Unternehmenswert und Ausfallrisiko: zur Übereinstimmung CAPM- und OPM-basierter Bewertung im einperiodigen Trinomialmodell

Andreas W. Rathgeber, Hermann-Josef Tebroke

Angaben zur Veröffentlichung / Publication details:

Rathgeber, Andreas W., and Hermann-Josef Tebroke. 2003. "Unternehmenswert und Ausfallrisiko: zur Übereinstimmung CAPM- und OPM-basierter Bewertung im einperiodigen Trinomialmodell." In Finanzwirtschaft, Kapitalmarkt und Banken: Festschrift für Professor Dr. Manfred Steiner zum 60. Geburtstag, edited by Andreas W. Rathgeber, 143–61. Stuttgart: Schäffer-Poeschel.

Andreas Rathgeber / Hermann-Josef Tebroke
Martin Wallmeier (Hrsg.)

Finanzwirtschaft, Kapitalmarkt und Banken

Festschrift für Professor Dr. Manfred Steiner
zum 60. Geburtstag

2003
Schäffer-Poeschel Verlag Stuttgart

Unternehmenswert und Ausfallrisiko

Zur Übereinstimmung CAPM- und OPM-basierter Bewertung im einperiodigen Trinomialmodell

Hermann-Josef Tebroke/Andreas Rathgeber*

---

* Prof. Dr. Hermann-Josef Tebroke, Lehrstuhl für Finanzwirtschaft und Bankbetriebslehre an der Universität Bayreuth; Dipl.-Oec. Andreas Rathgeber, Universität Augsburg.

A. Einleitung

Im Barwertkalkül ergibt sich der Wert eines Unternehmens aus der Diskontierung der zukünftigen Überschüsse auf den Bewertungsstichtag. Als Diskontsatz dient der Kapitalkostensatz, der nach den derzeit vorherrschenden Discounted-Cash-Flow-Verfahren bevorzugt unter Rückgriff auf das Capital-Asset-Pricing-Modell (CAPM) bestimmt wird.[1] Nach dem CAPM ergeben sich im Gleichgewicht die Kapitalkosten als zu erwartende Rendite aus einem sicheren Zinssatz zuzüglich einer Risikoprämie in Höhe des Produkts aus Marktrisikoprämie und systematischem Risiko der Kapitalanlage. Erfolgt die Investition unter Einsatz von risikolosem Fremdkapital, steigen das Risiko der Investoren/Eigenkapitalgeber und ihre zu erwartende Rendite mit dem Verschuldungsgrad linear an. Aber infolge der Substitution des immer teureren Eigenkapitals durch gleichbleibend günstiges Fremdkapital bleiben die gewichteten Gesamtkapitalkosten (wacc) konstant. Insofern besteht Übereinstimmung mit der These von Modigliani/Miller[2] von der Irrelevanz der Kapitalstruktur, die besagt, dass (unter bestimmten Bedingungen) der Wert des Unternehmens und die Höhe der Gesamtkapitalkosten allein vom leistungswirtschaftlichen Risiko abhängen. Ihre Argumentation stützt sich auf Arbitrageüberlegungen, nach denen auf arbitragefreien Märkten gleiche Güter (hier: gleiche Rendite/Risiko-Positionen) gleich bepreist sein müssen.

Für die Praxis der Unternehmensbewertung erscheint es fragwürdig, (implizit) von risikolosem Fremdkapital auszugehen[3] und somit im Bewertungsmodell Kapitalkosten anzusetzen, die mit zunehmender Verschuldung linear steigende Eigenkapitalkosten unterstellen – und das auch dann noch, wenn bei beschränkter Haftung des Eigenkapitalgebers ein Teil des Risikos auf den Fremdkapitalgeber abgewälzt wird.[4]

Offensichtlich ergibt sich im Falle ausfallrisikobehafteten Fremdkapitals eine Risikoverteilung zwischen Eigen- und Fremdkapitalgeber, die derjenigen aus Optionskontrakten entspricht.[5] Also liegt es nahe, zur Berücksichtigung des Ausfallrisikos unter-

---

1 Vgl. etwa Ballwieser (1998), S. 82 f. Gelegentlich wird der Einsatz des CAPM gar als Wesensmerkmal von Discounted-Cash-Flow-Verfahren aufgefasst.

2 Vgl. Modigliani/Miller (1958), S. 267 ff.

3 Vgl. etwa Breuer (2001), S. 1512; Miles/Ezzel (1985), S. 1485; Schwetzler/Darijtschuk (1999), S. 296 und Wallmeier (1999), S. 1475.

4 Die Annahme risikolosen Fremdkapitals wird gerade auch aus der Praxis angesichts der zum Teil erheblichen Ausfallrisiken und der empirisch keineswegs konstanten Kreditzinssätze kritisiert, und es wird der Verdacht geäußert, dass Unternehmen mit verhältnismäßig großen Risiken zu hoch bewertet werden, weil Risiken der Kreditgeber unzureichend erfasst werden.

5 Vgl. Hartmann-Wendels (2001), S. 516 ff. oder Mason/Merton (1985), S. 11 ff. Verlaufen die Geschäfte des Unternehmens günstig, erhält der Fremdkapitalgeber den vereinbarten Kapitaldienst zurück, ohne darüber hinaus an dem wirtschaftlichen Erfolg teilzuhaben. Reichen dagegen die Überschüsse aufgrund eines ungünstigen Geschäftsverlaufs nicht aus, den Kapitaldienst zu erbringen, erleidet der Fremdkapitalgeber Einbußen. Anstelle des vereinbarten Betrags bekommt er den geringeren noch verfügbaren Betrag, im Extrem gar nichts. Zwar erhält in diesem Falle auch der Eigenkapitalgeber nichts, aber es steht diesem begrenzten Verlustrisiko eine nach oben grundsätzlich nicht begrenzte Chance gegenüber, an der der Fremdkapitalgeber nicht beteiligt wird. Insofern geht der

stützend oder alternativ auf Modelle zurückzugreifen, die in der Optionspreistheorie verwandt werden und eine Bewertung unter dem Paradigma arbitragefreier Märkte vornehmen (OPM). Dabei ist darauf zu achten, ob und unter welchen Bedingungen ein Übergang von der OPM- in die CAPM-Welt möglich und sinnvoll ist.

Im Folgenden werden wir für beide Bewertungsansätze (Kapitel B) untersuchen, wie sich der Wert von Eigenkapital und Fremdkapital mit dem Ausfallrisiko in Folge zunehmender Verschuldung verändert. Dies geschieht allgemein und anhand eines konkreten Beispiels in der 2-Zeitpunkte-3-Zustände-Welt (einperiodiger Trinomialansatz).[1] So lässt sich darauf aufbauend für einfache Beispiele zeigen (Kapitel C), wie die Bereitstellung von Sicherheiten durch den Eigenkapitalgeber zu bewerten ist und welche Veränderungen sich vor dem Hintergrund des Wertadditivitätstheorems für den Wert des Eigen- und Fremdkapitals in Folge von Fusionen ergeben. Die Ergebnisse werden im Schlusskapitel D zusammengefasst und über eine Grenzbetrachtung des n-Nomialansatzes auf die Perspektive einer Bewertung von Unternehmen in einem Kontinuum von Zuständen ausgerichtet.

B. Einfluss der Fremdfinanzierung auf Kapitalwerte und Kapitalkosten bei Ausfallrisiko

I. Prämissen und Ausgangsbeispiel

Zur Bewertung stehe im Zeitpunkt t_0 ein Unternehmen, das aus dem operativen Geschäft zum Zeitpunkt t_1 einen unsicheren leistungswirtschaftlichen Zahlungsüberschuss X (in Geldeinheiten) erwartet. Im Folgenden werden drei Zustände u, m und d mit den Wahrscheinlichkeiten p_u, p_m und p_d unterschieden, für die die Überschüsse $X_u>X_m>X_d$ betragen. Durch die exogene Modellierung ist der Überschuss nur vom leistungswirtschaftlichen Erfolg und nicht von der Finanzierungsseite abhängig.[2] Das Unternehmen hat Fremdkapital aufgenommen und sich im Gegenzug verpflichtet, an den Fremdkapitalgeber vom Überschuss (sofern dieser ausreicht) zum Zeitpunkt t_1 eine Zins- und Tilgungszahlung in Höhe von B zu leisten. Die Bewertung des Unternehmens erfolgt

---

Fremdkapitalgeber quasi die Position des Verkäufers einer Verkaufsoption mit dem Unternehmen als Basisgegenstand und dem Kapitaldienst als Basispreis ein.

