

Beiträge
zum
Mathematikunterricht
2006

**Vorträge auf der
40. Tagung für
Didaktik der Mathematik
vom 6. 3. bis 10. 3. 2006
in Osnabrück**

Renate MOTZER, Augsburg

Soziale Bezüge in mathematischen Themen sehen

Unterschiedliche Akzente in den Arbeiten von Jungen und Mädchen

Mädchen und Jungen haben manchmal unterschiedliche soziale Bedürfnisse. Mädchen scheinen mehr das Bedürfnis nach Kommunikation, nach sozialem Austausch zu haben, auch danach über Probleme zu reden u.ä. Jungen dagegen scheint ihre Stellung im sozialen Gefüge wichtiger zu sein. Diese unterschiedlichen Bedürfnisse wirken sich auch auf die bevorzugten Arbeitsformen im Mathematikunterricht aus (vgl. Jahnke-Klein 2001). Neben organisatorischen Aspekten können auch inhaltliche Gesichtspunkte für die Motivation relevant sein. So kann es etwa beim Beweisen im Mathematikunterricht von Bedeutung sein, in welchem sozialen Kontext Beweise gesehen werden.

Bei der Untersuchung von Aufsätzen (sog. Themenstudien - vgl. Kuntze 2005) über Beweisen kann beobachtet werden, dass manche Mädchen das Wort „Überzeugen“, das in den den Kindern vorgegebenen Materialien mehrfach zu finden war, anders deuten als Jungen. Es scheint ihnen nicht so sehr darum zu gehen, anderen klar zu machen, dass sie Recht haben, sondern darum anderen die zu beweisende Aussage verständlich zu machen.

Im Kontext des Verständlichmachens scheint auch der Wunsch nach festen Regeln zu stehen, der bei Mädchen besonders ausgeprägt ist (vgl. auch Jahnke-Klein 2001, 117ff), und die Tatsache, dass die Mädchen der äußeren Form eine größere Rolle zukommen lassen. Beides kann die Verständigung enorm erleichtern.

Für meine Untersuchung lagen mir 87 Themenstudien über das Beweisen vor. 41 Mädchengruppen und 46 Jungengruppen aus 8. Klassen an Münchner Gymnasien wurden 2003 aufgefordert, sich anhand von verschiedenartigen Materialien Gedanken zum Beweisen zu machen und diese Gedanken schriftlich festzuhalten (vgl. Kuntze 2004). Die Materialien, mit denen sich die Schülerinnen und Schüler in dieser Themenstudienarbeit auseinander setzten, beinhalteten mathematikbezogene Dokumente wie Argumentationsbeispiele und interdisziplinär orientierte Quellauszüge wie Rechtsnormen zu Beweisverfahren im Strafprozess. Den Schülerinnen und Schülern war freigestellt, welche Aspekte des Beweisens sie in ihrer Themenstudie behandeln wollten und welche Schwerpunkte sie dabei setzten.

Soziale Aspekte werden sehr oft angesprochen. In 66 Gruppen finden sich mehr oder weniger ausführliche Hinweise auf soziale Kontexte des

mathematischen Beweisens (36 Mädchengruppen und 30 Jungengruppen). Sie stehen meistens (bei 62 Arbeiten) im Zusammenhang mit dem Wort „Überzeugen“.

Dass dieser Bereich eine so große Bedeutung erlangen konnte, dürfte nicht unwesentlich an den Rohmaterialien liegen. Diese betonen den Aspekt des Überzeugens vor allem im ersten Dokument. Dort lautet das erste Zitat: „Überzeuge dich selbst, überzeuge deinen Freund, überzeuge deinen Feind – das letztere ist das, was man beim Beweisen machen muss.“

In der Mathematik, vor allem in der Schulmathematik besitzt das Motiv des Überzeugens keine große Bedeutung, zumindest wird es in den meisten Schulbüchern nicht erwähnt. Dass es in den Themenstudien so oft auftaucht, dürfte man folglich als einen Lerneffekt aus den Materialien deuten.

