

Kundenbeziehungsorientiertes Revenue Management

Mathematische Modelle und Methoden zur Steuerung von B2C- und B2B-Beziehungen
in kapazitätsbeschränkten Industrien

Kumulative Dissertation
der Wirtschaftswissenschaftlichen Fakultät
der Universität Augsburg
zur Erlangung des akademischen Grades
eines Doktors der Wirtschaftswissenschaften
(Dr. rer. pol.)

vorgelegt von

Herrn Dipl.-Kfm. Johannes Kolb

Erstgutachter:	Prof. Dr. Robert Klein
Zweitgutachter:	Prof. Dr. Axel Tuma
Vorsitzender der mündlichen Prüfung:	Prof. Dr. Jens Brunner
Datum der mündlichen Prüfung:	07.10.2015

Inhaltsverzeichnis

I	Einleitung	1
	I.1 Grundlagen des Revenue Managements	2
	I.1.1 Kundensegmentierung und Produktdesign	3
	I.1.2 Prognose.....	5
	I.1.3 Kapazitätssteuerung	6
	I.2 Kundenbeziehungsorientiertes Revenue Management.....	8
II	Beiträge zum kundenbeziehungsorientierten Revenue Management.....	16
	Beitrag B1: Unconstraining-Verfahren im Revenue Management.....	17
	Beitrag B2: CR ² M—An approach for capacity control considering long-term effects on the value of a company	48
	Beitrag B3: On the integration of customer lifetime value into revenue management.....	49
	Beitrag B4: Maximizing customer equity subject to capacity constraints.....	50
	Beitrag B5: Price- and quantity-based B2B contracts in a revenue management environment	51
III	Fazit	83

I Einleitung

Die Ursprünge des *Revenue Managements* gehen auf den 1978 erlassenen Airline Deregulation Act zurück, der es US-amerikanischen Fluggesellschaften u. a. ermöglichte, ihre Flugverbindungen nicht mehr zu einem Einheitspreis anzubieten, sondern durch die Einführung günstigerer Tarife eine Preisdifferenzierung vorzunehmen und so im Wettbewerb mit den damals in den Markt eintretenden Low-Cost- und Charter-Airlines zu bestehen (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a, S. 8). Um zu verhindern, dass Kunden mit einer hohen Zahlungsbereitschaft (meist Geschäftsreisende) die für preissensitive Privatreisende neu eingeführten günstigen Tarife nachfragen, wurde deren Erwerb an bestimmte Buchungsrestriktionen wie eine Vorausbuchungsfrist, einen Wochenend- oder Mindestaufenthalt oder an eine eingeschränkte Stornierbarkeit geknüpft. In diesem Zusammenhang stellte sich den Fluggesellschaften nun jedoch die Frage, wie viele der vergünstigten Tickets verkauft werden sollten, ohne dass es zu einer Verdrängung der im Buchungszeitraum meist später eintreffenden höherwertigen Nachfrage von Geschäftsreisenden kommt. Die Beantwortung derartiger Fragestellungen ist Gegenstand des Revenue Managements, welches sich grundsätzlich damit befasst, wie kapazitätsbeschränkte und nicht-lagerbare Ressourcen innerhalb eines vorgegebenen Zeithorizonts optimal abgesetzt werden können (vgl. Klein 2001).

Die bis dato in der Literatur diskutierten Revenue-Management-Modelle verfolgen zu meist das Ziel einer kurzfristigen Gewinn- bzw. Erlösmaximierung ohne die Auswirkungen auf langfristige Kundenbeziehungen zu berücksichtigen. Weiterhin vernachlässigen gegenwärtige Optimierungsansätze Charakteristika wie die Ermittlung einer Verhandlungslösung bezüglich Preis und Abnahme- bzw. Liefermenge, welche speziell im Business-to-Business-Bereich von großer Bedeutung sind.

Gegenstand der vorliegenden kumulativen Dissertationsschrift ist die Entwicklung von Revenue-Management-Ansätzen, die die Merkmale derartiger Kundenbeziehungen im Rahmen der Kapazitätsallokation berücksichtigen. Vor diesem Hintergrund führt Kapitel I in das Themenfeld des kundenbeziehungsorientierten Revenue Managements ein. In Abschnitt I.1 erfolgt dabei zunächst eine kurze Darstellung traditioneller Revenue-

Management-Verfahren. Darauf aufbauend wird in Abschnitt I.2 die Relevanz des kundenbeziehungsorientierten Revenue Managements sowohl im Business-to-Consumer- als auch im Business-to-Business-Bereich aufgezeigt. Kapitel II enthält fünf Beiträge zum kundenbeziehungsorientierten Revenue Management, wobei in Beitrag B1 zunächst die speziellen Anforderungen an Prognoseverfahren im Revenue Management vermittelt werden. Im Hinblick auf den Erhalt langfristig profitabler Kundenbeziehungen v. a. gegenüber Endkunden enthalten die Beiträge B2 bis B4 Ansätze, die kurzfristige Gewinn- bzw. Erlösmaximierung und die Sicherung zukünftiger Nachfrage koordinieren. Beitrag B5 präsentiert schließlich ein Modell zur Ermittlung einer Verhandlungslösung zwischen einem kapazitätsbeschränkten Anbieter und einem institutionellen Käufer. Die Arbeit schließt mit einem Fazit in Kapitel III.

I.1 Grundlagen des Revenue Managements

Wie bereits erwähnt, konzentriert sich das Revenue Management darauf, die in einem begrenzten Zeitraum zur Verfügung stehende fixe Kapazität effizient zu nutzen. Da variable Kosten in den traditionellen Revenue-Management-Industrien wie der Luftfahrt und dem Hotelgewerbe meist vernachlässigbar sind, wird das Ziel der Gewinnmaximierung häufig durch eine *Erlösmaximierung* approximiert (vgl. z. B. Klein und Steinhardt, S. 25). Im Rahmen der Erlösmaximierung bietet das *Dynamic Pricing* Methoden, die die Nachfrage nach einem Produkt im Zeitverlauf über den Preis steuern. Im Gegensatz dazu stehen die im Folgenden betrachteten Methoden der *Kapazitätssteuerung*, welche häufig als Kern des Revenue Managements angesehen werden. Grundlage der Kapazitätssteuerung ist die Definition verschiedener Produkte, die jedoch in ihrer Kernleistung identisch sind und auf dieselben Ressourcen zugreifen. Jedem Produkt ist dabei ein konkreter Preis zugeordnet. Eine Fluggesellschaft beispielsweise unterscheidet hinsichtlich der Beförderung auf einer bestimmten Flugstrecke zu einem bestimmten Zeitpunkt in einer bestimmten Beförderungsklasse (Kernleistung) zwischen verschiedenen Buchungsklassen (Produkten), die sowohl im Preis als auch bezüglich weiterer Attribute wie Vorausbuchungsfrist oder Stornierbarkeit variieren. Um die zur Verfügung stehenden kapazitätsbeschränkten Ressourcen im Sinne einer effizienten Preisdifferenzierung optimal zu nutzen, muss im

Rahmen der Kapazitätssteuerung nun über die Verfügbarkeit der verschiedenen Produkte entschieden werden.

Es gilt also zunächst eine effektive *Kundensegmentierung* vorzunehmen, um wie oben geschildert verschiedene Produkte zu definieren. Im Anschluss müssen dann geeignete *Prognoseverfahren* implementiert werden, um die Modelle der eigentlichen Kapazitätssteuerung zu parametrisieren. In den Abschnitten I.1.1 und I.1.2 erfolgt daher zunächst eine Übersicht über Kundensegmentierung und Produktdesign sowie eine Darstellung des Prognosebedarfs im Revenue Management. Abschnitt I.1.3 enthält eine kurze Klassifizierung der wichtigsten Verfahren der Kapazitätssteuerung. Neben der Unterteilung des Optimierungsprozesses in diese Prozessschritte, sind in der Literatur weitere, komplexere Strukturierungsansätze der Planungsebenen und Instrumente des Revenue Managements zu finden (vgl. Vinod 2004, Phillips 2005, S. 30, Klein und Steinhardt 2008, S. 19, Ruff 2014, Abschnitt 2.6).

I.1.1 Kundensegmentierung und Produktdesign

Die Verfahren der Kapazitätssteuerung beruhen auf dem Konzept der Preisdifferenzierung. Aus Anbietersicht wäre hier eine *perfekte Preisdifferenzierung* (Preisdifferenzierung *ersten Grades*) wünschenswert, bei der von jedem Kunden ein Preis in Höhe seiner maximalen Zahlungsbereitschaft verlangt wird. In der Praxis scheitert die Umsetzung einer perfekten Preisdifferenzierung jedoch u. a. an der schwierigen Bestimmung kundenindividueller Zahlungsbereitschaften. Bei der Preisdifferenzierung *zweiten Grades* definiert der Anbieter verschiedene, in ihrer Kernleistung identische und grundsätzlich allen Kunden bzw. Kundensegmenten zugängliche Produkte, wobei sich die Kunden im Rahmen einer *Selbstselektion* für eines der angebotenen Produkte entscheiden. Im Gegensatz dazu segmentiert der Anbieter die Kunden bei der Preisdifferenzierung *dritten Grades* anhand beobachtbarer, personenbezogener Merkmale wie z. B. Alter oder Wohnsitz. Die Abgrenzung zwischen Preisdifferenzierung zweiten und dritten Grades ist dabei nicht immer eindeutig (vgl. Klein und Steinhardt 2008, Abschnitt 2.1.2). Häufig ist es nicht zweckmäßig, eine rein personenbezogene Preisdifferenzierung vorzunehmen, da Variablen wie Alter, Einkommen oder Beruf nur wenig Aussagekraft hinsichtlich der Zahlungs-

bereitschaft eines Kunden besitzen bzw. nur eingeschränkt überprüft werden können (vgl. Haley 1968, Faßnacht 1996, Kap. 2). Im Revenue Management wird daher meist versucht, die unterschiedliche Zahlungsbereitschaft der Kunden auf Basis einer segmentorientierten Preisdifferenzierung abzuschöpfen. Dabei erfolgt eine Kombination der Komponenten der Preisdifferenzierung zweiten und dritten Grades in Form einer räumlichen, zeitlichen, personen- und leistungsbezogenen Preisdifferenzierung (vgl. Klein und Steinhart 2008, Abschnitt 2.1.3). In diesem Zusammenhang werden sog. *Fencing*-Kriterien (z. B. Vorausbuchungsfrist, Stornierbarkeit, Point of Sale etc.), welche nicht die eigentliche Kernleistung betreffen, variiert und somit Produkte verschiedener Güte definiert.

Indem in ihrer Kernleistung identische Produkte zu verschiedenen Preisen angeboten werden, ist es bei perfektem *Fencing* aufgrund der für Kunden mit einer höheren Zahlungsbereitschaft unattraktiven Merkmale günstiger Produkte möglich, Nachfrage auch von äußerst preissensitiven Kunden zu induzieren, ohne dass es zu einer Kannibalisierung hochpreisiger Nachfrage kommt (vgl. z. B. Phillips 2005, Kap. 4). Da imperfektes *Fencing* im Umkehrschluss jedoch zu *Buydown*-Effekten führen kann, gilt es folglich, Segmentierungskriterien zu identifizieren, die eine Abwanderung hochpreisiger Nachfrage in günstige Segmente verhindern oder zumindest erschweren. Die Definition geeigneter *Fencing*-Kriterien ist dementsprechend ausschlaggebend für den Erfolg von Revenue-Management-Anwendungen (vgl. Kimes 2002). Eine Selbstsegmentierung der Kunden, wie sie insbesondere bei der leistungsbezogenen Preisdifferenzierung auftritt, kann dabei neben dem Erlösmaximierungsziel des Anbieters auch zur Kundenzufriedenheit beitragen, da die Kunden dadurch imstande sind, das für sie passende Produkt auszuwählen (vgl. Zhang und Bell 2012). Allerdings sollte im Rahmen der Kundensegmentierung und Preisdifferenzierung stets darauf geachtet werden, wie die Kunden die zur Anwendung kommenden *Fencing*-Kriterien wahrnehmen (vgl. z. B. Kimes 1994, Wirtz und Kimes 2007). Hierbei ist besonderes Augenmerk darauf zu legen, dass der Segmentierungsmechanismus und die darauf aufbauenden Methoden der Kapazitätssteuerung für die Kunden verständlich und leicht nachvollziehbar sind (vgl. McMahon-Beattie 2011). Zhang und

Bell (2012) präsentieren eine umfassende Studie zu Kundensegmentierung, Fencing-Mechanismen und Produktdesign im Revenue Management.

