandern nun Elektronen zunächst entgegen der SAW-Ausbreitungsrichtung $k_{\rm saw}$, so werden sie mit der darauffolgenden Transportphase erneut über den Anregungspunkt hinweg transportiert. Genau dort befindet sich noch die Lochverteilung der Anregung und es kommt zur zeitversetzten Photolumineszenz bei $t = 0.78 T_{\rm saw}$ (gestrichelte Linie in Abbildung (b) und Maximum der blauen Linie im Seitenpanel).

(iii) Im Limes hoher SAW-Felder $(E_{\rm krit}^{(n)}, E_{\rm krit}^{(p)} < E_x$, Abbildung 6.5 (c)) werden beide Ladungsträgersorten transportiert. Dadurch kann Photolumineszenz, wenn überhaupt, nur unmittelbar nach dem Laser-Puls auftreten. Wie viele Photonen dabei erzeugt werden können, hängt unmittelbar mit den Mobilitäten der beiden Ladungsträger und der Anregungssituation zusammen.

Im Limes hoher SAW-Felder soll nun die Abhängigkeit der lokalen Anregungsphase untersucht werden. Die Simulationsparameter entsprechen denen der vorher diskutierten Leistungsabhängigkeit und die Amplitude des elektrischen Feldes wurde mit 6.4 kV cm^{-1} vergleichbar mit den experimentell erreichbaren Werten gewählt:

(i) Die Situation $\varphi = 0^{\circ}$ in Abbildung 6.6 (a) bedingt eine anfängliche Bewegung der Löcher entgegen der SAW-Ausbreitungsrichtung, wodurch sie zeitverzögert erneut über den Ort der Anregung transportiert werden: Dies wird als *Loch-Reflow* bzw. *h-Reflow* bezeichnet. Elektronen und Löcher werden an einem Punkt maximaler elektrischer Feldstärke angeregt (Schema oben) und werden daher getrennt, bevor PL auftreten kann bzw. gebildete Exzitonen werden durch das starke Feld ionisiert. Dadurch kann kein Signal detektiert werden und die berechnete PL für diese Anregungssituation ist nahezu Null (blaue Linie im Seitenpanel). Löcher würden in diesem Fall zeitversetzt (die blaue Verteilung passiert x = 0 bei ca. $t = 0,3 T_{saw}$) über das Anregungsgebiet transportiert werden, allerdings sind keine Elektronen für eine erneute Exzitonbildung vorhanden.

(ii) Elektronen werden bei der Phase $\varphi = 90^{\circ}$ in Abbildung 6.6 (b) in ihrer stabilen Region angeregt, also im Maximum des elektrischen Potentials bzw. Minimum der modulierten Bandstruktur. Dieser Punkt wird als *Elektron-Stabilität* bzw. *e-Stabil* bezeichnet. Löcher befinden sich hier in einem instabilen Punkt, allerdings mit verschwindender Feldstärke. Erst die Diffusion treibt die Löcher in Bereiche großer Feldstärke, was schließlich zur Trennung der Ladungsträger führt. Aufgrund der geringen Mobilität verweilen beide Sorten vergleichsweise lange am gleichen Ort (breite Lochverteilung bis ca. 0,2 $T_{\rm saw}$), wodurch einige Paare zu Photonen rekombinieren können. Dies führt zu einem deutlichen PL-Signal unmittelbar nach der Anregung (blaue Linie im Seitenpanel).

(iii) Eine weitere viertel Periode später befindet sich die Anregung bei $\varphi = 180^{\circ}$





in Abbildung 6.6 (c) am Punkt des *Elektron-Reflow* bzw. *e-Reflow*. Wieder erfolgt die Ladungsträgertrennung aufgrund der hohen Feldstärke so schnell, dass praktisch kein Signal auftreten kann. In diesem Fall werden allerdings Elektronen nach $T_{\rm saw}/4$ über den Punkt der Anregung transportiert.

(iv) Als letzte wichtige Anregungssituation wird die Loch-Stabilität bzw. h-Stabil bei $\varphi = 270^{\circ}$ in Abbildung 6.6 (d) eingeführt. Hier befinden sich Löcher in ihrem stabilen Bandmaximum und die Elektronen im feldfreien Bereich, welcher durch die Diffusion getrennt wird. Im Vergleich zur e-Stabilität werden nun aufgrund der höheren Elektronen-Mobilität die Ladungsträger schneller getrennt, wodurch weniger PL entstehen kann als im Vergleichsfall der e-Stabilität: Es ist zwar ein Signal direkt nach der Anregung detektierbar (blaue Linie im Seitenpanel), dieses fällt jedoch geringer aus als im Falle der e-Stabilität in Abbildungsteil (b).

Mit diesem Simulationsmodell lässt sich nun die Photolumineszenz (blaue Linie im rechten Panel von Abbildungen 6.5 und 6.6) in Abhängigkeit der Anregungsphase φ und der Signal-Leistung P_{sig} plotten, der dargestellte Zusammenhang mit der zugrundeliegenden Ladungsträgerdynamik dient als Erklärung der Beobachtungen.

6.4. Vergleich von Experiment und Simulation



Abbildung 6.7.: Berechnete Phasenscans (a) mit der zum Experiment (b) vergleichbaren SAW-Leistung. Die Phasenlage der Modulationen werden durchgehend reproduziert, die Amplituden weichen im niedrigen Leistungsbereich ein wenig ab. Dies kann durch das Fehlen von Verlustmechanismen in der Simulation erklärt werden.

Schülein 2014

In Abbildung 6.7 sind berechnete Phasenscans (a) bei vergleichbaren SAW-Leistungen den experimentellen Daten (b) gegenübergestellt: Für kleinste SAW-Leistungen (schwarz und rot) beginnt die PL mit der relativen Phase mit einem Maximum pro Periode zu modulieren (M_1) , das Maximum befindet sich bei der Anregung zwischen Loch-Stabilität und -Reflow. Hier zeigt die Simulation das richtige Verhalten, kann aber die Stärke der Modulation des Experiments nicht reproduzieren.

Im mittleren Leistungsbereich der SAW (grün) kann man klar die Reflow-Regionen voneinander unterscheiden, denn der Elektron-Reflow führt durch die zeitverzögerte Emission zu erhöhter PL im Vergleich zum Loch-Reflow, in dem die Elektronenverteilung direkt den Anregungsbereich verlässt (siehe Abbildung 6.6 (a)). Zusätzlich beginnt die doppelte Modulation M_2 das Phasenbild zu dominieren. In diesem Fall zeigt die Simulation eine deutlich intensivere Modulation, die Phasenbeziehung bleibt aber korrekt.

Im Limes hoher SAW-Felder (blau) stimmt die Rechnung sehr gut mit dem Experiment überein: Nur zu den relativen Phasen Elektron- und Loch-Stabilität ist PL zu beobachten, wobei die Elektron-Stabilität mehr Signal zeigt als Loch-Stabilität.

Damit sind die wesentlichen Merkmale der Messung sehr gut reproduziert:

- 1. $P_{\rm sig}$ vernachlässigbar: Kein Effekt. \checkmark
- 2. P_{sig} klein: Modulation M_1 mit einem Maximum pro Periode. (\checkmark)
- 3. P_{sig} mittel: Modulation mit zwei Maxima pro Periode M_2 tritt auf und das Maximum von M_1 wandert bezüglich der Phase. \checkmark
- 4. P_{sig} hoch: Modulation M_2 mit zwei Maxima pro Periode bestimmt das Bild. Ein Peak erscheint heller als der andere. \checkmark

Die kleinen Abweichungen lassen sich durch das Fehlen von nicht-strahlenden Verlusten im Modell erklären: Der Unterschied in der M_1 -Modulation wird damit begründet, dass bei Anregung zum h-Reflow die Elektronenverteilung komprimiert wird. Im Gegensatz dazu wird diese Verteilung im e-Reflow zunächst verwaschen und erst nach $T_{\rm saw}/2$ am Anregungspunkt erneut verdichtet. Nur wenn in diesem Zeitraum Ladungsträgerpaare für die PL verloren gehen, kann das Signal bei initialer Komprimierung (h-Reflow) heller erscheinen als das Signal der zeitversetzten Komprimierung des Elektronenpaketes (e-Reflow). Die sehr gute Übereinstimmung der Simulation mit den experimentellen Daten im Bereich hoher SAW-Leistungen verdeutlicht diesen Sachverhalt nochmals: Da die PL-Dynamik in diesem Regime nur durch einen sehr kurzen Zeitbereich unmittelbar nach der Laser-Anregung bestimmt wird, kommen hier im Experiment etwaige Verluste nur unwesentlich zum tragen. Als Verlust-Mechanismen kommen im WL insbesondere die Bindung der Ladungsträger an Störstellen und Inhomogenitäten der Heterostruktur in Frage, wodurch nicht-strahlende Übergänge oder Emissionen in einem rotverschobenen Spektralbereich ermöglicht werden.

Mit diesen Folgerungen kann man sich leicht vorstellen, dass die Simulation im Mittel zu viel Signal erzeugt und die tatsächliche Modulation im mittleren SAW-Leistungsbereich geringer ausfallen sollte. Exakt dieses Verhalten beobachtet man im Experiment.



6.5. Interpretation und Phasenkalibrierung

Abbildung 6.8.: Fit der Funktion 6.1 an die Messdaten (a, b) und die simulierten Phasenscans (c, d). Die lineare (rote Linie in a, c) und quadratische (blaue Linie, a, c) Abhängigkeit der Intensitäten I_{1,2} werden genauso reproduziert wie der konstante Wert von γ₂ (b, d) und die Phasenverschiebung von γ₁.

Führt man analog zur Auswertung der experimentellen Daten in Abschnitt 6.2 einen Fit für alle Phasenscans der Simulation durch (Abbildung 6.7 (a)), so erhält man das erweiterte Bild 6.8: In (a, b) sind erneut die Fits an die Messdaten aus Abbildung 6.2 gezeigt und in (c, d) die entsprechenden Fits der Simulationsdaten.

Die Amplitude der Modulationen I_1 und I_2 (c) entspricht in der Rechnung ebenfalls der schon angesprochenen linearen (rote Linie) und quadratischen (blaue Linie) Abhängigkeit von der SAW-Amplitude. Die Interpretation durch das Simulationsmodell legt den Schluss nahe, dass diese Modulationen die Driftbewegung von nur einer Ladungsträgersorte $(M_1, \text{ nur Elektronen } n)$ bzw. beider Ladungsträger $(M_2, \text{ Elek-})$ tronen und Löcher n, p im SAW-induzierten Potential widerspiegelt. Das Verhalten der Phasenverschiebungen $\gamma_{1,2}$ kann in der Simulation (d) ebenfalls reproduziert werden: Der Offset der Modulation M_2 bleibt über den SAW-Leistungsbereich in etwa konstant. Der Grund hierfür ist, dass die Emission mit zwei Maxima pro Periode den Stabilitätsbereichen entstammt und diese sich nicht mit der SAW-Amplitude ändern. Eine Verschiebung γ_1 von bis zu 90° kann dagegen durch die Transportphase und deren Abhängigkeit von einem Schwellenwert $E_{\rm krit}$ erklärt werden. Zudem führt bei geringen SAW-Amplituden das Komprimieren der Elektronenverteilung zu einer weiteren Verschiebung des Maximums von M_1 in die Loch-Reflow-Phase, wodurch eine Gesamtverschiebung von $\sim 180^{\circ}$ erklärt werden kann. Dieser Wert wird innerhalb des Fehlers in guter Näherung sowohl im Experiment beobachtet wie auch in der Simulation reproduziert [23].

Zusammengefasst lässt sich feststellen, dass im Limit hoher SAW-Leistungen zwei explizite Punkte angegeben werden können: Es sind zwei Maxima pro SAW-Periode unterschiedlicher Helligkeit zu erwarten. Das hellere Maximum entspricht der e-Stabilität, das "dunklere" Maximum der h-Stabilität. Die zwei Minima entsprechen den Punkten hoher Feldstärke und werden mit e- bzw. h-Reflow bezeichnet. Die Reflow-Regionen lassen sich im mittleren SAW-Leistungsbereich unterscheiden: Die Elektron-Reflow-Region zeigt deutlich mehr PL, da hier die negativen Ladungsträger erneut das Anregungsgebiet zeitverzögert passieren und mit den dort noch verweilenden Löchern rekombinieren. Im Bereich des Loch-Reflow (welcher in diesem Leistungsbereich gar nicht statt findet) werden die Elektronen bei der Anregung in das weglaufende Tal transferiert und sind damit für die PL verloren. Somit kann man in einem phasenaufgelösten PL-Experiment die vier Anregungssituationen bezüglich der SAW-Modulation identifizieren und erhält dadurch eine absolute Kalibrierung der bis dahin *relativen* Phase. Dieses Verfahren wird in Kapitel 8 angewandt, um den Einfluss der SAW-induzierten Ladungsträgerdynamik auf einen einzelnen QD zu verstehen.

7. Störstellenionisation im Feld einer SAW: Hysterese der Quantenpunktemission

Im vorangehenden Experiment wurde exklusiv die Photolumineszenz der Benetzungsschicht untersucht: Dieser extrem dünne Quantentopf entsteht beim Wachstum selbstorganisierter InGaAs/GaAs-Quantenpunkte im Stranski-Krastanov-Modus. Nun wird die PL eines einzelnen, in dieser Benetzungsschicht eingebetteten QDs im Feld einer SAW ohne Phasen-Korrelation betrachtet und zugleich mit der Emission des WL verglichen: Abbildung 7.1 stellt die QD-PL (a) bzw. die WL-PL (b) im ungestörten Zustand (schwarz) und unter dem Einfluss der SAW (rot) in einem zeitintegrierten Experiment gegenüber. Das Verhalten des zweidimensionalen



Abbildung 7.1.: Einfluss der SAW auf die Emission eines einzelnen InGaAs/GaAs-QDs (a) und dessen WL (b): Die Benetzungsschicht zeigt die bereits bekannte Unterdrückung der PL aus Kapitel 6. Im Quantenpunkt dagegen führt die SAW zum Auftreten zusätzlicher Peaks (rot) mit insgesamt deutlich erhöhter Intensität im Vergleich zum ungestörten Fall (schwarz).

Systems entspricht der Erwartung und den Ergebnissen des vorherigen Kapitels: Die SAW führt zur örtlichen Trennung der Ladungsträger und damit zur Unterdrückung der WL-PL. Der einzelne Quantenpunkt zeigt dagegen ein vollkommen entgegengesetztes Bild: Die Emission eines neutralen Exzitons $1X^{0^*}$ schaltet zu einer Emission dreier Exzitonzustände $1X^+$, $1X^0$ und $2X^0$ im zeitintegrierten und phasengemittelten Experiment, wobei die Gesamtintensität bis zu einem Faktor 10 über dem Fall des ungestörten QDs liegen kann. Die Aufspaltung der Exzitonlinien liegt mit -1,8 meV für das Biexziton und 1,7 meV für das positiv geladene Trion genau in dem für InGaAs/GaAs-QDs typischen Bereich (Abschnitt 3.5.2), wodurch die Zuordnung der Exzitonen zu den jeweiligen Peaks begründet wird. Eine Identifikation in Abhängigkeit von der optischen Anregungsleistung ist in diesem Fall nicht möglich, da die Linien erst unter dem Einfluss der SAW hervortreten und nicht alleine durch eine Laser-Anregung beobachtet werden können.

In diesem Kapitel wird vorwiegend der Übergang von dem ungestörten Zustand zu dem SAW-induzierten, geänderten Emissionsspektrum als Funktion der Leistung P_{sig} diskutiert. Dazu werden im nächsten Abschnitt die Details des Experimentes aufgeführt und anschließend wird eine genauere Analyse der SAW-Leistungsabhängigkeit vorgenommen. Die Interpretation der Ergebnisse schließt den Vergleich mit einem anderen System mit ein, den sogenannten Quanten-Posts. Diese zylinderförmigen Strukturen kann man sich als in die z-Richtung ausgedehnte Quantenpunkte vorstellen, was für Ladungsträger in dem umliegenden Matrix-Quantentopf eine verbesserte Mobilität impliziert. Zum Abschluss wird eine Methode vorgestellt, um das Umschalten der QD-Emission auch bei niedrigen SAW-Leistungen zu induzieren, was erhebliche Vorteile bezüglich des thermischen Eintrages bringt.

7.1. Details zum experimentellen Ablauf

Die Messdaten in diesem Abschnitt entstammen der Probe SKQD1 und das zugrunde liegende Substrat wurde von der Gruppe um Andreas D. Wieck und Dirk Reuter in Bochum gewachsen (Abschnitt 3.5.3). Es wird ein einzelner Quantenpunkt untersucht, welcher sich im Fokus der Laser-Anregung befindet. Da der QD in den WL eingebettet ist, kann die Photolumineszenz des 0D- wie auch des 2D-Systems am gleichen Ort nachgewiesen werden.

Um eine SAW-Dynamik zu induzieren und etwaige Randeffekte auszuschließen, wird der Beobachtungspunkt möglichst mittig im Schallpfad gewählt. Zur Anregung wurden auf diese GaAs-Probe mit einer (001)-Oberfläche Split-1 IDTs mit einer Wellenlänge von $\lambda_{saw} = 11.6 \,\mu\text{m}$ und einer Grundfrequenz von $f_{saw} = 251,5 \,\text{MHz}$ bei tiefen Temperaturen ($T = 10 \,\text{K}$) prozessiert. Die Breite des Schallpfades in eine [110]-Richtung beträgt 300 µm und der Transducer beinhaltet 80 Fingerpaare. Die Einfügedämpfung beträgt IL = $26 \,\text{dB} + 4 \,\text{dB}$ und damit ist für $P_{sig} = 18 \,\text{dBm}$ (Umschaltpunkt im Up-Sweep) eine akustische Leistung von $P_{saw} = 3 \,\text{dBm}$ in der Mitte der Verzögerungsleitung zu erwarten. Dies ergibt nach Abschnitt 4.2.5 ein elektrisches Potential von $\Phi = 220 \,\text{mV}$, eine vertikale Auslenkung von $u_z = 0.31 \,\text{nm}$, ein laterales elektrisches Feld von $E_x = 1.2 \,\text{kV} \,\text{cm}^{-1}$ und einen Druck von $p = 5.2 \,\text{MPa}$, was eine Modulation durch das Deformationspotential von 600 µeV hervorrufen sollte.

Die optische Anregung erfolgte mit dem roten Laser ($\lambda = 660 \text{ nm}$) bei einer äquivalenten Leistung von 80 nW, was einer Erzeugungsrate von 1800 Photonen pro Puls entspricht. Diese Anregungsleistung wurde so eingestellt, dass die QD-Emission nur noch einen Peak aufweist. Das Experiment selbst wurde mit einem Duty-Cycle von 1/10, einer Taktfrequenz von 100 kHz und der vollen Laser-Wiederholfrequenz $f_{\text{laser}} = 80 \text{ MHz}$ durchgeführt, d.h. es wurde über alle Anregungsphasen gemittelt. Zur energieaufgelösten und zeitintegrierten Detektion wurde das CCD nach dem Spektrometer genutzt mit einer Integrationsdauer von ~ 90 s für den QD und ~ 10 s für den WL. Die QD- und WL-PL an einem Ort musste in zwei separaten Messreihen aufgenommen werden, da eine Einzelmessung nicht den ganzen spektralen Bereich abdeckt.



7.2. Hysterese in der SAW-Leistungsabhängigkeit

Abbildung 7.2.: (a) QD-PL bei einer Messreihe mit wachsender (oben) und sinkender (unten) SAW-Leistung: Es ergibt sich eine Hysterese bezüglich der Schaltpunkte. (b) Aufsummierte Exziton-Intensitäten und normierte WL-PL für Up- (oben) und Down-Sweep (unten): Im ersten Fall fluktuiert die WL-Emission, im zweiten Fall steigt die $2X^0$ -Intensität auf den dreifachen Wert. Die QD-Intensitäten sind in beiden Graphen mit dem gleichen Wert normiert.

Die erste grundlegende Erkenntnis wurde bereits zu Beginn des Kapitels vorgestellt: Ein einzelnes Exziton X^{0^*} im ungestörten Fall (diese Situation wurde gerade so eingestellt durch die Anregungsleistung des Lasers) schaltet zu einer Emission von drei Exzitonen im zeitintegrierten phasengemittelten Experiment (Abbildung 7.1). Die Graphen 7.2 (a) zeigen den Übergangsbereich in Abhängigkeit von P_{sig} als Konturplot: Es stellt sich heraus, dass der "Schaltpunkt" empfindlich von der Richtung des Durchlaufs der SAW-Leistung $P_{\rm sig}$ abhängt. Ändert man während der Messung $P_{\rm sig}$ von kleinen zu großen Werten ("Up-Sweep" oben, blau), so findet der Übergang bei $P_{\rm qd}^{\nearrow} = 18 \, \rm dBm$ statt. Durchläuft man $P_{\rm sig}$ dagegen von hohen zu niedrigen Leistungen ("Down-Sweep" unten, rot), liegt der Schaltpunkt mit $P_{\rm qd}^{\searrow} = 8 \, \rm dBm$ deutlich niedriger: Diese Hysterese mit einer Breite von 10 dB entspricht einem Faktor 10 in der Leistung und einem Faktor $\sqrt{10} = 3,2$ in der Amplitude.

Die aufsummierten Intensitäten der einzelnen Exziton-Spezies sind neben der normierten WL-PL in Abbildung 7.2 (b) dargestellt. Sucht man zunächst einen markanten Punkt des WL-Signals, so fällt das Einsetzen der PL-Unterdrückung bei $P_{wl} = -1 \text{ dBm}$ auf. Dieser Wert liegt nochmals bei um 10 dB niedrigeren Leistungen. Diese Zahlen erinnern an die Diskussion der Ladungsträgermobilitäten in Abschnitt 6.3: Der Wert von 20 dB entspricht einem Faktor 10 im elektrischen Feld und damit einem Unterschied in der Mobilität von einer Größenordnung, was genau durch das Verhältnis der Elektron- und (schweren) Loch-Mobilität in GaAs realisiert ist. Das entwickelte Modell der Ladungsträgerdynamik könnte zwar eine Erklärung für den Leistungsunterschied von 20 dB liefern, jedoch nicht für die auftretende Hysterese der QD-Schaltpunkte und deren Abstand von 10 dB. Zudem tritt bei der Messung der WL-PL eine weitere Besonderheit auf: Während des Up-Sweeps von P_{sig} wird das Signal zunächst unterdrückt, was der Erwartung entspricht. In einem Zwischenbereich, welcher mit den Schaltpunkten P_{qd}^{\nearrow} und P_{qd}^{\rightarrow} übereinstimmt, beginnt die WL-PL reproduzierbar undefiniert zu fluktuieren. Diese Fluktuationen treten während des Down-Sweeps von $P_{\rm sig}$ nicht auf. Die Quantenpunktemission nimmt im Down-Sweep zwischen den Schaltpunkten P_{qd}^{\nearrow} und P_{qd}^{\searrow} im Vergleich zum Up-Sweep deutlich zu, besonders das Biexziton $2X^0$ zeigt eine um den Faktor 3 erhöhte Intensität in diesem Zwischenbereich. Außerhalb der beiden Schaltpunkte sind die Intensitäten vergleichbar (Abbildung 7.2 (b)).

7.3. Interpretation und Vergleich mit Quanten-Posts

Diese Beobachtungen legen den Schluss nahe, dass die SAW im hohen Leistungsbereich einen Effekt mit "Gedächtnis" auslöst, welcher nicht durch experimentelle Parameter wie die Laser-Anregung kontrolliert wird. Die Bindung von Ladungsträgern an Störstellen im Kristall kann eine Erklärung liefern: Sind diese Störstellen mit Ladungsträgern besetzt, so können diese lokal das Feld der SAW abschirmen und beeinflussen zugleich die Emissionsenergie des QDs [139], was im Mittel eine Verbreiterung der X^0 -Emission hervorruft. Erreicht das SAW-induzierte elektrische Feld einen bestimmten Wert, so können die gebundenen Ladungsträger ionisiert werden. Damit stehen zum einen mehr Elektronen und Löcher für die Bildung von Exzitonen im WL zur Verfügung (Fluktuation der WL-Intensität), zum anderen nimmt der Effekt der lokalen Abschirmung ab. Für hohe SAW-Felder sind sämtliche Störstellen ionisiert. Im Falle des Down-Sweeps reicht die SAW-Feldstärke aus, um eine erneute Besetzung dieser Störstellen zu verhindern, was sowohl den Abschirmeffekt (QD-Emission kann länger durch die SAW beeinflusst werden) wie auch die Fluktuationen der WL- PL unterbindet. Der eigentliche Grund für das Umschalten der QD-PL liegt in der abwechselnd hohen Elektron- und Loch-Dichte am Ort des QDs, wodurch ein sequentieller Ladungsträgereinfang und damit eine sequentielle QD-Emission in einer fluktuationsfreien Umgebung ermöglicht wird. Dieser Fall wird detailliert in Kapitel 8 behandelt.