1 Zur Abbildung des Risikos als "mehr"wertige Erwartung hätten auch zwei Zustände genügt; die Modellierung mit Hilfe von drei Zuständen erzeugt mehr Freiheitsgrade bzgl. der Unsicherheit, die bei den weiterführenden Überlegungen zur Sicherheitenstellung und Fusion von Unternehmen benötigt werden und die Richtung auf ein n-Nomialmodell aufzeigen. Die Beschränkung auf zwei Zeitpunkte erfolgt mit Rücksicht auf das (einperiodige) CAPM. Zum mehrperiodigen CAPM und dem Einsatz im Bereich der Bewertung vgl. u. a. Fama (1977), S. 3 ff. oder Richter/Drukarczyk (2001), S. 628 ff.

2 Insbesondere wird angenommen, dass es keine Steuern oder ähnliche Einflüsse gibt, die eine Finanzierungsart begünstigen und damit den zur Verteilung stehenden Überschuss beeinflussen. Die Modellstruktur kann aber um spezielle Steuerarten erweitert werden. Zu solchen Erweiterungen ohne Ausfallrisiko vgl. etwa Steiner/Wallmeier (1999), S. 1 ff.

unter den Marktbedingungen des CAPM:[1] So existiert ein beliebig teilbares und jederzeit handelbares Marktportfolio M, das in t_0 für t_1 eine unsichere Rendite r^M erwarten lässt. Sichere Anlagen werden mit einem Zins r^F bedient.

Konkret soll für das im Folgenden zu betrachtende Unternehmen X_u=650, X_m=425 und X_d=325 sein. Die Wahrscheinlichkeiten dafür betragen p_u=0,5, p_m=0,3 und p_d=0,2. Damit ergibt sich ein Erwartungswert der Überschüsse von E(X)=517,50. Für das Marktportfolio werden die zustandsabhängigen Renditen mit r_u^M=30%, r_m^M=10% und r_d^M=-15% angesetzt, woraus sich Erwartungswert und Varianz der Marktrendite $E(r^M)=0{,}15$ und $var(r^M)=0{,}03$ sowie eine Kovarianz der Marktrendite mit den leistungswirtschaftlichen Überschüssen $cov(X,r^M)=22{,}875$ ergeben. Der Zinssatz, zu dem sicher Geld aufzunehmen und anzulegen ist, betrage $r^F=0{,}08$.

II. Berechnung der Kapitalwerte nach dem CAPM bei ausfallrisikolosem Fremdkapital

Nach dem CAPM beträgt die zu erwartende Rendite für eine Investition i in Abhängigkeit vom systematischen Risiko

$$E(r^i) = r^F + [E(r^M) - r^F] \cdot \beta^i = r^F + [E(r^M) - r^F] \cdot \frac{cov(r^i, r^M)}{var(r^M)} = r^F + \lambda \cdot cov(r^i, r^M).$$

Der Wert der Investition lässt sich alternativ über die Abzinsung des Erwartungswertes der Rückflüsse E(X) mit der zu erwartenden Rendite $E(r^i)$ oder über die Preisgleichung für den Gegenwartswert P^i in der sog. Sicherheitsäquivalenteschreibweise (Lambda-Form) bestimmen:[2]

$$P^i = \frac{E(X)}{1 + r^F + [E(r^M) - r^F] \cdot \beta^i} = \frac{E(X) - \frac{E(r^M) - r^F}{var(r^M)} \cdot cov(X, r^M)}{1 + r_F} = \frac{E(X) - \lambda \cdot cov(X, r^M)}{1 + r_F}$$

$$\text{mit } \beta^{EK} = \frac{cov(r^i, r^M)}{var(r^M)} = \frac{cov(X^i / P^i - 1, r^M)}{var(r^M)} = \frac{1}{P^i} \cdot \frac{cov(X^i, r^M)}{var(r^M)}.$$

Der Wert λ stellt einen Preisfaktor dar. Er bringt zum Ausdruck, welcher Preis pro Einheit des über die Kovarianz gemessenen Risikos erwartet werden darf. Nach dem CAPM beinhaltet er im Marktgleichgewicht nicht nur die homogenen Erwartungen bzgl. Varianz und Erwartungswert der unsicheren Marktrendite, sondern auch das Ausmaß der allgemeinen Risikoaversion. Über λ nimmt mit zunehmendem Risiko der

[1] Vgl. Perridon/Steiner (2002), S. 269 ff. Insbesondere sei darauf hingewiesen, dass annahmegemäß homogene Erwartungen der Marktteilnehmer bzgl. Renditen und Kovarianzen der Renditen bestehen. Insbesondere existiert keine Informationsasymmetrie aufgrund unterschiedlich verteilter Möglichkeiten der Bewertung von und Einflussnahme auf die Ergebnisse von Investitionen.

[2] Vgl. Perridon/Steiner (2002), S. 513 f.

betrachteten Anlage der Risikoabschlag vom Erwartungswert der Rückflüsse zu. Der Erwartungswert der unsicheren Zahlungen wird in eine äquivalente sichere Zahlung übersetzt, die dann mit dem risikolosen Zins auf den Bewertungszeitpunkt diskontiert werden kann.

In einem ersten Schritt sei nun angenommen, dass das Fremdkapital des Unternehmens risikolos ist, dass also der Zahlungsüberschuss X in jedem Fall – insbesondere im ungünstigsten Fall d – ausreicht, die vereinbarte Zins- und Tilgungszahlung B zu leisten: $B \leq X_d$. Für den Eigenkapitalgeber verbleibt damit S=X-B. Das Beispiel fortführend sei $B=320 \leq X_d=325$. Damit sind $S_u=330$, $S_m=105$ und $S_d=5$ mit einem Erwartungswert von E(S)=197,50, einer Varianz von var(S)=18756,25 und einer Kovarianz mit der Marktrendite von $cov(S,r^M)=22{,}875$.

Für die Eigenkapitalgeber lässt sich mit einem Preisfaktor

$$\lambda = \frac{E(r^M) - r^F}{var(r^M)} = \frac{0{,}15 - 0{,}08}{0{,}03} = 2{,}\overline{3}$$

der Wert seines Anspruchs, im Folgenden kurz Wert des Eigenkapitals P^{EK}, in Höhe von

$$P^{EK} = \frac{E(S) - \lambda \cdot cov(S, r^M)}{1 + r^F} = \frac{197{,}50 - 2{,}\overline{3} \cdot 22{,}875}{1 + 0{,}08} = 133{,}449\,.$$

bestimmen. Der Wert des risikolosen Anspruchs des Fremdkapitalgebers, im Folgenden kurz Wert des Fremdkapitals P^{FK}, berechnet sich wegen $cov(B,r^M)=0$ zu

$$P^{FK} = \frac{B}{1 + r^F} = 296{,}296$$

und ergibt zusammen mit dem Wert des Eigenkapitals den Wert des Unternehmens insgesamt, im Folgenden kurz Unternehmenswert, $P^{GK}=133{,}449+262{,}296=429{,}745$.