I.1.2 Prognose

Sofern nicht bereits im Zuge der Kundensegmentierung und des Produktdesigns Prognosen bezüglich der Segmentierungsgüte verschiedener Fencing-Kriterien sowie der Zahlungsbereitschaften der ermittelten Kundensegmente notwendig sind, kommt der Prognose spätestens im Rahmen der Parametrisierung der im Revenue Management eingesetzten Optimierungsansätze eine entscheidende Bedeutung zu. Die Prognosebedarfe sind hierbei äußerst vielfältig. Neben der *Nachfrageprognose* sind im klassischen Airline-Revenue-Management z. B. Prognosen über zukünftige *Stornierungen* oder *No-Shows* (Kunden, die einen Flug ohne vorherige Stornierung nicht antreten) relevant, um eine effiziente Überbuchungssteuerung durchzuführen. Eine Automobilvermietung muss zudem Vorhersagen über *Rückgabeort* und *-zeitpunkt* der vermieteten Fahrzeuge treffen. Im Rahmen des Dynamic Pricing wiederum ist eine korrekte Einschätzung von *Preiselastizitäten* bzw. der Verteilung der Zahlungsbereitschaften von besonderem Interesse (vgl. z. B. Talluri und van Ryzin 2004a, S. 18, Klein und Steinhardt 2008, S. 22, 168). Aufgrund des sich je nach Revenue-Management-Anwendung unterscheidenden Prognosebedarfs erfolgt nachfolgend eine kurze Darstellung der Anforderungen, die im Rahmen der Nachfrageprognose entstehen.

Für Optimierungsmodelle der Kapazitätssteuerung, welche lediglich mit der erwarteten Nachfrage parametrisiert werden, können prinzipiell klassische Zeitreihenmodelle oder – bei Vorliegen weiterer erklärender Variablen – Regressionsverfahren zur Nachfrageprognose angewandt werden. Oftmals benötigt man jedoch zusätzlich Informationen über die der Nachfrage zugrundeliegende Verteilung; neben einer geeigneten Verteilungsannahme müssen dann beispielsweise mittels der Maximum-Likelihood-Methode sämtliche Parameter der Nachfrageverteilung geschätzt werden. Derartige Ansätze kommen auch zum Einsatz, wenn im Rahmen von sog. Kundenwahlmodellen nicht die Gesamtnachfrage, sondern kunden- bzw. segmentspezifische *Kaufwahrscheinlichkeiten* in Abhängigkeit der vom Anbieter aktuell angebotenen Produkte geschätzt werden sollen.

Da man in Revenue-Management-Anwendungen aufgrund der knappen Kapazität häufig jedoch nicht die gesamte Nachfrage beobachten kann, führt die unreflektierte Durchführung oben beschriebener Verfahren auf Basis historisch beobachteter Buchungszahlen zu verzerrten Prognosen. Für einen stets ausgebuchten Flug liegen beispielsweise ausschließlich Beobachtungen in Höhe der Kapazitätsgrenze vor. Als Prognosewert für die zukünftige Nachfrage würde dann wiederum die Kapazitätsgrenze resultieren, obwohl im Falle von mehr verfügbaren Sitzplätzen ggf. eine größere Anzahl von Buchungen verzeichnet worden wäre. Sind historische Buchungszahlen durch das Vorliegen knapper Kapazität oder nach Erreichen eines Buchungslimits zensiert, ist der Einsatz spezieller Verfahren – sog. *Unconstraining*-Methoden – erforderlich, mittels derer zensierte Beobachtungen verarbeitet und die latente, in der Praxis nicht beobachtbare Nachfrage prognostiziert werden kann (vgl. Zeni 2001).

Neben drei naiven Prognoseansätzen werden in *Beitrag B1 „Unconstraining-Verfahren im Revenue Management“* mit dem Expectation-Maximization-Algorithmus und der Double-Exponential-Smoothing-Methode zwei Unconstraining-Verfahren vorgestellt und deren Prognosegüte in einer Simulationsstudie evaluiert. Da die im Rahmen des Expectation-Maximization-Algorithmus benötigten bedingten Erwartungswerte in der Revenue-Management-Literatur zur Nachfrageprognose bisher nur fehlerhaft (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a) bzw. unvollständig (vgl. z. B. Zeni 2001, Talluri und van Ryzin 2005) dargestellt werden, erfolgt eine ausführliche Herleitung. Weiterhin wird ein Simulationsframework zur Generierung stochastisch zensierter Nachfrage beschrieben.

I.1.3 Kapazitätssteuerung

In der Literatur wurde in den vergangenen Jahrzehnten eine Vielzahl verschiedener Verfahren zur Kapazitätssteuerung diskutiert. Allen Methoden der Kapazitätssteuerung zugrunde liegt die Entscheidung über die Annahme oder Ablehnung eingehender Produktanfragen (vgl. McGill und van Ryzin 1999). An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass es aus mathematischer Sicht irrelevant ist, ob der Anbieter über die Annahme bzw. Ablehnung einer vorliegenden Anfrage nach einem bestimmten Produkt entscheidet oder vor

Eintreffen einer Kundenanfrage eine Entscheidung bezüglich der Verfügbarkeit verschiedener Produkte trifft. Beide Modellierungsansätze sind dementsprechend äquivalent.

Im Rahmen der Kapazitätssteuerung kann zunächst eine Unterscheidung zwischen *mengenorientierten* und *erlösorientierten Steuerungsansätzen* erfolgen. Bei der erlösorientierten Kapazitätssteuerung wird eine Preisuntergrenze (sog. *Bid-Preis*) für die aktuell nachgefragte Kapazitätseinheit bestimmt. Liegt der Wert der gegenwärtigen Anfrage unter diesem Bid-Preis, so wird die Anfrage abgelehnt, andernfalls angenommen. Bei der mengenorientierten Steuerung erfolgt häufig eine Bestimmung von *Buchungslimits*, die die maximal von einem Produkt abzusetzende Menge angeben (vgl. Klein und Steinhardt 2008, Abschnitt 3.1.3). Weiterhin kann zwischen *Single-Leg-* und *Netzwerkansätzen* differenziert werden. Der Begriff *Single-Leg* stammt aus dem *Airline-Revenue-Management*, wobei ein Flugabschnitt als *Leg* bezeichnet wird. Im Falle von *Single-Leg-Verfahren* wird dementsprechend lediglich eine Ressource betrachtet. In *Netzwerkproblemen* hingegen können auch Produkte berücksichtigt werden, für deren Erstellung verschiedene Ressourcen erforderlich sind (vgl. z. B. Talluri van Ryzin 2004a, S. 20). Bei *Fluglinien* stellt beispielsweise jeder Teilabschnitt einer Umsteigeverbindung eine Ressource dar. Ein *Hotel* hingegen betrachtet die an einem bestimmten Tag zur Verfügung stehenden Betten als eine Ressource, während es sich bei der verfügbaren Bettenzahl am Folgetag um eine weitere Ressource handelt. Schließlich lassen sich *Revenue-Management-Ansätze* bezüglich der Modellierung des Verkaufszeitraums unterscheiden. Bei *statischen* bzw. *aggregierten Modellen* wird lediglich der Erwartungswert der aggregierten Nachfrage bzw. deren Verteilung betrachtet, wodurch verschiedene einperiodige deterministische (vgl. z. B. Glover et al. 1982) bzw. stochastische (vgl. de Boer et al. 2002) Modelle entstehen. Wird hingegen die zeitliche Abfolge der eingehenden individuellen Anfragen berücksichtigt, so entstehen *stochastische dynamische Programme* (vgl. z. B. Talluri und van Ryzin 1998), durch die der eigentliche Verkaufsprozess realistischer abgebildet werden kann. Letzterer Ansatz ist für praxisrelevante Problemstellungen in der Regel jedoch nicht mehr lösbar, weswegen – u. a. unter Zuhilfenahme statischer Modellierungsansätze – eine Vielzahl von approximativen Ansätzen und Dekompositionsverfahren existiert.

Im Bereich des Revenue Managements lag allen Modellierungsansätzen lange Zeit die sog. *Independent-Demand*-Annahme zugrunde, die unterstellt, dass die Nachfrage unabhängig von der Steuerungspolitik des Anbieters eintrifft. Diese Annahme trifft jedoch nur dann uneingeschränkt zu, wenn die angebotenen Produkte aus Kundensicht nicht gegeneinander substituierbar sind. Um einen realitätsgetreueren Nachfrageprozess zu berücksichtigen, wurden daher im vergangenen Jahrzehnt *Customer-Choice*- bzw. *Kundenwahlmodelle* in Ansätze zur Kapazitätssteuerung integriert (vgl. z. B. Talluri und van Ryzin 2004b, Liu und van Ryzin 2008). Weiterhin wurden verschiedene Verfahren entwickelt, die *Upgrade*-Entscheidungen im Steuerungsprozess (vgl. Gallego und Stefanescu 2009) oder die Verfügbarkeit *flexibler Produkte* (vgl. Petrick et al. 2010) berücksichtigen. Für einen allgemeinen Überblick zur Kapazitätssteuerung sowie weiteren Revenue-Management-Instrumenten sei auf die Übersichtsartikel von McGill und van Ryzin (1999), Boyd und Bilegan (2003) und Chiang et al. (2007) sowie die Lehrbücher von Talluri und van Ryzin (2004a), Phillips (2005) und Klein und Steinhardt (2008) verwiesen.

Wie bereits erläutert, verfolgen gegenwärtige Revenue-Management-Verfahren fast ausschließlich das Ziel einer kurzfristigen transaktionsorientierten Erlösmaximierung, indem die Verfügbarkeit zuvor definierter Produkte gegenüber meist anonymen Endkunden gesteuert wird. Den Auswirkungen gegenwärtiger Verfügbarkeitsentscheidungen auf den langfristigen Kundenwert sowie den Erfordernissen, die beim Absatz größerer Mengeneinheiten an institutionelle Käufer auftreten, wird hingegen kaum Rechnung getragen. Im folgenden Abschnitt soll daher die Relevanz eines kundenbeziehungsorientierten Revenue Managements aufgezeigt werden.

I.2 Kundenbeziehungsorientiertes Revenue Management

Die Integration von Planungsaufgaben außerhalb des eigentlichen Revenue-Management-Prozesses und klassischen Verfahren der Kapazitätssteuerung wurde in der Literatur bisher nur vereinzelt z. B. im Bereich des *Airline Schedule Planning* (vgl. Barnhart et al. 2009) diskutiert. Ruff (2014) präsentiert einen allgemeinen Literaturüberblick sowie einen Strukturierungsansatz zu mit Pricing und Kapazitätssteuerung verbundenen Planungsebenen anderer Unternehmensbereiche. Da sich die in Kapitel II dieser Dissertations-

schrift vorgestellten Beiträge vornehmlich der optimalen Ausgestaltung von Business-to-Consumer- und Business-to-Business-Beziehungen widmen, werden diese beiden Aspekte der Kundenorientierung nachfolgend kurz diskutiert.