Rezeption dieses Begriffes bei den Schülerinnen und Schülern

Interessant ist nun zu sehen, was bei den Jugendlichen mitschwingt, wenn sie dieses Wort „Überzeugen“ in ihre Themenstudien aufnehmen. 62 Arbeiten enthalten das Wort „Überzeugen“ im Zusammenhang mit mathematischen Beweisen. In 14 Arbeiten wird dieses Wort nur zitiert. Unter den 48 Arbeiten, die das Wort im Rahmen von selbst formulierten Sätzen verwenden, sind 15, die es nicht weiter erläutern. Die restlichen 33 Arbeiten stellen es in einen größeren Kontext, der hier genauer untersucht werden soll. Dabei können gewisse Unterschiede zwischen den Geschlechtern beobachtet werden.

Für etliche Schüler und Schülerinnen gibt es einen Zusammenhang zu der Aussage, dass mathematische Beweise von Mathematikern anerkannt werden müssen (14 Jungengruppen und 7 Mädchengruppen). Weiterhin stehen diese beiden Themen für 10 Jungen- und 5 Mädchengruppen im Kontext mit der Tatsache, dass es kein eindeutiges Regelwerk für mathematische Beweise gibt (auch diese Aussage findet sich in den Materialien). Dabei fällt auf, dass die Jungen gewöhnlich diese Feststellung als Tatsache ohne eigene Wertung beschreiben, unter den 5 Mädchengruppen aber 3 sind, die darüber gar nicht sehr erfreut sind. Für 2 Mädchengruppen und 4 Jungengruppen geht dies schließlich noch damit einher, dass es eine absolute Wahrheit nicht gibt.

Während dieser Argumentationszusammenhang, der den Zitaten des ersten Dokuments entspricht, also eher von den Jungen übernommen wurde als von den Mädchen, finden sich umgekehrt bei den Mädchen deutlich häufiger Aussagen, die sich auf das Verstehen von Beweisen beziehen, genauer gesagt auf das Verständlichmachen. Nicht nur man selbst soll den Beweis verstehen, sondern das Überzeugen des Gegenübers besteht darin,

ihm den Beweis verständlich und nachvollziehbar zu machen. Die Worte „verstehen“ bzw. „verständlich“ findet man im Kontext des Überzeugens bei 10 Mädchen- und 5 Jungenarbeiten. Dabei betont je eine Jungen- und eine Mädchengruppe die internationale Verständlichkeit der Mathematik. Das Wort „nachvollziehbar“ findet sich bei 5 Mädchen- und 2 Jungengruppen. Eine Mädchengruppe verwendet statt „nachvollziehen“ an einer Stelle das gefühlbetontere „nachempfinden“.

3 Mädchengruppen geht es beim mathematischen Beweisen darum, anderen etwas glaubhaft zu machen. Nur ein Junge verwendet ebenfalls dieses Wort. Beweisen heißt für ihn auch etwas „glaubhaft anderen verkaufen können.“

Überzeugen im Sinne von Rechthaben

Es gibt noch weitere Formulierungen, die unterschiedliche Tendenzen aufzeigen in dem, was für Jungen und Mädchen beim Wort „Überzeugen“ mitschwingt. Die Ausführungen von Jungen gehen manchmal eher in die Richtung, dass man selbst Recht haben will, dass einem niemand mehr widersprechen kann. Beweise in der Schule sind z.B. dazu da, „um anderen Schülern und Lehrern zu zeigen, dass jemand recht bzw. unrecht hat.“ Andere Jungen meinen, in der Mathematik muss man „nicht nur überzeugen, man muss es so beweisen, dass man es gar nicht mehr abstreiten kann.“ Man muss den anderen überzeugen, „ohne dass er was dagegen einwenden kann.“ „In der Mathematik gibt es keinen Kompromiss“, ist für eine weitere Jungengruppe wichtig.

Drei andere Jungen meinen:

Beweise dienen nicht nur den Mathematikern, sondern auch den Physikern, Biologen und Juristen. Man benutzt sie um Dinge unwiderruflich zu belegen. Manchmal sitzen, vor allem die Mathematiker, Monate lang vor den Aufgaben die es zu beweisen gilt. Sinn ist es nicht nur durch ausprobieren und Vermutungen Dinge zu beweisen, sondern die Beweise müssen Hieb- und Stichfest sein. Man sagt auch: Selbst seinen schlimmsten Feind muss man überzeugen können.