Aus den Kapitalwerten lassen sich nunmehr der Verschuldungsgrad zu Marktwerten $V=P^{FK}/P^{EK}=2{,}220$ und die zu erwartende Verzinsung des Eigenkapitals berechnen, die sich auch über das Eigenkapitalbeta ergibt:

$$E(r^{EK}) = \frac{E(S)}{P^{EK}} - 1 = 0{,}480 = 0{,}08 + [0{,}15 - 0{,}08] \cdot 5{,}714 = 0{,}480$$

$$\text{mit } \beta^{EK} = \frac{1}{133{,}449} \cdot \frac{22{,}875}{0{,}03} = 5{,}714\,.$$

Zwischen dem Eigenkapitalbeta und dem Beta des Unternehmens insgesamt – und damit auch zwischen der erwarteten Eigenkapitalrendite und dem Eigenkapitalbeta – besteht ein linearer Zusammenhang: Da die Kovarianz $cov(S,r^M)$ der Zahlungen an den Eigenkapitalgeber mit der Marktrendite der Kovarianz $cov(X,r^M)$ der gesamten Zahlungsüberschüsse mit der Marktrendite entspricht, folgt aus

$$\beta^{EK} = \frac{cov(S, r^M)}{P^{EK} \cdot Var(r^M)} \text{ und } \beta^{GK} = \frac{cov(X, r^M)}{P^{GK} \cdot Var(r^M)}$$

$$\beta^{EK} = \frac{P^{GK}}{P^{EK}} \cdot \beta^{GK} = (1+V) \cdot \beta^{GK},$$

$$\text{hier konkret: } \beta^{EK} = (1+2{,}220) \cdot \frac{22{,}875}{429{,}745 \cdot 0{,}03} = (1+2{,}220) \cdot 1{,}774 = 5{,}714.$$

III. Bestimmung der Werte von Eigen- und Fremdkapital nach dem CAPM bei Ausfallrisiko

Durch eine Erhöhung des Fremdkapitalanteils oder eine Zunahme des leistungswirtschaftlichen Risikos kann der Fall auftreten, dass der Zahlungsüberschuss in mindestens einem Zustand, der mit positiver Wahrscheinlichkeit erreicht wird, nicht mehr ausreicht, die Zins- und Tilgungszahlung in vollem Umfang zu leisten. Damit ist das Fremdkapital ausfallbedroht, falls, wie im Folgenden unterstellt, keine Nachschusspflicht des Eigenkapitalgebers besteht.

Nachfolgend sei angenommen, dass bei unverändertem leistungswirtschaftlichem Risiko infolge einer erhöhten Fremdkapitaldienstvereinbarung mindestens im Zustand d die Ansprüche der Fremdkapitalgeber nicht vollständig erfüllt werden können (X_d<B). Die dem Eigenkapitalgeber zufließende Zahlung ergibt sich demnach als positiver Überschuss des leistungswirtschaftlichen Ergebnisses über die Zins und Tilgungsverpflichtung, also S=max(X-B;0). Gleichzeitig wird angenommen, dass in mindestens einem mit positiver Wahrscheinlichkeit erreichbaren Zustand die Möglichkeit besteht, dass der Eigenkapitalgeber Zahlungen erhält. Andernfalls würden immer sämtliche Zahlungsüberschüsse dem Fremdkapitalgeber zufließen, so dass – abgesehen davon, dass sich ein Einsatz des Eigenkapitalgebers sicher nicht lohnen würde – der Fremdkapitalgeber faktisch zum Eigenkapitalgeber eines „unverschuldeten Unternehmens“ würde.

Im konkreten Beispiel ist die gewünschte Bedingung $X_u>B>X_d$ erfüllt, wenn der Anspruch des Fremdkapitalgebers 650>B>325 beträgt; wir setzen B=450. Das bedeutet $S_u=200$, $S_m=0$ und $S_d=0$. Zur Berechnung des Eigenkapitalwertes wird wieder auf die Lambda-Form der Preisgleichung zurückgegriffen. Mit

$$E(S) = (X_u - B) \cdot p_u + \max(X_m - B;0) \cdot p_m + 0 \cdot p_d = 100{,}000 \text{ und}$$

$$cov(S, r^M) = (X_u - B) \cdot r_u^M \cdot p_u + \max(X_m - B;0) \cdot r_m^M \cdot p_m + 0 - E(S) \cdot E(r^M) = 15{,}000$$

ergibt sich der Wert des Eigenkapitals zu

$$P^{EK} = \frac{E(S) - \lambda \cdot cov(S, r^M)}{1 + r^F} = \frac{100 - 2{,}\overline{3} \cdot 15}{1{,}08} = 60{,}185.$$

Da die Zahlungen an den Fremdkapitalgeber nicht sicher sind, verbietet sich – anders als in Kapitel B.II – eine Diskontierung der vereinbarten Rückzahlung mit dem sicheren Zinssatz. Die tatsächlichen Zahlungen betragen $B^*=\min(B;X)$. Mit $X_u>B>X_d$ sind

$$E(B^*) = B\cdot p_u + \min(B;X_m)\cdot p_m + X_d\cdot p_d = 417{,}500 \text{ und}$$

$$\mathrm{cov}(B^*,r^M) = B\cdot r_u^M\cdot p_u + \min(B;X_m)\cdot r_m^M\cdot p_m + X_d\cdot r_d^M\cdot p_d - E(B^*)\cdot E(r^M) = 7{,}875.$$

Analog dem Vorgehen bei der Ermittlung des Eigenkapitalwertes ergibt sich der Wert des Fremdkapitals zu

$$P^{FK} = \frac{E(B^*) - \lambda\cdot\mathrm{cov}(B^*,r^M)}{1+r^F} = \frac{417{,}500 - 2{,}\bar{3}\cdot 7{,}875}{1{,}08} = 369{,}560\,.$$

IV. Bestimmung der Werte von Eigen- und Fremdkapital als bedingte Ansprüche bei Ausfallrisiko

Durch die mit dem Ausfallrisiko einzuführenden Maximums- und Minimumsfunktionen wird deutlich, dass die Ansprüche der Kapitalgeber an das Unternehmen als bedingte Ansprüche betrachtet werden können. Um die Ansprüche auch mit Hilfe von Ansätzen, wie sie aus der Optionspreistheorie bekannt sind, bewerten zu können, ist für die Marktbedingungen, unter denen die Bewertung erfolgen soll, zu fordern, dass (1) der Markt „spannend" ist in dem Sinne, dass für jede hier betrachtete Position mindestens eine vergleichbare Position existiert oder durch Kombinationen existierender Positionen nachzubilden ist, so dass Arbitrageüberlegungen möglich werden,[1] und dass (2) die verfügbaren Positionen arbitragefrei bewertet sind.[2]

Wie in Abschnitt B.III wollen wir die Bewertung für einen einperiodigen Trinomialansatz vornehmen. Um für drei Zustände rechnen zu können, müssen mindestens drei Positionen mit voneinander linear unabhängigen Zahlungen vorhanden sein.[3] Neben der risikolosen Anlagemöglichkeit werden also noch mindestens zwei unabhängige Wertpapiere i benötigt. Die Gleichgewichtsbedingungen des CAPM vorausgesetzt, gilt nicht nur für die risikolose Anlage und das Marktportefeuille, sondern für jedes Wertpapier i (vgl. Kapitel B.II)

$$E(r^i) = r^F + \lambda\cdot\mathrm{cov}(r^i,r^M),$$

---

1 Ein „spannender" Markt ist beispielsweise bei Modigliani/Miller gegeben, da hier unterschiedlich verschuldete Unternehmen mit demselben leistungswirtschaftlichen Risiko nebeneinander existieren. Vgl. Modigliani/Miller (1958), S. 266.

2 Im CAPM sind alle verfügbaren Wertpapiere arbitragefrei bewertet. Damit sind denkbare zusätzliche Investitionen nicht eingeschlossen, und in diesem Sinne ist der Markt des CAPM unvollständig.