Abbildung 7.3.: Spektren der WL-PL: Während des Down-Sweeps kommt es in diesem Fall zu einer Emission von natürlichen Quantenpunkten, welche im Up-Sweep durch die fluktuierende Ladungsumgebung unterdrückt ist. Die Störstellen sind während des Up-Sweeps noch besetzt, was zur verstärkten Emission gebundener Exzitonen (BX) führt.

An einer weiteren Struktur wurde durch Stefan Völk und Florian Knall ein vergleichbares Experiment durchgeführt [19]. Bei diesen sogenannten Quanten-Posts (QPs) handelt es sich ebenfalls um 0D-Nanostrukturen, welche in einem Matrix-Quantentopf (MQW) eingebettet sind. Die Höhe ist durch die Wachstumsbedingungen und der Wiederholung der Schichtabfolge zwischen $\sim 5 \,\mathrm{nm}$ und $\sim 50 \,\mathrm{nm}$ einstellbar, für die hier angesprochenen Ergebnisse wurde eine Dicke von 23 nm eingesetzt. Der QP erstreckt sich über die gleiche Höhe und besitzt eine mit Quantenpunkten vergleichbare Grundfläche. Details zu deren Dynamik im Feld einer SAW kann in [131] nachgelesen werden, hier ist nur das Schaltverhalten im Bezug auf die SAW-Leistung von Interesse. Auch dieses System zeigt eine PL-Unterdrückung der MQW-Emission mit steigender Leistung P_{sig} und im Gegensatz zum WL treten weder Fluktuationen noch eine Hysterese auf. Die QP-Emission zeigt ein ähnliches Verhalten wie der QD: Bei einer definierten Leistung schaltet die Emission von einem einzelnen Exziton $1X^{-}$ zu zwei neutralen Exzitonen $1X^{0}$ und $2X^{0}$. Der grundlegende Unterschied besteht demnach in dem Einfluss des umgebenden Quantentopfes: Dabei wirkt sich eine Fluktuation der Schichtdicke um eine Atomlage im Falle des MQWs nur unwesentlich auf dessen Bandlücke aus. Im WL ist dagegen eine Atomlage im Bereich von $\sim 25\%$ der Gesamtdicke des "Quantentopfes", was zu Lokalisierungseffekten führen kann [140]. Ein Indiz für solche natürliche Quantenpunkte ist im Spektrum von Abbildung 7.3 zu erkennen: Im Down-Sweep treten deutlich scharfe Linien auf der niederenergetischen Seite der WL-PL auf (Inset), welche im Up-Sweep aufgrund der fluktuierenden Ladungsumgebung verschwinden. Diese Argumentation wird durch die verstärkte Emission von gebundenen Exzitonen (BX, Pfeil) während des Up-Sweeps zusätzlich unterstützt.

7.4. Schalten bei niedrigen SAW-Leistungen



Abbildung 7.4.: Ein kurzer Initialisierungspuls bei $t = 2 \,\mathrm{s}$ entleert die Störstellen in der Struktur, wodurch ein SAW-induziertes Schalten über lange Zeit bei sehr viel geringeren Leistungen aufrecht erhalten werden kann.

Der Effekt der SAW-induzierten Störstellenionisation lässt sich dazu nutzen, das Schalten der QD-Emission bei *niedrigen* SAW-Leistungen über lange Zeiträume aufrecht zu erhalten. Im Prinzip wird dazu ein initialer "kurzer", starker SAW-Puls genutzt, um sämtliche Störstellen im Schallpfad zu entleeren. Wichtig ist dabei, dass die Signal-Leistung P_{sig} größer als der Schaltpunkt des Up-Sweeps P_{qd}^{\nearrow} gewählt wird. Da die Zeitkonstante zur Wiederbesetzung der Störstellen offenbar in der Größenordnung von einigen ~ 10 s liegt, genügt anschließend eine geringe Signal-Leistung, um das Schalten über ~ 60 s aufrecht zu erhalten. Diese kann im Bereich zwischen den zwei Werten P_{qd}^{\nearrow} und P_{qd}^{\searrow} gewählt werden. Ein solches Experiment ist in Abbildung

Schülein 2014

7.4 gezeigt: Zur Zeit t = 0 wird die SAW mit $P_{\text{sig}} = 20 \text{ dBm}$ für 5 s (roter Balken in der Abbildung) aktiviert. Dadurch schaltet die QD-Emission von einem Peak (t < 0) zu der vorgestellten Emission dreier Exzitonzustände in der zeitintegrierten Messung (t = 0...5 s). Die Rotverschiebung der Peaks während dieser Zeitspanne ist durch den thermischen Eintrag der SAW zu erklären, welche in diesem Experiment kontinuierlich und nicht gepulst angeregt wurde. In den folgenden 20 s mit ausgeschaltener SAW wird das ursprüngliche Emissionsbild von t < 0 wiederhergestellt. Zum Zeitpunkt t = 25 s wird erneut eine SAW für ~ 30 s angeregt, nun jedoch mit der geringeren Leistung von 11 dBm (grüner Balken in der Abbildung). Da die Störstellen noch nicht wieder besetzt wurden, reicht diese Leistung $\langle P_{qd}^{\nearrow}$ zum erneuten Schalten der Emission aus, was ohne den Initialisierungspuls mit 20 dBm nicht möglich wäre. Prinzipiell kann der erste Puls noch deutlich kürzer gewählt werden, dann wäre der Effekt des Pulses im Spektrum der Abbildung 7.4 bei 2 s jedoch nicht mehr zu erkennen. Das Prinzip kann auf andere Systeme übertragen werden, in denen sich ein undefinierter Ladungshintergrund durch Fluktuationen störend auswirkt.

8. Akustisch gesteuerte Ladungsträgerinjektion in einzelne Quantenpunkte

In diesem Kapitel steht die Dynamik der "umgeschalteten" Quantenpunktemission im Vordergrund [24]. Dazu wird zunächst die phasenkorrelierte Messmethode bei hohen SAW-Leistungen an einem einzelnen QD angewandt, wobei sich charakteristische Oszillationen der Besetzungszustände bei Variation der Anregungsphase zeigen. Um diese Effekte zu verstehen, werden zusätzlich zeitaufgelöste Messungen der einzelnen phasenkorrelierten QD-Emissionen durchgeführt und in Kombination mit der simulierten Ladungsträgerdynamik im WL interpretiert. Zudem wird die bisherige Anregungswellenlänge $\lambda_{\rm rot} = 660 \,\mathrm{nm}$, bei welcher Ladungsträgerpaare sowohl in der GaAs-Matrix wie auch in der Nanostruktur (WL und QD) erzeugt werden, durch den infraroten Laser ($\lambda_{\rm IR} = 850\,{\rm nm}$) ersetzt. Damit schränkt sich die Anregung auf den WL und den QD ein. Aus diesem Grund soll zunächst das "Umschalten" der QD-Emission unter diesen im Vergleich zu Kapitel 7 veränderten Bedingungen nochmals dargestellt werden. In Abbildung 8.1 ist ein Vergleich des SAW-Einflusses auf die QD-Emission bei den zwei Laser-Wellenlängen gegeben: Die ungestörten Spektren (schwarz) sind vergleichbar, wobei die Intensität bei roter Anregung (a) deutlich geringer ausfällt als bei IR-Anregung (b). Der Einfluss der SAW auf die zwei Situationen ist dagegen sehr unterschiedlich: Im Falle der Anregung mit dem roten Laser (a) setzen sich zwei Peak-Gruppen in der insgesamt breiten Emission ab, welche später den neutralen Exzitonen $1X^0$ und $2X^0$ zugeordnet werden können. Für die IR-Anregung (b) lassen sich dagegen noch weitere geladene Zustände $(1X^{-})$ und $1X^{2-}$) identifizieren. Die zwei Messreihen (a, b) wurden aus technischen Gründen phasengekoppelt aufgenommen und lassen sich nach der Kalibrierung in Abschnitt 8.3 mit h-Reflow (a) und dem Bereich zwischen h-Stabil und e-Reflow (b) identifizieren. In Teilbild (c) wurden dagegen zwei phasengemittelte Spektren aufgetragen: Der direkte Vergleich zeigt, dass der durch den IR-Laser angeregte QD im Feld der SAW (blaue Linie) ein besser definiertes Emissionssignal liefert. Der Ladungshintergrund in der GaAs-Matrix bei Anregung mit dem roten Laser führt dagegen zu einer Verbreiterung (rote Linie).

Zunächst wird in diesem Kapitel eine Übersicht der experimentellen Parameter und Abläufe in Abschnitt 8.1 gegeben. Die Identifikation der beteiligten QD-Ladungszustände (Abschnitt 8.2) wird gefolgt von einer absoluten Phasenkalibrierung in Abschnitt 8.3. Im Anschluss werden die wichtigsten Details einer phasenaufgelösten Messreihe in Abschnitt 8.4 dargestellt und deren Interpretation wird durch



Abbildung 8.1.: Umschalten der QD-Emission in einer zeitintegrierten Messung durch den Einfluss einer SAW bei Anregung mit dem roten Laser (a) und dem IR-Laser (b). Die Gegenüberstellung zweier phasengemittelter Spektren mit ansonsten vergleichbaren Bedingungen ermöglichen einen Vergleich bezüglich der Anregungswellenlänge (c).

zeitaufgelöste Messungen an X^0 und X^- (Abschnitt 8.5) weiter ausgebaut und mittels der simulierten Ladungsträgerverteilungen im WL (Abschnitt 8.6) untermauert. Anschließend werden diese Erkenntnisse aus dem Regime hoher SAW-Leistungen auf den Bereich mittlerer Amplituden übertragen (Abschnitt 8.7). Zum Abschluss werden die gewonnen Erkenntnisse und die wichtigsten Interpretationen kurz zusammengefasst (Abschnitt 8.8).
8.1. Details zum experimentellen Ablauf

Die Experimente in diesem Kapitel wurden an der Probe SKQD5 durchgeführt (vgl. Probenübersicht in Abschnitt 3.5.3). Der Wafer wurde in der Arbeitsgruppe um Gerhard Abstreiter am Walter Schottky Institut in Garching bei München gewachsen und enthält Bereiche zur Beobachtung einzelner InGaAs/GaAs-Quantenpunkte. Sämtliche Messungen in diesem Kapitel wurden an zwei Quantenpunkten, QD_1 und QD₂, vorgenommen. Für die Anregung akustischer Oberflächenwellen wurden IDTs in der Split-2-Geometrie mit einer Grundfrequenz von $f_{\text{saw}} = 240 \text{ MHz}$ bei $T=10\,\mathrm{K}$ (Wellenlänge: $\lambda_{\mathrm{saw}}=12\,\mathrm{\mu m},$ Periodendauer: $T_{\mathrm{saw}}=4,\!17\,\mathrm{ns})$ und einer Schallpfadbreite von 300 µm aufgebracht. Ein ganzzahliges Vielfaches der Laser-Wiederholfrequenz $f_{\text{laser}} = 80 \text{ MHz}$ wie 240 MHz eignet sich besonders gut für ein Experiment, denn in diesen Fällen wird die maximale Anzahl von Laserpulsen pro Zyklus ausgenutzt, was die Integrationszeit der Messung reduzieren kann. Das Tastverhältnis betrug 1/10 bei einer Wiederholrate der SAW-Pulse von 100 kHz. Die äquivalente Anregungsleistung liegt für den roten Laser im Bereich $P_{\rm rot} = 10 \dots 100 \, {\rm nW}$ und für den infraroten Laser im Bereich $P_{IR} = 100...400$ nW, was der Erzeugung von 21 bis 210 (rot) bzw. 2,8 bis 11,2 (IR) Elektron-Loch-Paaren pro Puls im Bereich des QDs entspricht. Die Integrationszeiten liegen zwischen $t_{int} = 30 \dots 120$ s im zeitintegrierten und bei $t_{\text{int}} = 900 \,\text{s} = 15 \,\text{min}$ im zeitaufgelösten Experiment.

Die Transmissionseigenschaften dieser Verzögerungsleitung wurden bereits in Abschnitt 4.2.3 vorgestellt: Bei einer Signal-Leistung von $P_{\text{sig}} = 30 \text{ dBm}$ erreicht man in der Mitte der zwei IDTs (IL = 48,7 dB) eine akustische Leistung von $P_{\text{saw}} = 5,7 \text{ dBm}$ und damit eine Auslenkung $u_z = 0,44 \text{ nm}$, ein elektrisches Feld von $E_x = 1,6 \text{ kV cm}^{-1}$ und einen mittleren Druck von 6,8 MPa. Nach der Abschätzung in einem Volumenkristall (Abschnitt 4.3.2) ergibt dies eine Modulation durch das Deformationspotential von 790 µeV. Die in Abschnitt 4.3.4 angesprochene Rechnung liefert eine Modulation durch das Deformationspotential im Bereich von 1,1 meV und durch das elektrische Feld von 2,7 meV (jeweils Peak-zu-Peak) für diese Werte der SAW.

8.2. Identifikation der Ladungszustände

Der erste Schritt bei der Untersuchung einzelner Quantenpunkte besteht in der Zuordnung der PL-Peaks zu den entsprechenden QD-Ladungszuständen (Abschnitt 3.3). Dazu wurden in Abhängigkeit der Laser-Leistung mehrere Spektren von QD₁ in Abbildung 8.2 (a) aufgenommen und die Intensität bei den Energien 1308,6 meV (X^0) , 1306,5 meV $(X^+/2X^0)$ und 1303,1 meV (X^-) bestimmt (Abbildung 8.2 (b)). Die zunächst ohne Begründung eingeführten Bezeichnungen können aus der Leistungsabhängigkeit weder eindeutig bestätigt noch widerlegt werden: Die Steigung entspricht bei X^0 und X^{*-} wie erwartet einer linearen Abhängigkeit, für den dritten Peak liegen nicht genügend Daten vor. Jedoch kann man ein quadratisches Verhalten, wie es das Biexziton zeigen sollte, nicht erkennen. Um zwischen geladenen und neutralen Zuständen zu unterscheiden, müsste eine polarisationsabhängige Messung



Abbildung 8.2.: (a) Spektren von QD₁ mit steigender Anregungsleistung. (b) Abhängigkeit der Intensität von der Anregungsleistung in doppelt-logarithmischer Darstellung: Die Peaks folgen einer linearen Abhängigkeit (grüne Linie).

durchgeführt werden, jedoch weist der QD nicht die dafür notwendige scharfe, beugungsbegrenzte Linienbreite auf. Der Grund für die breite Emission ist wahrscheinlich ein fluktuierender Ladungshintergrund im ungeordneten WL, was im vorherigen Kapitel als Grund für das hysteretische Schaltverhalten identifiziert wurde.

Die Problematik der Zuordnung wird dadurch noch verschärft, dass einige Merkmale ohne SAW nicht beobachtet werden können. So wird das negative Exziton $1X^{-}$ an QD₁ bei 1304,5 meV erst bei hohen akustischen Leistungen P_{sig} detektiert und ist -4,1 meV vom neutralen Exziton $1X^{0}$ zu niedrigeren Energien verschoben. Systematische Untersuchungen an vergleichbaren Quantenpunktsystemen [66,141] in einer Schottky-Diode haben für $1X^{-}$ eine Bindungsenergie von -4,75 meV und für $2X^{0}$ etwa -3 meV ergeben, für das positiv geladene Exziton erhalten Kai Müller *et al.* [70] an identisch gewachsenen Proben eine Bindungsenergie von -1 meV (siehe Abschnitt 3.3.2). Mit diesen Werten sind die Peak-Zuordnungen der Quantenpunktemission im Feld der SAW von QD₁ in (a) und QD₂ in (b, c) der Abbildung 8.3 begründet.

Die Aufspaltung des Exziton-Peaks bei hohen SAW-Leistungen von QD₂ in Teilbild (b) ist mit 720 µeV deutlich größer als bei QD₁ ((a), 250 µeV). Beide Quantenpunkte befinden sich etwa am gleichen Ort auf der Probe und es wurde jeweils die gleiche Verzögerungsleitung zur Messung eingesetzt, jedoch für QD₁ der weit entfernte IDT ($\Delta x \approx 3 \text{ mm}$) und für QD₂ der nahe IDT ($\Delta x \approx 200 \text{ µm}$). Der Offset in der SAW-Leistungsachse von ~ 15 dB zwischen (a) und (b, c) kann durch die zusätzliche Dämpfung der SAW während der Propagation erklärt werden. Die Messdaten in Abbildung 8.3 wurden phasengekoppelt aufgenommen¹, damit die Kalibrierung der

¹Wendet man die Kalibrierung des nächsten Abschnitts an, so entspricht (a) einer Anregung zwischen *h*-Stabil und *e*-Reflow (Tabelle 8.1, Spalte "QD₁ IR", 0°), (b) liegt nahe *h*-Reflow (Spalte "QD₂", 126°) und (c) nahe von *e*-Reflow (Spalte "QD₂", 234°).



Abbildung 8.3.: Peak-Identifikation im Feld der SAW bei Anregung mit dem IR-Laser: (a) Vollständiger Konturplot der Daten von QD₁ aus Abbildung 8.1. Konturplots von QD₂ (b, c) mit den entsprechenden Energieaufspaltungen. Die Messreihen (b) und (c) wurden zu zwei unterschiedlichen Anregungsphasen erstellt (siehe Text).

absoluten Phase (nächster Abschnitt) nicht durch eine phasengemittelte Messreihe verloren geht.

8.3. Phasenkalibrierung

Am ersten Quantenpunkt wurde mit der in Abschnitt 6.5 dargestellten Methode eine Phasenkalibrierung durchgeführt: Abbildung 8.4 (a) zeigt die integrierte WL-PL bei Anregung mit dem roten Laser mit $P_{\text{laser}} = 100 \text{ nW}$ und $P_{\text{sig}} = 32 \text{ dBm}$ (rote Punkte). An diese Messdaten wurde die Funktion 6.1 $I(\varphi) = I_0 + I_1 \cdot \sin(\varphi - \gamma_1) + 1$

Schüle
in 2014



Abbildung 8.4.: (a) WL-PL bei roter Anregung im Limit hoher SAW-Leistungen zur Phasenkalibrierung. Ein Fit an die Messdaten (rot) gibt Aufschluss über die Lage der Stabilitätsregionen von Elektronen und Löchern mittels der Modulation M_2 (blau). (b) Intensität von $1X^0$ in einer phasengekoppelten Messung bei roter (rot) und infraroter (blau) Anregung mit ansonsten vergleichbaren Bedingungen an QD₁. Ein Fit an die Daten ergibt eine Phasenverschiebung von ~ 135°.

 $I_2 \cdot \sin(2(\varphi - \gamma_2))$ gefittet (graue gestrichelte Linie), schwarz und blau gezeichnet sind die zwei Modulationen M_1 , M_2 mit der aus dem Fit erhaltenen Verschiebung $\gamma_{1,2}$. M_1 bestimmt hier im Wesentlichen nur den Intensitätsunterschied der beiden Peaks von M_2 , entscheidend sind die Positionen der Maxima von M_2 : Das erste befindet sich bei $\varphi_1 \approx 180^\circ$, das zweite bei $\varphi_2 \approx 360^\circ$. Durch die diskutierte Abhängigkeit der PL-Intensität dieser beiden Peaks wird φ_1 der Loch-Stabilität und φ_2 der Elektron-Stabilität zugeordnet. Der Punkt zwischen diesen Maxima bei $\varphi = 270^\circ$ ist demnach Elektron-Reflow und $\varphi = 90^\circ$ Loch-Reflow.

Für den Wechsel der Anregungsfarbe verschiebt sich die Phase um ~ 130° (für $f_{\rm saw} = 240 \,\text{MHz}$, siehe Abschnitt 5.3.3): Abbildung 8.4 (b) zeigt die $1X^0$ -Emission zweier phasengekoppelter Messungen mit roter (rot) und infraroter (blau) Anregung. Ein Fit an diese Messpunkte zeigt, dass eine Phasenkorrektur von 140° eingefügt werden muss, was in guter Übereinstimmung mit dem Laufzeitunterschied der Laser-Strahlen ist. An beiden Quantenpunkten wurde eine vergleichbare zeitaufgelöste Messung mit IR-Anregung durchgeführt. Die Kalibrierung wird auf QD₂ übertragen, indem die dominanten Merkmale der phasen- und zeitaufgelösten PL zur Deckung gebracht werden. In Tabelle 8.1 sind die Kalibrierungen für beide Quantenpunkte und Anregungswellenlängen zusammengefasst und werden im weiteren

relative Phase φ	$QD_1 rot$	QD_1 IR	QD_2 IR
0°	$e ext{-Stabil}$		h-Stabil
45°		e-Reflow	
90°	h-Reflow		h-Reflow
135°		$e ext{-Stabil}$	
180°	h-Stabil		e-Stabil
225°		h-Reflow	
270°	e-Reflow		e-Reflow
315°		$h ext{-Stabil}$	
360°	e-Stabil		h-Stabil

Tabelle 8.1.: Absolute Phasenkalibrierung der zwei Anregungsfarben für QD₁ und QD₂. Um die Abfolge der Regionen anzudeuten, sind die Elektron-Situationen farblich gekennzeichnet.

Verlauf direkt angewandt².

8.4. Abhängigkeit von der Anregungsphase

Die ersten Ergebnisse im stroboskopischen, zeitintegrierten Experiment bei einer Signal-Leistung von $P_{\text{sig}} = 28 \text{ dBm}$ (damit: $\Phi = 0.25 \text{ V}$, $u_z = 0.35 \text{ nm}$, p = 5.4 MPa) sind in Abbildung 8.5 (a) für die vier wichtigsten Situationen der Elektron- und Loch-Stabiliät bzw. -Reflow gezeigt. Die Intensitäten des neutralen X^0 und negativ geladenen Exzitons X^- hängen offensichtlich stark von der Anregungsphase ab: (i) Im Bereich des Elektron-Reflow (blau) und -Stabilität (grün) dominiert X^- . Dies entspricht der Erwartung, da sich im Stabilitätsfall (grün) die Elektronen lange am Ort des QDs aufhalten und beim Elektron-Reflow die Elektronen, falls nicht schon direkt bei der Anregung eingefangen, nach $T_{\rm saw}/4$ nochmals über den Ort des QDs transportiert werden. (ii) Bei einer Anregung zum Loch-Reflow (rot) dominiert X^0 das Spektrum. Dies kann erklärt werden durch einen sehr schnellen Einfang eines Elektron-Loch-Paares. Sämtliche nicht-eingefangenen Elektronen sind nach kurzer Zeit für die QD-PL verloren, da sie von der Welle weg transportiert werden. Löcher dagegen können nochmals zeitverzögert zum QD gelangen. (iii) Im letzten Fall der Loch-Stabilität (violett) sind die Besetzungswahrscheinlichkeiten für beide Exzitonen X^0 , X^- offenbar gleich. Dies verwundert ein wenig, da man durch die lange Verweildauer der Löcher am Ort des QDs eher den positiv geladenen Zustand erwarten würde und nicht das beobachtete negativ geladene Exziton X^- . Dies deutet sehr stark darauf hin, dass Löcher im Wesentlichen nur eingefangen werden, wenn sich schon ein Elektron im QD befindet. Somit ließe sich direkt zur Anregung ein Ladungsträgerpaar einfangen, woraufhin ein Elektron nachgeliefert werden kann und

²Die relative Phase wurde am ersten QD mit dem HF-Generator variiert, am zweiten QD dagegen mit dem Funktions-Generator. Dies führt zu einem Minus-Zeichen bzw. einer Umkehrung der Reihenfolge, siehe Abschnitt 5.3.2.



Abbildung 8.5.: (a) Phasenaufgelöste Spektren an QD_2 bei IR-Anregung und einem SAW-Signal von $P_{sig} = 28 \, dBm$ zu den vier markanten Anregungssituationen (Mitte). (b) Detailansicht der Peak-Aufspaltung von X^0 (oben) und X^- (unten) im Elektron-Reflow (blau) und Loch-Reflow (rot).

damit das X^- bildet.