Die Forderung nach einer Integration des langfristigen *Kundenwerts* in das Revenue Management wird bereits seit Anfang des letzten Jahrzehnts vertreten (vgl. z. B. Belobaba 2002, Esse 2003). Da bisher vornehmlich Ansätze zur Berücksichtigung indirekter Erlöse in der Kapazitätssteuerung existieren (vgl. z. B. Hendler und Hendler 2004, Metters et al. 2008), besteht noch immer Forschungsbedarf hinsichtlich der Berücksichtigung von Kundenbeziehungen im Revenue Management (vgl. Gallego und Stefanescu 2012, Kimes and Beard 2013). Die Steigerung der Kundenbindung, die Etablierung langfristiger Kundenbeziehungen sowie die Bestimmung des Kundenwerts (*Customer Lifetime Value*) bzw. der *Customer Equity* sind grundsätzlich Gegenstand des *Customer Relationship Managements*. Der Kundenwert wird in diesem Zusammenhang häufig als der Barwert aller zukünftigen Einzahlungsüberschüsse, die durch einen Kunden generiert werden, definiert (vgl. Kotler 1974, Berger und Nasr 1998). Die Customer Equity wiederum beschreibt die Summe der Kundenwerte aller gegenwärtigen und zukünftigen Kunden eines Unternehmens (vgl. Blattberg und Deighton 1996). Neben einer Vielzahl an Methoden zur Kundenwertbestimmung (für eine Übersicht siehe Gupta et al. 2006) widmen sich viele Publikationen aus dem Bereich des Customer Relationship Managements der Maximierung des Customer Lifetime Values bzw. der Customer Equity. Dabei wird das jeweilige Maximierungsziel vorwiegend durch die optimale Wahl von Werbemaßnahmen (vgl. z. B. Bitran und Mondschein 1996, Pfeifer und Carraway 2000) oder die Bestimmung von Ausgaben für Kundenakquise und Kundenbindung (vgl. z. B. Blattberg und Deighton 1996) verfolgt. Die diskutierten Optimierungsansätze berücksichtigen jedoch zumeist keine *angebotsseitigen Wechselwirkungen* zwischen einzelnen Kundenbeziehungen, die auftreten, wenn verschiedene Kunden um die knappe Kapazität des Anbieters konkurrieren (vgl. Pfeiffer und Ovchinnikov 2011). Im Revenue Management hingegen steht, wie in Abschnitt I.1 ausgeführt, die kurzfristige Erlösmaximierung durch die optimale Allokation fixer Kapazität im Vordergrund. Dabei bleiben die langfristigen Auswirkungen gegen-

wärtiger Verfügbarkeitsentscheidungen auf das zukünftige Kundenverhalten und damit die zukünftige Nachfrage jedoch zumeist unberücksichtigt, obwohl verschiedene Studien aufzeigen, dass Faktoren wie verfügbares Sortiment oder zeitliche Verfügbarkeit von Produkten einen signifikanten Einfluss auf die *Wiederkaufwahrscheinlichkeit* der Kunden haben (vgl. Paul et al. 2009). Von Wangenheim und Bayón (2007) stellen in einem ähnlichen Kontext fest, dass *Downgrades* und *Denied Boardings* (Nichtbeförderung aufgrund zu hoher Überbuchung) einen negativen Effekt auf zukünftige Transaktionen und damit zukünftige Nachfrage haben. Die Zeit, die seit dem letzten Kauf eines Kunden verstrichen ist, wird im Marketing als *Recency* bezeichnet. Auch in diesem Zusammenhang kann für die meisten Branchen beobachtet werden, dass die Wiederkaufwahrscheinlichkeit eines Kunden mit zunehmender Recency sinkt (vgl. Fader et al. 2005, Neslin et al. 2013). Gerade bei Verbrauchsgütern und Dienstleistungen kann daher im Allgemeinen davon ausgegangen werden, dass ein Kunde, dessen gegenwärtige Anfrage abgelehnt wird, in Zukunft eine geringere Wiederkaufwahrscheinlichkeit aufweist als ein Kunde, dessen Anfrage angenommen wurde. Vor diesem Hintergrund ist es demnach erstrebenswert, die langfristigen Folgen aktueller Annahme- bzw. Ablehnungsentscheidungen in bestehende Revenue-Management-Ansätze zu integrieren; dieses Ziel wird in den Beiträgen B2, B3 und B4 verfolgt.

Beitrag B2 „CR²M—An approach for capacity control considering long-term effects on the value of a company“ präsentiert ein (ganzzahliges) lineares Programm, das die langfristigen Auswirkungen gegenwärtiger Verfügbarkeitsentscheidungen berücksichtigt, indem der Wert einer aktuellen Anfrage als Linearkombination aus kurzfristig erzielbarem Erlös und der erwarteten Kundenwertänderung dargestellt wird. Die exogen gegebene Veränderung des Kundenwerts ist dabei eine Funktion der gegenwärtigen Verfügbarkeitsentscheidung sowie der Anzahl konsekutiver Ablehnungen in vorangegangenen Perioden.

Beitrag B3 „On the integration of customer lifetime value into revenue management“ verfolgt im Rahmen eines mehrperiodigen linearen Programms erstmals eine direkte Berücksichtigung der Wiederkaufwahrscheinlichkeiten verschiedener Kundensegmente, wo-

bei die Wiederkaufwahrscheinlichkeiten in der Folgeperiode als Funktion der Verfügbarkeitsentscheidung der aktuellen Periode modelliert werden.

Im Gegensatz zu den Beiträgen B2 und B3, in denen der Erwartungswert der aggregierten Nachfrage betrachtet wird, präsentiert *Beitrag B4 „Maximizing customer equity subject to capacity constraints“* einen Markov-Entscheidungsprozess, der der Unsicherheit bezüglich des künftigen Kundenverhaltens Rechnung trägt. Neben einer optimalen Allokationsstrategie, die den kurzfristig erzielbaren Erlös und die Sicherung zukünftiger Nachfrage ausbalanciert, wird ein opportunitätskostenbasierter Ansatz zur Bestimmung des Kundenwerts unter knapper Kapazität vorgestellt.

Während die Steuerung von Kundenbeziehungen über Verfügbarkeitsentscheidungen aufgrund des relativ geringen Koordinationsaufwands vornehmlich im Business-to-Consumer-Bereich, also gegenüber Privatkunden, zweckmäßig erscheint, treten im Business-to-Business-Kontext andere Charakteristika in den Vordergrund. Sieht sich ein kapazitätsbeschränkter Anbieter einem *institutionellen Käufer* gegenüber, so ist es dem Anbieter häufig nicht möglich, Preise einseitig zu diktieren (vgl. Dietrich et al. 2008). Aufgrund imperfekter Fencing-Mechanismen oder der *Verhandlungsmacht* institutioneller Käufer kann es erforderlich sein, spezielle Bezugskonditionen mit Großkunden bilateral zu vereinbaren. Die effiziente Gestaltung derartiger Verträge zwischen den Parteien einer dezentralen Lieferkette ist Gegenstand der *Supply-Chain-Koordination*. In diesem Forschungsbereich wurde und wird eine Vielzahl von Verträgen zur effizienten Koordination verschiedenster Supply-Chain-Typen diskutiert. Die hierfür verwendeten Modelle stellen dabei häufig Erweiterungen des *Newsvendor*-Problems dar; einen Überblick über Supply-Chain-Koordination geben z. B. Cachon (2003) und Arshinder et al. (2011). Bisher fanden jedoch einige in Revenue-Management-Industrien zentrale Aspekte keinen Eingang in die in diesem Forschungsfeld publizierten Modelle.

Beitrag B5 „Price- and quantity-based B2B contracts in a revenue management environment“ integriert daher zentrale Modelle aus den Bereichen Revenue Management und Supply-Chain-Koordination. Im vorgestellten Modell vertreibt ein kapazitätsbeschränkter Anbieter ein Produkt sowohl an Endkunden als auch an einen institutionellen Käufer.

Dieser Käufer wiederum nutzt das betrachtete Produkt, um seine eigenen Kunden in einem anderen Markt zu bedienen. Im Gegensatz zu bestehenden Supply-Chain-Modellen, in denen der Käufer gegenüber seinen eigenen Kunden entweder als Preisnehmer oder Preissetzer fungiert, wird in Beitrag B5 ein *preisdifferenzierender Käufer* berücksichtigt. Zunächst erfolgt eine Analyse eines nichtkooperativen Modells, in dem der Anbieter einen Einheitspreis gegenüber Endkunden und institutionellem Käufer setzt. Anschließend wird die Profitabilität eines kombinierten Preis-Mengen-Vertrags untersucht. Dabei haben Anbieter und Käufer die Möglichkeit, individuelle *Mengen- und Preisvereinbarungen* zu treffen, wobei das Verhandlungsergebnis mittels der *Nash Bargaining Solution* ermittelt wird.

Literatur

- Arshinder K, Kanda A, Deshmukh SG. A review on supply chain coordination: Coordination mechanisms, managing uncertainty and research directions. In: Supply chain coordination under uncertainty, Hrsg.: Choi T-M, Cheng TCE, 39–82. Berlin: Springer, 2011.
- Barnhart C, Farahat A, Lohateponat M. Airline fleet assignment with enhanced revenue modeling. *Operations Research* 57(1), 2009, 231–244.
- Belobaba PB. Back to the future? Directions for revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management* 1(1), 2002, 87–88.
- Berger PD, Nasr NI. Customer lifetime value: Marketing models and applications. *Journal of Interactive Marketing* 12(1), 1998, 17–30.
- Bitran GR, Mondschein SV. Mailing decisions in the catalog sales industry. *Management Science* 42(9), 1996, 1364–1381.
- Blattberg RC, Deighton J. Manage marketing by the customer equity test. *Harvard Business Review* 74(July–August), 1996, 136–144.
- Boyd EA, Bilegan IC. Revenue management and e-commerce. *Management Science* 49(10), 2003, 1363–1386.
- Cachon G. Supply chain coordination with contracts. In: Handbooks in operations research and management science (Volume 11) Supply chain management: Design, coordination and operation, Hrsg.: Graves S, de Kok T, 229–340. Amsterdam: Elsevier, 2003.
- Chiang W-C, Chen JCH, Xu X. An overview of research on revenue management: Current issues and future research. *International Journal of Revenue Management* 1(1), 2007, 97–128.

- de Boer SV, Freling R, Piersma N. Mathematical programming for network revenue management revisited. *European Journal of Operational Research* 137(1), 2002, 72–92.
- Dietrich B, Paleologo GA, Winter L. Revenue management in business services. *Production and Operations Management* 17(4), 2008, 475–480.
- Esse T. Securing the value of customer value management. *Journal of Revenue and Pricing Management* 2(2), 2003, 166–171.
- Fader PS, Hardie BGS, Lee KL. RFM and CLV: Using iso-value curves for customer analysis. *Journal of Marketing Research* 42(4), 2005, 415–430.
- Faßnacht M. *Preisdifferenzierung bei Dienstleistungen: Implementationsformen und Determinanten*. Wiesbaden: Gabler, 1996.
- Gallego G, Stefanescu C. Services engineering: Design and pricing of service features. In: *The Oxford handbook of pricing management*, Hrsg.: Phillips R, Özer Ö, 713–737. Oxford: Oxford University Press, 2012.
- Gallego G, Stefanescu C. Upgrades, upsells and pricing in revenue management. *Arbeitspapier*, IEOR Department, Columbia University, 2009.
- Glover F, Glover R, Lorenzo J, McMillan C. The passenger-mix problem in the scheduled airlines. *Interfaces* 12(3), 1982, 73–79.
- Gupta S, Hanssens D, Hardie B, Kahn W, Kumar V, Lin N, Ravishanker N, Sriram S. Modeling customer lifetime value. *Journal of Service Research* 9(2), 2006, 139–155.
- Haley RI. Benefit segmentation: A decision-oriented research tool. *Journal of Marketing* 32(3), 1968, 30–35.
- Hendler R, Hendler F. Revenue management in fabulous Las Vegas: Combining customer relationship management and revenue management to maximise profitability. *Journal of Revenue and Pricing Management* 3(1), 2004, 73–79.
- Kimes SE. Perceived fairness of yield management. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly* 35(1), 1994, 22–29.
- Kimes SE, Beard J. The future of restaurant revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management* 12(5), 2013, 464–469.
- Klein R. *Revenue Management: Quantitative Methoden zur Erlösmaximierung in der Dienstleistungsproduktion*. *Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis* 53(3), 2001, 245–259.
- Klein R, Steinhardt C. *Revenue Management: Grundlagen und Mathematische Methoden*. Berlin: Springer, 2008.
- Kotler P. Marketing during periods of shortage. *Journal of Marketing* 38(3), 1974, 20–29.
- Liu Q, van Ryzin GJ. On the choice-based linear programming model for network revenue management. *Manufacturing & Service Operations Management* 10(2), 2008, 288–310.