3 Wir setzen damit voraus, dass auf dem Markt des CAPM mindestens genauso viele unabhängige Wertpapiere existieren, wie Zustände unterschieden werden können. Andernfalls ist das System unterbestimmt. Vgl. Irle (1998), S. 18 und S. 32.

woraus folgt, dass der risikolose Zinssatz über jedes Wertpapier dargestellt werden kann als

$$r^F = E(r^i) - \lambda \cdot cov(r^i, r^M).$$

Für den hier betrachteten 3-Zustände-Fall bedeutet dies

$$\begin{aligned} r^F &= [p_u \cdot r_u^i + p_m \cdot r_m^i + p_d \cdot r_d^i] - \lambda \cdot [p_u \cdot r_u^i \cdot r_u^m + p_m \cdot r_m^i \cdot r_m^M + p_d \cdot r_d^i \cdot r_d^M - E(r^i) \cdot E(r^M)] \\ &= [p_u \cdot r_u^i + p_m \cdot r_m^i + p_d \cdot r_d^i] - \lambda \cdot [p_u \cdot r_u^i \cdot r_u^m + p_m \cdot r_m^i \cdot r_m^M + p_d \cdot r_d^i \cdot r_d^M] \\ &\quad + \lambda \cdot [p_u \cdot r_u^i \cdot E(r^M) + p_m \cdot r_m^i \cdot E(r^M) + p_d \cdot r_d^i \cdot E(r^M)], \end{aligned}$$

woraus sich ergibt:

$$\begin{aligned} r^F &= p_u \cdot r_u^i - \lambda \cdot p_u \cdot r_u^i \cdot r_u^M + \lambda \cdot p_u \cdot r_u^i \cdot E(r^M) + p_m \cdot r_m^i - \lambda \cdot p_m \cdot r_m^i \cdot r_m^M + \lambda \cdot p_m \cdot r_m^i \cdot E(r^M) \\ &\quad + p_d \cdot r_d^i - \lambda \cdot p_d \cdot r_d^i \cdot r_d^M + \lambda \cdot p_d \cdot r_d^i \cdot E(r^M) \\ r^F &= r_u^i \cdot p_u \cdot [1 - \lambda \cdot (r_u^M - E(r^M))] + r_m^i \cdot p_m \cdot [1 - \lambda \cdot (r_m^M - E(r^M))] \\ &\quad + r_d^i \cdot p_d \cdot [1 - \lambda \cdot (r_d^M - E(r^M))]. \end{aligned}$$

Definiert man

$$q_u = p_u \cdot [1 - \lambda \cdot (r_u^M - E(r^M))] \text{ und } q_m = p_m \cdot [1 - \lambda \cdot (r_m^M - E(r^M))]$$
$$\text{und } q_d = p_d \cdot [1 - \lambda \cdot (r_d^M - E(r^M))]$$

als Pseudowahrscheinlichkeiten der jeweiligen Zustände u, m und d, lässt sich für jedes Wertpapier i vereinfacht schreiben:

$$r^F = q_u \cdot r_u^i + q_m \cdot r_m^i + q_d \cdot r_d^i.$$ [1]

Die Pseudowahrscheinlichkeiten q summieren sich wie die Wahrscheinlichkeiten p zu 1. Allerdings sind sie gegenüber diesen mit Rücksicht auf die aktuellen Marktbedingungen zugunsten der ungünstigeren Zustände verschoben; die ungünstigen Zustände werden stärker gewichtet als die günstigen.[2] Im konkreten Beispiel ergeben sich:

$$p_u = 0{,}5 \rightarrow q_u = 0{,}5 \cdot (1 - 2{,}\overline{3} \cdot (0{,}30 - 0{,}15)) = 0{,}325$$

und analog q_m=0,335 und q_d=0,340.

Aus der oben stehenden Gleichung für den pseudosicheren Erwartungswert der Rendite ist der pseudosichere Gegenwartswert zukünftiger Zahlungen abzuleiten:

---

[1] Alternativ lassen sich für diesen Fall dreier (n) Zustände die Pseudowahrscheinlichkeiten aus einem System aus drei (n) Gleichungen dieser Art bestimmen. Vgl. Irle (1998), S. 105. Wenn hier Marktportfolio und risikolose Anlage bekannt sind, vereinfacht sich das Vorgehen zur Bestimmung der Pseudowahrscheinlichkeiten wie gezeigt.

[2] Die so bestimmten Pseudowahrscheinlichkeiten sind die Martingalwahrscheinlichkeiten des OPM. Vgl. hierzu Rubinstein (1976), S. 408 ff.; Kruschwitz (1999), S. 255 ff.

$$r^F = q_u \cdot (X_u^i - P^i)/P^i + q_m \cdot (X_m^i - P^i)/P^i + q_d (X_d^i - P^i)/P^i$$
$$P^i \cdot r^F = X_u^i \cdot q_u + X_m^i \cdot q_m + X_d^i \cdot q_d - (P^i \cdot q_u + P^i \cdot q_m + P^i \cdot q_m)$$
$$P^i = \frac{X_u^i \cdot q_u + X_m^i \cdot q_m + X_d^i \cdot q_d}{1 + r^F}.$$

Durch den Einsatz marktbereinigter Pseudowahrscheinlichkeiten erübrigt sich die Bereinigung des Kalkulationszinsfußes oder des erwarteten Überschusses. Es ergeben sich die Werte von Fremd- und Eigenkapital als Erwartungswerte der mit den Pseudowahrscheinlichkeiten gewichteten Zahlungen, diskontiert mit dem risikolosen Zinssatz. Hier konkret:

$$P^{EK} = \frac{S_u \cdot q_u + S_m \cdot q_m + S_d \cdot q_d}{1 + r^F} = \frac{(X_u - B) \cdot q_u + \max(X_m - B;0) \cdot q_m + 0 \cdot q_d}{1 + r^F}$$
$$= \frac{200 \cdot 0{,}325 + 0 \cdot 0{,}335 + 0 \cdot 0{,}340}{1{,}08} = 60{,}185$$

$$P^{FK} = \frac{B_u^* \cdot q_u + B_m^* \cdot q_m + B_d^* \cdot q_d}{1 + r^F} = \frac{B \cdot q_u + \min(X_m; B) \cdot q_m + X_d \cdot q_d}{1 + r^F}$$
$$= \frac{450 \cdot 0{,}325 + 425 \cdot 0{,}335 + 325 \cdot 0{,}340}{1{,}08} = 369{,}560.$$

Wie erwartet, entsprechen die auf OPM-Basis ermittelten Ergebnisse für Eigen- und Fremdkapital denjenigen, die in Kapitel B.III vor dem CAPM-Hintergrund bestimmt wurden. Für einen allgemeineren Nachweis vgl. die Darstellung im Anhang.

V. Kapitalkosten und Unternehmenswert bei Ausfallrisiko

Die aus dem Bewertungszusammenhang abgeleiteten Pseudowahrscheinlichkeiten sind zustandsbezogen und für alle Zahlungsströme gültig. Damit ist die Ermittlung des Unternehmenswertes mit Hilfe der Pseudowahrscheinlichkeiten direkt aus den leistungswirtschaftlichen Überschüssen oder über die Addition der unsicheren Teilzahlungsströme von Eigen- und Fremdkapital (Additivität der Pseudoerwartungswerte) möglich:

$$P^{GK} = \frac{X_u \cdot q_u + X_m \cdot q_m + X_d \cdot q_d}{1 + r^F}$$
$$= \frac{(X_u - B) \cdot q_u + \max(X_m - B;0) \cdot q_m + 0}{1 + r^F} + \frac{B \cdot q_u + \min(X_m; B) \cdot q_m + X_d \cdot q_d}{1 + r^F}$$
$$= P^{EK} + P^{FK}.$$

Für das vorliegende Beispiel ergibt sich hieraus

$$P^{GK} = \frac{650 \cdot 0{,}325 + 425 \cdot 0{,}035 + 325 \cdot 0{,}340}{1 + 0{,}08} = 369{,}560 + 60{,}185 = 429{,}745.$$

Zum selben Ergebnis führt die Bewertung über das CAPM. Hier ist die Additivität der Kovarianzen entscheidend. So gilt wegen

$$\operatorname{cov}(X, r^M) = \operatorname{cov}(S, r^M) + \operatorname{cov}(B^*, r^M)$$

$$p^{GK} = \frac{E(X) - \lambda \cdot \operatorname{cov}(X, r^M)}{1 + r^F}$$

$$= \frac{E(S) + E(B^*) - \lambda \cdot \left[\begin{array}{l}(X_u - B) \cdot r_u^M \cdot p_u + B \cdot r_u^M \cdot p_u + \max(X_m - B; 0) \cdot r_m^M \cdot p_m \\ + \min(X_m; B) \cdot r_m^M \cdot p_m + 0 + X_d \cdot r_d^M \cdot p_d - E(r^M) \cdot \left[E(B^*) + E(S)\right]\end{array}\right]}{1 + r^F}$$

$$= \frac{E(S) + E(B^*) - \lambda \cdot \left[\operatorname{cov}(S, r^M) + \operatorname{cov}(B^*, r^M)\right]}{1 + r^F} = p^{EK} + p^{FK}$$

und hier konkret:

$$p^{GK} = \frac{517{,}5 - 2{,}\overline{3} \cdot 22{,}875}{1{,}08} = 429{,}745.$$

Der Wert des Unternehmens verändert sich unter den gegebenen Prämissen auch bei Aufnahme von ausfallrisikobehaftetem Fremdkapital nicht![1] Die Umverteilung der Risiken zwischen den beiden Zahlungsströmen ist ohne Relevanz für den Wert des Zahlungsstroms insgesamt. Es gilt die Wertadditivität[2] für die Werte von Eigen- und Fremdkapital.