Neben dieser auf der Intensität der Peaks begründeten Argumentation wird nun die spektrale Form der Emission genauer betrachtet: Insbesondere das neutrale Exziton X^0 zeigt keine triviale Verbreiterung der Linie, sondern gerade bei Loch-Stabilität und -Reflow eine deutliche Aufspaltung in zwei Peaks (Abbildung 8.5 (a), violett und rot). Vergleicht man dies mit der Anregung zu den Elektronen-Konfigurationen (grün, blau), so variiert hier eben nicht nur die Intensität, sondern auch das Verhältnis dieser zwei Anteile. Für die zwei Reflow-Konfigurationen ist dies im Detail in Abbildungsteil (b) hervorgehoben (blau: e-Reflow, rot: h-Reflow): Die gestrichelten Linien markieren die Positionen der Peak-Aufspaltung. Für X^0 (oben) beobachtet man die niederenergetische Seite sowohl für Elektron- wie auch Loch-Reflow, wohingegen die höherenergetische Seite nur im Loch-Reflow erscheint. Die Energieaufspaltung von 300 µeV ist hier nicht mit der Modulation durch das Deformationspotential zu vergleichen, welche von Peak-zu-Peak $\sim 1.2 \,\mathrm{meV}$ betragen sollte: Dies wäre zunächst nur im phasen-gemittelten Experiment zu erwarten als Unterschied zwischen den beiden Extremwerten. Die vorgestellte Messung bezieht sich allerdings auf ein phasen-aufgelöstes Experiment. Sollte diese Aufspaltung durch die Modulation eines Übergangs entstehen und nicht aus der Überlagerung zweier Ladungszustände herrühren, so emittiert X^0 unter zwei verschiedenen Verspannungsbedingungen des

QDs. Im Falle der Anregung zum Loch-Reflow befindet sich der QD im Nulldurchgang der Verspannung. Eine viertel Periode später passiert das Verspannungsmaximum den QD, und zu genau diesem Zeitpunkt werden die "Reflow-Löcher" über den Punkt der Anregung und damit den QD transportiert. Entsteht die Emission X^0 somit zum Zeitpunkt der Anregung ($\Delta E = 0$) und eine viertel Periode später $(\Delta E = 0.5 E_{pp})$, so stimmt die Energieaufspaltung 300 µeV bis auf einen Faktor 2 mit der Amplitude des Deformationspotentials 600 µeV überein. An dieser Stelle wurde noch kein Effekt des elektrischen Feldes berücksichtigt. Diese Argumentation erklärt, warum die phasenaufgelöste Messung nicht zwingend eine sinusförmige Modulation der Emissionsenergie hervorrufen muss: Die Emissionsenergie hängt von der Verspannungssituation zum Zeitpunkt der Emission ab, und dieser Zeitpunkt kann je nach lokaler Phase der SAW bei der Laseranregung zu t = 0 variieren. Im Falle des negativ geladenen Exzitons X^- (Teilbild (b), unten) ist die Peak-Form nochmals komplexer und es kann aus diesen Daten kein wesentlicher Schuss gezogen werden. Es deutet sich eine mit 400 µeV größere Modulation der Energie an, was durch eine im Vergleich zu X^0 geringeren Abhängigkeit des Übergangszeitpunktes erklärt werden könnte.



8.5. Zeitaufgelöste Untersuchung der QD-PL

Abbildung 8.6.: Zeitaufgelöste Messungen des neutralen Exzitons X^0 (a) und negativen Exzitons X^- (b) zu den vier Anregungssituationen (Mitte, farbig) und deren Zwischenwerte (grau). Die orangen und blauen Pfeile markieren die zwei zugrundeliegenden Kernprozesse.

Um die im vorherigen Abschnitt angenommene zeitverzögerte Generation und

Emission nachzuweisen, wurden am gleichen Quantenpunkt zu den dargestellten Anregungssituationen zeitaufgelöste Messungen für X^0 und X^- bei einer Signal-Leistung von $P_{\text{sig}} = 29 \text{ dBm}$ durchgeführt (Abbildung 8.6). Der Vergleich der zwei korrespondierenden Zeit-Transienten von X^0 (a) und X^- (b) zu einer bestimmten Anregungssituation (Mitte) führt zu zwei Kernprozessen, welche durch orange und blaue Pfeile in der Abbildung gekennzeichnet sind:

- Loch-Stabilität: X^- zeigt ein verzögertes Maximum bei $t = 0,49T_{\text{saw}}$, genau an dieser Position ist die Emission des X^0 minimal. Zu diesem Zeitpunkt werden Elektronen erneut über den Punkt der Anregung transportiert. Ein Einfang eines Elektrons im Zustand X^0 führt zu dessen Unterdrückung und gleichzeitiger Generation von X^- (orange Pfeile).
- Loch-Reflow: Hier dominiert das neutrale Exziton und es ist ein verzögerter Peak bei $t = 0.36 T_{saw}$ zu beobachten. Da Elektronen in dieser Situation weder stabil noch im Reflow sind, muss dieser Ladungsträger direkt bei der Laser-Anregung eingefangen werden. Das Loch kann entweder ebenfalls den direkten Weg in den QD finden (Peak bei t = 0) oder zeitversetzt mit der Transportphase im SAW-Potential (Peak bei $t = 0.36 T_{saw}$). Dieser Prozess ist durch einen blauen Pfeil gekennzeichnet.
- Elektron-Stabilität: X^0 ist mit $t = 0,21 T_{\text{saw}}$ gegenüber der Anregung deutlich verzögert, wohingegen X^- direkt mit dem Laser-Puls im Experiment zu sehen ist. Dies kann durch die anfänglich hohe Elektronenkonzentration am Punkt des QDs erklärt werden, was den Übergang vom Exziton zum Trion generiert (orange Pfeile). Zudem erscheint zeitverzögert eine Emission des X^0 bei $t = 0,61 T_{\text{saw}}$, der Transportphase der Löcher (blauer Pfeil).
- Elektron-Reflow: Das neutrale Exziton wird zum Zeitpunkt $t = 0,26 T_{\rm saw}$ nach der optischen Anregung unterdrückt, das negative Exziton besitzt zu diesem Zeitpunkt ein ausgeprägtes Maximum. Im Elektron-Reflow erwartet man genau zu dieser Zeit die Ankunft der anfangs entgegen der SAW-Ausbreitungsrichtung gedrifteten Elektronen. Der Einfang eines zusätzlichen Elektrons im Zustand X^0 führt erneut zu X^- und erklärt das beschriebene Verhalten (orange Pfeile).

Anregung	Zeit 2	$X^0 (T_{\rm saw})$	Zeit 2	$X^ (T_{\rm saw})$
<i>e</i> -Reflow	0,01	(0,87)	0,10	0,26
<i>e</i> -Stabil	0,21	$0,\!61$	0,05	0,15
<i>h</i> -Reflow	0,06	0,36	0,03	-
h-Stabil	0,04	0,14	0,14	0,49

Tabelle 8.2.: Zeitpunkte der Emissionssignale in Einheiten von $T_{\rm saw}.$

Für das neutrale Exziton kann man sehr deutlich die Verschiebung des verzögerten Peaks mit der Anregungsphase erkennen (gestrichelte Linie in Abbildung 8.6): Der Zeitpunkt des zweiten X^0 -Peaks in Tabelle 8.2 ändert sich pro Schritt um $(0,25 \pm 0,03) T_{\rm saw}$, was nach einem Durchlauf genau 360° bzw. einer Periode entspricht. Nach der Diskussion über den Ursprung dieser Emission und der Übereinstimmung mit den erwarteten Ankunftszeiten der Ladungsträger am QD stammt der X^0 - "Schweif" offensichtlich von der zeitverzögerten Ankunft der Löcher im SAW-Potential. Dies ist im Gegensatz zu der Beobachtung der WL-PL alleine (Kapitel 6), denn eine dabei hervortretende zeitverzögerte Emission entstammt dem Elektronentransport über die Anregungsstelle, an der sich noch Löcher befinden. Die Schultern des negativen Exzitons X^- in Elektron-Reflow und Loch-Stabilität stimmen mit der Transportphase der Elektronen überein, zudem wird in diesen Fällen die Emission des neutralen Exzitons X^0 deutlich unterdrückt.

8.6. Ladungsträgerdichte im WL am Ort des QDs

Bisher wurde die Argumentation über die Anregungssituation und die Ladungsträgerdynamik im umgebenden WL geführt. Genau diese Dynamik wurde in Abschnitt 4.4 ausgerechnet und ist in sehr guter Übereinstimmung mit der SAW-induzierten Dynamik der WL-Photolumineszenz (Kapitel 6). Deshalb soll nun die von diesem Modell vorhergesagte Ankunftszeit der Ladungsträger am Quantenpunkt mit den experimentellen Werten verglichen werden. Wie gehabt sind die vier Anregungssituationen in Abbildung 8.7 (a-d) dargestellt. Die SAW-Leistung wurde so gewählt, dass sowohl Elektronen als auch Löcher im Potential der SAW transportiert werden. In der Abbildung ist die Elektronendichte orange (Löcher blau) kodiert, die Ortsachse umfasst zwei und die Zeitachse einen Wellenzug. Das rechte Feld jeder Abbildung zeigt die Elektron- bzw. Loch-Dichte am Ort des Quantenpunktes (x = 0) mit einem Einfang-Querschnitt von $(250 \text{ nm})^2$. Dies entspricht einem Schnitt entlang der senkrechten gepunkteten Linie im jeweils linken Bild. Die waagrechten Markierungen zeigen die zeitverzögerte Ankunft transportierter Ladungsträger am Ort des QDs (Schnittpunkt der Ladungsträgerdichte mit senkrechter Linie bzw. Peak im rechten Feld). Pfeile stellen die im Experiment identifizierten zeitverzögerten Kernprozesse dar (Übergang $X^0 \to X^-$: oranger Pfeil, zeitverzögerte X^0 -Emission: blauer Pfeil) und sind in Tabelle 8.3 mit den Ankunftszeiten der Ladungsverteilungen am QD gegenübergestellt. Der Vergleich dieser Zahlen zeigt die sehr gute Übereinstimmung

Anregung	Exziton	Experiment (T_{saw})	Simulation (T_{saw})
<i>e</i> -Reflow	$X^0 \to X^-$	$0,26\pm0,07$	e @ 0,26
<i>e</i> -Stabil	$\rightarrow X^0$	$0,\!61\pm0,\!07$	h @ 0,58
<i>h</i> -Reflow	$\rightarrow X^0$	$0,36\pm0,07$	h @ 0,32
h-Stabil	$X^0 \to X^-$	$0,\!49\pm0,\!07$	e @ 0,51

Tabelle 8.3.: Vergleich der zeitverzögerten experimentellen Features mit den simulierten Ladungsträgerdichten am Ort des Quantenpunkts. Die Ankunft eines Elektrons unterdrückt das neutrale Exziton X^0 zugunsten des negativen Trions X^- , eine hohe Lochdichte dagegen erzeugt den neutralen Zustand X^0 .





Schülein 2014

der Simulation mit dem Experiment innerhalb des zeitlichen Jitters der SPAD von $300 \text{ ps} = 0.07 T_{\text{saw}}$. Bezüglich der Ankunftszeiten spiegeln die Ladungsträger die unterschiedlichen Mobilitäten wider: Das elektrische Feld ist offenbar so groß, dass Elektronen bereits sehr nahe an ihrem Stabilitätspunkt transportiert werden, d.h. bei 0.25 bzw. $0.50 T_{\text{saw}}$ für *e*-Reflow bzw. *h*-Stabil. Die Löcher dagegen laufen ihrem Stabilitätspunkt um ca. $0.08T_{\text{saw}} \cong 30^{\circ}$ nach, was eine Konsequenz der geringeren Mobilität ist (siehe Diskussion in Abschnitt 6.3). Diese hervorragende Übereinstimmung von Simulation und Experiment unterstreicht nochmals die im vorherigen Abschnitt geführte Diskussion bezüglich der zugrundeliegenden Prozesse. Zudem zeigen diese Ergebnisse, dass die Messung tatsächlich im Limit hoher SAW-Amplituden stattfand, d.h. sowohl Elektronen wie auch Löcher im SAW-induzierten Potential transportiert werden.



Abbildung 8.8.: Zeitaufgelöste Messungen des neutralen Exzitons $1X^0$ (a) und negativen Exzitons $1X^-$ (b) zu den vier Anregungssituationen (Mitte, farbig) und deren Zwischenwerte (grau). Die Graphen sind nun mit der simulierten Elektron-(orange) und Loch-Dichte (blau) am Ort des QDs für den Fall hoher SAW-Amplituden unterlegt.

Im nächsten Schritt werden die in Abbildung 8.7 gezeigten simulierten Ladungsträgerdichten am Ort des QDs (jeweils rechtes Feld) mit den Daten direkt verglichen. Dazu sind in Abbildung 8.8 erneut die Zeit-Transienten der einzelnen Anregungssituationen für $1X^0$ (a) und $1X^-$ (b) aufgetragen und wurden um einen Farbcode im Hintergrund erweitert: Eine hohe Elektronendichte wird durch orange und eine hohe Lochdichte durch blau angezeigt. Man erkennt deutlich, dass die zeitverzögerte Emission von $1X^0$ (gestrichelte Linie in (a)) mit einer hohen Lochdichte im WL am Ort des QDs korreliert. Die verstärkte Emission des negativen Exzitons $1X^-$ (gepunktete Linien in (b)) stimmt mit der zeitverzögerten Ankunft der Elektronendichte im SAW-Feld ebenfalls sehr gut überein, zur gleichen Zeit wird $1X^0$ unterdrückt (gepunktete Linien in (a)). Der Rücktransport der Ladungsträger kann im Regime hoher SAW-Leistungen nur bis zu $t = T_{\rm saw}/2$ erfolgen: So wird bei Anregung in h-Stabilität ein Teil der Elektronen in das Bandminimum transferiert, welches nach $T_{\rm saw}/2$ den Ort der Anregung erreicht. Für eine frühere Anregung, eine Situation zwischen h-Stabil und h-Reflow, werden bereits alle Elektronen in das wegtransportierte Minimum transferiert, somit können keine Elektronen mit Verzögerungen $\geq T_{\rm saw}/2$ zum QD transportiert werden. In der Abbildung 8.8 ist diese Situation am Abbruch der orangen Verteilung kurz nach der h-Stabilität zu erkennen. Selbiges gilt für die Lochverteilung kurz nach der e-Reflow Situation. Allerdings werden offensichtlich noch nicht alle Löcher im Potential der SAW eingeschlossen, denn eine Periode später ist erneut eine erhöhte Lochdichte in dieser logarithmischen Farbdarstellung zu beobachten.



Abbildung 8.9.: Schema zur Besetzung des QDs: Die grünen Pfeile $1X^0$ und $1X^-$ geben das beobachtete PL-Signal wieder, der orange und blaue Pfeil die diskutierten Elektron- und Loch-Einfänge. Die gestrichelten Pfeile zeigen Übergänge, welche in der Messung nicht auftreten, denn es wird weder Emission vom positiven Trion $1X^+$ noch der Übergang bei hoher Elektrondichte zum neutralen Exziton beobachtet.

Diese Erkenntnisse werden nun dazu genutzt, die auftretenden Einfangprozesse des QDs zu identifizieren. Dabei ist grundsätzlich zwischen einem Einfang direkt mit Photogeneration und zeitverzögerter Besetzung durch im SAW-Potential transportierte Ladungsträger zu unterscheiden. Beginnen wir mit dem Rücktransport der Löcher, welcher in den Anregungsszenarien *e*-Stabil und *h*-Reflow auftritt: Diese Situation führt zur Bildung des neutralen Exzitons X^0 , es muss sich somit schon ein Elektron im QD befinden (blauer Pfeil in Abbildung 8.9). Im Falle transportierter Elektronen (*e*-Reflow und *h*-Stabil) wird X^0 zugunsten des negativen Exzitons X^- unterdrückt. Dieses korrelierte Verhalten ist ein eindeutiges Indiz dafür, dass der QD zunächst mit einem Elektron und einem Loch (X^0) besetzt ist und mit dem akustisch transportierten Elektron das Trion X^- gebildet wird (oranger Pfeil in Abbildung 8.9). Ein alternativer Weg durch den Einfang zweier Elektronen bei einer ursprünglichen QD-Besetzung mit nur einem Loch scheint unwahrscheinlich, denn dieser Weg stände mit X^0 in keiner Korrelation. Somit ergeben sich zwei Bildungswege für den zeitverzögerten Ladungsträgereinfang, welche in Abbildung 8.9 zusammengefasst sind. Die farbliche Kodierung stimmt mit der Kennzeichnung in Abbildung 8.7 und 8.8 überein und verdeutlicht die Korrelation zwischen X^0 , X^- und dem Ladungsträgertransport. Da im Spektrum keine Anzeichen einer X^+ -Emission auszumachen sind und insbesondere beim Elektron-Transport kein neutrales Exziton gebildet wird (gestrichelte Pfeile), schließen wir daraus, dass eine QD-Besetzung mit positivem Ladungsüberschuss sehr unwahrscheinlich ist.

Die Anzahl der möglichen Zustände zum initialen Ladungsträgereinfang mit dem Laser-Puls wird damit erheblich reduziert: Als Ausgangszustand fallen alle Konfigurationen mit einem Loch-Überschuss heraus. Besonders der Einfang von einem Elektron in den mit einem *eh*-Paar besetzten QD führt für *e*-Stabilität zu einer Korrelation (grüne Transienten in Abbildung 8.8 (a, b)): Die Emission von X^0 kann sich erst zeitversetzt aufbauen, wenn die Wahrscheinlichkeit zur Bildung des negativen Trions X^- abgenommen hat. Dieser Effekt wird dadurch verstärkt, dass zu dieser Anregungssituation die Elektron-Dichte am QD sehr hoch ist.

8.7. Erweiterung auf mittlere SAW-Leistungen

In den vorherigen Abschnitten wurde der Bogen von der WL-PL im Limit hoher SAW-Leistungen für die absolute Phasenkalibrierung über phasenaufgelöste Messungen an zwei Quantenpunkten bis hin zur detaillierten Diskussion dieser Zeittransienten für die zwei Exztionen X^0 , X^- geschlagen. Nun sollen diese Erkenntnisse für mittlere SAW-Leistungen $P_{\text{sig}} = 22 \text{ dBm}$ erweitert werden: Das elektrische Feld ist stark genug, um Elektronen zu transportieren, wohingegen Löcher am Ort der Anregung verbleiben.

In Abbildung 8.10 sind die berechneten Ladungsträgerdichten im WL und am Ort des QDs (jeweils rechtes Feld) für alle vier Anregungssituationen (a-d) zusammengefasst, die gestrichelten waagrechten Linien markieren ein Maximum von Elektronen bzw. Löchern am QD. Der Verlauf der Elektronenverteilung unterscheidet sich nur unwesentlich vom Bereich hoher SAW-Leistungen, denn diese werden noch immer im Feld der SAW transportiert. Die Lochverteilung dagegen verweilt am Ort der Anregung und wird zyklisch verwaschen und komprimiert, insbesondere können diese um T_{saw} auseinanderliegenden Maxima über mehrere SAW-Perioden verfolgt werden.

Abbildung 8.11 zeigt nun die zeitaufgelösten und phasengekoppelten Messdaten des neutralen Exzitons (a) und negativen Trions (b) im mittleren Leistungsbereich der SAW, unterlegt mit den berechneten Ladungsträgerdichten. Es fällt auf, dass das zeitverzögerte Auftreten von $1X^0$ wesentlich stärker ausgeprägt ist und zwei bis drei verzögerte Maxima beobachtet werden können. Der Grund hierfür liegt auf der Hand: Werden beide Ladungsträgersorten transportiert, so befinden sich spätestens nach $0.75 T_{\rm saw}$ weder Elektronen noch Löcher am Ort des QDs. Werden dagegen nur



tiert und Löcher (blau) verbleiben im Wesentlichen am Ort der Anregung. Die waagrechten gestrichelten Linien geben ein Maximum in der Ladungsdichte am Ort des QDs (x = 0, senkrechte gestrichelte Linie und rechtes Feld).

Schülein 2014



Abbildung 8.11.: Zeitaufgelöste Messungen des neutralen Exzitons $1X^0$ (a) und negativen Exzitons $1X^-$ (b) zu den vier Anregungssituationen (Mitte, farbig) und deren Zwischenwerte (grau). Die Graphen sind mit der simulierten Elektron-(orange) und Loch-Dichte (blau) am Ort des QDs für den Fall mittlerer SAW-Amplituden unterlegt. Eine hohe Lochdichte führt zu verstärkter $1X^0$ -Emission und Unterdrückung des $1X^-$ -Zustandes (gestrichelte Linie). Hohe Elektrondichte entvölkert ebenfalls $1X^-$.

Elektronen transportiert, so wird die Löcher-Verteilung stetig über dem QD komprimiert und anschließend verwaschen. Dies führt nach jeder Periode $T_{\rm saw}$ zu einer hohen Lochdichte, was das Aufblinken so lange bestehen lässt, bis die anfangs im QD eingefangenen Elektronen "verbraucht" sind. Genau diesen Effekt kann man in Abbildung 8.11 (a) erkennen: Die gestrichelten Linien markieren die Positionen der zeitverzögerten X^0 -Maxima und stimmen sehr gut mit der berechneten Ankunftszeit der Löcher am QD (blauer Farbcode) überein. In Abbildungsteil (b) stellt die gestrichelte Linie erneut die Maxima von X^0 dar. Man erkennt, dass die Emission des negativ geladenen Exzitons X^- zu genau diesen Zeiten unterdrückt ist. Dies ist ein deutliches Indiz dafür, dass durch den Einfang eines zusätzlichen Lochs der Trionzustand in das neutrale Biexztion $2X^0$ übergeht. Diese Interpretation wird durch eine zeitintegrierte Messung mit $P_{\text{sig}} = 22 \,\text{dBm}$ in Abbildung 8.12 weiter unterstützt: Im Bereich zwischen e-Stabil und h-Reflow ist die Intensität von $2X^0$ verstärkt. Genau in dem Bereich wird auch die zeitaufgelöste Emission des $1X^{-}$ durch eine hohe Lochdichte am QD unterdrückt. Dieses Biexziton zerfällt in einer Kaskade über das einfache Exziton $1X^0$ in den Grundzustand, die Emission von $1X^0$ wird demnach verstärkt. Ein zweiter Zusammenhang zwischen $1X^{-}$ und der Ladungsträgerdynamik kann mit der Ankunft transportierter Elektronen (orange) erschlossen werden (Ab-



Abbildung 8.12.: (a) Falschfarbenplot der phasenaufgelösten, zeitintegrierten QD-PL: Das zweifach negativ geladene Exziton $1X^{2-}$ besitzt zwei Emissionslinien im Abstand von 3,3 meV. (b) Aufsummierte Intensitäten der jeweiligen Exzitonen. Die Bildung von $2X^{0}$ (orange) unterdrückt das negative Trion $1X^{-}$ (schwarz), $1X^{2-}$ (cyan und blau) wird zur gleichen Phase wie $1X^{-}$ begünstigt.

bildung 8.11 (b), e-Stabil bis e-Reflow): Sobald die Elektronen den QD erreichen, wird $1X^-$ abermals unterdrückt. Doch in diesem Fall wird ein weiteres Elektron eingefangen, was zur Bildung von $1X^{2-} = 3e + 1h$ führt. Dieses zweifach negativ geladene Exziton besitzt zwei Emissionslinien [65], welche einen energetischen Abstand von ca. 3,3 meV aufweisen. Auch diese zwei Linien sind eindeutig im zeitintegrierten Spektrum in Abbildung 8.12 zur erwarteten Anregungsphase sichtbar.

Ein genauerer Vergleich der berechneten Ladungsträgerdichten mit dem zeitlichen Auftreten der Emissionspeaks bestätigt die bisherige Argumentation: So lässt sich auch das Signal zu "negativen" Zeiten $t = -0.32 T_{saw}$ des grünen Transienten von $1X^0$ in Abbildung 8.11 (a) erklären. Da das Experiment periodisch bezüglich der Laser-Wiederholrate abläuft und daher wegen der Phasenkopplung jeder dritte Wellenzyklus angeregt wird, entspricht dieser Zeitpunkt $t = (3 - 0.32) T_{saw} = 2.68 T_{saw}$. Setzt man die Zeit des Maximums bei der Anregung zu *e*-Stabil von $1.64 T_{saw}$ fort, so erhält man $2.64 T_{saw}$ in guter Übereinstimmung mit dem gemessenen Wert. Ein weiterer Vergleich der Peakzeiten mit den berechneten Ladungsträgerdichten im Regime niedriger SAW-Amplituden (Anhang D) schließt diesen Fall aus, es handelt sich hier demnach tatsächlich um den Bereich mittlerer SAW-Amplituden.