- McGill JI, van Ryzin GJ. Revenue management: Research overview and prospects. *Transportation Science* 33(2), 1999, 233–256.
- McMahon-Beattie U. Trust, fairness and justice in revenue management: Creating value for the consumer. *Journal of Revenue and Pricing Management* 10(1), 2011, 44–46.
- Metters R, Queenan C, Ferguson M, Harrison L, Higbie J, Ward S, Barfield B, Farley T, Kuyumcu HA, Duggasani A. The “Killer application” of revenue management: Harrah’s Cherokee Casino & Hotel. *Interfaces* 38(2), 2008, 161–175.
- Neslin SA, Taylor GA, Grantham KD, McNeil KR. Overcoming the “recency trap” in customer relationship management. *Journal of the Academy of Marketing Science* 41(3), 2013, 320–337.
- Paul M, Henning-Thurau T, Gremler DD, Gwinner KP, Wiertz C. Toward a theory of repeat purchase drivers for consumer services. *Journal of the Academy of Marketing Science* 37(2), 2009, 215–237.
- Petrick A, Gönsch J, Steinhardt C, Klein R. Dynamic control mechanisms for revenue management with flexible products. *Computers & Operations Research* 37(11), 2010, 2027–2039.
- Pfeifer PE, Ovchinnikov A. A note on willingness to spend and customer lifetime value for firms with limited capacity. *Journal of Interactive Marketing* 25(3), 2011, 178–189.
- Pfeifer PE, Carraway RL. Modeling customer relationships as Markov chains. *Journal of Interactive Marketing* 14(2), 2000, 43–55.
- Phillips RL. Pricing and revenue optimization. Stanford: Stanford University Press, 2005.
- Ruff V. Coordinated planning in revenue management. Dissertation, Universität Mannheim, 2014.
- Talluri KT, van Ryzin GJ. An analysis of bid-price controls for network revenue management. *Management Science* 44(11), 1998, 1577–1593.
- Talluri KT, van Ryzin GJ. The theory and practice of revenue management. New York: Springer, 2004a.
- Talluri KT, van Ryzin GJ. Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior. *Management Science* 50(1), 2004b, 15–33.
- Vinod B. The continuing evolution: Customer-centric revenue management. *Journal of Revenue and Pricing Management* 7(1), 2008, 27–39.
- von Wangenheim F, Bayón T. Behavioral consequences of overbooking service capacity. *Journal of Marketing* 71(4), 2007, 36–47.
- Wirtz J, Kimes SE. The moderating role of familiarity in fairness perceptions of revenue management pricing. *Journal of Service Research* 9(3), 2007, 229–240.
- Zeni RH. Improved forecast accuracy in revenue management by unconstraining demand estimates from censored data. Dissertation, Rutgers University, 2001.

Zhang M, Bell P. Price fencing in the practice of revenue management: An overview and taxonomy. *Journal of Revenue and Pricing Management* 11(2), 2012, 146–159.

II Beiträge zum kundenbeziehungsorientierten Revenue Management

Beitrag B1:

Unconstraining-Verfahren im Revenue Management

Abstract

Um die zahlreichen in der Literatur diskutierten Optimierungsverfahren aus dem Bereich des Revenue Managements sinnvoll anwenden zu können, ist eine Vielzahl verschiedener Prognosen notwendig. Neben der Prognose von Preiselastizitäten, Stornierungsraten oder No-Show-Wahrscheinlichkeiten ist die Nachfrageprognose in diesem Zusammenhang von besonderer Bedeutung. Da die Gesamtnachfrage in Revenue-Management-Industrien aufgrund beschränkter Kapazität häufig nicht direkt beobachtet werden kann und lediglich zensierte Daten vorliegen, ist der Einsatz sog. Unconstraining-Verfahren zur Prognose latenter Nachfrage erforderlich. Mit dem Expectation-Maximization-Algorithmus und der Double-Exponential-Smoothing-Methode werden in vorliegendem Beitrag zwei dieser Unconstraining-Verfahren beschrieben. Dabei liegt ein besonderer Fokus auf der Herleitung der für den Expectation-Maximization-Algorithmus benötigten bedingten Erwartungswerte der Nachfrage, da diese in der verfügbaren Revenue-Management-Literatur bisher fehlerhaft bzw. unvollständig dargestellt werden. Nach einer ausführlichen Herleitung des Vorgehens zur statistisch fundierten Simulation zensierter Beobachtungen erfolgt eine Messung der Prognosegüte der beschriebenen Verfahren für verschiedene Nachfrageszenarien. Dabei wird die Performance der zeitreihenbasierten Double-Exponential-Smoothing-Methode erstmals für den in praktischen Anwendungen relevanten Fall stochastisch generierter und damit variabler Buchungslimits analysiert.

1 Einleitung

Das Revenue Management (RM) hat sich in den vergangenen Jahrzehnten als eine Teildisziplin des Operations Research erfolgreich etabliert. Dabei wird das Ziel verfolgt, die in einem Unternehmen innerhalb eines begrenzten Zeitraums verfügbare, unflexible Kapazität der zur Leistungserstellung notwendigen Ressourcen möglichst effizient zu nutzen (vgl. Klein 2001). Hierfür existiert eine Vielzahl von Methoden des Pricings und der Kapazitätssteuerung. Versteht man die Kapazitätssteuerung als Kern des RM, so zielen die zugehörigen Verfahren darauf ab, die Verfügbarkeit einer Menge von Produkten, die – bei heterogener und unsicherer Nachfrage – zu einem zuvor definierten Preis angeboten werden und auf dieselben beschränkten Ressourcen zugreifen, gewinnmaximal zu steuern. In diesem Zusammenhang gilt es, über die Annahme bzw. Ablehnung von im Zeitverlauf eintreffenden Anfragen nach den verschiedenen Produkten zu entscheiden, ohne dass am Ende des Verkaufszeitraums ungenutzte Kapazität verbleibt oder hochwertige Nachfrage durch eine zu hohe Verfügbarkeit günstiger Produkte verdrängt wird. Sind die im Rahmen der Leistungserstellung anfallenden variablen Kosten vernachlässigbar, wird der Gewinn als Zielgröße häufig durch den Erlös approximiert.

Ausgehend von der Luftfahrtindustrie, die im Zuge des Airline Deregulation Acts (1978) auf nicht ausgelasteten Strecken neben dem Normaltarif vergünstigte Tarife für Frühbucher anbot, werden RM-Methoden seit geraumer Zeit in weiteren Industrien wie Hotellerie und Restaurants sowie bei Kreuzfahrten und Automobilvermietungen angewandt. Der Einsatz von RM-Verfahren wird jedoch auch für andere Branchen wie die Sachgüter- und Prozessindustrie, Speditionen und Medienunternehmen etc. diskutiert und erforscht. Einen detaillierten Überblick über verschiedene Einsatzgebiete des RM liefern der Übersichtsartikel von Chiang et al. (2007) sowie die Fallstudiensammlung von Yeoman und McMahon-Beattie (2004). Für einen allgemeineren Überblick zum Pricing und Revenue Management verweisen wir auf die Surveys von McGill und van Ryzin (1999), Boyd und Bilegan (2003), Bitran und Caldentey (2003) und Aviv und Vulcano (2012) sowie die Lehrbücher von Talluri und van Ryzin (2004a) und Klein und Steinhardt (2008). Durch den Einsatz von RM-Methoden können je nach Branche Erlössteigerungen von 2 bis 5 %

(vgl. Weatherford und Pölt 2002) bzw. 4 bis 5 % (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a, Abschnitt 1.2.2) beobachtet werden.

Um derartige Erlössteigerungen zu realisieren, ist eine Vielzahl von Prognosen erforderlich. In der Literatur wird diesbezüglich häufig eine Unterscheidung zwischen der Schätzung und der eigentlichen Prognose vorgenommen (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a, Kap. 9), der wir ebenfalls folgen. Ziel von Schätzverfahren ist es danach, Modellparameter zu bestimmen, die einen beobachteten Datensatz möglichst gut erklären. In diesem Zusammenhang können Schätzverfahren dazu dienen, die Parameter eines nachgeschalteten Prognosemodells zu bestimmen. Die Prognose kann in diesem Kontext also als die Anwendung eines geschätzten Modells verstanden werden, um zukünftige Entwicklungen zu prognostizieren. Im RM sind insbesondere Prognosen zu Nachfrage, Preissensitivität oder der Wahrscheinlichkeit von Stornierungen (Decrementing) und No-Shows notwendig. Neben der Bestimmung der Gesamtnachfrage kann weiterhin eine Prognose des zeitlichen Eingangs der Kundenanfragen innerhalb des Buchungszeitraums erforderlich sein. Die Effizienz eines Optimierungsverfahrens hängt dabei maßgeblich von der Qualität dieser Prognosen ab. In den meisten RM-Systemen ist die Prognose automatisiert und datenorientiert. Im Gegensatz hierzu kann die Prognose jedoch auch auf Expertenwissen oder einer Umfrage beruhen. Im Folgenden beschränken wir uns auf quantitative Verfahren zur Prognose der statischen Nachfrage, wobei die Ankunftsreihenfolge der Anfragen unberücksichtigt bleibt.

Bevor wir näher auf Schätz- und Prognoseverfahren eingehen, sollen nachfolgend kurz zwei gängige Modelle der Kapazitätssteuerung vorgestellt werden, um die Erfordernisse und Besonderheiten der Nachfrageprognose im RM exemplarisch zu veranschaulichen. Neben Verfahren aus dem Bereich des Dynamic Programming, die den stochastischen Ankunftsprozess der Kundenanfragen innerhalb des Buchungszeitraums berücksichtigen, haben sich in der Praxis verschiedene deterministische und stochastische Ersatzmodelle etabliert. Glover et al. (1982) präsentieren mit dem Deterministic Linear Programming (DLP) Model ein Verfahren aus der Klasse der deterministischen Ersatzmodelle. Jedes Produkt $i \in \mathcal{J}$ ist definiert über einen Preis r_i und Verbrauchskoeffizienten a_{hi} , die den

zur Produktion von i notwendigen Bedarf jeder Ressource $h \in \mathcal{H}$ angeben. Bezeichne die Zufallsvariable D_i die Nachfrage nach Produkt i und x_i die von i abzusetzende Menge (Kontingente). Ziel des DLP-Modells ist es nun, den Gesamterlös – also die Summe aller mit den Preisen r_i gewichteten Kontingente x_i – zu maximieren (ZF). Die Kapazitätsrestriktion (KR) garantiert hierbei, dass die Ressourcenverbrauche der ermittelten Kontingente die verfügbare Kapazität C_h für keine Ressource $h \in \mathcal{H}$ überschreiten. Weiterhin dürfen die Kontingente die erwartete Nachfrage nach einem bestimmten Produkt $E(D_i)$ nicht übersteigen (Nachfragerestriktion NR). Die Nichtnegativitätsbedingung (NNB) stellt schließlich sicher, dass die ermittelten Kontingente nicht kleiner Null sind.

$$\max \sum_{i \in \mathcal{J}} r_i \cdot x_i \quad (\text{ZF})$$

unter den Nebenbedingungen

$$\sum_{i \in \mathcal{J}} a_{hi} \cdot x_i \leq C_h \quad \forall h \in \mathcal{H} \quad (\text{KR})$$

$$x_i \leq E(D_i) \quad \forall i \in \mathcal{J} \quad (\text{NR})$$

$$x_i \geq 0 \quad \forall i \in \mathcal{J} \quad (\text{NNB})$$

Zur Lösung des DLP-Modells ist offensichtlich Kenntnis über den Erwartungswert der Nachfrage jedes Produkts notwendig. Die Variabilität der Nachfrage bleibt im DLP-Ansatz jedoch unberücksichtigt. Ersetzt man den Erwartungswert der Nachfrage in der Nachfragerestriktion (NR) durch die unsichere Nachfrage D_i , so erhält man das sog. Randomized Linear Programming (RLP) Model, dessen optimaler Zielfunktionswert nun selbst eine Zufallsvariable darstellt. Löst man das RLP-Modell mehrmals für verschiedene Ausprägungen d_i der unsicheren Nachfrage D_i , so ist es möglich, Informationen über die zugrundeliegende Verteilung zu berücksichtigen. Um im Rahmen einer Monte-Carlo-Simulation allerdings verschiedene Nachfrageszenarien zu generieren, ist es nun erforderlich, nicht nur den Erwartungswert, sondern die Verteilung, der D_i genügt, zu kennen. Sowohl mit dem DLP- als auch mit dem RLP-Verfahren ist es möglich, Buchungslimits b_i für die angebotenen Produkte zu bestimmen, die höherwertige Produkte vor dem Zugriff niederwertigerer schützen.