Entsprechend bleiben auch die Gesamtkapitalkosten unverändert. Sie lassen sich über das leistungswirtschaftliche Risiko β^{GK}, das durch die Finanzierungsentscheidung unverändert ist, oder über den Quotienten aus Erwartungswert und Gegenwartswert der ebenfalls unveränderten leistungswirtschaftlichen Überschüsse bestimmen und entsprechen – wie zu zeigen ist – dem gewichteten Durchschnitt aus Eigen- und Fremdkapitalkosten cc^{EK} und cc^{FK}:

$$wacc = r^F + (E(r^M) - r^F) \cdot \beta^{GK} = \frac{E(X)}{p^{GK}} - 1 = \frac{p^{EK}}{p^{GK}} \cdot cc^{EK} + \frac{p^{FK}}{p^{GK}} \cdot cc^{FK}$$

$$= \frac{p^{EK}}{p^{GK}} \cdot \left[r^F + (E(r^M) - r^F) \cdot \beta^{EK}\right] + \frac{p^{FK}}{p^{GK}} \cdot \left[r^F + (E(r^M) - r^F) \cdot \beta^{FK}\right]$$

$$= r^F + (E(r^M) - r^F) \cdot \left[\frac{p^{EK}}{p^{GK}} \cdot \beta^{EK} + \frac{p^{FK}}{p^{GK}} \cdot \beta^{FK}\right],$$

insofern gilt

---

1 Vgl. Merton (1977), S. 247 ff. für eine sogenannte Black/Scholes-Welt oder Ross (1978), S. 465 f. für einen allgemeinen Fall.

2 Der Begriff der Wertadditivität wird hier als Oberbegriff verwendet, der den Begriff der Additivität einschließt. Zur Unterscheidung vgl. Gürtler (1998), S. 22 ff.

$$\beta^{GK} = \frac{P^{EK}}{P^{GK}} \cdot \beta^{EK} + \frac{P^{FK}}{P^{GK}} \cdot \beta^{FK},$$

was wiederum zu zeigen ist über die Additivität der Kovarianzen:

$$\beta^{GK} = \frac{cov(X, r^M)}{P^{GK} \cdot Var(r^M)} = \frac{cov(S, r^M)}{P^{GK} \cdot Var(r^M)} + \frac{cov(B^*, r^M)}{P^{GK} \cdot Var(r^M)}$$

$$= \frac{P^{EK} \cdot cov(S, r^M)}{P^{EK} \cdot P^{GK} \cdot Var(r^M)} + \frac{P^{FK} \cdot cov(B^*, r^M)}{P^{FK} \cdot P^{GK} \cdot Var(r^M)} = \frac{P^{EK}}{P^{GK}} \cdot \beta^{EK} + \frac{P^{FK}}{P^{GK}} \cdot \beta^{FK}.$$

Das Gesamtkapitalbeta entspricht der gewichteten Summe aus Eigenkapitalbeta und Fremdkapitalbeta.[1] Für das vorliegende Beispiel ergeben sich neben einem unveränderten β^{GK}=1,774 ein β^{EK}=8,308 und ein β^{FK}=0,710.

Im Vergleich zur Situation ohne Ausfallrisiko hat sich eine Verschiebung der Kapitalwerte ergeben, die von der Erhöhung des vereinbarten Kapitaldienstes B deutlich abweicht. Unter Vernachlässigung des Ausfallrisikos wäre der Wert des Fremdkapitals für B=450 mit 416,667 anzugeben und läge damit deutlich über den ermittelten P^{FK}=369,560. Der Abschlag in Höhe von ΔP^{FK}=47,107 ist als Prämie für das seitens des Fremdkapitalgeber zu tragende Risiko zu interpretieren. Die zu erwartende Verzinsung des Fremdkapitals cc^{FK} ist gestiegen:

$$cc^{FK} = r^F + (E(r^M) - r^F) \cdot \beta^{FK} = \frac{E(B^*)}{P^{FK}} - 1 = 0{,}08 + (0{,}15 - 0{,}08) \cdot 0{,}710 = \frac{417{,}50}{369{,}56} - 1 = 0{,}1297.$$

Analog ergeben sich niedrigere Eigenkapitalkosten in Höhe von cc^{EK}=0,6615. Die gewichteten Gesamtkapitalkosten bleiben aber konstant:

$$wacc = 0{,}08 + (0{,}15 - 0{,}08) \cdot 1{,}774 = \frac{517{,}50}{429{,}745} - 1 = \frac{60{,}185}{429{,}745} \cdot 0{,}6615 + \frac{369{,}56}{429{,}745} \cdot 0{,}1297 = 0{,}2042.$$

C. Reduktion des Ausfallrisikos und Neubewertung von Fremd- und Eigenkapital infolge von Sicherheitenstellung oder Fusion

I. Auswirkungen der Bestellung von Sicherheiten

Aufbauend auf der Übereinstimmung der Ergebnisse zur Bewertung von Fremd- und Eigenkapital nach CAPM und OPM soll nachfolgend der Fall untersucht werden, dass

[1] Allerdings ist der unter B.II für risikoloses Fremdkapital gezeigte lineare Zusammenhang zwischen Gesamt- und Eigenkapitalbeta, $\beta^{EK}=\beta^{GK}\cdot(1+V)$, nicht mehr gültig.

Sicherheiten gestellt werden. Hierzu wird angenommen, dass dem Fremdkapitalgeber des Unternehmens von außen[1] eine Sicherheit zur Befriedigung der ggf. durch den leistungswirtschaftlichen Überschuss nicht gedeckten Forderungen ($X_u > B > X_d$) gestellt wird. Weiterhin wird unterstellt, dass der aus der Verwertung der Sicherheit in t_1 erzielbare Erlös I selbst unsicher ist.

Im konkreten Beispiel nehme der Verwertungserlös zustandsabhängig die Werte $I_u=120$ bzw. $I_m=110$ bzw. $I_d=50$ an.[2]

Durch die Einführung der Sicherheit hat der Fremdkapitalgeber nun die Möglichkeit, soweit die Zahlungsüberschüsse aus dem Unternehmen nicht ausreichen, zusätzlich Erlöse aus der Sicherheitenverwertung für die Begleichung seiner Forderung zu verwenden. Mit den verbesserten Zahlungsaussichten des Fremdkapitalgebers $B^{**}=\min(B,X+I)$ nimmt der Wert des Fremdkapitals zu. Wir können auf die bereits bekannten Pseudowahrscheinlichkeiten zurückgreifen und erhalten

$$P^{FK} = \frac{B \cdot q_u + \min(B, X_m + I_m) \cdot q_m + \min(B, X_d + I_d) \cdot q_d}{1 + r^F}$$

$$= \frac{450 \cdot 0{,}325 + 450 \cdot 0{,}335 + 375 \cdot 0{,}340}{1{,}08} = 393{,}056.$$

Da der Fremdkapitalgeber annahmegemäß erst dann auf die externen Sicherheiten zugreifen kann, wenn der leistungswirtschaftliche Überschuss zur Erfüllung der Forderung nicht ausreicht, verändert sich die Situation des Eigenkapitalgebers nicht. Der Wert des Eigenkapitals bleibt also durch die Stellung externer Sicherheiten unberührt. Eigen- und Fremdkapitalgeber zusammengenommen sind im Vergleich zur Situation ohne Sicherheit um

$$\Delta P^{FK} = \frac{[\min(B, X_m + I_m) - \min(B, X_m)] \cdot q_m + [\min(B, X_d + I_d) - X_d] \cdot q_d}{1 + r^F}$$

$$= \frac{[450 - 425] \cdot 0{,}335 + [375 - 325] \cdot 0{,}340}{1{,}08} = 393{,}056 - 369{,}560 = 23{,}496$$

„reicher“ geworden. Dieses geht zu Lasten des Sicherheitenstellers, bei dem es sich um den Eigenkapitalgeber handeln kann, aber nicht muss. Durch die teilweise Ausklammerung der eingebrachten Sicherheitenposition entspricht der „reine“ Unternehmenswert nicht mehr der Summe aus Fremd- und Eigenkapitalwert. Die Wertadditivität ist aber erkennbar, wenn man die Summe der Vermögenspositionen der Eigenkapital-, Fremdkapital- und Sicherheitengeber zusammenfasst und mit der Summe aus „reinem“ Unternehmenswert und Sicherheit vergleicht.