8.8. Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde zunächst aufgrund der spektralen Form von X^0 und X^- einer phasenaufgelösten Messung eine Zeitabhängigkeit der Emission vermutet und an-

schließend in einer zeitaufgelösten Messung nachgewiesen. Das Auftreten der zeitversetzten Peaks konnte durch die Simulation der Ladungsträgerdynamik im WL für die zwei Transport-Regime (Elektron- und Loch-Transport bzw. nur Elektron-Transport) verstanden werden. Daraus wiederum wurden die ablaufenden Einfangprozesse abgeleitet, welche insbesondere zu einer Korrelation der X^0 - und X^- -Emission führen.

Quantenpunkte im Deformationspotential: Fourier-Synthese periodischer Wellenformen

Im letzten experimentellen Abschnitt wird eine andere Klasse von Quantenpunkten untersucht: Bisher wurden selbst-organisierte InGaAs/GaAs QDs behandelt, welche im Stranski-Krastanov-Modus gewachsen wurden und damit inhärent Verspannungen aufweisen. Nun stehen GaAs/AlGaAs QDs im Mittelpunkt, welche aufgrund der fast identischen Gitterkonstanten von GaAs und AlGaAs als verspannungsfrei angesehen werden können. Zudem ist es in diesem System möglich, die Dicke der umgebenden "Benetzungsschicht" (WL) einzustellen. Der Begriff "WL" ist an dieser Stelle eigentlich nicht angebracht, weil diese Schicht im Gegensatz zu SK-QDs nicht mehr durch das QD-Wachstum selbst entsteht, sondern gezielt aufgebracht wird. Details zum Wachstum finden sich in Abschnitt 3.6. Die ursprüngliche Idee bestand darin, auch an diesem System den Ladungsträgereinfang durch das SAW-induzierte elektrische Feld zu steuern. Es stellte sich jedoch heraus, dass die elektrischen Felder in diesem System keinen Effekt zeigen, sondern lediglich das Deformationspotential eine Modulation der Emissionsenergie hervorruft [16]. Dieser Effekt und Gründe für das Fehlen des elektrischen Anteils werden später im Detail dargestellt. Da sich der Ladungszustand eines GaAs/AlGaAs-QDs mit der SAW nicht ändert, die Emissionsenergie jedoch der Sinus-Form der akustischen Welle folgt, wird in diesem Kapitel die Möglichkeit der Fourier-Synthese beliebiger periodischer Wellenformen durch eine Überlagerung mehrerer Partialwellen demonstriert. Ein solches Wellenfeld könnte zur Erzeugung eines verschränkten Exziton-Zustandes verwendet werden (Landau-Zener-Tunneln, [22,142]). Zudem führt die Beteiligung gerader harmonischer Wellen zu einer Asymmetrie bezüglich der Ausbreitungsrichtung, wodurch neue markante Punkte in den Phasenscan eingeführt werden. Dies hätte direkte Auswirkungen für die Interpretation von Messdaten, wie sie im vorherigen Kapitel dargestellt wurden.

Nach den Details zum experimentellen Ablauf im ersten Teil 9.1 werden in Abschnitt 9.2 erste Phasenscans in Abhängigkeit der SAW-Amplitude gezeigt. Im nächsten Abschnitt 9.3 werden die grundlegenden Signale Rechteck, Dreieck und Sägezahn eingeführt und deren Synthese aus Sinus-Funktionen vorgestellt. Zudem wird auf mögliche Anwendungsgebiete der Wellenformen, aber auch auf Probleme bei deren Einsatz und Erzeugung eingegangen. Im Anschluss wird auf die Abhängigkeit der Emissionsmodulation von der SAW-Frequenz eingegangen (Abschnitt 9.4) und anschließend auf ein damit verbundenes Problem bezüglich der SAW-Geschwindigkeitsabhängigkeit von der Frequenz (Abschnitt 9.5). Abschließend werden zuerst die auf ungeraden Harmonischen beruhenden Wellenformen Rechteck und Dreieck in Abschnitt 9.6 an der Emission eines QDs demonstriert, in Abschnitt 9.7 der Sägezahn mit Anteilen der geraden Harmonischen Frequenzen. Die Grundfrequenz wird mit $f^{(1)}$ bzw. f_1 bezeichnet und entspricht der 1. Harmonischen, unter der ersten Oberwelle ist die 2. Harmonische ($f^{(2)}$ bzw. f_2) zu verstehen und entsprechend für die höheren Werte.

9.1. Details zum experimentellen Ablauf

In diesem Abschnitt werden zwei verschiedene Heterostrukturen verwendet, welche sich in der Dicke der Quantenpunkt-bildenden Schicht (2nm bzw. 3,5nm) unterscheiden, ansonsten entspricht die Material-Abfolge und -Zusammensetzung der in Abschnitt 3.6.2 erläuterten Geometrie. Neben der von der QD-Größe abhängenden Emissionsenergie konnten bisher keine systematischen Unterschiede zwischen diesen zwei Proben festgestellt werden. Für die optische Anregung wurde der rote Laser ($\lambda = 660 \,\mathrm{nm}$, Photonenenergie $E_{\rm ph} = 1,878 \,\mathrm{eV}$) verwendet, wodurch Elektron-Loch-Paare direkt im WL, im QD und in der GaAs-Schicht unter der QD-AlGaAs-Barriere erzeugt werden. Die äquivalente Anregungsleistung lag meist im Bereich von $P = 2 \mu W$ und wurde so angepasst, dass möglichst wenige Peaks mit noch ausreichender Intensität beobachtet werden konnten. Das Tastverhältnis und die Wiederholrate der SAW-Pulse lag wie in den anderen Experimenten auch bei 1/10 und 100 kHz. Für die Erzeugung akustischer Oberflächenwellen wurden in diesem Kapitel sehr unterschiedliche Frequenzen eingesetzt, meist mit einer Grundfrequenz von 145 MHz oder 244 MHz. Details dazu finden sich in den entsprechenden Abschnitten. Für die Fourier-Synthese wird es später wichtig sein, mehrere akustische Wellen in einem festen Amplituden- und Phasen-Verhältnis auf der Probe einzuhalten. Dazu wurde das transmittierte Signal durchgehend am Oszilloskop aufgenommen und on-the-fly Fourier-transformiert, um die aktuellen Amplituden- und Phasen-Lagen zu erhalten. Diese können anschließend für eine Korrektur einer Drift herangezogen werden.

9.2. Modulation der Emissionsenergie: Deformationspotential

Die ersten phasenaufgelösten Messungen zeigten ein zunächst unerwartetes Ergebnis $(f_{\text{saw}} = 145 \text{ MHz}, P_{\text{sig}} = 23 \text{ dBm})$: Die QD-Emission moduliert sinusförmig in der Energie, wohingegen die Intensität nahezu konstant bleibt (Abbildung 9.1 (a, b)). Dies deutet auf einen reinen Effekt des Deformationspotentials hin: (i) Konstante Intensität schließt eine wie in Kapitel 8 dargestellte Ladungsträgerdynamik aus. (ii) Die Phasenabhängigkeit entspricht der SAW-Periode, der QCSE würde dagegen nicht vom Vorzeichen des Feldes abhängen und sollte damit zwei Maxima pro Periode aufweisen. (iii) Druck ruft in GaAs eine Änderung der Bandlücke von 115 µeV/MPa [119]



Abbildung 9.1.: (a) Phasenaufgelöste Spektren der QD-Emission unter dem Einfluss einer SAW: Minimal-, Mitten-, Maximal- und Mittel-Wert bezüglich der Energieverschiebung. (b) Voller Phasenscan. (c) Fit einer Lorentz-Funktion an jedes Einzelspektrum liefert die Abweichung von der Emissionsenergie ΔE und die Halbwertsbreite (FWHM).

hervor. Dies würde mit der Modulationsamplitude von 100 µeV in Abbildung 9.1 (c) einem Druck von 0,87 MPa entsprechen. Im Vergleich dazu erreicht eine SAW mit einer vertikalen Auslenkung von 0,1 nm einen Druck von 0,95 MPa bei $f_{\rm saw} = 145$ MHz (Zusammenfassung in Abschnitt 4.2.5) und liegt damit genau im Bereich der Beobachtung. All diese Argumente sprechen also für eine Deformationspotentialkopplung. Die wahrscheinlichste Erklärung dafür, warum sich hier kein Einfluss des elektrischen Feldes zeigt, ist eine lokale Abschirmung durch Ladungsträger, welche sich an der GaAs/AlGaAs-Grenzschicht befinden. Der Anregungslaser kann nur Ladungsträger im GaAs erzeugen, somit kommt für diesen Effekt praktisch nur die Schicht direkt unter der QD-AlGaAs-Barriere infrage. Eine globale Hintergrunddotierung, was eine

Leitfähigkeit der betroffenen Schicht auf der gesamten Probe zur folge hätte, würde das elektrische Erzeugen und Detektieren der SAW unterbinden. Dies ist jedoch nicht der Fall, die Abschirmung muss demnach lokal durch die Laser-Anregung erfolgen. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, dass der Quantenpunkt keine Verbindung zum WL aufweist. Dies könnte durch eine optische Anregung variabler Energie im Bereich der WL-Emission und gleichzeitiger Detektion der QD-PL (PLE: Photoluminescence Excitation) überprüft werden.

Die Spektren in Falschfarbendarstellung in Abbildung 9.1 (b) wurden einzeln mit einer Lorentz-Funktion gefittet, die Abweichung der Emissionsenergie vom Mittelwert (schwarz) und die Halbwertsbreite (blau) sind in Teil (c) dargestellt. Die Halbwertsbreite ändert sich kaum über die SAW-Periode, wohingegen die Energie nahezu perfekt einer Sinus-Funktion folgt. Nicht gezeigt ist die Intensität, welche über die Periode konstant bleibt. Dies kann man an der einheitlichen Färbung der Spektren in (b) erkennen.



Abbildung 9.2.: (a) Energieverschiebung für vier Anregungsleistungen bei $f_{\rm saw} = 435 \,\rm MHz$ (Punkte: schwarz, rot, grün, blau), jeweils um 300 µeV versetzt. Zudem sind als Vergleich zwei Messungen bei $f_{\rm saw} = 145 \,\rm MHz$ eingetragen (Quadrate: dunkelrot, -grün). Linien zeigen eine an die Daten gefittete Sinus-Funktion. (b) Logarithmische Auftragung der Amplituden des Fits: Eine Steigung von m = 0.5 entspräche einer linearen Abhängigkeit von der SAW-Amplitude, die Daten liegen bei m = 0.68.

Aus diesem Grund wird ein weiterer Fit an diese extrahierten Datenpunkte mit einer Sinus-Funktion

$$I(t) = I_0 + I_1 \cdot \sin(2\pi f_{\text{saw}} \cdot t - \varphi) \tag{9.1}$$

durchgeführt und ergibt die Modulationsamplitude I_1 , der Mittelwert I_0 und die Phase φ sind hier nicht von Bedeutung. Dieses Verfahren wurde an einem QD für mehrere SAW-Leistungen und zwei SAW-Frequenzen durchgeführt (Abbildung 9.2

Schülein 2014

(a)), die extrahierten Amplituden I_1 sind in (b) gezeigt. Da der Druck linear von der SAW-Amplitude abhängt, würde man in dem Plot eine Steigung von m = 0.5 bezüglich der SAW-Leistung erwarten. Tatsächlich liegen die Energieverschiebungen aber bei einer Steigung von $m \approx 0.7$, was einen nicht-linearen Anteil voraussetzt. Für die geringere SAW-Frequenz $f_{\text{saw}} = 145$ MHz liegen nur zwei Punkte vor, dennoch deuten diese eine vergleichbare Steigung an. Insgesamt sind diese zwei Werte um einen Offset von 2 dB auf der Leistungsachse verschoben. Ein Grund hierfür liegt in der Frequenzabhängigkeit des Drucks $(p \propto f)$: Die dreifache Frequenz sollte eine um diesen Faktor erhöhte Verschiebung zur Folge haben, was einem Offset von 9,5 dB entspräche. Zusätzlich muss die Frequenzabhängigkeit der Einfügedämpfung beachtet werden ($\text{IL}_{\text{delay}}^{(1)} = 69.2 \,\text{dB}, \, \text{IL}_{\text{delay}}^{(3)} = 57.7 \,\text{dB}$), womit die Verschiebung auf 9,5 dB + $0.5 \cdot 11.5 \,\text{dB} = 15 \,\text{dB}$ ansteigt. Dieser Widerspruch kann bei der Annahme $p \propto f$ nur durch eine asymmetrische Schallwandlung der beteiligten IDTs erklärt werden.



Abbildung 9.3.: QD-Emission im Feld einer stehenden SAW. Auf der x-Achse wird die Zeitverzögerung von einer der beiden SAW-Anregungen verändert, somit wandern Knoten und Bäuche der Stehwelle sukzessive durch den beobachteten Quantenpunkt.

Die nächste Messung zeigt im Gegensatz zum übrigen Experiment eine Anregung mit zwei entgegengesetzt laufenden SAWs, was zu einer stehenden Welle führt. Dabei wird ein Generator phasenstabil gehalten und die lokale Phase des zweiten Generators wird während der Messung durchlaufen. Dies führt dazu, dass sich die Knoten und Bäuche der stehenden Welle mit der Phase über die Probe bewegen. Die Laser-Anregung ist dabei nicht gekoppelt und somit zufällig bezüglich der SAW. In Abbildung 9.3 erkennt man sehr deutlich die Knoten der stehenden Welle bei -230° und 130° , hier wird der Quantenpunkt offensichtlich keinem Druck ausgesetzt und die Emission bleibt bei einem konstanten Wert. Im Zwischenbereich wird diese Energie dagegen moduliert, was in der zeitintegrierten Messung zu einer Überlagerung der Emissionsenergien führt. Die sinusförmige Modulation führt dazu, dass der QD in den Umkehrpunkten länger verweilt als im Zwischenbereich und der Rand erscheint heller als der Mittenbereich. Dies entspricht gerade dem erwarteten Verhalten für die Superposition beider akustischer Wellenfelder ohne dem Auftreten nicht-linearer Effekte.

9.3. Synthese periodischer Wellenformen

Die Überlagerung mehrerer Wellenfelder ist keineswegs auf gegenläufige SAWs gleicher Frequenz beschränkt: Insbesondere lässt sich eine periodische Funktion durch die Kombination ihrer Grundfrequenz und deren Oberwellen darstellen. Oft genügen schon wenige Anteile, um eine Funktion mittels dieser Fourier-Synthese anzunähern. Die grundlegenden Wellenformen sind dabei das Rechteck-, Dreieck und Sägezahnsignal. Für ihre Darstellung benötigt man in den ersten zwei Fällen jeweils die ungeraden Harmonischen,

$$\sum_{n} \frac{1}{n} \sin(n \cdot \omega t) , n = 1, 3, 5... \quad \text{Rechteck}$$

$$\sum_{n} \frac{1}{n^{2}} \cos(n \cdot \omega t) , n = 1, 3, 5... \quad \text{Dreieck} \quad , \qquad (9.2)$$

wohingegen für eine asymmetrische periodische Funktion wie einem Sägezahn-Signal auch geradzahlige Harmonische benötigt werden:

$$\sum_{n} \pm \frac{1}{n} \sin(n \cdot \omega t) , \ n = 1, 2, 3 \dots \qquad \text{Sägezahn} \quad . \tag{9.3}$$

Abbildung 9.4 zeigt diese Wellenformen zusammengesetzt aus den ersten vier Harmonischen. Im Detail ist dies für den fallenden Sägezahn (a) vorgeführt: Die Phasenlage der farblich dargestellten Partialwellen f_{1-4} ist so gewählt ("+" in Gleichung 9.3), dass sich die Anteile zum fallenden Sägezahn addieren (schwarze Linie). Teilbild (b) zeigt den steigenden Sägezahn (rot, "-" in Gleichung 9.3, f_{1-4}), das Rechteck und das Dreieck (grün und blau, $f_{1,3,5,7}$). Man erkennt, dass diese Annäherung durch 4 Partialwellen bereits sehr gut ist. Zur Erzeugung ungeradzahliger Harmonischer $f_{1,3,5,7}$ genügt ein Schallwandler in der Split-4-Anordnung, für die Signalformen mit geradzahligen Anteilen $f_{1,2,3,4}$ wurde eine spezielle Fingerabfolge in Abschnitt 4.2.4 entwickelt.

Das Synthetisieren akustischer Wellenformen bringt in einigen Bereichen auch für das InGaAs/GaAs-Materialsystem deutliche Vorteile: (i) Eine asymmetrische Wellenform wie der Sägezahn sollte direkt eine Kalibrierung der absoluten Phase ermöglichen, da sich der Sprung des elektrischen Feldes direkt im Experiment zeigen sollte. (ii) Für einen akustisch gepumpten QD beträgt der Ladungsträger-Abstand in einem Sinus-Potential $\lambda/2$. Dieser Abstand kann mit einem entsprechend eingestellten elektrischen Feld klein gewählt werden, wodurch das sequentielle Beladen des QDs in definierten kurzen Intervallen realisierbar sein sollte. Eine weitere Anwendung wäre



Abbildung 9.4.: Grundlegende Signalformen, zusammengesetzt aus vier Partialwellen: (a) Die farblich markierten sinusförmigen Komponenten (oben) addieren sich zum fallenden Sägezahn (unten). (b) Steigender Sägezahn (oben), Rechteck (Mitte), Dreieck (unten).

etwa ein Signal, welches pro Wellenzug mehrere Taschen für Elektronen bietet, aber nur eine für Löcher. Somit bieten sich vielfältige Möglichkeiten, das einfache Bild des Ladungsträgertransportes im sinusförmigen Potential aus Kapitel 8 zu modifizieren. Da das SAW-Potential als externer Parameter in die Simulation der Ladungsträger-Dynamik eingeht, lässt sich auch hier die Wellenform schnell anpassen. Dadurch ist es möglich, vorab ein Bild über den Effekt unterschiedlicher Signale zu erhalten. (iii) Im Falle einer starken Kopplung eines QDs an eine optische Kavität erhält man ein Anti-Crossing der optischen Mode mit der Kavitätsmode. Mittels eines akustischen Tunings dieser Kavität ist es nun möglich, entweder den Zustand in einem Ast zu belassen (langsamer Übergang) oder in den anderen Ast zu tunneln (schneller Übergang, Landau-Zener-Tunneln [22, 142]). Dies hängt von der Geschwindigkeit dieses Abstimmmechanismus ab. Beim Einsatz akustischer Oberflächenwellen [17] bietet das Sägezahnsignal beide Anteile in einer Wellenform.

Um die genannten Vorteile zu verwirklichen, müssen für die Fourier-Synthese mehrere HF-Generatoren phasenstabil angesteuert werden. Diese Kopplung erfolgt analog der Verbindung zwischen HF-Generator und Funktionsgenerator in Abschnitt 5.2 über die gemeinsame Zeitbasis von 10 MHz. Zudem beruhen sowohl die Deformationskopplung als auch der elektrische Feldeffekt auf der Ableitung des Signals. Somit muss, um im Effekt z.B. ein Rechteck zu sehen, dessen Integral als Wellenform an den Schallwandler angelegt werden, in diesem Beispiel also gerade das Dreiecksignal. Dies ist kein fundamentales Problem, jedoch geht die Amplitude der Ordnung n der Harmonischen mit $\frac{1}{n^2}$ ein. Somit fällt die Amplitude der vierten Partialwelle auf 1/16 der Grundamplitude, was gewisse Anforderungen an das Experiment stellt.

9.4. Frequenzabhängigkeit der Modulation

Die Fourier-Synthese setzt voraus, dass die Amplituden der beteiligten Schwingungen untereinander in einem festen Verhältnis stehen. Dieses ist gerade durch die Terme $\frac{1}{n}$ bzw. $\frac{1}{n^2}$ der n-ten Harmonischen in den Gleichungen 9.2 und 9.3 für eine auf 1 normierte Wellenform gegeben. Wie sich die Modulation der QD-Emission mit der Frequenz bei jeweils gleicher Anregungsleistung P_{sig} ändert, wird nun untersucht: Nach den Ausführungen in Abschnitt 4.3.2 erwartet man für die Modulation der QD-Emissionsenergie E_{QD} aufgrund des Deformationspotentials eine Abhängigkeit proportional zum hydrostatischen Druck p. Dieser hängt wiederum über eine (Ortsbzw. Zeit-) Ableitung von den Auslenkungen u_{1-3} bzw. Φ ab, somit gilt $E_{\text{QD}} \propto \frac{\partial \Phi}{\partial t} \propto f \cdot \Phi_{\text{saw}}$. Die Amplitude des elektrischen Potentials Φ_{saw} der SAW kann über den Zusammenhang in Abschnitt 4.2.5 in eine akustische Leistung umgerechnet werden: $\Phi_{\text{saw}} \propto \sqrt{P_{\text{saw}} \cdot \lambda}$. Die Wellenlänge verhält sich gerade wie das Inverse der Frequenz und somit hängt insgesamt die Amplitude der Energieverschiebung mit der SAW-Leistung über

$$E_{\rm QD} \propto \sqrt{f} \cdot \sqrt{P_{\rm saw}}$$
 (9.4)

zusammen. Über eine Abschätzung der akustischen Leistung P_{saw} durch die Einfügedämpfung (Abschnitt 4.2.2) sollte demnach ein Zusammenhang mit der QD-Modulationsamplitude hergestellt werden können.

Eine entsprechende Messreihe ist in Abbildung 9.5 dargestellt: Es wurden vier Phasensweeps von der Grundfrequenz (oben, $f_{\text{saw}}^{(1)} = 244 \text{ MHz}$) bis zur 4. Harmonischen (unten, $f_{\rm saw}^{(4)} = 976 \,{\rm MHz}$) durchgeführt. Aus diesen Diagrammen wird die Amplitude der Energiemodulation extrahiert und gegenüber der Anregungsfrequenz in Tabelle 9.1 zusammengestellt. Zudem sind die am Oszilloskop gemessenen transmittierten SAW-Signale und die am Netzwerkanalysator separat bestimmten Einfügedämpfungen eingetragen. Interessant sind die auf den ersten Wert $E_{\text{QD}}^{(1)}$ bzw. $U_{\text{out}}^{(1)}$ normierten Spalten (gelb unterlegt): Die QD-Energiemodulation bei der 2. Harmonischen ist im Vergleich zur Grundfrequenz etwa doppelt so stark, $E_{\rm QD}^{(2)}/E_{\rm QD}^{(1)} = 1.95$, das transmittierte SAW-Signal zeigt genau das gleiche Verhältnis. Mit der dreifachen Grundfrequenz steigen beide Verhältnisse auf ~ 4 , bei 976 MHz ergibt sich wieder in etwa der Wert 2. Hier ist offenbar das transmittierte SAW-Signal $U_{out}^{(n)} \propto \sqrt{P_{saw}}$ ein gutes Maß für die auftretende Energiemodulation, jedoch ist dabei die Frequenzabhängigkeit mit \sqrt{f} aus Gleichung 9.4 nicht berücksichtigt. Diese Abweichung kann evtl. durch die Schallwandeleigenschaften der beteiligten IDTs verursacht werden. Eine Abschätzung des elektrischen Potentials der SAW $\Phi_{saw}^{(n)}$ aus der Einfügedämpfung $\mathrm{IL}^{(n)}$ (rechte Spalte in der Tabelle) liegt für alle drei Verhältnisse über denen der gemessenen Signalamplituden. So führt eine Abnahme des IL von 10 dB zwischen der ersten (244 MHz) und zweiten Zeile (488 MHz) zu einer Zunahme der SAW-Amplitude um den Faktor $10^{0.5} = 3.2$, tatsächlich wurde jedoch nur eine Verdoppelung beobachtet. Dieser Widerspruch konnte noch nicht aufgeklärt werden, hierfür wäre eine direkte Messung der tatsächlichen SAW-Amplitude unerlässlich. Bis dahin muss die tatsächliche QD-Modulation bei dem angelegten oder transmittierten SAW-



Abbildung 9.5.: Modulation der Emissionsenergie in Abhängigkeit von der SAW-Frequenz: Es wurden die Grundfrequenz $f_{\text{saw}}^{(1)} = 244 \text{ MHz}$ und die ersten drei Oberwellen $f^{(2,3,4)}$ bei einer konstanten Anregungsleistung $P_{\text{sig}} = 27 \text{ dBm}$ auf der Probe DQD4 vermessen (Split-51-IDTs). Aufgrund einer Drift des Messaufbaus sind Emissionslinien zweier QDs gezeigt, welche jedoch innerhalb der Größe des Laserspots liegen.