Zusammenfassend lässt sich festhalten, dass zur Parametrisierung oben beschriebener Modelle Prognosen bezüglich der zukünftigen Nachfrage bzw. deren Verteilung notwendig sind. Während der Erwartungswert der Nachfrage im DLP-Modell ggf. noch über einfache Prognoseverfahren bestimmt werden kann, ist es für das RLP-Verfahren erforderlich, eine geeignete theoretische Verteilung zu parametrisieren. Jedoch stellt die unhinterfragte Betrachtung historischen Datenmaterials nicht immer eine geeignete Basis zur Prognose zukünftiger Nachfrage bzw. deren Verteilung dar. Eine Situation, mit der man sich im RM häufig konfrontiert sieht, ist das Vorliegen fehlender oder nur eingeschränkt beobachtbarer Daten, sog. zensierter Beobachtungen.¹ Gerade in von Kapazitätsbeschränkungen geprägten Branchen wie der Airline-Industrie ist dies der Fall: Wird ein Produkt aufgrund der mit oben beschriebenen Modellen optimierten Buchungslimits nicht mehr angeboten oder ist die verfügbare Kapazität ausgeschöpft, kann man die daraufhin eingehende Nachfrage im Regelfall nicht mehr beobachten; für einen stets ausgebuchten Flug (ohne weitere Unterscheidung verschiedener Buchungsklassen) würde z. B. fortwährend eine Nachfrage in Höhe der Kapazitätsgrenze, also der zur Verfügung stehenden Sitzplätze, gemessen. Eine einfache Prognose liefert dementsprechend die Sitzplatzkapazität als zu erwartende Nachfrage, obwohl – bei größerer vorhandener Kapazität – womöglich eine größere Anzahl an Buchungen beobachtbar gewesen wäre. Prognoseverfahren, die das Vorliegen zensierter Daten berücksichtigen, werden als Unconstraining-Verfahren bezeichnet.

Nachfolgend erfolgt in Kapitel 2 zunächst eine kurze Einführung in die Methoden der Schätzung. Anschließend gehen wir in Kapitel 3 auf Prognoseverfahren ein, wobei der Fokus auf den für die Nachfrageschätzung bedeutenden Unconstraining-Ansätzen liegt und der Expectation-Maximization-Algorithmus sowie die Double-Exponential-Smoothing-Methode detailliert beschrieben werden. Da die verfügbare Revenue-Management-Literatur die für den Expectation-Maximization-Algorithmus benötigten bedingten Erwartungswerte der Nachfrage bisher nur fehlerhaft (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a) bzw. unvollständig darstellt (vgl. z. B. Zeni 2001, Talluri und van Ryzin 2005), werden diese ausführ-

¹ In der englischsprachigen Literatur werden hierfür Begriffe wie Incomplete, Censored, Constrained oder Truncated Data verwendet.

lich hergeleitet. Kapitel 4 enthält eine Analyse der Performance der vorgestellten Unconstraining-Verfahren unter Berücksichtigung stochastischer Buchungslimits sowie eine kurze Zusammenfassung.

2 Schätzverfahren

Wie bereits erläutert, dienen die Schätzmethoden der Bestimmung von Modellparametern, welche einen gegebenen Datensatz bestmöglich beschreiben (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a, S. 419). Beschreibe diesbezüglich die Zufallsvariable D_k , $k \in \mathcal{K}$, die k -te Beobachtung der Nachfrage nach einem bestimmten Produkt. Da das in diesem Kapitel beschriebene Schätzverfahren wie auch die in Kapitel 3 erläuterten Prognosemethoden grundsätzlich für jedes Produkt $i \in \mathcal{J}$ isoliert von anderen Produkten $i' \neq i$ durchgeführt werden können, verzichten wir zur Vereinfachung der Notation im Folgenden auf eine Kennzeichnung mit dem Produktindex i . Sei $F(d) = P(D_k \leq d)$ die Verteilungsfunktion von D_k , so stellt sich also grundsätzlich die Frage, welcher Verteilung $F(d)$ die beobachteten Daten genügen.

Im Bereich der Schätzung kann generell zwischen nichtparametrischen und parametrischen Schätzverfahren unterschieden werden. Erstere zeichnen sich dadurch aus, dass keine Annahmen bezüglich der zugrundeliegenden Verteilungsfunktion $F(\cdot)$ angestellt werden müssen. Dieser Forderung genügt beispielsweise die zu einem bestimmten Datensatz ermittelte empirische Verteilungsfunktion (vgl. Büning und Trenkler 1994), welche als nichtparametrischer Schätzer der wahren Verteilung $F(d)$ dienen kann. Zwar stellt diese Herangehensweise einen äußerst allgemeingültigen und einfach zu implementierenden Ansatz dar, jedoch resultieren gerade daraus nicht zu vernachlässigende Nachteile. Das Fehlen einer konkreten Verteilungsfunktion führt dazu, dass lediglich empirische, jedoch keine theoretischen Ausprägungen mit ins Kalkül gezogen werden, woraus wiederum – um präzise Schätzungen zu gewährleisten – hohe Anforderungen hinsichtlich der Größe des benötigten Datensatzes resultieren. Parametrische Schätzmethoden zeichnen sich gegenüber den nichtparametrischen in Bezug auf die Fähigkeit zur Glättung der beobachteten Daten aus und bieten die Möglichkeit, über die reinen Beobachtungen hinaus zu ex-

trapolieren. Die größere Robustheit sowie die geringeren Erfordernisse hinsichtlich des benötigten Datenvolumens führen schließlich auch dazu, dass in der Praxis bevorzugt parametrische Schätzmethoden eingesetzt werden, weshalb nachfolgend ein solches Modell vorgestellt werden soll. Hierzu sowie zu Unsicherheiten der parametrischen Schätzung (Spezifikationsfehler, Randverhalten) und weiteren allgemeinen Eigenschaften siehe Talluri und van Ryzin (2004a, Abschnitt 9.2.1.3).

Ein parametrischer Schätzer basiert auf der Annahme, die den D_k zugrundeliegende Verteilungsfunktion besitze die Form $F(d_k, \boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}_k) = P(D_k \leq d | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}_k)$, wobei \mathbf{y}_k ein Vektor exogener Variablen – im Falle von zu schätzender Fluggastnachfrage beispielsweise Uhrzeit, Wochentag, Ferien, Preis etc. – und $\boldsymbol{\theta}$ ein Vektor von zu schätzenden Parametern ist. Weiterhin seien für die $|\mathcal{K}|$ Beobachtungen der Zufallsvariablen $\mathbf{D} = (D_k)_{1 \times |\mathcal{K}|}$ die unabhängigen Realisationen $\mathbf{d} = (d_k)_{1 \times |\mathcal{K}|}$ sowie die Werte der erklärenden Variablen \mathbf{y}_k , $k \in \mathcal{K}$, gegeben. Die Problemstellung liegt nun in der Schätzung der unbekannt Parameter $\boldsymbol{\theta}$ unter ausschließlicher Verwendung der Ausprägungen der Beobachtungen \mathbf{d} und der Werte der korrespondierenden Vektoren \mathbf{y}_k . Zur Lösung dieses Problems können verschiedene statistische Schätzverfahren wie die Kleinste-Quadrate- oder die Momentenmethode verwendet werden. Im Folgenden beschränken wir uns auf eine Darstellung des Maximum-Likelihood-Verfahrens.

Im Rahmen der Maximum-Likelihood- bzw. ML-Methode wird versucht, diejenigen Parameter der Verteilung der Stichprobenvariablen zu bestimmen, welche die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten der beobachteten Stichprobenrealisation maximieren. Sei f die der Verteilung der D_k zugehörige Dichtefunktion. Ist diese Wahrscheinlichkeitsdichte eine Funktion der Parameter $\boldsymbol{\theta}$ und der Beobachtungen der exogenen Variablen \mathbf{y}_k , so ist die Wahrscheinlichkeit, den Wert d_k als k -te Ausprägung zu beobachten, gegeben durch $f(d_k | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}_k)$. Die Wahrscheinlichkeit, die $|\mathcal{K}|$ unabhängigen Realisationen (d_k, \mathbf{y}_k) , $k \in \mathcal{K}$, zu beobachten, beträgt demzufolge

$$\mathcal{L} = \prod_{k \in \mathcal{K}} f(d_k | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}_k) .$$

Mit dem ML-Schätzer soll nun derjenige Vektor $\boldsymbol{\theta}$ gefunden werden, der \mathcal{L} maximiert. Um die oben stehende Produktform von \mathcal{L} zu beseitigen, bietet es sich an, das Maximierungsproblem auf die logarithmierte Likelihoodfunktion $\ln \mathcal{L}$ zu übertragen. Dies führt zu folgender Maximum-Bestimmung:

$$\max_{\boldsymbol{\theta}} \ln \mathcal{L} = \max_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{k \in \mathcal{K}} \ln f(d_k | \boldsymbol{\theta}, \mathbf{y}_k) .$$

Generell kann $\boldsymbol{\theta}$ numerisch bestimmt werden. Für bestimmte Verteilungsannahmen ist jedoch auch eine analytische Lösung möglich.

Geht man von einer normalverteilten Nachfrage² ohne weitere zu berücksichtigende Einflussfaktoren \mathbf{y}_k aus, so sind die zu schätzenden Parameter der Erwartungswert und die Standardabweichung; dementsprechend ist $\boldsymbol{\theta} = (\mu, \sigma)$. Die Likelihoodfunktion nimmt dann folgende Form an:

$$\mathcal{L} = f(\mathbf{d} | \boldsymbol{\theta}) = f(\mathbf{d} | \mu, \sigma) = \prod_{k \in \mathcal{K}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(d_k - \mu)^2}{2\sigma^2}} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \right)^{|\mathcal{K}|} e^{-\frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} (d_k - \mu)^2}{2\sigma^2}} .$$

Nach Logarithmieren erhält man das Maximierungsproblem

$$\max_{\mu, \sigma} \ln \mathcal{L} = \max_{\mu, \sigma} \left[-\frac{|\mathcal{K}| \ln(2\pi)}{2} - |\mathcal{K}| \ln \sigma - \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} (d_k - \mu)^2}{2\sigma^2} \right] .$$

Unabhängig von σ wird $\ln \mathcal{L}$ bezüglich μ genau dann maximiert, wenn die Summe der quadrierten d_k -Abweichungen minimal ist. Nullsetzen der partiellen Ableitung nach μ liefert

$$\frac{\partial}{\partial \mu} \sum_{k \in \mathcal{K}} (d_k - \mu)^2 = -2 \sum_{k \in \mathcal{K}} (d_k - \mu) = 0 \Leftrightarrow \sum_{k \in \mathcal{K}} d_k - N\mu = 0 .$$

² Zwar können bei normalverteilter Nachfrage prinzipiell auch negative Nachfragewerte resultieren, jedoch ist die Wahrscheinlichkeit negativer Ausprägungen für praxisrelevante Verteilungsparameter μ und σ vernachlässigbar gering. Dient die Normalverteilung insbesondere der Approximation eines Poisson-Prozesses der Kundenankünfte, treten negative Ausprägungen z. B. im Falle von $\mu = \sigma^2 = 100$ lediglich mit einer Wahrscheinlichkeit der Größenordnung 10^{-24} auf.

Hieraus folgt als gesuchter ML-Schätzer unmittelbar das Stichprobenmittel

$$\hat{\mu} = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \sum_{k \in \mathcal{K}} d_k .$$

Zur Bestimmung der Standardabweichung gilt es $\ln \mathcal{L}$ partiell nach σ abzuleiten:

$$\frac{\partial}{\partial \sigma} \ln \mathcal{L} = -\frac{|\mathcal{K}|}{\sigma} + \frac{\sum_{k \in \mathcal{K}} (d_k - \mu)^2}{\sigma^3} .$$

Durch Nullsetzen ergibt sich für unbekanntes μ folgende (nicht erwartungstreue) Lösung:

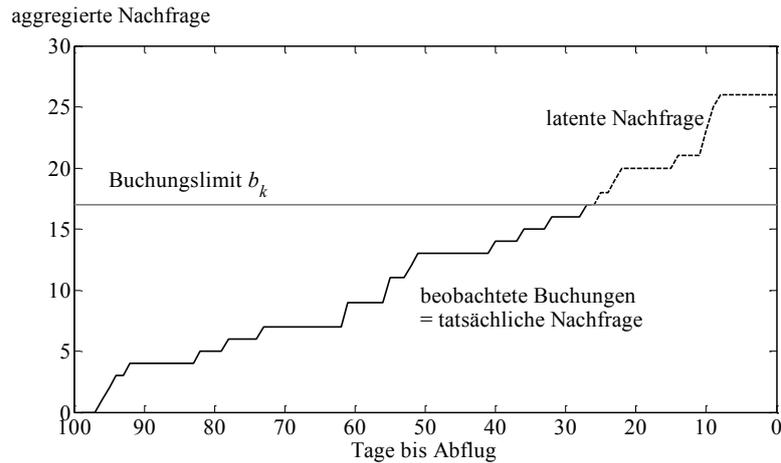
$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{K}|} \sum_{k \in \mathcal{K}} (d_k - \hat{\mu})^2} .$$

Auf eine Darstellung der Bedingungen zweiter Ordnung wird an dieser Stelle verzichtet. Ignoriert man, dass einige der Beobachtungen zensiert sind, so kann eine Parametrisierung der Nachfragerrestriktion (NR) des DLP-Modells mit $\hat{\mu}$ erfolgen. Unterstellt man eine normalverteilte Nachfrage, kann die zugrundeliegende Verteilung mit $\hat{\theta} = (\hat{\mu}, \hat{\sigma})$ parametrisiert werden, um verschiedene Nachfrageszenarien im Rahmen des RLP-Ansatzes zu generieren.