---

1 Die externe Sicherheit stammt also nicht aus dem Unternehmen selbst und hat damit keinen Einfluss auf den leistungswirtschaftlichen Überschuss X.

2 Der aktuelle Wert P^I der Sicherheit lässt sich unter den gegebenen Bedingungen sowohl nach der Lambda-Formel des CAPM als auch mit Hilfe der Pseudowahrscheinlichkeiten aus dem OPM ermitteln; hier im konkreten Bespiel ist $P^I=(I_u \cdot p_u + I_m \cdot p_m + I_u \cdot p_d)/(1+r^F)=85{,}972$.

Durch die Sicherheitenstellung sinkt der (interne) Verschuldungsgrad, ohne dass dieses einen Einfluss auf den Eigenkapitalgeber hätte. Eigenkapitalbeta und -kosten bleiben konstant. Über die Auswirkungen auf Betafaktor und Kosten des Fremdkapitals kann nur eine bedingte Aussage getroffen werden. Mit

$$\beta^{FK} = \frac{cov(B^{**}, r^{M})}{P^{FK} \cdot var(r^{M})} = \frac{1}{P^{FK}} \cdot korr(B^{**}, r^{M}) \cdot var(B^{**})^{0,5} \cdot var(r^{M})^{0,5}$$

wird deutlich: Wegen der gesunkenen (mindestens konstanten) Varianz $var(B^{**})$, des gestiegenen (mindestens konstanten) Fremdkapitalwerts P^{FK} und des abnehmenden (mindestens konstanten) Absolutbetrages der Korrelation $|korr(B^{**},r^{M})|$ wird das Fremdkapitalbeta nur dann kleiner und sinken also die Fremdkapitalkosten nur dann, wenn $korr(B^{**},r^{M})>0$, also eine positive Abhängigkeit zwischen den Renditen des Marktportfolios und den Zahlungen an den Fremdkapitalgeber besteht.[1]

Im vorliegenden Beispiel ist eine positive Korrelation angenommen. Durch die Sicherheitenstellung sinkt die Kovarianz von $cov(B^{*},r^{M})=7{,}875$ auf $cov(B^{**},r^{M})=4{,}5$. Damit sinken das Fremdkapitalbeta um $\Delta\beta^{FK}=0{,}328$ auf $\beta^{FK}=0{,}382$ und die Fremdkapitalkosten um $\Delta cc^{FK}=0{,}023$ auf $cc^{FK}=0{,}08+(0{,}15-0{,}08)\cdot 0{,}382=0{,}1067$.

II. Auswirkungen von Fusionen

Die Diskussion über Auswirkungen von Unternehmensfusionen auf den Wert der beteiligten Einheiten wird in der Praxis vor allem vor dem Hintergrund der Frage gestellt, ob und unter welchen Bedingungen durch den Zusammenschluss leistungswirtschaftliche Synergien erreicht werden können, durch die das fusionierte Unternehmen mehr wert wird als die Summe der Einzelwerte, im Folgenden als synthetisches Unternehmen bezeichnet. Sofern keine leistungswirtschaftlichen (Dis-)Synergien durch die Fusion zu erwarten sind, addieren sich die Zahlungsüberschüsse aus den beiden Unternehmen zu einem Zahlungsstrom des fusionierten Unternehmens. Bei risikolosem Fremdkapital ergibt sich dann – so auch vor dem Modellhintergrund des CAPM und in Übereinstimmung mit der Argumentation Modigliani/Millers – der Wert des fusionierten Unternehmens in Höhe der Summe aus den Werten der Unternehmen für sich genommen. Es gilt das Wertadditivitätstheorem, wonach sich die Ansprüche auf die leistungswirtschaftlichen Überschüsse von Unternehmen beliebig zusammenfassen lassen (Merger), ohne dass sich dadurch ein Mehrwert gegenüber der Summe der Werte der Teilströme ergäbe; analoges gilt für die Aufteilung eines Gesamtstroms in Teilströme (Demerger, Spin-off).

Dass das Wertadditivitätstheorem auch im Falle risikobehafteter Fremdkapitalpositionen gilt, scheint implizit in Frage gestellt, wenn Fusionen mit Hinweis auf finanzwirtschaftlich bedingte Zuwächse beim Gesamtunternehmenswert begründet werden.

---

1 Erfolgt die Bewertung der Besicherung nicht wie hier über das systematische Risiko vor dem Hintergrund des CAPM, sondern isoliert anhand der Varianz, steigen die Fremdkapitalkosten infolge der Sicherheitenstellung in jedem Fall nicht an.

Nachfolgend ist – übereinstimmend vor dem Modellhintergrund des CAPM und des OPM – zu zeigen, dass die Unternehmenswerte sich in der Summe nicht verändern, allerdings Auswirkungen auf die Werte von Fremd- und Eigenkapital des synthetischen Unternehmens möglich sind. Danach gilt die Wertadditivität bei Ausfallrisiko zwar für die Unternehmenswerte insgesamt, nicht aber für Eigenkapital- und Fremdkapitalwerte.

In Fortführung des Beispielfalls aus Kapitel B fusioniert das Unternehmen, das zur Unterscheidung nachfolgend A benannt sei, mit einem Unternehmen H, das zustandsabhängig mit leistungswirtschaftlichen Rückflüssen von $X_u^H=726$, $X_m^H=352$ und $X_d^H=528$ rechne. Das Unternehmen H sei bei demselben Fremdkapitalgeber verschuldet wie das Unternehmen A. Angesichts eines vereinbarten Kapitaldienstes von $B^H=500$ ist das Fremdkapital ausfallrisikobehaftet. Sicherheiten stehen auch hier nicht zur Verfügung.[1]

Für den Wert des fusionierten Unternehmens[2] $P^{GK\text{-}Fus}$ ergibt sich wie im ausfallrisikolosen Fall die Wertadditivität des Wertes der Einzelunternehmen direkt aus der Addition der mit den Pseudowahrscheinlichkeiten gewichteten Zahlungsüberschüsse (Additivität der Pseudoerwartungswerte):

$$P^{GK-Fus} = \frac{X_u^{Fus} \cdot q_u + X_m^{Fus} \cdot q_m + X_d^{Fus} \cdot q_d}{1+r^F}$$
$$= \frac{X_u^A \cdot q_u + X_m^A \cdot q_m + X_d^A \cdot q_d}{1+r^F} + \frac{X_u^H \cdot q_u + X_m^H \cdot q_m + X_d^H \cdot q_d}{1+r^F} = P^{GK-A} + P^{GK-H},$$

hier konkret:

$$P^{GK-Fus} = \frac{(650+726)\cdot 0{,}325 + (425+352)\cdot 0{,}335 + (325+528)\cdot 0{,}340}{1{,}08}$$
$$= 429{,}745 + 493{,}880 = 923{,}625.$$

Für den Wert des Fremdkapitals des fusionierten Unternehmens kann sich eine Erhöhung ergeben:

$$P^{FK-Fus} \geq P^{FK-A} + P^{FK-H},$$

$$\text{da } \frac{\begin{array}{l}[\min(B^A+B^H, X_u^G)]\cdot q_u \\ +[\min(B^A+B^H, X_m^G)]\cdot q_m \\ +[\min(B^A+B^H, X_d^G)]\cdot q_d\end{array}}{1+r^F} \geq \frac{\begin{array}{l}[\min(B^A, X_u^A)+\min(B^H, X_u^H)]\cdot q_u \\ +[\min(B^A, X_m^A)+\min(B^H, X_m^H)]\cdot q_m \\ +[(\min(B^A, X_d^A)+\min(B^H, X_d^H)]\cdot q_d\end{array}}{1+r^F}.$$

[1] In diesem Punkt existieren eine Reihe von Erweiterungen. Vgl. etwa Scott (1977), S. 1235 ff.