Signal gemessen werden, um anschließend ein definiertes Verhältnis der Partialwellen einstellen zu können.

9.5. Ausbreitungsgeschwindigkeit der SAW

Der nächste Schritt besteht in der Überlagerung der akustischen Wellen, wobei man erneut auf Probleme stößt: (i) Die Resonanzfrequenzen der höheren Harmonischen stimmen nicht exakt mit dem Vielfachen der Grundfrequenz überein, die ersten drei Moden sind in Abbildung 9.6 zusammengestellt. In diesen Plots ist das transmittierte Signal in Abhängigkeit der Zeit (nach rechts) und der Anregungsfrequenz (nach oben) aufgetragen, farblich kodiert ist die Amplitude. Dabei steht blau für den Betrag der Auslenkung und weiß bezeichnet kein Signal. Die Resonanzfrequenz befindet sich somit in der Mitte dieser Schmetterlingsform: Die Grundfrequenz in (a) liegt damit bei $f^{(1)} = 242$ MHz (durchgezogene Linie), die 2. Harmonische in (b) liegt etwa bei $f^{(2)} = 485$ MHz (durchgezogene Linie) und somit noch nahe bei $2 \cdot f^{(1)}$ (gepunktete

Frequenz	$E_{\rm QD}^{(n)}$	$E_{\mathrm{QD}}^{(n)}/E_{\mathrm{QD}}^{(1)}$	$U_{\mathrm{out}}^{(n)}$	$U_{\rm out}^{(n)}/U_{\rm out}^{(1)}$	$\mathrm{IL}^{(n)}$	$\Phi_{ m saw}^{(n)}/\Phi_{ m saw}^{(1)}$
$244\mathrm{MHz}$	$415\mu eV$	-	$5,5\mathrm{mV}$	-	$45\mathrm{dB}$	-
$488\mathrm{MHz}$	$810\mu eV$	1,95	$11\mathrm{mV}$	2,0	$35\mathrm{dB}$	3,2
$732\mathrm{MHz}$	$1620\mu eV$	3,90	$22\mathrm{mV}$	$4,\!0$	$30\mathrm{dB}$	$5,\!6$
$976\mathrm{MHz}$	$910\mu eV$	$2,\!19$	$13\mathrm{mV}$	2,4	$37\mathrm{dB}$	2,5

Tabelle 9.1.: Vergleich der SAW-induzierten QD-Modulation $E_{\text{QD}}^{(n)}$, des transmittierten SAW-Signals $U_{\text{out}}^{(n)}$ und dem elektrischen Potential der SAW $\Phi_{\text{saw}}^{(n)}$, abgeschätzt aus der Einfügedämpfung IL⁽ⁿ⁾, für die ersten vier Harmonischen.

Linie). Die nächste Frequenz in Teilbild (c) dagegen liegt mittig bei $f^{(3)} = 730$ MHz. Die dritte Harmonische der Grundfrequenz beträgt $3 \cdot f^{(1)} = 726$ MHz (gepunktete Linie) und man kann dem Plot entnehmen, dass die 3. Mode bei dieser Frequenz gerade *nicht mehr* angeregt werden kann (weiß zwischen $2,5-3,2\mu$ s). Somit muss die Grundfrequenz so angepasst werden, dass sämtliche Partialwellen als ganzzahliges Vielfaches der Grundfrequenz erzeugt werden können: Im gezeigten Beispiel würde die Wahl etwa auf $f^{(1)} = 243$ MHz fallen.

Nun stellt sich die Frage der Ursache dieser Frequenzabhängigkeit, denn wir kamen durch die Lösung der Wellengleichungen für SAWs in Abschnitt 4.1 zu dem Ergebnis, dass die akustische Oberflächenwelle dispersionsfrei ist und damit die Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{saw} nicht von der Frequenz f_{saw} abhängen sollte. Nun gilt es, zwei Details zu unterscheiden: (i) Die Geschwindigkeit bei der Schallwandlung muss nicht identisch sein mit $v_{\rm saw}$ zwischen den IDTs, denn letztere gilt nur für eine freie Oberfläche. Die Metallbeschichtung der IDTs widerspricht jedoch dieser Bedingung und der Massenbelag auf der Oberfläche führt unweigerlich zu einer Frequenzverschiebung. Dieser Punkt alleine betrifft lediglich den Bereich des IDTs, und nur diesen sieht man in der Messung in Abbildung 9.6. (ii) Speziell bei den in diesem Abschnitt behandelten Proben handelt es sich um eine Heterostruktur mit einem nicht unwesentlichen Anteil an AlGaAs nahe der Oberfläche. Die Geschwindigkeit einer Rayleigh-Welle auf AlGaAs unterscheidet sich von der auf GaAs. Die Wellenenergie ist in einem Bereich von etwa einer Wellenlänge an der Oberfläche lokalisiert. Steigt nun die Frequenz, nimmt die Wellenlänge ab und der Einfluss der AlGaAs-Schicht nahe der Oberfläche steigt, da sich nun mehr Energie der Welle in diesem Teil der Probe befindet: $v_{\rm saw}$ wird frequenzabhängig.

Das entscheidende Problem an dieser Dispersion ist, dass eine am anregenden IDT anliegende Wellenform bei ihrem Weg über den Kristall auseinander läuft. Ein Rechtecksignal am IDT wird daher höchstwahrscheinlich am Ort des QDs keine rechteckförmige SAW vermitteln. Um diesem Problem zu begegnen, müsste man zunächst die tatsächliche SAW-Geschwindigkeit durch die Laufzeitmethode aus Abschnitt 4.2.1 bestimmen. Zudem müsste der Abstand des untersuchten QDs vom IDT exakt gemessen werden, denn die Unsicherheit in der Ankunftszeit der Welle $\delta t = \frac{\delta x}{v} + \frac{x \, \delta v}{v^2}$ setzt sich aus beiden Beiträgen zusammen. Um eine Phasengenauigkeit bei einer Entfernung von 1 mm zu erreichen, welche mit der Unsicherheit durch die Ausdehnung



Abbildung 9.6.: Transmission eines 1 µs dauernden SAW-Pulses (Zeit nach rechts) in Abhängigkeit von der Anregungsfrequenz (nach oben) für die Grundfrequenz (a), die zweite (b) und dritte (c) Harmonische. Der Farbcode gibt den Betrag der gemessenen Spannung wieder und die Resonanzfrequenz ist damit durch die Mitte der "Schmetterlingsform" (durchgezogene Linie) gegeben. Die gepunktete Linie in (b, c) markiert die Position der Harmonischen $2 \cdot f^{(1)}$ bzw. $3 \cdot f^{(1)}$ mit $f^{(1)} = 242$ MHz.

des Laserspots vergleichbar ist $(1,5 \,\mu\text{m}/v = 520 \,\text{ps})$, muss die Geschwindigkeit auf $\frac{\delta v}{v} = \frac{520 \,\text{ps}}{1 \,\text{mm}/v} = 0.15 \,\%$ bekannt sein. Allein durch die Ableseungenauigkeit der vorgestellten Laufzeitmethode ist dieser Wert nicht einzuhalten. Deswegen muss man den QD mit jeder Partialwelle einzeln kalibrieren und den Phasenversatz als Korrektur heranzuziehen. Eine weitere Möglichkeit besteht darin, einen QD sehr nahe an einem IDT zu vermessen, denn in diesem Bereich sollte die Wellenform mit der Anregung bzw. mit dem transmittierten Signal übereinstimmen.

Es hat sich gezeigt, dass die Transmissionseigenschaften der einzelnen Partialwel-



Abbildung 9.7.: Aktive Stabilisierung des SAW-Signals: Ein Oszilloskop misst das transmittierte Signal und bestimmt über eine FFT die Phasenlagen der einzelnen Partialwellen. Eine PID-Regelung nutzt diese Werte zur Korrektur der Frequenzgeneratoren.

len über den Messzeitraum nicht stabil sind. So treten insbesondere bei den höheren Harmonischen Drifts in der Phase auf, und auch die Amplitude variiert teilweise sehr stark. Wohlgemerkt bezieht sich dieses Verhalten auf das *transmittierte* Signal, die anregende Wellenform bleibt unverändert. Ein Grund hierfür kann die Erwärmung des Substrats und damit eine Geschwindigkeitsänderung sein. Allerdings sollte die Temperatur nach einer gewissen Zeit einen stationären Wert erreichen, der Effekt tritt dennoch auch über lange Zeiträume (~ Stunden) noch auf. Eine weitere Möglichkeit besteht in der Adsorption von Restgas in der Vakuumkammer. Um diesem Effekt jedenfalls entgegen zu wirken, wurde eine aktive Regelung implementiert, deren Aufbau in Abbildung 9.7 skizziert ist: Ein Oszilloskop misst durchgehend das transmittierte Signal und berechnet über eine FFT die Amplituden- und Phasenlagen der einzelnen Partialwellen. Der Steuercomputer liest diese Werte aus und korrigiert über eine digitale PID-Regelung die Frequenzgeneratoren derart, dass der Drift ausgeglichen wird.

9.6. Rechteck- und Dreieck-Signal

Nachdem der Einfluss einer einzelnen Welle in Abhängigkeit von der Leistung und Frequenz behandelt wurde, wird nun die Synthese der Signalformen Rechteck und Dreieck auf der Probe DQD2 mit einer Grundfrequenz $f_{saw}^{(1)} = 145$ MHz vorgeführt. In Abbildung 9.8 (a) ist die QD-Emission gezeigt, welche durch zwei akustische Wellen mit der ersten und dritten Harmonischen moduliert wird: Dies stellt eine Fourier-Synthese des Rechtecksignals durch zwei Komponenten dar. Jedes Spektrum wurde durch eine Lorentz-Funktion gefittet, die daraus erhaltene Peak-Energie ist in Panel (b) als Abweichung vom Mittelwert gezeigt. An diese Punkte wiederum wird nun der



Abbildung 9.8.: (a) Phasenaufgelöste Spektren eines QDs im Feld eines zweikomponentigen Rechtecksignals. (b) Peak-Positionen in Bezug auf die durchschnittliche Emissionsenergie (Punkte), Fit durch zwei Sinus-Funktionen mit $f^{(1)}$ und $f^{(3)}$ (graue Linie). (c) Transmittierte SAW (Punkte), Fit (graue Linie) und dessen Komponenten (Linie blau / cyan). Anregung mit 29 dBm bei $f^{(1)}$ und 17 dBm bei $f^{(3)}$.

Ausdruck

$$E = E_0 + A_1 \cdot \sin(\omega t - \varphi_1) + A_1 / A_3 \cdot \sin(3 \cdot (\omega t - \varphi_3 - \varphi_1))$$

$$(9.5)$$

angepasst¹: Es werden die Anteile $(A_1, A_1/A_3)$ und Phasen $(\varphi_{1,3})$ der zwei Schwingungskomponenten gesucht. Die Amplitude der 3. Harmonischen A_1/A_3 ist so gewählt, dass A_3 nur noch den Anteil in Bezug auf die Grundamplitude A_1 ergibt.

¹Terme für linearen Drift und Periodizitätskorrektur wurden beim Fit zwar berücksichtigt, hier zugunsten der Übersichtlichkeit aber weggelassen.

Somit muss dieser Wert für die Rechteck-Synthese (1/n) drei ergeben. Die Phasenverschiebung φ_1 gibt im Prinzip die globale Position der Wellenform gegenüber der Phasenachse an. Aus diesem Grund werden die höheren Harmonischen auch um diesen Wert korrigiert, damit φ_3 nur noch die Abweichung dieser Partialwelle vom Idealwert 0° anzeigt. Teil (c) der Abbildung stellt die am Oszilloskop gemessenen Daten des transmittierten Signals (Punkte) dar, die graue gestrichelte Linie ein Fit mit obiger Funktion und blau bzw. cyan die zwei Komponenten des Fits. In beiden Fällen (Messwerte und Oszilloskop) lassen sich die Daten sehr gut mittels der Funktion 9.5 reproduzieren.

Das Dreieck als zweite Wellenform ist dem Rechteck in Bezug auf die beteiligten Oberwellen ähnlich, anstatt der Sinusfunktion wird allerdings ein Cosinus in der Fit-Funktion 9.5 eingesetzt. Außerdem fällt die Amplitude der Oberwellen mit $1/n^2$, ansonsten besteht der wesentliche Unterschied nur in der Phasenbeziehung der Anteile. Abbildung 9.9 zeigt die entsprechenden Ergebnisse der QD-Emission (a), der Energiemodulation (b) mit Fit und die Daten des Oszilloskops (c). Die Oszillation des QDs mit der dritten Harmonischen ist in diesem Fall zu stark gewählt, dennoch konnte das Prinzip demonstriert werden.

		Quantenpunkt	Oszilloskop	Idealwert
	A_1	$189\pm3\mu\mathrm{eV}$	$2{,}276\pm0{,}004\mathrm{mV}$	-
Bachtack	A_3	$2{,}01\pm0.06$	3.81 ± 0.02	3
HECHIECK	φ_1	$142,4 \pm 0.9^{\circ}$	$145,7 \pm 0,1^{\circ}$	-
	$arphi_3$	$6{,}4\pm0.9^\circ$	$0,3\pm0,2^\circ$	0
Dreieck	A_1	$209 \pm 4 \mu eV$	$2{,}91\pm0{,}01\mathrm{mV}$	-
	A_3	$1,\!37\pm0.04$	$2{,}72\pm0{,}02$	9
	φ_1	$284 \pm 1^{\circ}$	$275,9 \pm 0,2^{\circ}$	-
	$arphi_3$	$11 \pm 1^{\circ}$	$-0.5\pm0.2^{\circ}$	0

Tabelle 9.2.: Aufstellung der Fit-Parameter für Rechteck- und Dreieck-Signal.

Die Werte der Fits mit der Funktion 9.5 für das Rechteck- und Dreieck-Signal sind in Tabelle 9.2 gegenübergestellt: Links für den QD, in der Mitte das Oszilloskop und rechts die Idealwerte für die jeweilige Wellenform. Die Parameter A_1 , φ_1 der Grundfrequenz sind interessant für einen Vergleich mit der tatsächlich am QD anliegenden akustischen Leistung, die Wellenform dagegen hängt nur von den Intensitätsverhältnissen und Phasenlagen der höheren Harmonischen ab. Der Wert A_3 für das Rechteck ist idealerweise 3: Die Variation der QD-Emission ist mit 2 somit etwas zu groß gewählt. Rechnet man in die Oszilloskop-Amplitude $U^{(3)}$ die Frequenzabhängigkeit aus Gleichung 9.4 mit ein, so erwartet man eine Energieverschiebung von $\sqrt{3} \cdot A_1/A_3$ bzw. $A_3 = 3.81/\sqrt{3} = 2.2$ in guter Übereinstimmung mit dem Messwert 2,01. Die Dreieckfunktion ist mit $A_3 = 1.37$ noch weiter vom Idealwert $n^2 = 9$ entfernt, dennoch konnte das Prinzip klar demonstriert werden. Führt man die entsprechende Korrektur der Oszilloskop-Amplitude für das Dreiecksignal durch, so zeigt sich auch hier eine gute Übereinstimmung zwischen der erwarteten Energieverschiebung von



Abbildung 9.9.: (a) Phasenaufgelöste Spektren eines QDs im Feld eines zweikomponentigen Dreiecksignals. (b) Peak-Positionen in Bezug auf die durchschnittliche Emissionsenergie (Punkte), Fit durch zwei Cosinus-Funktionen mit $f^{(1)}$ und $f^{(3)}$ (graue Linie). (c) Transmittierte SAW (Punkte), Fit (graue Linie) und dessen Komponenten (Linie blau / cyan). Anregung mit 29 dBm bei $f^{(1)}$ und 19 dBm bei $f^{(3)}$.

 $2,72 \cdot \sqrt{3} = 1,57$ und dem Messwert 1,37. Die Phasen φ_3 der transmittierten Wellen sind nahezu Null, dagegen liegen die Abweichungen der QD-Emissionen mit 6° bzw. 11° sichtbar daneben: Dies ist der Grund für die Asymmetrie der Wellenformen in den Abbildungen 9.8 und 9.9 (a, b).

Auffällig ist das von Abschnitt 9.4 abweichende Verhalten der QD-Modulation im Vergleich zur transmittierten SAW: In dieser Messung führt die Korrektur mit \sqrt{f} aus Gleichung 9.4 zur beobachteten Amplitude A_3 der Energiemodulation. Für die Grundfrequenz $f_{\text{saw}}^{(1)} = 145 \text{ MHz} (\lambda_{\text{saw}} = 20 \,\mu\text{m})$ beträgt die Einfügedämpfung 70 dB, was mit der Apertur $A = 100 \,\mu\text{m}$ und der Signalleistung $P_{\text{sig}} = 29 \,\text{dBm}$ eine Amplitude des elektrischen Potentials von $\Phi = 180 \,\text{mV}$, ein elektrisches Feld $E_x = 0.6 \,\text{kV} \,\text{cm}^{-1}$ und eine Energieverschiebung $\Delta E = 280 \,\mu\text{eV}$ ergibt (Zusammenfassung in Abschnitt 4.2.5). Die beobachteten Werte A_1 liegen in der gleichen Größenordnung. Daraus kann geschlossen werden, dass (im Gegensatz zu Abschnitt 9.4) die für diese Messungen eingesetzte Verzögerungsleitung zwei Schallwandler mit vergleichbaren Übertragungseigenschaften besitzt.

9.7. Sägezahn-Signal

In diesem letzten Experiment wird nun die Synthese mit vier Teilwellen am Beispiel des Sägezahns auf der Probe DQD3 gezeigt. Diese Wellenform ist bezüglich der geraden Harmonischen am interessantesten, da die Symmetrie in Ausbreitungsrichtung aufgehoben wird. Zudem wird damit belegt, dass die dafür entwickelten Split-51- und Split-52-IDTs auch tatsächlich die ersten vier Harmonischen erzeugen können (Abschnitt 4.2.4). Die Wellenform wurde für zwei Signalleistungen $P_{sig}^{(1)} = 27 \text{ dBm}$ und $P_{sig}^{(1)} = 33 \text{ dBm}$ gemessen und die Leistungen der Harmonischen wurde aus diesen Werten abgeleitet, die Grundfrequenz betrug $f^{(1)} = 146 \text{ MHz}.$

Die erste Abbildung 9.10 zeigt die schon bekannten Darstellungen der Spektren (a), der gefitteten QD-Emission (b) und des transmittierten SAW-Signals (c). Die Fit-Funktion wurde um die entsprechenden Harmonischen erweitert und nimmt nun die Form

$$E = E_0 + A_1 \qquad \cdot \sin(1 \cdot (\omega t - \varphi_1)) + A_1/A_2 \qquad \cdot \sin(2 \cdot (\omega t - \varphi_2 - \varphi_1)) + A_1/A_3 \qquad \cdot \sin(3 \cdot (\omega t - \varphi_3 - \varphi_1)) + A_1/A_4 \qquad \cdot \sin(4 \cdot (\omega t - \varphi_4 - \varphi_1))$$

$$(9.6)$$

an. Die Amplitude der Grundfrequenz A_1 geht in die Normierung aller Oberwellen ein, damit A_{2-4} nur noch das Verhältnis zur Grundschwingung beschreiben. Dieses sollte sich beim Sägezahn wie 1/n verhalten. Selbiges gilt für die Phasenverschiebung φ_1 : Diese Größe tritt in jedem Anteil auf und steht für die absolute Verschiebung gegenüber der Laser-Anregung und ist beliebig. Entscheidend sind wiederum die Werte φ_{2-4} , welche die relative Abweichung der Oberwellen angeben: Diese sollten Null betragen. Im Idealfall, d.h. $A_{2-4} = 2, 3, 4$ und $\varphi_{2-4} = 0^{\circ}$, ist die maximale Modulation von Peak zu Peak etwa $\Delta E_{pp} \approx 3 \cdot A_1$. Abbildung 9.10 (b) zeigt neben dem "normalen" Fit (grau) eine weitere Funktion, den Fit mit "Idealwerten". Dabei sind nur die Parameter der Grundschwingung A_1 , φ_1 frei, alle anderen A_{2-4} , φ_{2-4} sind durch die Sägezahnform vorgegeben. Dies ergibt die grüne Funktion in der Abbildung und kann die Messwerte durchaus sehr gut beschreiben. Die Fit-Parameter für die QD-Modulation und das Oszilloskop sind in Tabelle 9.3 zusammengestellt.

Beim Wechsel auf die höhere SAW-Amplitude der Grundmode sollte die Abhängigkeit der Modulationsamplitude der QD-Emission linear verlaufen. Aus diesem Grund wurde die Sägezahn-Wellenform mit $P_{\text{sig}}^{(1)} = 33 \,\text{dBm}$ am gleichen QD vermessen. So-



Abbildung 9.10.: (a) Phasenaufgelöste Spektren eines QDs im Feld eines vierkomponentigen Sägezahnsignals. (b) Peak-Positionen in Bezug auf die durchschnittliche Emissionsenergie (Punkte) und Fit an diese Daten (grau). Ein weiterer Ideal-Fit (grün) belässt nur die Werte der Grundschwingung als freie Parameter und setzt sozusagen die Sägezahnform voraus. (c) Transmittierte SAW (rot), deren Ableitung (grün) und ein Fit an diese Daten (schwarz). $f_{\rm saw}^{(1)} = 146 \,{\rm MHz}, \, P_{\rm sig}^{(1)} = 27 \,{\rm dBm}.$

mit steigt zum vorherigen Experiment ($P_{\text{sig}}^{(1)} = 27 \,\text{dBm}$) die akustische Leistung um 6 dB, also die vierfache SAW-Leistung bzw. die doppelte SAW-Amplitude. Damit würde man auch eine Verdoppelung der QD-Modulation erwarten. In Abbildung 9.11 sind die Messdaten (a), der Fit an die QD-Modulation (b) und die entsprechenden Oszilloskopdaten (c) gezeigt, Tabelle 9.3 fasst die Parameter zusammen. Die Amplitude A_1 steigt mit der Verdoppelung der SAW-Auslenkung um etwa 50% an



Abbildung 9.11.: (a) Phasenaufgelöste Spektren eines QDs im Feld eines vierkomponentigen Sägezahnsignals. (b) Peak-Positionen in Bezug auf die durchschnittliche Emissionsenergie (Punkte) und Fit an diese Daten (grau). Ein weiterer Ideal-Fit (grün) belässt nur die Werte der Grundschwingung als freie Parameter und setzt sozusagen die Sägezahnform voraus. Die allmähliche Rotverschiebung ist auf den Wärmeeintrag der SAW zurückzuführen. (c) Transmittierte SAW (rot), deren Ableitung (grün) und ein Fit an diese Daten (schwarz). $f_{saw}^{(1)} = 146 \text{ MHz}, P_{sig}^{(1)} = 33 \text{ dBm}.$

und damit deutlich weniger als erwartet, das transmittierte SAW-Signal dagegen ist genau doppelt so groß. Die anderen QD-Parameter ändern sich nur unwesentlich, die Werte für die Oberwellen liegen nahe den Idealwerten. Dies zeigt auch der Fit mit Idealwerten (grün) für $A_{2-4} = 2, 3, 4$ und $\varphi_{2-4} = 0^{\circ}$ in Abbildung 9.11 (b), was der idealen Fourier-Synthese des Sägezahns mit vier Komponenten entspricht: Die Linie liegt immer noch sehr gut auf den Messwerten.