3 Data Incompleteness und Unconstraining

Wie bereits in Kapitel 1 beschrieben, erfordert das Vorliegen zensierter Daten den Einsatz von geeigneten Unconstraining-Verfahren. Im Rahmen der Prognose der Gesamtnachfrage ist dabei eine etwaige, aufgrund von Kapazitätsbeschränkungen bestehende Abweichung zwischen beobachteten Buchungen und der tatsächlichen – allerdings nicht vollständig beobachtbaren – Nachfrage zu beachten. Jedoch müsste, selbst im Falle der Aufzeichnung sämtlicher nicht zu einer Buchung führender Anfragen (Turndowns), ferner nach der Ursache des Nichtzustandekommens differenziert werden. Man unterscheidet hierbei das anbieterseitige Nichtzustandekommen einer Transaktion aufgrund der Nichtverfügbarkeit des gewünschten Produkts (Denial) von der durch den Kunden getroffenen

Nichtkaufentscheidung (Regret), wobei ausschließlich erstere als verborgene oder latente Nachfrage verstanden wird (vgl. Queenan et al. 2007). Die gesamte Nachfrage ergäbe sich folgerichtig aus den eingegangenen Buchungen zuzüglich der latenten Nachfrage, wobei ggf. Probleme bei der Abgrenzung von Denials und Regrets auftreten können (vgl. Orkin 1998). Jedoch kann die verborgene – und damit auch die gesamte unzensierte – Nachfrage selbst bei korrekter Unterscheidung von Denials und Regrets zumeist nicht direkt beobachtet werden. Diese Problematik ist beispielsweise auf mehrfache Anfragen desselben Kunden oder auf nicht vom Anbieter selbst kontrollierte Vertriebskanäle zurückzuführen. Das in Kapitel 2 besprochene ML-Verfahren liefert in solchen Fällen folglich keine erwartungstreuen Prognosen, sondern unterschätzt die „wahre Nachfrage“ systematisch. Wird diese Gesamtnachfrage um 12,5 bzw. 25 % unterschätzt, so können daraus Ertragseinbußen in Höhe von 1 bzw. 3 % resultieren (vgl. Weatherford und Belobaba 2002). Vergleicht man diese Werte mit dem bereits zitierten, durch RM allgemein realisierbaren Ertragssteigerungspotential, wird deutlich, welche exponierte Rolle einer adäquaten Prognose zukommt. Die in unten stehender Abbildung dargestellte Buchungskurve veranschaulicht den Nachfrageprozess im Airline-RM schematisch. Die Buchungskurve dient dabei der Visualisierung der zeitlichen Verteilung der Buchungsanfragen nach einem bestimmten Produkt. Bis zum Erreichen des Buchungslimits b_k (gepunktete Linie) kann die tatsächliche Nachfrage in Form der eingegangenen aggregierten Buchungen (durchgezogene Linie) beobachtet werden. Ist das Produkt daraufhin nicht mehr verfügbar, kann in der Realität keine Aussage mehr über den weiteren Verlauf der Buchungskurve und damit über die latente Nachfrage (gestrichelte Linie) getroffen werden. Dementsprechend gilt es, statistische Methoden – sog. Unconstraining-Verfahren – zu implementieren, mittels derer fehlende Werte bzw. zensierte Daten verarbeitet werden können und somit eine Prognose der latenten Nachfrage ermöglicht wird. McGill und van Ryzin (1999, Kap. 2), Talluri und van Ryzin (2004a, Kap. 9) sowie Guo et al. (2012) geben einen allgemeinen Überblick zu Prognose und Unconstraining im Revenue Management.



Verlauf einer zensierten Buchungskurve

Unter Begriffen wie Unconstraining oder Detruncation zusammengefasste Verfahren fußen grundsätzlich auf der Forderung, dass die Anzahl beobachteter Buchungen jeweils mittels eines Statusindikators kategorisiert wird: Bei Nichterreichen des Buchungslimits zum Zeitpunkt der Leistungserstellung wird die Beobachtung als unzensiert gekennzeichnet, andernfalls als zensiert. In den folgenden Abschnitten werden nun verschiedene in der Literatur diskutierte Unconstraining-Modelle in Theorie sowie anhand eines Zahlenbeispiels präsentiert. Um die Güte der verschiedenen Unconstraining-Verfahren beurteilen zu können, werden zunächst Realisationen der in der Praxis eigentlich nur eingeschränkt beobachtbaren Gesamtnachfrage simuliert. Diese werden durch die Simulation von Buchungslimits anschließend künstlich zensiert. Je besser eine Unconstraining-Methode die der Simulation der Gesamtnachfrage zugrundeliegenden Verteilungsparameter aus den zensierten Daten rekonstruieren kann, desto höher ist die Güte dieses Verfahrens einzustufen. Für das der Veranschaulichung dienenden Beispiel wurden $|\mathcal{K}| = 10$ zufällige Realisationen d_k für die Höhe normalverteilter Gesamtnachfrage D_k simuliert. Für einen Buchungszeitraum von $T = 100$ Tagen und eine konstante tägliche Ankunftsrate von $\lambda = 0,25$ ergibt sich für die Gesamtnachfrage der Erwartungswert $E(D_k) = T\lambda = 25$ und die Standardabweichung $\text{Sta}(D_k) = \sqrt{T\lambda} = 5$ (Zur detaillierten Vorgehensweise der Simulation zensierter Daten siehe Anhang A. Für die in den Abschnitten 3.1 und 3.2 beschriebenen Verfahren wird zunächst nur die Gesamtnachfrage d_k benötigt; die einzelnen Tagesnachfragen sind für die in Abschnitt 3.3 vorgestellte Double-Exponential-Smoothig-Methode relevant):

d_1	d_2	d_3	d_4	d_5	d_6	d_7	d_8	d_9	d_{10}
21	25	30	18	29	16	32	27	26	25

Daraufhin wurden zehn zufällige Buchungslimits b_k (ebenfalls mit $E(B_k) = 25$ und $\text{Sta}(B_k) = 5$) generiert. Die mit einem Asterisk (*) versehenen Ausprägungen kennzeichnen diejenigen Fälle, für die $b_k \leq d_k$ gilt, das jeweilige Buchungslimit also zu zensierter Nachfrage führt:

b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8	b_9	b_{10}
25	23*	24*	19	31	26	20*	24*	33	22*

Für die in den Abschnitten 3.1 und 3.2 beschriebenen Unconstraining-Ansätze stehen dementsprechend die Anzahl der eigentlichen Buchungen $\min\{b_k, d_k\}$ und die Information, ob die Beobachtung durch ein Buchungslimit beeinflusst wurde, gemäß folgender Form zur Verfügung:

				$\min\{b_k, d_k\}$					
21	23*	24*	18	29	16	20*	24*	26	22*

In sämtlichen nachfolgend beschriebenen Unconstraining-Verfahren wird nun das Ziel verfolgt, Schätzwerte für die zensierten Beobachtungen zu bestimmen. Anschließend wird aus diesen zusammen mit den unzensierten Buchungen durch Bildung des arithmetischen Mittels eine Prognose für die erwartete Nachfrage errechnet. Im Folgenden werden zunächst kurz drei naive Verfahren zum Umgang mit zensierten Daten vorgestellt (Abschnitt 3.1). Anschließend werden mit dem Expectation-Maximization-Algorithmus (Abschnitt 3.2) und dem Double-Exponential-Smoothing-Verfahren (Abschnitt 3.3) zwei fortgeschrittenere Unconstraining-Ansätze beschrieben.

3.1 Naive Ansätze

Um die Relevanz anspruchsvollerer Unconstraining-Methoden aufzuzeigen, sollen an dieser Stelle zunächst drei einfache Vorgehensweisen dargestellt werden (vgl. Weatherford und Pölt 2002). Bezeichne im Folgenden \mathcal{C} die Menge der zufällig zensierten Beobachtungen und $\mathcal{U} = \mathcal{K} \setminus \mathcal{C}$ die Menge der unzensierten Beobachtungen.

Die einfachste Form mit zensierten Daten umzugehen ist es, deren Vorliegen schlichtweg zu ignorieren und den Mittelwert über sämtliche Beobachtungen $k \in \mathcal{K}$, also das Stichprobenmittel (siehe Kapitel 2), zu bilden. Dieser Ansatz wird im Folgenden als N1 bezeichnet und es gilt

$$\hat{\mu}_{N1} = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \sum_{k \in \mathcal{K}} d_k.$$

Für obigen Beispieldatensatz erhalten wir:

$$\begin{array}{cccccccccc} 21 & 23^* & 24^* & 18 & 29 & 16 & 20^* & 24^* & 26 & 22^* \\ \hat{\mu}_{N1} = 22,3 \end{array}$$

Eine weitere äußerst einfache Methode ist es, zensierte Daten zu verwerfen und lediglich die unzensierten Beobachtungen $k \in \mathcal{U}$ zu nutzen. Aus diesen wird wiederum der Mittelwert zur Nachfrageprognose verwendet (Ansatz N2):

$$\hat{\mu}_{N2} = \frac{1}{|\mathcal{U}|} \sum_{k \in \mathcal{U}} d_k.$$

Für unser Beispiel erhält man:

$$\begin{array}{cccccccccc} 21 & \text{---}^* & \text{---}^* & 18 & 29 & 16 & \text{---}^* & \text{---}^* & 26 & \text{---}^* \\ \hat{\mu}_{N2} = 22 \end{array}$$

Eine Erweiterung von N1 und N2 stellt das Verfahren N3 dar.³ Dabei wird jede zensierte Beobachtung $k \in \mathcal{C}$ mit dem Mittelwert der unzensierten Beobachtungen $\hat{\mu}_{N2}$ verglichen. Ist dieser Mittelwert (hier $\hat{\mu}_{N2} = 22$) größer, so ist die Beobachtung durch diesen zu ersetzen, ansonsten wird die ursprüngliche Ausprägung beibehalten. Es gilt also

$$\hat{\mu}_{N3} = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \left[\sum_{k \in \mathcal{C}} \max\{d_k, \hat{\mu}_{N2}\} + \sum_{k \in \mathcal{U}} d_k \right]$$

und wir erhalten:

$$\begin{array}{cccccccccc} 21 & 23^* & 24^* & 18 & 29 & 16 & 22^* & 24^* & 26 & 22^* \\ \hat{\mu}_{N3} = 22,5 \end{array}$$

³ Andere Bezeichnungen sind Additive Approach, Imputed Mean Approach oder Averaging Method.