[2] Werden die Unternehmen durch gegenseitige Bürgschaften o.ä. in einem Haftungsverbund (Engagementgruppe) zusammengefasst, ergeben sich grundsätzlich dieselben Effekte.

Die Ungleichung wird durch einen Vergleich der einzelnen Summanden im Zähler deutlich. Zum Nachweis wird für einen Zustand m (analog dazu die Zustände d und u) eine Fallunterscheidung vorgenommen:[1]

(1) **$B^A+B^H \leq X_m^G$ und zugleich ($B^A \leq X_m^A$ und $B^H \leq X_m^H$):**
In diesem Fall sind beide Unternehmen in der Lage die Zins- und Tilgungszahlungen in vollem Umfang zu leisten. Die Zahlungen an den Fremdkapitalgeber sind hier im fusionierten wie im nicht fusionierten Fall identisch.

(2) **$B^A+B^H \leq X_m^G$ und zugleich [($B^A > X_m^A$ und $B^H < X_m^H$) oder ($B^A < X_m^A$ und $B^H > X_m^H$)]:**
Hier würde der Fremdkapitalgeber des synthetischen Unternehmens zusammen maximal $X_m^A+B^H$ oder $B^A+X_m^H$ erhalten. Das ist weniger als die volle Zins und Tilgungszahlung B^A+B^H, die er nach Vorrausetzung beim fusionierten Unternehmen erhält.

(3) **$B^A+B^H > X_m^G$ und zugleich [($B^A \geq X_m^A$ und $B^H > X_m^H$) oder ($B^A > X_m^A$ und $B^H \geq X_m^H$)]:**
In diesem Fall sind beide Einzelunternehmen nicht in der Lage ihren Verbindlichkeiten nachzukommen. Der Fusionsfall entspricht dem Nicht-Fusionsfall.

(4) **$B^A+B^H > X_m^G$ und zugleich [($B^A > X_m^A$ und $B^H < X_m^H$) oder ($B^A < X_m^A$ und $B^H > X_m^H$)]:**
Hier würde der Fremdkapitalgeber des synthetischen Unternehmens maximal $X_m^A+B^H$ bzw. $B^A+X_m^H$ erhalten. Das ist weniger als $X_m^A+X_m^H=X_m^G$, die er nach Vorrausetzung beim fusionierten Unternehmen bekommt.

Insofern der Gesamtkapitalmarktwert des fusionierten Unternehmens der Summe der Einzelwerte entspricht, liegt der Wert des Eigenkapitals des fusionierten Unternehmens um den Betrag unter der Summe der Eigenkapitalwerte vor der Fusion, um den die Fremdkapitalwerte zusammengenommen zugelegt haben.[2]

Im Vergleich von synthetischem und fusioniertem Unternehmen wird im konkreten Beispiel eine leichte Reduktion des Fremdkapitalbetas und der -kosten deutlich. Während der Wert des Gesamtkapitals $P^{GK\text{-}Fus}=923{,}625$ und die durchschnittlichen Gesamtkapitalkosten von $cc^{GK\text{-}Fus}=18{,}2\%$ durch die Fusion nicht verändert werden, steigt der Wert des addierten Fremdkapitals um $\Delta P^{FK}=8{,}815$ zu Lasten der Eigenkapitalgeber und damit auch der Verschuldungsgrad, und zwar von $V^{Syn}=5{,}741$ auf $V^{Fus}=6{,}205$.

Durch Fusion der ausfallrisikobehafteten Unternehmen kommt es regelmäßig zu einer Reichtumsverschiebung zu Lasten der Eigenkapitalgeber. Wenn – unter den gegebenen Bedingungen, insbesondere bei Abwesenheit leistungswirtschaftlicher Synergien – fusionierten Unternehmen ein höherer Wert als die Summe ihrer Teilunternehmen zugesprochen wird, kann die Fehlbewertung darin begründet sein, dass die Reichtumsminderung der Eigenkapitalgeber im Vergleich zur Reichtumsmehrung der Fremdkapitalgeber unterschätzt wurde.

---

[1] Vgl. dazu Merton (1973), S. 148, der dies in einem allgemeineren Kontext nachweist.

[2] Zu gleichen Ergebnissen in einem zeitkontinuierlichen Modell kommen auch Galai/Masulis (1976), S. 66 ff.

D. Zusammenfassung und Ausblick auf eine Bewertung für den Fall eines Kontinuums an Zuständen

Der vorliegende Beitrag untersucht die Bewertung von Eigen- und Fremdkapital eines Unternehmens unter Berücksichtigung von Ausfallrisiko, sowohl mit Hilfe des CAPM als auch der OPM. Unter den Bedingungen eines vollkommenen und arbitragefreien Marktes wurde in einem einperiodigen Trinomialansatz gezeigt, dass sich in beiden Modellwelten dieselben Ergebnisse für die Kosten und Marktwerte von Eigen-, Fremd- und Gesamtkapital ergeben.

Dabei blieben die Kapitalkosten und der Unternehmenswert auch unter Berücksichtigung von Ausfallrisiken unabhängig von der Kapitalstruktur – ein Ergebnis, das im Einklang steht mit der These von Modigliani/Miller zur Irrelevanz der Kapitalstruktur. Gegenüber der ausfallrisikolosen Situation mit konstanten Fremd- und linear ansteigenden Eigenkapitalkosten impliziert dies mit zunehmendem Verschuldungsgrad wachsende Fremdkapitalkosten und einen nichtlinearen Anstieg der Eigenkapitalkosten.

Eine Bestätigung dieser Ergebnisse ergab sich auch unter dem Blickwinkel von Sicherheitenstellung und Fusion. Im Fall der Stellung einer externen Sicherheit wurde bei unverändertem Eigenkapitalwert eine Umverteilung des Reichtums vom Sicherheitsgeber auf den Fremdkapitalgeber festgestellt. Unter Einbeziehung der Position des Sicherungsgebers blieb der Unternehmenswert insgesamt konstant. Entsprechend die Untersuchung der Auswirkungen von Fusionen ohne leistungswirtschaftliche Synergieeffekte: Während der Wert des fusionierten Unternehmens der Summe der Werte der Einzelunternehmen entsprach, konnte eine Erhöhung des Fremdkapitalwertes zu Lasten der Eigenkapitalgeber konstatiert werden.

Die der Übersichtlichkeit halber hier im begrenzten Modellrahmen eines Trinomialansatzes festgestellten Ergebnisse können ohne weiteres auf Ansätze mit mehr Zuständen ausgedehnt werden: Eine Äquivalenz der OPM- und CAPM-basierten Bewertungsverfahren ist auch bei einem n-Nomialansatz nachweisbar. Für ein Kontinuum an Zuständen, also bei unendlich vielen Zuständen, müssen allerdings zusätzliche Überlegungen Berücksichtigung finden. Um hier einen vollständigen Markt zu erhalten, genügt es nicht, unendlich viele Wertpapiere zu fordern.[1] Es muss darüber hinaus gelten, dass die Menge der Wertpapiere dicht in der Menge der Zustände liegt, um eine Nachbildung sämtlicher Zahlungsströme gewährleisten zu können. Sind diese Vorraussetzungen erfüllt, führt eine Bewertung mit OPM und CAPM wiederum zum gleichen Ergebnis (vgl. Anhang).

Zur Illustration soll folgendes Beispiel dienen. Nimmt man als den Zustandsraum Ω den Raum der reelen Zahlen an und hat man beispielsweise Verkaufsoptionen mit den gesamten reelen Zahlen als Basispreise, lässt sich eine Verteilungsfunktion für die

---

[1] Vgl. Jarrow/Xing/Madan (1999), S. 258.