Schülein 2014

		QD_1	QD_2	Oszilloskop	Korr.	Ideal
Sägezahn	A_1	$-36\pm1\mu eV$	$-26\pm1\mu eV$	$1,\!97\pm0,\!01\mathrm{mV}$	-	-
	A_2	$2,0\pm0,2$	$2,3\pm0,2$	$2,\!84\pm0,\!01$	2,0	2
	A_3	$2,6\pm0,3$	$2,7\pm0,3$	$4{,}55\pm0{,}03$	2,6	3
	A_4	$4,5\pm0,7$	7 ± 2	$5{,}92\pm0{,}05$	3,0	4
	φ_1	$273\pm2^{\circ}$	$240 \pm 2^{\circ}$	$259,5 \pm 0,4^{\circ}$		-
97 dDm	$arphi_2$	$-13\pm3^{\circ}$	$4\pm4^{\circ}$	$0,8\pm0,5^\circ$		0
27 dDiii	$arphi_3$	$-14\pm3^{\circ}$	$3\pm3^{\circ}$	$1,9\pm0,5^\circ$		0
	$arphi_4$	$-10\pm3^{\circ}$	$10\pm4^\circ$	$1,5\pm0,4^\circ$		0
	A_1	$-53\pm1\mu eV$	$-58\pm1\mu eV$	$3{,}95\pm0{,}01\mathrm{mV}$	-	-
Sämorahn	A_2	$1{,}92\pm0{,}07$	$2,4\pm0,1$	$2{,}61\pm0{,}01$	1,8	2
Sagezann	A_3	$2,6\pm0,1$	$3,8\pm0,3$	$3{,}22\pm0{,}01$	1,9	3
	A_4	$5,2\pm0,4$	$6,5\pm0,9$	$3,\!85\pm0,\!02$	1,9	4
$33\mathrm{dBm}$	φ_1	$268 \pm 1^{\circ}$	$262 \pm 1^{\circ}$	$347,6 \pm 0,3^{\circ}$		-
	$arphi_2$	$-8\pm1^\circ$	$-11\pm1^{\circ}$	$-2,5\pm0,3^\circ$		0
	$arphi_3$	$-11\pm1^{\circ}$	$-10\pm2^{\circ}$	$-4,2\pm0,3^\circ$		0
	$arphi_4$	$-10\pm2^{\circ}$	$-8\pm2^{\circ}$	$-3,4\pm0,3^\circ$		0

Tabelle 9.3.: Aufstellung der Fit-Parameter für das Sägezahn-Signal. Die Messung wurde für zwei akustische Leistungen durchgeführt (oben / unten) und zwei Emissionslinien ausgewertet (QD₁ / QD₂). Die Fit-Werte für die Oszilloskop-Daten entstammen dem Signal selbst (A_{1-4}) und dessen Ableitung (φ_{1-4}), siehe Text. Daneben sind die um \sqrt{n} korrigierten Verhältnisse und die Idealwerte für diese Wellenform angegeben.

In den Spektren dieser zwei Messungen befinden sich neben dem gezeigten QD noch weitere Emissionslinien benachbarter QDs (ohne Abbildung). Die Spalte QD₂ in der Tabelle fasst die Fit-Werte eines weiteren QDs für beide SAW-Leistungen zusammen: Für diese Nanostruktur verdoppelt sich auch die Modulationsamplitude (A_1) , die Verhältnisse der Oberwellen und relativen Phasenlagen stimmen bis auf A_4 auch gut mit den Idealwerten überein. Überraschend ist die Abweichung der Phasenlage φ_1 : Hier tritt ein Offset zwischen beiden Messungen von 22° auf, wohingegen für den ersten QD eine gute Übereinstimmung vorliegt. Diese Phasendifferenz entspricht bei der SAW-Grundwellenlänge $\lambda_{saw}^{(1)} = 20 \,\mu\text{m}$ einem Ortsversatz von 1,1 µm. Damit wäre es denkbar, dass bei den Leistungen -10 dBm bzw. -4 dBm zwei verschiedene Objekte QD₂ gemessen wurden, welche zufällig nahezu die gleiche (mittlere) Emissionsenergie besitzen, wohingegen Messung QD₁ mit großer Sicherheit die gleiche Nanostruktur zeigt.

Zum Abschluss wird noch eine Bemerkung zu der Abhängigkeit der QD-Modulation in Bezug zum Signal der transmittierten SAW gegeben. In Abschnitt 9.4 wurde dargestellt, dass die Modulationsamplitude der QD-Emission mit der Frequenz und Leistung der SAW in Zusammenhang steht: $E_{\rm QD} \propto \sqrt{f} \cdot \sqrt{P_{\rm saw}}$. Zum Nachweis dieser Beziehung wurde das Signal der transmittierten SAW (rote Linie in Abbildung 9.10 und 9.11, (c)) gefittet und die Amplituden in der Tabelle 9.3 zusammengestellt. In
einer weiteren Spalte wurden diese Werte mit dem Faktor \sqrt{n} korrigiert und stimmen bis auf A_4 gut mit den gemessenen Modulationsamplituden überein. Da die Abschätzung von E_{QD} eine Ableitung beinhaltet², ändert sich dabei auch die *Phase* der Signalform im Vergleich zur QD-Emission. Zum Nachweis dieses Zusammenhangs wurde die Ableitung des transmittierten SAW-Signals berechnet (grüne Linie in Abbildung 9.10 und 9.11, (c)) und die daran gefitteten Phasen φ_{1-4} in Tabelle 9.3 eingetragen, welche sehr gut mit den Messwerten der QD-Emission übereinstimmen. Die Modulation der QD-Energie folgt demnach funktional der Ableitung des transmittierten SAW-Signals und die Amplitude dem um \sqrt{n} korrigierten SAW-Signal selbst. Für die Messung des Sägezahnsignals wurde eine Position nahe dem Empfänger-IDT der Verzögerungsleitung gewählt, damit das elektrische Signal der transmittierten SAW möglichst dem Wellenfeld am Ort der Messung entspricht. Dagegen wurde das Rechteck- und Dreieck-Signal in Abschnitt 9.6 etwa in der Mitte der Verzögerungsleitung gemessen. Hier stimmen wegen der unterschiedlichen Ausbreitungsgeschwindigkeiten $v^{(1)}$ und $v^{(3)}$ (Abschnitt 9.5) die Phasenlagen der QD-Emission zufällig mit denen des Oszilloskops überein.

9.8. Zusammenfassung

Die lineare Antwort eines QDs auf das SAW-induzierte Verspannungsfeld wurde ausgenutzt, diesen Quantenemitter als Indikator der lokalen Verspannung einzusetzen. Durch die Überlagerung mehrerer SAW-Pulse mit einem definierten Amplituden-, Frequenz- und Phasen-Verhältnis wurde gezeigt, dass das Phononen-Feld kontrolliert eine beliebige periodische Funktion modellieren kann, indem das Integral der gewünschten Signalform als SAW in seinen Fourier-Komponenten am IDT angelegt wird. Insbesondere der Einsatz gerader Harmonischer Wellen ist wegen der Symmetriebrechung interessant, zudem ergibt sich dadurch die Möglichkeit eines langsamen und schnellen Abstimm-Anteils im gleichen Wellenzug.

 $^{^{2}}E_{\text{QD}} \propto \frac{\partial \Phi}{\partial t}$, dies führt bezüglich der Amplitude zu einem Faktor f.

10. Ausblick

Die mittlerweile etablierte phasengekoppelte Messmethode [131] ist Grundlage vieler aktueller Arbeiten unserer Gruppe und Kooperationspartner [17, 132, 143, 144]. Speziell für Photolumineszenz-Experimente an einem InGaAs/GaAs-Quantentopf in einer Halbleiter-Heterostruktur wurde hier eine Methode vorgestellt, um die absolute Phase dieser gekoppelten Messmethode zu bestimmen. Dazu wurde ein Simulationsmodell [121] an unsere experimentelle Situation angepasst, dessen Ergebnisse sehr gut mit den Messdaten übereinstimmen. Im Bereich hoher SAW-Amplituden können die Anregungssituationen e- und h-Stabil anhand des PL-Signals unterschieden werden. Führt man in dieses System einen InGaAs/GaAs-QD ein, so kann ein Schaltverhalten der QD-PL mit einer ausgeprägten Hysterese bezüglich der SAW-Leistung beobachtet werden. Ursache dafür ist ein fluktuierender Ladungshintergrund in der sehr dünnen Benetzungsschicht, welcher durch eine SAW ausreichender Leistung beseitigt werden kann. Wendet man nun die Phasenkopplung zwischen Laser-Anregung und SAW auf einen einzelnen QD an, so treten ausgeprägte Intensitätsoszillationen der QD-Emissionslinien auf. Eine zusätzliche Zeitauflösung erlaubt die detaillierte Analyse der auftretenden Prozesse: Der Rücktransport von Elektronen im Feld der SAW führt bei hohen Amplituden zu einer Korrelation zweier Emissionslinien: Das neutrale Exziton $1X^0$ wird durch den Einfang eines Elektrons in das negativ geladene Trion $1X^-$ überführt. Der Rücktransport der Lochverteilung bewirkt dagegen eine zeitverzögerte Bildung von $1X^0$, indem der schon mit einem Elektron besetzte QD ein Loch aus der Benetzungsschicht einfängt. Im letzten Kapitel wurde ein weiteres QD-System betrachtet: In diesem GaAs/AlGaAs-Materialsystem trug nur das Deformationspotential der SAW zur Modulation der QD-PL bei. Grund hierfür ist wahrscheinlich die lokale Abschirmung des SAW-induzierten elektrischen Feldes durch freie Ladungsträger in einer benachbarten Schicht. Durch die Superposition mehrerer harmonischer Partialwellen konnte an diesem System die Fourier-Synthese der grundlegenden Wellenformen des Rechteck-, Dreieck- und Sägezahnsignals nachgewiesen werden, indem ein einzelner QD als punktförmige "Sonde" für das lokale Verspannungsfeld eingesetzt wurde. Da für das Sägezahnsignal sowohl gerad- als auch ungeradzahlige Harmonische benötigt werden, wurden zwei spezielle IDT-Designs zur Kopplung an die Frequenzen f_n mit n = 1, 2, 3, 4 entwickelt.

Ein nächster Schritt könnte darin bestehen, die Fourier-Synthese auf das System von InGaAs/GaAs-QDs anzuwenden. Die Ladungsträgerdynamik in der Benetzungsschicht ließe sich z.B. durch die Verwendung eines Rechtecksignals auf die zwei Sprungpunkte der Modulation reduzieren, wie dies im Bandschema in Abbildung 10.1 (a) und dem dazugehörigen Auslenkungsfeld der SAW in (b) dargestellt ist. Somit kann man die Unsicherheit bezüglich der Transportphase in einem sinusförmigen Po-



Abbildung 10.1.: Rechteckige Bandmodulation (a), synthetisiert aus den ersten vier Fourier-Komponenten mit dem entsprechenden Auslenkungsfeld der SAW (b). Elektronen und Löcher werden in einem jeweils scharf definierten Bereich transportiert, der Zwischenbereich weist dagegen nur ein geringes Feld auf.

tential umgehen und der Einfang von Elektronen und Löchern sollte zu einem genauer definierten Zeitpunkt erfolgen. Zudem verbliebe der QD in den dazwischenliegenden Zeiten in einem feldfreien Zustand, wodurch man die zeitabhängige Modulation der QD-Emissionsenergie in diesem Bereich konstant halten könnte. Dieser Ansatz sollte demnach ein akustisches Pumpschema bieten, welches auf andere Abstimmmechanismen wie uniaxiale oder biaxiale Verspannung [145, 146] keinen Einfluss zeigt. Die optische Anregung der Ladungsträger in der Halbleiter-Heterostruktur könnte durch einen lateralen pin-Übergang ersetzt werden, wodurch ein rein elektro-akustisches Pumpschema denkbar wäre. Die Kombination von in einer Diode eingebetteten QDs zur elektrischen Abstimmung der Ladung [65, 147, 148] und der SAW-Technologie ist Gegenstand aktueller Forschung in unserer Arbeitsgruppe. Will man dagegen die SAW zur Modulation der Emissionsenergie einsetzen, würde sich das Sägezahnsignal anbieten. Denn in diesem Fall würde die Energieverschiebung über den Zeitraum des langsamen, linearen Anstiegs konstant bleiben und sich nur für den kurzzeitigen Sprung des Sägezahns ändern. Die konstante Energieverschiebung ließe sich durch die Amplitude des Sägezahnsignals einstellen.

Entscheidend für jegliche Anwendung von Quellen einzelner bzw. verschränkter Photonen ist eine hohe Extraktionseffizienz der erzeugten Photonen aus der Struktur. Unsere Systeme wurden diesbezüglich nicht optimiert, wodurch ein Großteil der PL nicht vom Objektiv erfasst wird und damit für das Experiment verloren ist. Dies lässt sich durch optische Kavitäten wesentlich verbessern: Durch die Integration zweier Bragg-Spiegel (engl. *Distributed Bragg Reflector*, DBR) kann die QD-Emission in Richtung des Objektives deutlich gesteigert werden. In der Ebene kann dagegen ein Photonischer Kristall eingesetzt werden, um die Ausbeute weiter zu erhöhen. Beide Ansätze sind kompatibel mit der SAW-Technologie, wobei insbesondere für Photonische Kristalle zusätzliche SAW-induzierte Effekte auftreten [17]. Ein weiterer Vorteil einer Kavität wird durch den Purcell-Effekt erreicht, denn durch den schnelleren strahlenden Zerfall der Exzitonen kann der zeitliche Jitter verringert wer-

den. Zudem werden durch die verkürzte Lebenszeit Wiederholraten im GHz-Bereich ermöglicht, da ansonsten der strahlende Zerfall des Exzitons mit ~ $1 \text{ ns} \cong 1 \text{ GHz}$ begrenzt. Um die Mode einer Photonischen Kavität mit der Energie eines QD-Exzitons abzustimmen und damit den Purcell-Effekt auszunutzen, existieren ebenfalls mit der SAW-Technologie kompatible Methoden [37].

A. Parameter Elektronenstrahllithographie

Reinigung

Ultraschall in Aceton	$5 \min$
Spülen	Aceton + Isopropanol
Trocknen	Stickstoff
Ausheizen	ca. 2 min bei 190 °C

Lack

erste Schicht	PMMA 150 K, 4%
zweite Schicht	PMMA 500 K, 2%
Schleudern	5 s @ 500 upm, 30 s @ 5000 upm
Trocknen	$90\mathrm{s}$ @ $190^{\mathrm{o}}\mathrm{C}$ Heizplatte

Belichten und Entwickeln

Beschleunigungsspannung	$10\mathrm{kV}$
Flächendosis	$100\mu{ m Ascm^{-2}}$
Geschwindigkeit	$< 10 {\rm mm s^{-1}}$
Dosis	~ 0.75
Arbeitsabstand	$\sim 8\mathrm{mm}$
Entwickeln	MIBK : Isopropanol im Verhältnis 1:5, 30 s
Stoppen	Isopropanol 15 s

Sauerstoffplasma	$200 \mathrm{W}, 13 \mathrm{s}$
Metall	$5\mathrm{nm}$ Titan, $50\mathrm{nm}$ Aluminium
Lift-Off	Aceton / Remover PG bei 60 °C evtl. mit Ultraschall, zunehmende Leistung
Reinigung	$Aceton + Isopropanol Spülen, N_2 trocknen$

Metallisieren

B. Details zur SAW-Berechnung auf GaAs

B.1. Voigt-Notation

Zur vereinfachten Schreibweise der Tensoren T, c, e kann man unter Ausnutzung der Symmetrien folgende Konvention einführen:

Der elastische Tensor c lässt sich so in einer 6×6 -Matrix und der piezoelektrische Tensor e in einer 3×6 -Matrix zusammenfassen. Beispielsweise steht c_{25}^V in der Voigt-Notation für $c_{2213} = c_{2231}$ in der konventionellen Tensor-Notation. Zum Umschreiben des piezoelektrischen Tensors e ist zu beachten, dass der erste Index für das elektrische Feld steht und die Austauschregel somit auf Index zwei und drei anzuwenden ist. Um welche Notation es sich im konkreten Fall handelt, ist aus der Anzahl der Indizes ersichtlich und wird deshalb nicht weiter gekennzeichnet. Aus den Tensoren 2. Stufe wird mit dieser Notation ein "Vektor" mit sechs Einträgen, wobei die Definition von S ein wenig abweicht (Faktor 2 für die gemischten Indizes):

$$S_1 = S_{11} \qquad S_2 = S_{22} \qquad S_3 = S_{33} S_4 = 2 \cdot S_{23} \qquad S_5 = 2 \cdot S_{13} \qquad S_6 = 2 \cdot S_{12} .$$
(B.2)

B.2. Drehung der Tensoren

Die Tensoren der Materialeigenschaften ϵ , e, c müssen in der Regel rotiert werden, um aus der ursprünglichen Basis der Kristallachsen X, Y, Z in die mit der SAW eingeführte Basis x, y, z überzugehen. Hierbei soll x die Ausbreitungsrichtung der SAW, y die dazu senkrechte Richtung und z die Kristalloberfläche darstellen. Sind a_{ij} die Komponenten einer Drehmatrix, so gelten die Transformationen

$$u_{i} = a_{ij} u_{j}$$

$$S_{ij} = a_{ik}a_{jl} S_{kl}$$

$$e_{ijk} = a_{il}a_{jm}a_{kn} e_{lmn}$$

$$c_{ijkl} = a_{im}a_{jn}a_{ko}a_{lp} c_{mnop}$$
(B.3)

für die Tensoren der Stufe eins bis vier [112], hierbei wird über doppelt auftretende Indizes summiert. Tabelle B.1 fasst die Parameter für GaAs und einen Schnitt von



Tabelle B.1.: Zusammenfassung der Parameter für eine Drehung der GaAs- und LiNbO₃-Kristalldaten.

LiNbO₃ zusammen. Das Koordinatensystem "Drehung" gibt die Oberfläche (rot) und die Ausbreitungsrichtung (blau) der SAW vor. Die Daten des GaAs-Kristalls liegen in der Basis [100], [010], [001] vor, die eingesetzte SAW-Mode breitet sich in eine [110]-Richtung (blau) auf einer (001)-Oberfläche (rot) aus. Damit nun diese [110]-Richtung mit der x-Achse übereinstimmt, müssen die Tensoren um -45° um die z-Achse gedreht werden. Eine analoge Überlegung ergibt für den 128° rot. YX Schnitt von LiNbO₃ einen Drehwinkel von -38° um die x-Achse.

B.3. Elastische Konstanten

Die elastischen Materialkonstanten c, welche den Zusammenhang zwischen dem Spannungs- und Deformationstensor herstellen ($T_{ij} = c_{ijkl}S_{kl}$), sind nicht unabhängig voneinander. So reduzieren sich die $3^4 = 81$ Werte aus Symmetriegründen auf maximal 21, je nach Symmetrie der betrachteten Kristallklasse meist auf noch weniger. Die Werte von c, e, ϵ und ρ sind für GaAs in Tabelle B.2 in der Voigt-Notation zusammengefasst. Für die Berechnung der akustischen Oberflächenwelle in Kapitel 4.1 werden die Werte in der rotierten Basis verwendet, um eine Welle in eine [110]-Richtung auf einer (001)-Oberfläche zu beschreiben. Quellen der Materialkonstanten: Dichte [149], dielektrische Konstanten [150], piezoelektrische Konstanten [151], elastische Konstanten [152] und [153], Tieftemperaturwerte für die elastischen Konstanten [154]. In [115] findet sich eine Vielzahl physikalischer Eigenschaften von GaAs.

	/11,88	5, 38	5, 38			• \
	5,38	11,88	5, 38			.)
- [10]0N/2]	5,38	5, 38	11,88			.
$c [10^{10} N/m^2]$				5,94		.
					5,94	.]
	\ .					5,94/
	(.		-0,16			
$e [C/m^2]$.			-0, 16		
	\.				-0, 1	6/
		(13)	,1.			
$\epsilon[\epsilon_0]$			13, 1	1.		
		(.	•	13, 1	l)	

GaAs [100]

GaAs [110]



 $\rho = 5317 \, \mathrm{kg/m^3}$

Tabelle B.2.: Elastische Konstanten c (oben), piezoelektrische Konstanten e (Mitte) und dielektrische Konstanten ϵ für GaAs [100] und [110] mit einer (001)-Oberfläche.

B.4. Anmerkung zum Semi-Lagrange-Verfahren

Ausgangspunkt ist die Drift-Gleichung in kontinuierlicher Schreibweise (siehe Gleichung 4.68),

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n \frac{\partial n \cdot E_x}{\partial x} , \qquad (B.4)$$

welche mittels der Produktregel ausgeschrieben und umgeformt wird:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n E_x \cdot \frac{\partial n}{\partial x} + \mu_n n \cdot \frac{\partial E_x}{\partial x} = \mu_n \left(E_x + \underbrace{n \frac{\partial E_x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n}}_{\ll E_x} \right) \frac{\partial n}{\partial x} .$$
(B.5)

Zunächst soll gezeigt werden, dass der zweite Summand in der Klammer $n \frac{\partial E_x}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial n} = n \frac{\partial E_x}{\partial n}$ vernachlässigt werden kann. Das elektrische Feld E_x setzt sich aus dem SAW-Anteil E_{saw} und dem induzierten Feld E_{ind} zusammen: $E_x = E_{\text{saw}} + E_{\text{ind}}$. Da das

Schüle
in 2014

elektrische Potential der SAW als Parameter in die Simulation eingeht, ist E_{saw} bekannt und es besteht insbesondere keine Abhängigkeit von n (Gleichung 4.69). Das induzierte Feld E_{ind} wird aus dem Coulomb-Potential (ebenfalls 4.69) berechnet:

$$E_{\text{ind}} = -\frac{\partial \Phi_{\text{ind}}}{\partial x} = -\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{e}{4\pi\epsilon} \frac{1}{|x-x'|} (p-n) \right)$$

$$n\frac{\partial E_{\text{ind}}}{\partial n} = -n\frac{\partial^2}{\partial n\partial x} \left(\frac{e}{4\pi\epsilon} \frac{1}{|x-x'|} (p-n) \right) = n\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{e}{4\pi\epsilon} \frac{1}{|x-x'|} \right) \qquad (B.6)$$

$$= -\frac{e}{4\pi\epsilon} \quad \frac{\pm 1}{|x-x'|^2} \cdot n$$

$$\approx \pm 10^{-9} \cdot 10^{12} \cdot n .$$

Für typische Elektron-Loch-Erzeugungsraten von 0,02 bis 20 Paaren pro Laserpuls, welche auf die Dichte n in einem Gauß-Profil verteilt werden, ist der Wert $n \approx 10^{-3} \dots 1$, somit liegt $n \frac{\partial E_x}{\partial n}$ im Bereich $1 \dots 10^3 \,\mathrm{V\,m^{-1}}$. Typische SAW-Felder liegen in der Größenordnung $1 \,\mathrm{kV\,cm^{-1}} = 10^5 \,\mathrm{V/m}$ (Abschnitt 4.2.5), die Klammer in B.5 wird somit durch den ersten Term E_x dominiert und der zweite Term kann vernachlässigt werden.

C. Bemerkungen zum Savitzky-Golay-Verfahren

Die Koeffizienten a_n eines SG-Filters lassen sich in geschlossener Form darstellen und können z.B. [136] entnommen werden. Als Beispiel sollen die Werte für m = 7 (der Filter ist damit 2m + 1 = 15 Punkte breit) in Tabelle C.1 angeschrieben werden. Die Antwort A_i berechnet sich dann aus dem Signal S zu:

$$A_i = \sum_{n=i-m}^{i+m} a_n \cdot S_n . \tag{C.1}$$

Das Signal besteht hier aus den Spektrometerdaten und besitzt 2048 Punkte. A_i ist somit zunächst nur für $m < i \le 2048 - m$ definiert, ansonsten müsste man S um die entsprechenden fehlenden Werte interpolieren. Da sich der interessante Bereich der Messdaten fast ausschließlich in der Mitte des Datensatzes befindet, kann man auf einige fehlende Randpunkte durchaus verzichten.

Koeffizient	Glätten	1. Ableitung	2. Ableitung
a_7	-78	-7	91
a_{-6}	-13	-6	52
a_{-5}	42	-5	19
a_4	87	-4	-8
a_3	122	-3	-29
a_{-2}	147	-2	-44
a_{-1}	162	-1	-53
a_0	167	0	-56
a_{+1}	162	+1	-53
a_{+2}	147	+2	-44
a_{+3}	122	+3	-29
a_{+4}	87	+4	-8
a_{+5}	42	+5	19
a_{+6}	-13	+6	52
a_{+7}	-78	+7	91
Norm	1105	280	6188

Tabelle C.1.: Koeffizienten für ein Savitzky-Golay-Filter 2. Ordnung der Breite 15 [135].