Sie sehen außerdem die „gegenseitige Herausforderung der Mathematiker“.

Überzeugen im Sinne von Verständlichmachen

Dass „alle zustimmen, alle überzeugt“ sind, ist auch Mädchen wichtig. Aber es scheint ein etwas anderer Kontext dahinter zu stecken.

Das Wichtigste an Beweisen ist es jedoch, Überzeugung zu gewinnen. So sollte man aber nicht nur selbst von seiner Idee überzeugt sein, sondern auch andere dafür begeistern. Zum Beispiel Freunde, Lehrer, Verwandte und Bekannte, Eltern und Geschwister. Denn ein Beweis gilt nur dann als

solcher, wenn er auch von allen anderen anerkannt wird.

Schließlich stellen diese Mädchen fest: „Noch besser ist es, sich zu mehreren Leuten zusammensetzen, um eventuell Fehler zu vermeiden.“

Eine weitere Gruppe formuliert es so: „Überzeugungen sollten nicht erzwungen werden – es ist wichtiger, etwas verstehen oder nachvollziehen zu können. Nur so erfüllt ein Beweis auch seinen Zweck.“

Einige erwähnen hierbei den Zusammenhang mit den Fachleuten. Zwei Mädchen nennen verschiedene Situationen, in denen bewiesen wird: „Ein Beweis soll auch Dinge, die man selbst versteht, für andere verständlich machen. Ein Beweis ist nur dann richtig, wenn andere den Tatbestand oder die Wirklichkeit durch ihn sehen. Er muss von Fachleuten anerkannt werden. ... Wir verstehen unter einem mathematischen Beweis, dass der Lehrer uns wirklich beweisen kann, dass ein neu durchgenommener Stoff wirklich in dieser Art und Weise funktioniert. ... Hätte man nicht schon vor vielen Zeiten angefangen zu beweisen, würden wir jetzt immer noch glauben, die Erde sei flach und wir wären die einzigen im Universum.“

Dass es Aufgabe des Lehrers ist zu beweisen (und das nicht nur im Mathematikunterricht), sieht auch ein anderes Mädchen so.

Folgerungen für das Behandeln von Beweisen im Unterricht

Es bleibt zu fragen, wo der Unterricht dahingehend geöffnet werden könnte, dass Beweise von Schülerinnen und Schülern tatsächlich dazu beitragen, dass andere die Inhalte und Zusammenhänge eines Satzes besser verstehen. Diese anderen können die Mitschülerinnen und Mitschüler sein (bei Referaten, bei Expertenpuzzles oder ähnlichen Unterrichtsformen), vielleicht auch außenstehende Personen.

Andererseits könnte man einwenden, ob nicht bei einem offeneren Unterricht, der zu echten Beweisanlässen führt, dem Bedürfnis vieler Mädchen nach festen Regeln noch weniger Rechnung getragen wird.

Dem Wunsch nach Schema F sollte aber nicht immer nachgegeben werden. Die Mädchen sollen vielmehr sehen, es lohnt sich, sich eigenständig mit einem mathematischen Problem zu beschäftigen.

Literatur:

Jahnke-Klein, Sylvia (2001). Sinnstiftender Mathematikunterricht für Mädchen und Jungen, Hohengehren

Kuntze, S. (2005). Schülerinnen und Schüler reflektieren, beurteilen und präsentieren mathematische Themen - Die Themenstudienmethode im gymnasialen Mathematikunterricht. In K. Lengnink & F. Siebel (Hrsg.), *Mathematik präsentieren, reflektieren, beurteilen* (S. 37-54). Mühltal: Verlag Allgemeine Wissenschaft.

Kuntze, S. (2004). Wissenschaftliches Denken von Schülerinnen und Schülern bei der Beurteilung gegebener Beweisbeispiele aus der Geometrie - *Journal für Mathematik-Didaktik*, 25(3/4), 245-268.