Pseudowahrscheinlichkeiten bestimmen.[1] Die Zahlungen aller Wertpapiere können dann als eine Funktion in Abhängigkeit der Zustände ω dargestellt werden: Die Überschüsse des Unternehmens als $X(\omega)$, die Zahlungen an den Eigenkapitalgeber als $S(\omega)$ und die Rendite des Marktportfolios als $r^M(\omega)$. Damit bestimmt sich der Wert des Eigenkapitals als

$$P^{EK} = \frac{\int_R S(\omega) \cdot p(\omega) \cdot d\omega - \lambda \cdot \int_R S(\omega) \cdot r^M(\omega) \cdot p(\omega) \cdot d\omega}{1 + r_F},$$

was mit der Bewertung über die Pseudowahrscheinlichkeit

$$P^{EK} = \frac{\int_R S(\omega) \cdot q(\omega) \cdot d\omega}{1 + r_F}$$

übereinstimmt. Die in Kapitel B.IV gemachten Umformungen sind analog anwendbar. Entscheidend ist, dass auch die Kovarianz auf demselben Integrationsbereich definiert wird, wie der Pseudoerwartungswert.[2]

Will man allerdings neben einem Kontinuum an Zuständen auch ein Kontinuum an Zeitpunkten zulassen, wie es etwa dem OPM von Black/Scholes zugrunde liegt, ist die Aussage zur Äquivalenz von CAPM- und OPM-basierten Bewertungsverfahren in dieser Form nicht mehr anwendbar. Hier existieren Beiträge in der Literatur, die zur Bewertung der Ansprüche der Kapitalgeber auf Black/Scholes zurückgreifen, ohne allerdings den Äquivalenzbeweis zu führen.[3]

Literatur

Ballwieser, W. (1998): Unternehmensbewertung mit Discounted Cash Flow-Verfahren, in: Die Wirtschaftsprüfung, S. 81-92.

Breuer, W. (2001): Unternehmensbewertung: Equity-, Entity- und APV-Ansatz, in: Das Wirtschaftsstudium, S. 1511-1515.

Brühl, V. (1999): Kreditrisiken in der Unternehmensbewertung, in: Die Bank, S. 457-461.

Elstrodt, J. (1996): Maß- und Integrationstheorie, Berlin, Heidelberg u. New York.

Fama, E. (1977): Risk-Adjusted Discount Rates and Capital Budgeting under Uncertainty, in: Journal of Financial Economics, S. 3-24.

---

1 Vgl. Jarrow/Xing/Madan (1999), S. 262 f.

2 Ist die Kovarianz auf dem R^2 definiert, so muss das zugehörige Pseudowahrscheinlichkeitsmaß auch auf dem R^2 oder einer dichten Teilmenge davon definiert sein. Ist es nur auf dem R definiert, ist der Markt nicht vollständig und die Übereinstimmung von CAPM- und OPM-basierten Verfahren zur Wertermittlung nicht mehr gegeben. Vgl. Husmann (2002), S. 20 ff.

3 Vgl. etwa Brühl (1999), S. 458 f.; Galai/Masulis (1975), S. 55 ff. oder Jonas (1999), S.354 f.

Galai, D./Masulis R. (1976): The Option Pricing Model and the Risk Factor of Stock, in: Journal of Financial Economics, S. 53-81.

Gürtler, M. (1998): Lebesguesche Optionspreistheorie, Wiesbaden.

Hartmann-Wendels, T. (2001): Finanztitel als Finanzderivate und das Modigliani-Miller-Theorem, in: Das Wirtschaftsstudium, S. 516-536.

Husmann, S. (2002): Bewertung von Optionen auf unvollständigen Märkten, Wiesbaden.

Irle, A. (1998): Finanzmathematik, Stuttgart.

Jarrow, R./Xing, J./Madan, D. (1999): The Second Fundamental Theorem of Asset Pricing, in: Mathematical Finance, S. 255-273.

Jonas, M. (1999): Die Bewertung beschränkt haftender Unternehmen unter Unsicherheit - ein optionspreistheoretischer Ansatz-, in: Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis, S. 348-368.

Kruschwitz, L. (1999): Finanzierung und Investition, 2. Aufl., Berlin u. New York.

Mason, S./Merton, R. (1985): The Role of Contingent Claims Analysis in Corporate Finance, in: Altman, E./Subrahmanyam, M. (Hrsg.): Recent Advances in Corporate Finance, Homewood, S. 9-54.

Merton, R. (1973): Theory of Rational Option Pricing, in: The Bell Journal of Economics and Management Science, S. 141-183.

Merton, R. (1977): On the Pricing of the Contingent Claims and the Modigliani-Miller Theorem, in: Journal of Financial Economics, S. 241-249.

Miles, J./Ezzell, J.(1985): Reformulating Tax Shield Valuation: A Note, in: The Journal of Finance, S. 1485-1492.

Modigliani, F./Miller M. (1958): The Cost of Capital, Corporation Finance and the Theory of Investment, in: The American Economic Review, S. 261-297.

Perridon, L./ Steiner, M. (2002): Finanzwirtschaft der Unternehmung, 11. Aufl., München.

Richter, F./Drukarczyk, J. (2001): Wachstum, Kapitalkosten und Finanzierungseffekte, in: Die Betriebswirtschaft, S. 627-639.

Ross, S. (1978): A Simple Approach to the Valuation of Risky Streams, in: Journal of Business, S. 453-475.

Rubinstein, M. (1976): Valuation of Uncertain Income Streams and the Pricing of Options, in: The Bell Journal of Economics and Management Science, S. 407-425.

Scott, J. (1977): On the Theory of Conglomerate Mergers, in: The Journal of Finance, S. 1235-1250.

Schwetzler, B./Darijtschuk, N. (1999): Unternehmensbewertung mit Hilfe der DCF-Methode – eine Anmerkung zum „Zirkularitätsproblem“, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, S. 295-318.

Steiner, M./Wallmeier, M. (1999): Unternehmensbewertung mit Discounted Cash-Flow-Methoden und dem Economic Value Added-Konzept, in: Der Finanzbetrieb, S. 1-10.

Wallmeier, M. (1999): Kapitalkosten und Finanzierungsprämissen, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, S. 1473-1490.

Anhang

Im Folgenden soll der Nachweis erbracht werden, dass auf einem vollständigen[1] und vollkommenen Markt im Sinne des CAPM, eine Bewertung mit Hilfe von Pseudowahrscheinlichkeiten zu dem gleichen Ergebnis führt, wie eine Bewertung mit Hilfe der CAPM-Preisgleichung. Unter den Bedingungen des CAPM lässt sich die Lamda-Form der Preisgleichung jedes am Markt vorhandenen Wertpapiers i

$$p^i = \frac{E(X^i) - \lambda \cdot \mathrm{cov}(X^i, r^M)}{1 + r^F}$$

unter Berücksichtigung des Verschiebungssatzes und des Wahrscheinlichkeitsmaßes p umschreiben zu

$$\begin{aligned} p^i &= \frac{E(X^i)}{1+r^F} - \frac{\lambda}{1+r^F} \cdot \left[E(X^i r^M) - E(X^i) \cdot E(r^M)\right] \\ &= \frac{1}{1+r^F} \int X^i \cdot dp - \frac{\lambda}{1+r^F} \cdot \int X^i \cdot [r^M - E(r^M)] \cdot dp. \end{aligned}$$

Setzt man für das Wahrscheinlichkeitsmaß p das Produkt (im Sinne der Speziellen Operatorentheorie) aus einer dazu äquivalenten[2] Pseudowahrscheinlichkeit und der Radon-Nikodym-Ableitung[3] als Funktion der konstanten Marktrisikoprämie, erwarteten Rendite des Marktportfolios und der Zufallsvariablen Marktrendite

$$dq = dp \cdot [1 - \lambda \cdot (r^M - E(r^M))],$$

ergibt dies

$$p^i = \frac{\int X^i \cdot dq}{1 + r^F}$$

und entspricht der Preisgleichung mit Hilfe der Pseudowahrscheinlichkeiten auf vollständigen und vollkommenen Märkten unter dem Paradigma der Arbitragefreiheit.

1 Zu den Definitionen für Vollständigkeit in einem unendlichen Zustandsraum vgl. Jarrow/Xing/Madan (1999), S. 258. Weiterhin sei darauf hingewiesen, dass hier für die jeweiligen Maße die Quadratintegrabilität vorausgesetzt werden kann.

2 Die Äquivalenz der Wahrscheinlichkeiten ergibt sich direkt aus einer entsprechenden Vollständigkeitsdefinition.

3 Vgl. Elstrodt (1991), S. 278 f. und S. 285.