In Abbildung C.1 (a) sind die normierten Koeffizienten des gleitenden Durchschnitts (schwarz), SG-Filters zum Glätten (rot) und für die erste (grün) bzw. zweite



Abbildung C.1.: (a) Graphische Darstellung der Koeffizienten des gleitenden Durchschnitts und der SG-Filter aus Tabelle C.1 mit 15 Punkten Breite. (b) Vergleich der Wirkung eines SG- und GD-Filters mit 43 Punkten Breite auf die Testfunktion aus Kapitel 5.5.1.

(blau) Ableitung mit einer Fensterbreite von 15 Punkten gezeigt. Die Testfunktion aus Kapitel 5.5.1 ist zum Vergleich in Abbildung C.1 (b) jeweils mit einem 43 Punkte breitem SG- (rot) und GD-Filter (blau) geglättet: Zwar erkennt man, dass der GD weniger Restrauschen besitzt, allerdings wird zum einen die Schulter des 2. Peaks unterdrückt, und der Hauptpeak besitzt einen deutlich verringerten Maximalwert. Der SG-Filter dagegen behält sowohl die Form der Testfunktion als auch den Maximalwert bei.

D. Ausschluss des niedrigen SAW-Amplituden-Bereichs

Anregung	Exziton	Expe	riment	$(T_{\rm saw})$	Simu	lation I	$n (T_{\rm saw})$
<i>e</i> -Reflow	$1X^{0}$	0,05	-	-	0,04	0,92	$1,\!86$
e-Stabil	$1X^0$	0,11	0,71	1,73	$0,\!05$	0,73	$1,\!64$
<i>h</i> -Reflow	$1X^0$	0,08	$0,\!42$	$1,\!46$	0,04	$0,\!41$	$1,\!33$
h-Stabil	$1X^0$	-	$0,\!15$	1,24	-	$0,\!10$	1,08
Anregung	Exziton	Expe	riment	$(T_{\rm saw})$	Simu	lation ϵ	$e(T_{\rm saw})$
<i>e</i> -Reflow	$1X^-$	0,13	$0,\!60$	$1,\!10$	0,03	$0,\!29$	-
e-Stabil	$1X^-$	0,03	0,37	0,83	0,05	-	-
h-Reflow	$1X^-$	0,15	-	$0,\!57$	0,03	-	-

Tabelle D.1.: Zusammenfassung der zeitverzögerten Emissionsmaxima von $1X^0$ und $1X^-$ im Bereich mittlerer SAW-Amplituden. Zudem sind die Zeitpunkte hoher Elektron- und Loch-Dichten im WL am Ort des QDs angegeben.

Tabelle D.1 fasst die Zeiten der Exzitonemissionen von $1X^0$, $1X^-$ und die berechneten Maxima für mittlere SAW-Amplituden in den vier Anregungssituationen zusammen. Nun soll begründet werden, dass es sich bei diesen Ergebnissen nicht um den niedrigen SAW-Leistungsbereich (d.h. es findet kein Transport statt) handeln kann. Dazu sind die Simulationsdaten in Abbildung D.1 zusammengestellt: Die ausgeprägten Maxima der Elektronenverteilung liegen bei $0.46T_{saw}$ (e-Reflow), $0.22T_{saw}$ (e-Stabil), 0,24 $T_{\rm saw}$ und 0,77 $T_{\rm saw}$ (beide *h*-Stabil). Ein Vergleich mit den in der Tabelle aufgeführten Messdaten zeigt, dass lediglich der erste Zeitpunkt für h-Stabil mit der Emission von $1X^-$ übereinstimmt. Allerdings erscheint zum zweiten Zeitpunkt $0.77 T_{\rm saw}$ im PL-Transienten von $1X^-$ (Abbildung 8.11 (b) auf Seite 159) ein Minimum, somit widerspricht sich hier eine etwaige Korrelation. Die berechneten Zeiten für mittlere SAW-Amplituden stimmen dagegen sehr gut mit den beobachteten Werten überein: Die Maxima von $1X^0$ korrelieren mit den Zeiten hoher Loch-Dichte am QD (obere Hälfte der Tabelle), wohingegen die Minima von $1X^-$ mit den Maxima der Elektron- und Loch-Verteilung übereinstimmen. In der Tabelle sind die Maximalwerte von $1X^{-}$ angegeben, d.h. für einen Vergleich muss man hier die (nicht angegebenen) Zwischenwerte heranziehen.



rechten Linien markieren hier die Position eines Maximums der Elektronenverteilung, wobei nur die Werte ohne Klammer eine relevante Höhe besitzen.

Schülein 2014

Literaturverzeichnis

- W. Diffie and M. Hellman, "New directions in cryptography," Information Theory, IEEE Transactions on, vol. 22, no. 6, pp. 644–654, 1976.
- [2] P. W. Shor and J. Preskill, "Simple Proof of Security of the BB84 Quantum Key Distribution Protocol," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 441–444, Jul 2000.
- [3] C. H. Bennett and G. Brassard, "Quantum cryptography: Public key distribution and coin tossing," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Computers: Systems and Signal Processing*, (New York), pp. 175–179, 1984.
- [4] N. Gisin, G. Ribordy, W. Tittel, and H. Zbinden, "Quantum cryptography," *Rev. Mod. Phys.*, vol. 74, pp. 145–195, Mar 2002.
- [5] A. K. Ekert, "Quantum cryptography based on Bell's theorem," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 67, pp. 661–663, Aug 1991.
- [6] A. K. Ekert, J. G. Rarity, P. R. Tapster, and G. Massimo Palma, "Practical quantum cryptography based on two-photon interferometry," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 69, pp. 1293–1295, Aug 1992.
- [7] D. Loss and D. P. DiVincenzo, "Quantum computation with quantum dots," *Phys. Rev. A*, vol. 57, pp. 120–126, Jan 1998.
- [8] X. Li, Y. Wu, D. Steel, D. Gammon, T. H. Stievater, D. S. Katzer, D. Park, C. Piermarocchi, and L. J. Sham, "An All-Optical Quantum Gate in a Semiconductor Quantum Dot," *Science*, vol. 301, no. 5634, pp. 809–811, 2003.
- [9] A. Imamoğlu, D. D. Awschalom, G. Burkard, D. P. DiVincenzo, D. Loss, M. Sherwin, and A. Small, "Quantum Information Processing Using Quantum Dot Spins and Cavity QED," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 83, pp. 4204–4207, Nov 1999.
- [10] E. Biolatti, R. C. Iotti, P. Zanardi, and F. Rossi, "Quantum Information Processing with Semiconductor Macroatoms," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 85, pp. 5647– 5650, Dec 2000.
- [11] F. Troiani, U. Hohenester, and E. Molinari, "Exploiting exciton-exciton interactions in semiconductor quantum dots for quantum-information processing," *Phys. Rev. B*, vol. 62, pp. R2263–R2266, Jul 2000.

- [12] A. Zrenner, E. Beham, S. Stufler, F. Findeis, M. Bichler, and G. Abstreiter, "Coherent properties of a two-level system based on a quantum-dot photodiode," *Nature*, vol. 418, pp. 612–614, Aug 2002.
- [13] O. Benson, C. Santori, M. Pelton, and Y. Yamamoto, "Regulated and Entangled Photons from a Single Quantum Dot," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 84, pp. 2513–2516, Mar 2000.
- [14] N. Akopian, N. H. Lindner, E. Poem, Y. Berlatzky, J. Avron, D. Gershoni, B. D. Gerardot, and P. M. Petroff, "Entangled Photon Pairs from Semiconductor Quantum Dots," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 130501, Apr 2006.
- [15] R. Trotta, E. Zallo, C. Ortix, P. Atkinson, J. D. Plumhof, J. van den Brink, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Universal Recovery of the Energy-Level Degeneracy of Bright Excitons in InGaAs Quantum Dots without a Structure Symmetry," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 109, p. 147401, Oct 2012.
- [16] J. R. Gell, M. B. Ward, R. J. Young, R. M. Stevenson, P. Atkinson, D. Anderson, G. A. C. Jones, D. A. Ritchie, and A. J. Shields, "Modulation of single quantum dot energy levels by a surface-acoustic-wave," *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 8, p. 081115, 2008.
- [17] D. A. Fuhrmann, S. M. Thon, H. Kim, D. Bouwmeester, P. M. Petroff, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Dynamic modulation of photonic crystal nanocavities using gigahertz acoustic phonons," *Nat Photon*, vol. 5, no. 10, pp. 605–609, 2011.
- [18] O. D. D. Couto, S. Lazić, F. Iikawa, J. A. H. Stotz, U. Jahn, R. Hey, and P. V. Santos, "Photon anti-bunching in acoustically pumped quantum dots," *Nature Photonics*, vol. 3, pp. 645–648, 2009.
- [19] S. Völk, F. J. R. Schülein, F. Knall, D. Reuter, A. D. Wieck, T. A. Truong, H. Kim, P. M. Petroff, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Enhanced Sequential Carrier Capture into Individual Quantum Dots and Quantum Posts Controlled by Surface Acoustic Waves," *Nano Letters*, vol. 10, no. 9, pp. 3399–3407, 2010.
- [20] T. Sogawa, P. V. Santos, S. K. Zhang, S. Eshlaghi, A. D. Wieck, and K. H. Ploog, "Transport and Lifetime Enhancement of Photoexcited Spins in GaAs by Surface Acoustic Waves," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, p. 276601, Dec 2001.
- [21] J. A. H. Stotz, R. Hey, P. V. Santos, and K. H. Ploog, "Coherent spin transport through dynamic quantum dots," *Nat Mater*, vol. 4, no. 8, pp. 585–588, 2005.
- [22] R. Blattmann, H. J. Krenner, S. Kohler, and P. Hänggi, "Entanglement creation in a quantum-dot-nanocavity system by Fourier-synthesized acoustic pulses," *Phys. Rev. A*, vol. 89, p. 012327, Jan 2014.

- [23] F. J. R. Schülein, J. Pustiowski, K. Müller, M. Bichler, G. Koblmüller, J. J. Finley, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Surface acoustic wave controlled charge dynamics in a thin InGaAs quantum well," *JETP Letters*, vol. 95, pp. 575–580, 2012.
- [24] F. J. R. Schülein, K. Müller, M. Bichler, G. Koblmüller, J. J. Finley, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Acoustically regulated carrier injection into a single optically active quantum dot," *Phys. Rev. B*, vol. 88, p. 085307, Aug 2013.
- [25] K. v. Klitzing, G. Dorda, and M. Pepper, "New Method for High-Accuracy Determination of the Fine-Structure Constant Based on Quantized Hall Resistance," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 45, pp. 494–497, Aug 1980.
- [26] G. Jessen, R. C. Fitch, J. Gillespie, G. Via, A. Crespo, D. Langley, D. Denninghoff, M. Trejo, and E. Heller, "Short-Channel Effect Limitations on High-Frequency Operation of AlGaN/GaN HEMTs for T-Gate Devices," *Electron Devices, IEEE Transactions on*, vol. 54, no. 10, pp. 2589–2597, 2007.
- [27] M. A. Reed, R. T. Bate, K. Bradshaw, W. M. Duncan, W. R. Frensley, J. W. Lee, and H. D. Shih, "Spatial quantization in GaAs–AlGaAs multiple quantum dots," *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures*, vol. 4, no. 1, pp. 358–360, 1986.
- [28] P. M. Petroff, A. C. Gossard, R. A. Logan, and W. Wiegmann, "Toward quantum well wires: Fabrication and optical properties," *Applied Physics Letters*, vol. 41, no. 7, pp. 635–638, 1982.
- [29] J. Cibert, P. M. Petroff, G. J. Dolan, S. J. Pearton, A. C. Gossard, and J. H. English, "Optically detected carrier confinement to one and zero dimension in GaAs quantum well wires and boxes," *Applied Physics Letters*, vol. 49, no. 19, pp. 1275–1277, 1986.
- [30] L. Goldstein, F. Glas, J. Y. Marzin, M. N. Charasse, and G. L. Roux, "Growth by molecular beam epitaxy and characterization of InAs/GaAs strained-layer superlattices," *Applied Physics Letters*, vol. 47, no. 10, pp. 1099–1101, 1985.
- [31] D. A. B. Miller, D. S. Chemla, T. C. Damen, A. C. Gossard, W. Wiegmann, T. H. Wood, and C. A. Burrus, "Band-Edge Electroabsorption in Quantum Well Structures: The Quantum-Confined Stark Effect," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 53, pp. 2173–2176, Nov 1984.
- [32] J. J. Finley, M. Sabathil, P. Vogl, G. Abstreiter, R. Oulton, A. I. Tartakovskii, D. J. Mowbray, M. S. Skolnick, S. L. Liew, A. G. Cullis, and M. Hopkinson, "Quantum-confined Stark shifts of charged exciton complexes in quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 70, p. 201308, Nov 2004.

- [33] M. Pelton, C. Santori, J. Vučković, B. Zhang, G. S. Solomon, J. Plant, and Y. Yamamoto, "Efficient Source of Single Photons: A Single Quantum Dot in a Micropost Microcavity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 89, p. 233602, Nov 2002.
- [34] P. Michler, A. Kiraz, C. Becher, W. V. Schoenfeld, P. M. Petroff, L. Zhang, E. Hu, and A. Imamoglu, "A Quantum Dot Single-Photon Turnstile Device," *Science*, vol. 290, no. 5500, pp. 2282–2285, 2000.
- [35] Z. Yuan, B. E. Kardynal, R. M. Stevenson, A. J. Shields, C. J. Lobo, K. Cooper, N. S. Beattie, D. A. Ritchie, and M. Pepper, "Electrically Driven Single-Photon Source," *Science*, vol. 295, no. 5552, pp. 102–105, 2002.
- [36] W.-H. Chang, W.-Y. Chen, H.-S. Chang, T.-P. Hsieh, J.-I. Chyi, and T.-M. Hsu, "Efficient Single-Photon Sources Based on Low-Density Quantum Dots in Photonic-Crystal Nanocavities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 96, p. 117401, Mar 2006.
- [37] S. Strauf, N. G. Stoltz, M. T. Rakher, L. A. Coldren, P. M. Petroff, and D. Bouwmeester, "High-frequency single-photon source with polarization control," *Nat Photon*, vol. 1, pp. 704–708, Dec 2007.
- [38] K. D. Jöns, P. Atkinson, M. Müller, M. Heldmaier, S. M. Ulrich, O. G. Schmidt, and P. Michler, "Triggered Indistinguishable Single Photons with Narrow Line Widths from Site-Controlled Quantum Dots," *Nano Letters*, vol. 13, no. 1, pp. 126–130, 2013.
- [39] R. M. Stevenson, R. J. Young, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie, and A. J. Shields, "A semiconductor source of triggered entangled photon pairs," *Nature*, vol. 439, no. 7073, pp. 179–182, 2006.
- [40] R. J. Young, R. M. Stevenson, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie, and A. J. Shields, "Improved fidelity of triggered entangled photons from single quantum dots," *New Journal of Physics*, vol. 8, no. 2, p. 29, 2006.
- [41] R. Hafenbrak, S. M. Ulrich, P. Michler, L. Wang, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Triggered polarization-entangled photon pairs from a single quantum dot up to 30 K," *New Journal of Physics*, vol. 9, no. 9, p. 315, 2007.
- [42] A. J. Hudson, R. M. Stevenson, A. J. Bennett, R. J. Young, C. A. Nicoll, P. Atkinson, K. Cooper, D. A. Ritchie, and A. J. Shields, "Coherence of an Entangled Exciton-Photon State," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 99, p. 266802, Dec 2007.
- [43] C. L. Salter, R. M. Stevenson, I. Farrer, C. A. Nicoll, D. A. Ritchie, and A. J. Shields, "An entangled-light-emitting diode," *Nature*, vol. 465, no. 7298, pp. 594–597, 2010.

- [44] T. H. Stievater, X. Li, D. G. Steel, D. Gammon, D. S. Katzer, D. Park, C. Piermarocchi, and L. J. Sham, "Rabi Oscillations of Excitons in Single Quantum Dots," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 87, p. 133603, Sep 2001.
- [45] J. P. Reithmaier, G. Sek, A. Loffler, C. Hofmann, S. Kuhn, S. Reitzenstein, L. V. Keldysh, V. D. Kulakovskii, T. L. Reinecke, and A. Forchel, "Strong coupling in a single quantum dot-semiconductor microcavity system," *Nature*, vol. 432, no. 7014, pp. 197–200, 2004.
- [46] T. Yoshie, A. Scherer, J. Hendrickson, G. Khitrova, H. M. Gibbs, G. Rupper, C. Ell, O. B. Shchekin, and D. G. Deppe, "Vacuum Rabi splitting with a single quantum dot in a photonic crystal nanocavity," *Nature*, vol. 432, no. 7014, pp. 200–203, 2004.
- [47] A. Laucht, N. Hauke, J. M. Villas-Bôas, F. Hofbauer, G. Böhm, M. Kaniber, and J. J. Finley, "Dephasing of Exciton Polaritons in Photoexcited InGaAs Quantum Dots in GaAs Nanocavities," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 103, p. 087405, Aug 2009.
- [48] S. M. Thon, M. T. Rakher, H. Kim, J. Gudat, W. T. M. Irvine, P. M. Petroff, and D. Bouwmeester, "Strong coupling through optical positioning of a quantum dot in a photonic crystal cavity," *Applied Physics Letters*, vol. 94, no. 11, p. 111115, 2009.
- [49] H. J. Krenner, M. Sabathil, E. C. Clark, A. Kress, D. Schuh, M. Bichler, G. Abstreiter, and J. J. Finley, "Direct Observation of Controlled Coupling in an Individual Quantum Dot Molecule," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 94, p. 057402, Feb 2005.
- [50] A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier, J. P. Kotthaus, G. Weimann, and W. Schlapp, "Surface acoustic waves on GaAs/Al_xGa_{1-x}As heterostructures," *Phys. Rev. B*, vol. 40, pp. 7874–7887, Oct 1989.
- [51] S. Zimmermann, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, W. Wegscheider, and M. Bichler, "A Semiconductor-Based Photonic Memory Cell," *Science*, vol. 283, no. 5406, pp. 1292–1295, 1999.
- [52] C. Rocke, A. O. Govorov, A. Wixforth, G. Böhm, and G. Weimann, "Exciton ionization in a quantum well studied by surface acoustic waves," *Physical Review B*, vol. 57, pp. R6850–R6853, Mar 1998.
- [53] C. Rocke, S. Zimmermann, A. Wixforth, J. P. Kotthaus, G. Böhm, and G. Weimann, "Acoustically Driven Storage of Light in a Quantum Well," *Physical Review Letters*, vol. 78, pp. 4099–4102, May 1997.
- [54] F. Alsina, P. V. Santos, R. Hey, A. García-Cristóbal, and A. Cantarero, "Dynamic carrier distribution in quantum wells modulated by surface acoustic waves," *Phys. Rev. B*, vol. 64, p. 041304, Jun 2001.

- [55] F. Alsina, P. V. Santos, H.-P. Schönherr, W. Seidel, K. H. Ploog, and R. Nötzel, "Surface-acoustic-wave-induced carrier transport in quantum wires," *Phys. Rev. B*, vol. 66, p. 165330, Oct 2002.
- [56] M. Cecchini, G. De Simoni, V. Piazza, F. Beltram, H. E. Beere, and D. A. Ritchie, "Surface acoustic wave-driven planar light-emitting device," *Applied Physics Letters*, vol. 85, no. 15, pp. 3020–3022, 2004.
- [57] C. Wiele, F. Haake, C. Rocke, and A. Wixforth, "Photon trains and lasing: The periodically pumped quantum dot," *Phys. Rev. A*, vol. 58, pp. R2680–R2683, Oct 1998.
- [58] C. Bödefeld, J. Ebbecke, J. Toivonen, M. Sopanen, H. Lipsanen, and A. Wixforth, "Experimental investigation towards a periodically pumped singlephoton source," *Physical Review B*, vol. 74, no. 3, p. 035407, 2006.
- [59] F. J. R. Schülein, A. Laucht, J. Riikonen, M. Mattila, M. Sopanen, H. Lipsanen, J. J. Finley, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Cascaded exciton emission of an individual strain-induced quantum dot," *Applied Physics Letters*, vol. 95, no. 8, p. 083122, 2009.
- [60] "NSM Archive Physical Properties of Semiconductors." http://www.ioffe. ru/SVA/NSM/Semicond/index.html.
- [61] S. B. Nam, D. C. Reynolds, C. W. Litton, R. J. Almassy, T. C. Collins, and C. M. Wolfe, "Free-exciton energy spectrum in GaAs," *Phys. Rev. B*, vol. 13, pp. 761–767, Jan 1976.
- [62] T. Fließbach, Quantenmechanik. Heidelberg: Spektrum Akademischer Verlag, 4 ed., 2005.
- [63] V. Fock, "Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld," Zeitschrift für Physik, vol. 47, no. 5-6, pp. 446–448, 1928.
- [64] A. Schliwa, M. Winkelnkemper, and D. Bimberg, "Few-particle energies versus geometry and composition of In_xGa_{1-x}As/GaAs self-organized quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 79, p. 075443, Feb 2009.
- [65] R. J. Warburton, C. Schaflein, D. Haft, F. Bickel, A. Lorke, K. Karrai, J. M. Garcia, W. Schoenfeld, and P. M. Petroff, "Optical emission from a charge-tunable quantum ring," *Nature*, vol. 405, pp. 926–929, Jun 2000.
- [66] M. Baier, F. Findeis, A. Zrenner, M. Bichler, and G. Abstreiter, "Optical spectroscopy of charged excitons in single quantum dot photodiodes," *Phys. Rev. B*, vol. 64, p. 195326, Oct 2001.
- [67] F. Findeis, M. Baier, A. Zrenner, M. Bichler, G. Abstreiter, U. Hohenester, and E. Molinari, "Optical excitations of a self-assembled artificial ion," *Phys. Rev. B*, vol. 63, p. 121309, Mar 2001.

- [68] M. E. Ware, E. A. Stinaff, D. Gammon, M. F. Doty, A. S. Bracker, D. Gershoni, V. L. Korenev, i. m. c. C. Bădescu, Y. Lyanda-Geller, and T. L. Reinecke, "Polarized Fine Structure in the Photoluminescence Excitation Spectrum of a Negatively Charged Quantum Dot," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 95, p. 177403, Oct 2005.
- [69] E. Poem, J. Shemesh, I. Marderfeld, D. Galushko, N. Akopian, D. Gershoni, B. D. Gerardot, A. Badolato, and P. M. Petroff, "Polarization sensitive spectroscopy of charged quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 76, p. 235304, Dec 2007.
- [70] K. Müller, A. Bechtold, C. Ruppert, T. Kaldewey, M. Zecherle, J. S. Wildmann, M. Bichler, H. J. Krenner, J. M. Villas-Bôas, G. Abstreiter, M. Betz, and J. J. Finley, "Probing ultrafast carrier tunneling dynamics in individual quantum dots and molecules," *Annalen der Physik*, vol. 525, no. 1-2, pp. 49–58, 2013.
- [71] J. J. Finley, A. D. Ashmore, A. Lemaître, D. J. Mowbray, M. S. Skolnick, I. E. Itskevich, P. A. Maksym, M. Hopkinson, and T. F. Krauss, "Charged and neutral exciton complexes in individual self-assembled In(Ga)As quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 63, p. 073307, Jan 2001.
- [72] K. Brunner, G. Abstreiter, G. Böhm, G. Tränkle, and G. Weimann, "Sharp-Line Photoluminescence and Two-Photon Absorption of Zero-Dimensional Biexcitons in a GaAs/AlGaAs Structure," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, pp. 1138–1141, Aug 1994.
- [73] M. Bayer, G. Ortner, O. Stern, A. Kuther, A. A. Gorbunov, A. Forchel, P. Hawrylak, S. Fafard, K. Hinzer, T. L. Reinecke, S. N. Walck, J. P. Reithmaier, F. Klopf, and F. Schäfer, "Fine structure of neutral and charged excitons in self-assembled In(Ga)As/(Al)GaAs quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 65, p. 195315, May 2002.
- [74] B. A. Joyce, "Molecular beam epitaxy," *Reports on Progress in Physics*, vol. 48, no. 12, p. 1637, 1985.
- [75] J. R. Arthur, "Molecular beam epitaxy," Surface Science, vol. 500, no. 1-3, pp. 189 – 217, 2002.
- [76] S. Kiravittaya, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Advanced quantum dot configurations," *Reports on Progress in Physics*, vol. 72, no. 4, p. 046502, 2009.
- [77] D. Leonard, M. Krishnamurthy, C. M. Reaves, S. P. Denbaars, and P. M. Petroff, "Direct formation of quantum-sized dots from uniform coherent islands of InGaAs on GaAs surfaces," *Applied Physics Letters*, vol. 63, no. 23, pp. 3203– 3205, 1993.
- [78] J. M. Moison, F. Houzay, F. Barthe, L. Leprince, E. André, and O. Vatel, "Self-organized growth of regular nanometer-scale InAs dots on GaAs," *Applied Physics Letters*, vol. 64, no. 2, pp. 196–198, 1994.