3.2 Expectation Maximization

Die Expectation-Maximization- bzw. EM-Methode ist eine der am weitesten verbreiteten Vorgehensweisen zur Korrektur zensierter Daten (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a, S. 474). Sie gilt als erster theoretisch untermauerter Unconstraining-Ansatz und wurde u. a. von Dempster et al. (1977) propagiert. Im Gegensatz zu den oben erläuterten naiven Ansätzen ist der EM-Algorithmus ein iteratives Verfahren und beruht grundsätzlich auf dem in Kapitel 2 beschriebenen Maximum-Likelihood-Prinzip. Hierbei werden bei jeder Iteration jeweils zwei Phasen durchlaufen: Zunächst werden fehlende oder zensierte Beobachtungen durch unzensierte Schätzwerte ersetzt (Expectation- bzw. E-Step). In einem zweiten Schritt werden die Verteilungsparameter, welche der Verteilungsfunktion der Nachfrage zugrunde liegen, im Rahmen eines auf sämtliche Beobachtungen angewandten Maximum-Likelihood-Problems (Maximization- bzw. M-Step) errechnet. Im Anschluss werden die zensierten Beobachtungen – unter der Annahme die zuvor ermittelten Parameter seien korrekt – erneut geschätzt, woraufhin wieder eine ML-Schätzung der Verteilungsparameter durchgeführt wird. Die zentrale Idee des EM-Algorithmus ist es, das ursprüngliche Problem zensierter Daten in ein unzensiertes Problem zu überführen, für das die ML-Schätzung leicht anwendbar ist (vgl. Zeni 2001). Unterschreitet die absolute Veränderung der zu schätzenden Parameter zwischen zwei Iterationen ein zuvor festgelegtes Abbruchkriterium, so wird das Verfahren beendet. Die Anzahl der zu durchlaufenden Iterationen, bis die geschätzten Parameter schließlich konvergieren, hängt dabei in erheblichem Maße vom Anteil zensierter Daten ab.

Zur Erläuterung der Expectation-Maximization-Methode wird im Folgenden von einer normalverteilten Nachfrage ohne weitere zu berücksichtigende Einflussfaktoren ausgegangen. Jedoch kommt eine Anwendung des EM-Algorithmus natürlich auch im Falle einer anderen Verteilungsannahme in Betracht. Betrachtet man die d_k als ungeordnete Realisationen unabhängiger und identisch verteilter Zufallsvariablen D_k , so sind die d_k zensiert durch die Buchungslimits b_k , so dass $d_k = b_k$ für alle zensierten Beobachtungen $k \in \mathcal{C}$ gilt. Die übrigen Beobachtungen $k \in \mathcal{U}$ sind unzensiert. Ziel ist es nun, die den d_k , $k \in \mathcal{K}$, zugrundeliegenden Verteilungsparameter μ und σ zu schätzen. Im Falle gänzlich

unzensierter Nachfrage mit $\mathcal{C} = \emptyset$ kann dies mittels der in Kapitel 2 hergeleiteten ML-Schätzer geschehen.

Da für d_k , $k \in \mathcal{C}$, jedoch oben formulierte Beschränkung gilt, kommt an dieser Stelle die EM-Methode zur Anwendung. Dabei sollen $\hat{\mu}^{(n)}$ und $\hat{\sigma}^{(n)}$ nachfolgend die Schätzer der Normalverteilungsparameter der n -ten Iteration bezeichnen. Noch vor dem ersten E-Step gilt es zunächst, eine Initialisierung des Algorithmus vorzunehmen.

Initialisierung:

Der Iterationszähler wird mit $n = 1$ initialisiert. Als Startwerte für den Erwartungswert μ bzw. die Standardabweichung σ werden die aus den $|\mathcal{U}|$ unzensierten Beobachtungen resultierenden Schätzer $\hat{\mu}^{(0)}$ bzw. $\hat{\sigma}^{(0)}$ benutzt (siehe N2):

$$\hat{\mu}^{(0)} = \frac{1}{|\mathcal{U}|} \sum_{k \in \mathcal{U}} d_k,$$

$$\hat{\sigma}^{(0)} = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{U}|} \sum_{k \in \mathcal{U}} (d_k - \hat{\mu}^{(0)})^2}.$$

Liegen ausschließlich zensierte Beobachtungen vor ($\mathcal{U} = \emptyset$), muss eine alternative Initialisierung vorgenommen werden. Außerdem wird eine genügend kleine Schranke $\delta > 0$ bestimmt, die als Abbruchkriterium fungiert.

Expectation-Step:

Nun werden für die zensierten Beobachtungen $k \in \mathcal{C}$ unzensierte Schätzwerte berechnet, wobei jeweils zwei bedingte, vom Buchungslimit b_k abhängige Erwartungswerte – unter der Annahme X genüge $\mathcal{N}(\hat{\mu}^{(n-1)}; \hat{\sigma}^{(n-1)})$ – ermittelt werden:

$$\hat{D}_k^{(n-1)} \doteq \mathbb{E}[X | X \geq b_k, X \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}^{(n-1)}; \hat{\sigma}^{(n-1)})],$$

$$(\hat{D}_k^2)^{(n-1)} \doteq \mathbb{E}[X^2 | X \geq b_k, X \sim \mathcal{N}(\hat{\mu}^{(n-1)}; \hat{\sigma}^{(n-1)})].$$

Wegen $X \geq b_k$ sind $\hat{D}_k^{(n-1)}$ und $(\hat{D}_k^2)^{(n-1)}$ Erwartungswerte einer linksgestutzten Normalverteilung (vgl. Bosch 1998). Das bedeutet, dass die tatsächliche Gesamtnachfrage mindestens so hoch ist wie die beobachtete zensierte Nachfrage und höhere Nachfrage-

ausprägungen gemäß den aus der Normalverteilung $\mathcal{N}(\hat{\mu}^{(n-1)}; \hat{\sigma}^{(n-1)})$ resultierenden Wahrscheinlichkeiten auftreten; das Buchungslimit b_k „stutzt“ die Normalverteilung also linksseitig. Für obige Erwartungswerte ergeben sich folgende geschlossene Formen. Zur grafischen Veranschaulichung und ausführlichen Herleitung der Erwartungswerte einer beid- sowie linksseitig gestutzten Normalverteilung siehe Anhang B.

$$\hat{D}_k^{(n-1)} = \frac{1}{P(X \geq b_k)} \int_{b_k}^{\infty} x f(x) dx = \hat{\mu}^{(n-1)} + \hat{\sigma}^{(n-1)} \cdot \left[\frac{\varphi\left(\frac{b_k - \hat{\mu}^{(n-1)}}{\hat{\sigma}^{(n-1)}}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{b_k - \hat{\mu}^{(n-1)}}{\hat{\sigma}^{(n-1)}}\right)} \right],$$

$$\begin{aligned} (\hat{D}_k^2)^{(n-1)} &= \frac{1}{P(X \geq b_k)} \int_{b_k}^{\infty} x^2 f(x) dx \\ &= (\hat{\mu}^{(n-1)})^2 + \hat{\sigma}^{(n-1)} \cdot \left[\hat{\sigma}^{(n-1)} + \frac{(b_k + \hat{\mu}^{(n-1)})\varphi\left(\frac{b_k - \hat{\mu}^{(n-1)}}{\hat{\sigma}^{(n-1)}}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{b_k - \hat{\mu}^{(n-1)}}{\hat{\sigma}^{(n-1)}}\right)} \right]. \end{aligned}$$

Dabei symbolisieren $\varphi(\cdot)$ bzw. $\Phi(\cdot)$ die Wahrscheinlichkeitsdichte bzw. die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung.

Für die zensierten Beobachtungen $k \in \mathcal{C}$ wird nun im Vorgriff auf den M-Step jeweils d_k durch $\hat{D}_k^{(n-1)}$ sowie d_k^2 durch $(\hat{D}_k^2)^{(n-1)}$ ersetzt, um die Likelihoodfunktion aufzustellen.

Maximization-Step:

Im Rahmen des M-Steps wird die in Kapitel 2 hergeleitete und auf die zensierten Daten angepasste Likelihoodfunktion bezüglich μ und σ maximiert, was die neuen – über alle Beobachtungen gebildeten – Schätzer für die der Nachfrage zugrundeliegenden Verteilungsparameter $\mu^{(n)}$ und $\sigma^{(n)}$ liefert:⁴

$$\mu^{(n)} = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \cdot \left[\sum_{k \in \mathcal{C}} \hat{D}_k^{(n-1)} + \sum_{k \in \mathcal{U}} d_k \right],$$

⁴ Auch hier gilt, dass der oben angegebene Schätzer für $\hat{\sigma}^{(n)}$ nicht erwartungstreu ist. Weiterhin werden in der Literatur $\hat{\sigma}^{(n)}$ -Schätzer in Abhängigkeit von $\hat{\mu}^{(n)}$ sowie von $(\hat{D}_k^2)^{(n-1)}$ unabhängige Funktionen diskutiert, z. B. $\hat{\sigma}^{(n)} = \sqrt{1/(|\mathcal{K}| - 1) \cdot \left[\sum_{k \in \mathcal{C}} (\hat{D}_k^{(n)} - \hat{\mu}^{(n)})^2 + \sum_{k \in \mathcal{U}} (d_k - \hat{\mu}^{(n)})^2 \right]}$.

$$\sigma^{(n)} = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{K}|} \left[\sum_{k \in \mathcal{C}} \left((\widehat{D}_k^2)^{(n-1)} - 2\widehat{D}_k^{(n-1)} \hat{\mu}^{(n-1)} + (\hat{\mu}^{(n-1)})^2 \right) + \sum_{k \in \mathcal{U}} (d_k - \hat{\mu}^{(n-1)})^2 \right]}$$

Konvergenz:

In jeder Iteration wird abschließend geprüft, ob das definierte Abbruchkriterium greift. Gilt $|\hat{\mu}^{(n)} - \hat{\mu}^{(n-1)}| < \delta$ und $|\hat{\sigma}^{(n)} - \hat{\sigma}^{(n-1)}| < \delta$, so werden $\hat{\mu}_{EM} = \hat{\mu}^{(n)}$ und $\hat{\sigma}_{EM} = \hat{\sigma}^{(n)}$ als Parameter der Normalverteilung, welcher die Nachfrage genügt, akzeptiert und dienen als Prognosewerte. Andernfalls wird $n \leftarrow n + 1$ gesetzt und mit dem nächsten Expectation-Step fortgefahren.

Der nach Konvergenz des EM-Algorithmus erhaltene Wert $\hat{\mu}_{EM}$ kann nun zur Parametrisierung von $E(D_i)$ im in Kapitel 1 beschriebenen DLP-Modell verwendet werden. Weiterhin kann eine Parametrisierung einer Normalverteilung mit $\hat{\mu}_{EM}$ und $\hat{\sigma}_{EM}$ zur Simulation von Nachfrageszenarien für die Zufallsvariable D_i im Rahmen des RLP-Ansatzes erfolgen.⁵ Wendet man den EM-Algorithmus auf die Beispielzahlen an, so ergibt sich folgendes Tableau (unter Vernachlässigung von $\hat{\sigma}^{(n)}$ im Rahmen des Abbruchkriteriums):

Iteration #0:									
21	23*	24*	18	29	16	20*	24*	26	22*
$\hat{\mu}^{(0)} = 22$									
$\hat{\sigma}^{(0)} = 4,858$									
$\delta = 0,01$									
<hr/>									
Iteration #1:									
21	26,53*	27,23*	18	29	16	24,70*	27,23*	26	25,88*
$\hat{\mu}^{(1)} = 24,157$									
$\hat{\sigma}^{(1)} = 5,060$									
$ \hat{\mu}^{(1)} - \hat{\mu}^{(0)} = 2,157 > 0,01$									
<hr/>									
Iteration #2:									
21	27,49*	28,10*	18	29	16	25,97*	28,10*	26	26,93*
$\hat{\mu}^{(2)} = 24,658$									
$\hat{\sigma}^{(2)} = 5,006$									
$ \hat{\mu}^{(2)} - \hat{\mu}^{(1)} = 0,500 > 0,01$									

⁵ Zur Güte des Prognosewertes für die Standardabweichung $\hat{\sigma}_{EM}$ siehe jedoch die Diskussion in Kapitel 4.