- [79] H. Eisele, A. Lenz, R. Heitz, R. Timm, M. Dähne, Y. Temko, T. Suzuki, and K. Jacobi, "Change of InAs/GaAs quantum dot shape and composition during capping," *Journal of Applied Physics*, vol. 104, no. 12, p. 124301, 2008.
- [80] J. Y. Marzin, J. M. Gérard, A. Izraël, D. Barrier, and G. Bastard, "Photoluminescence of Single InAs Quantum Dots Obtained by Self-Organized Growth on GaAs," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, pp. 716–719, Aug 1994.
- [81] H. J. Krenner, S. Stufler, M. Sabathil, E. C. Clark, P. Ester, M. Bichler, G. Abstreiter, J. J. Finley, and A. Zrenner, "Recent advances in exciton-based quantum information processing in quantum dot nanostructures," *New Journal of Physics*, vol. 7, no. 1, p. 184, 2005.
- [82] O. Gywat, H. J. Krenner, and J. Berezovsky, Spins in Optically Active Quantum Dots. Weinheim: Wiley-VCH-Verlag, 2010.
- [83] E. A. Stinaff, M. Scheibner, A. S. Bracker, I. V. Ponomarev, V. L. Korenev, M. E. Ware, M. F. Doty, T. L. Reinecke, and D. Gammon, "Optical Signatures of Coupled Quantum Dots," *Science*, vol. 311, no. 5761, pp. 636–639, 2006.
- [84] H. J. Krenner and P. M. Petroff, "Quantum posts with tailored structural, electronic and optical properties for optoelectronic and quantum electronic device applications," *Solid State Communications*, vol. 149, no. 35–36, pp. 1386 – 1394, 2009.
- [85] A. Rastelli, S. Stufler, A. Schliwa, R. Songmuang, C. Manzano, G. Costantini, K. Kern, A. Zrenner, D. Bimberg, and O. G. Schmidt, "Hierarchical Self-Assembly of GaAs/AlGaAs Quantum Dots," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 92, p. 166104, Apr 2004.
- [86] J. D. Plumhof, V. Křápek, L. Wang, A. Schliwa, D. Bimberg, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Experimental investigation and modeling of the fine structure splitting of neutral excitons in strain-free GaAs/Al_xGa_{1-x}As quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 81, p. 121309, Mar 2010.
- [87] J. D. Plumhof, V. Křápek, F. Ding, K. D. Jöns, R. Hafenbrak, P. Klenovský, A. Herklotz, K. Dörr, P. Michler, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Strain-induced anticrossing of bright exciton levels in single self-assembled GaAs/Al_xGa_{1-x}As and In_xGa_{1-x}As/GaAs quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 83, p. 121302, Mar 2011.
- [88] L. Wang, V. Křápek, F. Ding, F. Horton, A. Schliwa, D. Bimberg, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Self-assembled quantum dots with tunable thickness of the wetting layer: Role of vertical confinement on interlevel spacing," *Phys. Rev. B*, vol. 80, p. 085309, Aug 2009.

- [89] A. Rastelli, S. Kiravittaya, L. Wang, C. Bauer, and O. Schmidt, "Microphotoluminescence spectroscopy of hierarchically self-assembled quantum dots," *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, vol. 32, pp. 29 – 32, 2006.
- [90] K. Watanabe, N. Koguchi, and Y. Gotoh, "Fabrication of GaAs Quantum Dots by Modified Droplet Epitaxy," *Japanese Journal of Applied Physics*, vol. 39, no. Part 2, No. 2A, pp. L79–L81, 2000.
- [91] S. Sanguinetti, K. Watanabe, T. Tateno, M. Gurioli, P. Werner, M. Wakaki, and N. Koguchi, "Modified droplet epitaxy GaAs/AlGaAs quantum dots grown on a variable thickness wetting layer," *Journal of Crystal Growth*, vol. 253, no. 1–4, pp. 71 – 76, 2003.
- [92] J. G. Keizer, J. Bocquel, P. M. Koenraad, T. Mano, T. Noda, and K. Sakoda, "Atomic scale analysis of self assembled GaAs/AlGaAs quantum dots grown by droplet epitaxy," *Applied Physics Letters*, vol. 96, no. 6, p. 062101, 2010.
- [93] G. Bester, "Electronic excitations in nanostructures: an empirical pseudopotential based approach," *Journal of Physics: Condensed Matter*, vol. 21, no. 2, p. 023202, 2009.
- [94] T. Kuroda, S. Sanguinetti, M. Gurioli, K. Watanabe, F. Minami, and N. Koguchi, "Picosecond nonlinear relaxation of photoinjected carriers in a single GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As quantum dot," *Phys. Rev. B*, vol. 66, p. 121302, Sep 2002.
- [95] V. Mantovani, S. Sanguinetti, M. Guzzi, E. Grilli, M. Gurioli, K. Watanabe, and N. Koguchi, "Low density GaAs/AlGaAs quantum dots grown by modified droplet epitaxy," *Journal of Applied Physics*, vol. 96, no. 8, pp. 4416–4420, 2004.
- [96] M. Abbarchi, C. A. Mastrandrea, T. Kuroda, T. Mano, K. Sakoda, N. Koguchi, S. Sanguinetti, A. Vinattieri, and M. Gurioli, "Exciton fine structure in strainfree GaAs/Al_{0.3}Ga_{0.7}As quantum dots: Extrinsic effects," *Phys. Rev. B*, vol. 78, p. 125321, Sep 2008.
- [97] Z. M. Wang, B. L. Liang, K. A. Sablon, and G. J. Salamo, "Nanoholes fabricated by self-assembled gallium nanodrill on GaAs(100)," *Applied Physics Letters*, vol. 90, no. 11, p. 113120, 2007.
- [98] P. Alonso-González, J. Martín-Sánchez, Y. González, B. Alén, D. Fuster, and L. González, "Formation of Lateral Low Density In(Ga)As Quantum Dot Pairs in GaAs Nanoholes," *Crystal Growth & Design*, vol. 9, no. 5, pp. 2525–2528, 2009.
- [99] S. Kumar, R. Trotta, E. Zallo, J. D. Plumhof, P. Atkinson, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Strain-induced tuning of the emission wavelength of high quality GaAs/AlGaAs quantum dots in the spectral range of the ⁸⁷Rb D₂ lines," *Applied Physics Letters*, vol. 99, no. 16, p. 161118, 2011.

- [100] P. Atkinson, E. Zallo, and O. G. Schmidt, "Independent wavelength and density control of uniform GaAs/AlGaAs quantum dots grown by infilling selfassembled nanoholes," *Journal of Applied Physics*, vol. 112, no. 5, p. 054303, 2012.
- [101] C. Heyn, A. Stemmann, and W. Hansen, "Dynamics of self-assembled droplet etching," *Applied Physics Letters*, vol. 95, no. 17, p. 173110, 2009.
- [102] A. Stemmann, C. Heyn, T. Köppen, T. Kipp, and W. Hansen, "Local droplet etching of nanoholes and rings on GaAs and AlGaAs surfaces," *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 12, p. 123108, 2008.
- [103] A. Stemmann, T. Köppen, M. Grave, S. Wildfang, S. Mendach, W. Hansen, and C. Heyn, "Local etching of nanoholes and quantum rings with In_xGa_{1-x} droplets," *Journal of Applied Physics*, vol. 106, no. 6, p. 064315, 2009.
- [104] C. Heyn, A. Stemmann, R. Eiselt, and W. Hansen, "Influence of Ga coverage and As pressure on local droplet etching of nanoholes and quantum rings," *Journal of Applied Physics*, vol. 105, no. 5, p. 054316, 2009.
- [105] C. Heyn, A. Stemmann, T. Köppen, C. Strelow, T. Kipp, M. Grave, S. Mendach, and W. Hansen, "Highly uniform and strain-free GaAs quantum dots fabricated by filling of self-assembled nanoholes," *Applied Physics Letters*, vol. 94, no. 18, p. 183113, 2009.
- [106] Y. H. Huo, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Ultra-small excitonic fine structure splitting in highly symmetric quantum dots on GaAs (001) substrate," *Applied Physics Letters*, vol. 102, no. 15, p. 152105, 2013.
- [107] C. Heyn, A. Stemmann, T. Koppen, C. Strelow, T. Kipp, M. Grave, S. Mendach, and W. Hansen, "Optical Properties of GaAs Quantum Dots Fabricated by Filling of Self-Assembled Nanoholes," *Nanoscale Research Letters*, vol. 5, no. 3, pp. 576–580, 2009.
- [108] C. Heyn, M. Klingbeil, C. Strelow, A. Stemmann, S. Mendach, and W. Hansen, "Single-dot Spectroscopy of GaAs Quantum Dots Fabricated by Filling of Selfassembled Nanoholes," *Nanoscale Research Letters*, vol. 5, no. 10, pp. 1633– 1636, 2010.
- [109] E. Zallo, P. Atkinson, L. Wang, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Epitaxial growth of lateral quantum dot molecules," *physica status solidi* (b), vol. 249, no. 4, pp. 702–709, 2012.
- [110] S. Kiravittaya, M. Benyoucef, R. Zapf-Gottwick, A. Rastelli, and O. Schmidt, "Optical fine structure of single ordered GaAs quantum dots," *Physica E: Lowdimensional Systems and Nanostructures*, vol. 40, no. 6, pp. 1909 – 1912, 2008.

- [111] W. Smith and W. Pedler, "Fundamental- and Harmonic-Frequency Circuit-Model Analysis of Lnterdigital Transducers with Arbitralry Metallization Ratios and Polarity Sequences," *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, vol. 23, no. 11, pp. 853–864, 1975.
- [112] H. Matthews, ed., Surface Wave Filters. Wiley-Interscience, 1977.
- [113] D. Royer and E. Dieulesaint, *Elastic Waves in Solids*. Springer, 2000.
- [114] E. A. Ash and E. G. S. Paige, eds., Rayleigh-Wave Theory and Application. Berlin: Springer, 1985.
- [115] S. Adachi, "GaAs, AlAs, and Al_xGa_{1-x}As: Material parameters for use in research and device applications," *Journal of Applied Physics*, vol. 58, no. 3, pp. R1–R29, 1985.
- [116] V. E. Steel, W. D. Hunt, M. A. Emanuel, J. J. Coleman, and B. J. Hunsinger, "Surface acoustic wave properties of aluminum gallium arsenide," *Journal of Applied Physics*, vol. 66, no. 1, pp. 90–96, 1989.
- [117] S. Datta, Surface Acoustic Wave Devices. Prentice Hall, 1986.
- [118] J. S. Blakemore, "Semiconducting and other major properties of gallium arsenide," *Journal of Applied Physics*, vol. 53, no. 10, pp. R123–R181, 1982.
- [119] F. H. Pollak and M. Cardona, "Piezo-Electroreflectance in Ge, GaAs, and Si," *Phys. Rev.*, vol. 172, pp. 816–837, Aug 1968.
- [120] P. V. Santos, F. Alsina, J. A. H. Stotz, R. Hey, S. Eshlaghi, and A. D. Wieck, "Band mixing and ambipolar transport by surface acoustic waves in GaAs quantum wells," *Phys. Rev. B*, vol. 69, p. 155318, Apr 2004.
- [121] A. García-Cristóbal, A. Cantarero, F. Alsina, and P. V. Santos, "Spatiotemporal carrier dynamics in quantum wells under surface acoustic waves," *Phys. Rev. B*, vol. 69, p. 205301, May 2004.
- [122] J. Singh, Electronic and Optoelectronic Properties of Semiconductor Structures. Cambridge: Cambridge University Press, 2003.
- [123] J. Strain, "Semi-Lagrangian Methods for Level Set Equations," Journal of Computational Physics, vol. 151, no. 2, pp. 498 – 533, 1999.
- [124] B. K. Ridley, "Kinetics of radiative recombination in quantum wells," Phys. Rev. B, vol. 41, pp. 12190–12196, Jun 1990.
- [125] G. Bastard, E. E. Mendez, L. L. Chang, and L. Esaki, "Exciton binding energy in quantum wells," *Phys. Rev. B*, vol. 26, pp. 1974–1979, Aug 1982.

- [126] R. L. Greene, K. K. Bajaj, and D. E. Phelps, "Energy levels of Wannier excitons in GaAs – Ga_{1-x}Al_xAs quantum-well structures," *Phys. Rev. B*, vol. 29, pp. 1807–1812, Feb 1984.
- [127] D. A. B. Miller, D. S. Chemla, T. C. Damen, A. C. Gossard, W. Wiegmann, T. H. Wood, and C. A. Burrus, "Electric field dependence of optical absorption near the band gap of quantum-well structures," *Phys. Rev. B*, vol. 32, pp. 1043– 1060, Jul 1985.
- [128] D. Orani, A. Polimeni, A. Patanè, M. Capizzi, F. Martelli, A. D'Andrea, N. Tomassini, P. Borri, M. Gurioli, and M. Colocci, "Binding Energy and Lifetime of Excitons in In_xGa_{1-x}As/GaAs Quantum Wells," *physica status solidi (a)*, vol. 164, no. 1, pp. 107–110, 1997.
- [129] M. Grundmann and D. Bimberg, "Theory of random population for quantum dots," *Phys. Rev. B*, vol. 55, pp. 9740–9745, Apr 1997.
- [130] J. Gomis-Bresco, G. M. noz Matutano, J. Martínez-Pastor, B. Alén, L. Seravalli, P. Frigeri, G. Trevisi, and S. Franchi, "Random population model to explain the recombination dynamics in single InAs/GaAs quantum dots under selective optical pumping," *New Journal of Physics*, vol. 13, no. 2, p. 023022, 2011.
- [131] S. Völk, F. Knall, F. J. R. Schülein, T. A. Truong, H. Kim, P. M. Petroff, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Direct observation of dynamic surface acoustic wave controlled carrier injection into single quantum posts using phaseresolved optical spectroscopy," *Applied Physics Letters*, vol. 98, no. 2, p. 023109, 2011.
- [132] T. Reusch, F. Schülein, C. Bömer, M. Osterhoff, A. Beerlink, H. J. Krenner, A. Wixforth, and T. Salditt, "Standing surface acoustic waves in LiNbO₃ studied by time resolved X-ray diffraction at Petra III," *AIP Advances*, vol. 3, no. 7, p. 072127, 2013.
- [133] D. E. Aspnes and A. A. Studna, "Dielectric functions and optical parameters of Si, Ge, GaP, GaAs, GaSb, InP, InAs, and InSb from 1.5 to 6.0 eV," *Phys. Rev. B*, vol. 27, pp. 985–1009, Jan 1983.
- [134] H. Akiyama, T. Matsusue, and H. Sakaki, "Carrier scattering and excitonic effects on electron-hole-pair diffusion in nondoped and *p*-type-modulationdoped GaAs/Al_xGa_{1-x} As quantum-well structures," *Phys. Rev. B*, vol. 49, pp. 14523–14530, May 1994.
- [135] A. Savitzky and M. J. E. Golay, "Smoothing and Differentiation of Data by Simplified Least Squares Procedures," *Analytical Chemistry*, vol. 36, no. 8, pp. 1627–1639, 1964.

- [136] H. H. Madden, "Comments on the Savitzky-Golay convolution method for least-squares-fit smoothing and differentiation of digital data," *Analytical Chemistry*, vol. 50, no. 9, pp. 1383–1386, 1978.
- [137] M. Rotter, C. Rocke, S. Böhm, A. Lorke, A. Wixforth, W. Ruile, and L. Korte, "Single-chip fused hybrids for acousto-electric and acousto-optic applications," *Applied Physics Letters*, vol. 70, no. 16, pp. 2097–2099, 1997.
- [138] M. Rotter, A. V. Kalameitsev, A. O. Govorov, W. Ruile, and A. Wixforth, "Charge Conveyance and Nonlinear Acoustoelectric Phenomena for Intense Surface Acoustic Waves on a Semiconductor Quantum Well," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 82, pp. 2171–2174, Mar 1999.
- [139] J. Houel, A. V. Kuhlmann, L. Greuter, F. Xue, M. Poggio, B. D. Gerardot, P. A. Dalgarno, A. Badolato, P. M. Petroff, A. Ludwig, D. Reuter, A. D. Wieck, and R. J. Warburton, "Probing Single-Charge Fluctuations at a GaAs/AlAs Interface Using Laser Spectroscopy on a Nearby InGaAs Quantum Dot," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 108, p. 107401, Mar 2012.
- [140] A. Babiński, J. Borysiuk, S. Kret, M. Czyż, A. Golnik, S. Raymond, and Z. R. Wasilewski, "Natural quantum dots in the InAs/GaAs wetting layer," *Applied Physics Letters*, vol. 92, no. 17, p. 171104, 2008.
- [141] M. Zecherle, C. Ruppert, E. C. Clark, G. Abstreiter, J. J. Finley, and M. Betz, "Ultrafast few-fermion optoelectronics in a single self-assembled InGaAs/GaAs quantum dot," *Phys. Rev. B*, vol. 82, p. 125314, Sep 2010.
- [142] K. Saito, M. Wubs, S. Kohler, P. Hänggi, and Y. Kayanuma, "Quantum state preparation in circuit QED via Landau-Zener tunneling," *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 76, no. 1, p. 22, 2006.
- [143] J. B. Kinzel, D. Rudolph, M. Bichler, G. Abstreiter, J. J. Finley, G. Koblmüller, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Directional and Dynamic Modulation of the Optical Emission of an Individual GaAs Nanowire Using Surface Acoustic Waves," *Nano Letters*, vol. 11, no. 4, pp. 1512–1517, 2011.
- [144] S. Völk, F. Knall, F. J. R. Schülein, T. A. Truong, H. Kim, P. M. Petroff, A. Wixforth, and H. J. Krenner, "Surface acoustic wave mediated carrier injection into individual quantum post nano emitters," *Nanotechnology*, vol. 23, no. 28, p. 285201, 2012.
- [145] F. Ding, R. Singh, J. D. Plumhof, T. Zander, V. Křápek, Y. H. Chen, M. Benyoucef, V. Zwiller, K. Dörr, G. Bester, A. Rastelli, and O. G. Schmidt, "Tuning the Exciton Binding Energies in Single Self-Assembled InGaAs/GaAs Quantum Dots by Piezoelectric-Induced Biaxial Stress," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 104, p. 067405, Feb 2010.

- [146] K. D. Jöns, R. Hafenbrak, R. Singh, F. Ding, J. D. Plumhof, A. Rastelli, O. G. Schmidt, G. Bester, and P. Michler, "Dependence of the Redshifted and Blueshifted Photoluminescence Spectra of Single In_xGa_{1-x}As/GaAs Quantum Dots on the Applied Uniaxial Stress," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 107, p. 217402, Nov 2011.
- [147] H. Drexler, D. Leonard, W. Hansen, J. P. Kotthaus, and P. M. Petroff, "Spectroscopy of Quantum Levels in Charge-Tunable InGaAs Quantum Dots," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 73, pp. 2252–2255, Oct 1994.
- [148] J. J. Finley, P. W. Fry, A. D. Ashmore, A. Lemaître, A. I. Tartakovskii, R. Oulton, D. J. Mowbray, M. S. Skolnick, M. Hopkinson, P. D. Buckle, and P. A. Maksym, "Observation of multicharged excitons and biexcitons in a single In-GaAs quantum dot," *Phys. Rev. B*, vol. 63, p. 161305, Apr 2001.
- [149] M. E. Straumanis and C. D. Kim, "Phase extent of gallium arsenide determined by the lattice constant and density method," *Acta Crystallographica*, vol. 19, pp. 256–259, Aug 1965.
- [150] I. Strzalkowski, S. Joshi, and C. R. Crowell, "Dielectric constant and its temperature dependence for GaAs, CdTe, and ZnSe," *Applied Physics Letters*, vol. 28, no. 6, pp. 350–352, 1976.
- [151] G. Arlt and P. Quadflieg, "Piezoelectricity in III-V Compounds with a Phenomenological Analysis of the Piezoelectric Effect," *physica status solidi* (b), vol. 25, no. 1, pp. 323–330, 1968.
- [152] T. B. Bateman, H. J. McSkimin, and J. M. Whelan, "Elastic Moduli of Single-Crystal Gallium Arsenide," *Journal of Applied Physics*, vol. 30, no. 4, pp. 544– 545, 1959.
- [153] H. J. McSkimin, A. Jayaraman, and J. P. Andreatch, "Elastic Moduli of GaAs at Moderate Pressures and the Evaluation of Compression to 250 kbar," *Journal of Applied Physics*, vol. 38, no. 5, pp. 2362–2364, 1967.
- [154] C. W. Garland and K. C. Park, "Low-Temperature Elastic Constants of Gallium Arsenide," *Journal of Applied Physics*, vol. 33, no. 2, pp. 759–760, 1962.

Danksagung

Sowohl für das Entstehen dieser Arbeit, besonders aber für den laufenden Forschungsbetrieb im Labor und der Präparation haben sehr viele Kollegen und Freunde beigetragen. Einige möchte ich besonders hervorheben und meinen Dank aussprechen:

- Ohne Hoob keine Hoob-Group. Soviel steht fest! Ich könnte mir niemanden vorstellen, der diese Aufgabe hätte besser meistern können! Vielen Dank Hubert für die unablässige Unterstützung und Finanzierung.
- Achim Wixforth für die Möglichkeit, in einer großartigen wissenschaftlichen Umgebung zu Forschen und diese Arbeit anzufertigen. Für jegliche Fragen und sämtliche Anliegen fand ich bei ihm ein offenes Ohr mit stets innovativen Ideen und lenkenden Denkanstößen. Auch an dieser Stelle vielen Dank für die Finanzierung.
- Jörg Kinzel, Alexander Hupfer und Marcin Malecha für diverse Bastelstunden zur Kühlung, Kranweihe, Elektronenstrahlen, LabViewTM, Ausflüge an die Donau bzw. Elbe und vieles mehr.
- Jens Pustiowski für die Prozessierung der Epi-Schicht, welche zu den Ergebnissen der SAW-induzierten Ladungsträgerdynamik im Quantentopf ganz wesentlich beigetragen hat.
- Ich danke besonders Kai Müller und allen involvierten Mitarbeitern des Walter Schottky Instituts um die Arbeitsgruppe von Gerhard Abstreiter und Jonathan Finley für hilfreiche Diskussionen sowie für das hervorragende Probenmaterial.
- Den Arbeitsgruppen von Armando Rastelli, Oliver Schmidt, Andreas Wieck, Dirk Reuter und Gabriel Bester für das Bereitstellen von Quantenpunkt-Proben und -Simulationen.
- Die Sechs Kurzen und die Freibierlätschn.
- Für die Instandhaltung der Gerätschaften und des laufenden Forschungsbetriebs: Andreas und Andreas, Sidi, Olga und Funda. Ohne diese Personen wäre kein reibungsloses Arbeiten denkbar!
- Dem gesamten Lehrstuhl für Experimentalphysik I und besonders der Hoob-Group für die großartige Zusammenarbeit in SAW- und Optik-spezifischen Fragen, aber auch im sozialen Umfeld!
- Meiner Familie, die mir durch ihren unermüdlichen Rückhalt und Unterstützung letztendlich die Zeit am Lehrstuhl und damit die Arbeit ermöglicht haben.

Diese Arbeit wurde durch die Nanosystems Initiative Munich (NIM) finanziell unterstützt. Das von der Exzellenzinitiative bereitgestellte Netzwerk zwischen den beteiligen Forschungsgruppen war überaus hilfreich für die Kommunikation und den Wissensaustausch.

Lebenslauf

Name:	Florian Johann Reinhard Schülein
Geburtstag:	4. Dezember 1982
Geburtsort:	Augsburg
09.1989 - 06.2002	Schulbildung Luitpold-Grundschule Augsburg Rudolf-Diesel-Gymnasium Augsburg Abschluss mit Allgemeiner Hochschulreife
07.2002 - 03.2003	Wehrdienst
07.2002 - 03.2003 10.2003 - 09.2009	Wehrdienst Studium Universität Augsburg Abschluss mit Diplom Physik