Iteration #3:

21	27,66*	28,24*	18	29	16	26,23*	28,24*	26	27,13*
----	--------	--------	----	----	----	--------	--------	----	--------

$\hat{\mu}^{(3)} = 24,751$
 $\hat{\sigma}^{(3)} = 5,051$
 $|\hat{\mu}^{(3)} - \hat{\mu}^{(2)}| = 0,093 > 0,01$

\vdots
 \vdots
 \vdots

Iteration #7:

21	27,82*	28,40*	18	29	16	26,41*	28,40*	26	27,30*
----	--------	--------	----	----	----	--------	--------	----	--------

$\hat{\mu}^{(7)} = 24,833$
 $\hat{\sigma}^{(7)} = 5,128$
 $|\hat{\mu}^{(7)} - \hat{\mu}^{(6)}| = 0,008 < 0,01 \Rightarrow \text{Abbruch} \Rightarrow \hat{\mu}_{EM} = 24,833$

Tabelle 1: Ablauf des EM-Algorithmus

3.3 Double Exponential Smoothing

Im Rahmen der bisher vorgestellten Unconstraining-Ansätze floss stets nur die Information in das jeweilige Verfahren ein, ob eine Beobachtung zensiert war oder nicht. Der Umfang der Zeitspanne zwischen dem Tag der Kapazitätsauslastung und dem Zeitpunkt der Leistungserstellung (z. B. Abflug) hingegen wurde nicht mit ins Kalkül gezogen, obwohl – der Intuition folgend – verschiedene latente Nachfragen in Abhängigkeit der Zeit, die eine Buchungsklasse geschlossen war, zu erwarten sind. Eine Methode, die sich diese Information zunutze macht, ist das von Queenan et al. (2007) vorgestellte Double Exponential Smoothing (DES). Im Rahmen einer exponentiellen Glättung zweiter Ordnung (Holt–Winters) wird die Gesamtnachfrage geschätzt, wobei neben der Basis- auch eine Trendkomponente mit in die Prognose einfließt. Dabei wird für jede einzelne Beobachtung eine exponentielle Glättung durchgeführt, um die Buchungskurve – beginnend ab dem Tag des Erreichens des Buchungslimits bis hin zum Zeitpunkt der Leistungserstellung – zu extrapolieren und somit die latente Nachfrage in Abhängigkeit des historischen Verlaufes der Buchungskurve abzuschätzen. Bezeichne $t = T, \dots, 1$ die rückwärts indizierte Zeit vom Beginn des Buchungszeitraums in Punkt T bis hin zur Periode der Leistungserstellung in $t = 1$ und c_k die Periode, in der die kumulierte Nachfrage für Beobachtung k erstmals dem Buchungslimit b_k entspricht bzw. dieses übersteigt. Demzufolge ist die Buchungskurve in den Perioden $t \in \{T, T - 1, \dots, c_k + 1\}$ unzensiert. Beschreibe weiterhin $d_{k,T}^{\text{agg}}, d_{k,T-1}^{\text{agg}}, \dots, d_{k,c_k+1}^{\text{agg}}$ die bis zum Zeitpunkt $t = c_k + 1$ tatsächlich eingegangenen

aggregierten Buchungen für Beobachtung k und $\widehat{D}_{k,c_k}^{\text{agg}}, \widehat{D}_{k,c_k-1}^{\text{agg}}, \dots, \widehat{D}_{k,1}^{\text{agg}}$ die jeweils prognostizierte aggregierte Nachfrage für die folgenden Perioden. Für unzensierte Beobachtungen gilt dementsprechend $c_k = 0$ und $d_{k,1}^{\text{agg}} = d_k$. Für sämtliche zensierten Beobachtungen werden hingegen die geglättete Basiskomponente $A_{k,t}$ und Trendkomponente $S_{k,t}$ für $t \in \{T, T-1, \dots, c_k+1\}$ mittels folgender Rekursionsformeln bestimmt:⁶

$$A_{k,t} = \alpha d_{k,t}^{\text{agg}} + (1 - \alpha)(A_{k,t+1} + S_{k,t+1}),$$

$$S_{k,t} = \beta(A_{k,t} - A_{k,t+1}) + (1 - \beta)S_{k,t+1}.$$

Die Glättungsparameter α und β werden dabei so gewählt, dass die Summe der quadratischen Abweichungen der Differenzen von beobachteter und geglätteter Nachfrage minimal ist:

$$\min_{\alpha, \beta} \sum_{t=c_k+1}^T (d_{k,t}^{\text{agg}} - A_{k,t+1} - S_{k,t+1})^2.$$

Für die Einschrittprognose der Nachfrage für Beobachtung k ergibt sich dann folgende Form:

$$\widehat{D}_{k,c_k}^{\text{agg}} = A_{k,c_k+1} + S_{k,c_k+1}.$$

Gesucht wird jedoch die Mehrschrittprognose für die aggregierte unzensierte Gesamtnachfrage zum Zeitpunkt der Leistungserstellung $\widehat{D}_{k,1}$, also eine c_k -Schriftprognose, welche sich aufgrund des linearen Trends wie folgt errechnet:

$$\widehat{D}_{k,1}^{\text{agg}} = A_{k,c_k+1} + c_k \cdot S_{k,c_k+1}.$$

Bezeichne \mathcal{C} wiederum die Menge der zensierten Beobachtungen und \mathcal{U} die Menge der unzensierten Nachfragedaten. Wurde jede der $|\mathcal{C}|$ zensierten Beobachtungen diesem Verfahren folgend extrapoliert, so können daraus – zusammen mit den unzensierten Beobachtungen $d_{k,1}$, $k \in \mathcal{U}$ – folgende Schätzer als Prognosewerte für die zu erwartende Nachfrage $\hat{\mu}$ und die Standardabweichung $\hat{\sigma}$ abgeleitet werden:

⁶ Gegebene Rekursionsformeln beschreiben das in der Zeitreihenanalyse gebräuchliche Holt-Winters-Verfahren zur doppelten exponentiellen Glättung. Queenan et al. (2007) weichen von diesem ab, indem die geglättete Basiskomponente $A_{k,t}$ mit einer Verzögerung von einer Periode, also mit $d_{k,t+1}^{\text{agg}}$, aktualisiert wird.

$$\hat{\mu}_{\text{DES}} = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \left[\sum_{k \in \mathcal{C}} \hat{D}_{k,1}^{\text{agg}} + \sum_{k \in \mathcal{U}} d_k \right],$$

$$\hat{\sigma}_{\text{DES}} = \sqrt{\frac{1}{|\mathcal{K}|} \left[\sum_{k \in \mathcal{C}} (\hat{D}_{k,1}^{\text{agg}} - \hat{\mu}_{\text{DES}})^2 + \sum_{k \in \mathcal{U}} (d_k - \hat{\mu}_{\text{DES}})^2 \right]}.$$

$\hat{\mu}_{\text{DES}}$ und $\hat{\sigma}_{\text{DES}}$ können nun wiederum zur Parametrisierung von RM-Optimierungsmodellen benutzt werden. Nachfolgend wenden wir die Double-Exponential-Smoothing-Methode auf die Beispielzahlen an. Im Gegensatz zu den in den Abschnitten 3.1 und 3.2 beschriebenen Verfahren werden hierfür die $|\mathcal{K}| \cdot T = 10 \cdot 100$ einzelnen Tagesnachfragen $d_{k,t}$ benötigt, die im Folgenden jedoch nicht gesondert ausgewiesen sind. Mithilfe der Tagesnachfragen kann nun der Zeitpunkt c_k , an dem die aggregierte Nachfrage von Beobachtung k erstmals zensiert war, ermittelt werden. Wendet man das Verfahren des Double Exponential Smoothing auf die Beispielzahlen an, so erhält man die unten stehenden extrapolierten Gesamtnachfragen sowie den Schätzer für die unzensierte Nachfrage $\hat{\mu}_{\text{DES}}$:

c_k	0	8	27	0	0	0	56	11	0	12
$\hat{D}_{k,1}^{\text{agg}}$	21	24,90*	31,71*	18	29	16	40,05*	27,11*	26	25,52*
$\hat{\mu}_{\text{DES}} =$	25,929									

An dieser Stelle wird deutlich, dass die Anwendung von Unconstraining-Methoden auch zu einer Überschätzung der wahren Nachfrage führen kann.

4 Numerische Analyse und Zusammenfassung

Nachfolgend wird die Güte der vorgestellten Unconstraining-Verfahren für lineare, konvexe und konkave Buchungskurven evaluiert, wobei eine Unterteilung des Buchungszeitraums mit $T = 100$ Tagen in fünf Intervalle $v = 1, \dots, 5$ à $T^v = 20$ Tagen mit verschiedenen Ankunftsrate λ^v erfolgt (siehe Anhang A). Für zeithomogene (lineare) Nachfrage setzen wir $\lambda^v = 4 \forall v = 1, \dots, 5$. Konvexe [konkave] Buchungskurven werden mit $\lambda^1 = 2$ und $\lambda^v = \lambda^{v-1} + 1 \forall v = 2, \dots, 5$ [$\lambda^1 = 6$ und $\lambda^v = \lambda^{v-1} - 1 \forall v = 2, \dots, 5$] simuliert. In allen Fällen ist der Erwartungswert der approximativ normalverteilten Gesamtnachfrage

$\mu = E(D_k) = 400$ und die Standardabweichung $\sigma = \text{Sta}(D_k) = \sqrt{400} = 20$; es gilt also $D_k \sim \mathcal{N}(400; 20)$. Dieses Vorgehen entspricht dem Simulationsansatz von Queenan et al. (2007). Im Folgenden werden jedoch nicht konstante, sondern stochastische Buchungslimits mit $B_k \sim \mathcal{N}(\mu + z\sigma; \sigma)$ betrachtet, wobei mit dem Parameter z der erwartete Anteil zensierter Beobachtungen gesteuert wird. In diesem Zusammenhang berücksichtigen wir drei verschiedene Szenarien, in denen $\bar{L} = 20\%$, 50% bzw. 95% der Beobachtungen zensiert sind. Tabelle 2 enthält die hierzu korrespondierenden Erwartungswerte des Buchungslimits.

\bar{L}	0,2	0,5	0,95
$z = -\sqrt{2}\phi(\bar{L})$	1,19	0	-2,33
$E(B_k)$	424	400	353

Tabelle 2: Verteilung der Buchungslimits in Abhängigkeit des Anteils zensierter Beobachtungen

Für die drei Nachfrageszenarien (linear, konvex, konkav) werden jeweils $|\mathcal{K}| = 500$ Ausprägungen der Gesamtnachfrage simuliert. Tabelle 3 enthält die aus der Simulation resultierenden ML-Schätzer $\hat{\mu}_{\text{Sim}}$ und $\hat{\sigma}_{\text{Sim}}$ für die unzensierte Gesamtnachfrage. Weiterhin ist für die drei Ausprägungen des erwünschten Anteils zensierter Beobachtungen \bar{L} der Anteil tatsächlich zensierter Beobachtungen \bar{L}_{Sim} nach Simulation der gemäß Tabelle 3 verteilten Buchungslimits gegeben.

Buchungs- kurve	$\hat{\mu}_{\text{Sim}}$	$\hat{\sigma}_{\text{Sim}}$	\bar{L}_{Sim}		
			$\bar{L} = 0,2$	$\bar{L} = 0,5$	$\bar{L} = 0,95$
Linear	399,25	19,15	19,8%	51,2%	96,0%
Konvex	400,23	20,43	20,4%	47,4%	95,8%
Konkav	400,38	19,76	19,0%	49,0%	95,4%

Tabelle 3: Mittelwert, Standardabweichung und Anteil zensierter Beobachtungen in \mathcal{K}

Tabelle 4 enthält die prozentuale Abweichung der in Kapitel 3 beschriebenen Prognosewerte für die Nachfrage $\hat{\mu}$ und deren Standardabweichung $\hat{\sigma}$ von den Verteilungsparametern μ und σ der „wahren“ Nachfrage: $\% \Delta \mu = \hat{\mu}/400 - 1$ und $\% \Delta \sigma = \hat{\sigma}/20 - 1$. Da bei Verfahren N1 das Vorliegen zensierter Daten ignoriert wird, kann der Mittelwert der durch Simulation von Buchungslimits zensierten Nachfrage direkt den N1-Zeilen entnommen werden. Für Ansatz N3 wird die Abweichung der Standardabweichung nicht

explizit ausgewiesen, da das etwaige Ersetzen zensierter Buchungen durch den immer gleichen Wert $\hat{\mu}_{N2}$ zu einer drastischen Verringerung der Streuung und damit unbrauchbaren Standardabweichungsschätzern führt.

Buchungs- kurve Verfahren	Anteil \bar{L} zensierter Beobachtungen					
	0,2		0,5		0,95	
	% $\Delta\mu$	% $\Delta\sigma$	% $\Delta\mu$	% $\Delta\sigma$	% $\Delta\mu$	% $\Delta\sigma$
Linear						
N1	-1,0	-17,4	-2,8	-16,9	-11,8	-2,8
N2	-1,4	-18,1	-2,7	-19,2	-7,3	-31,8
N3	-0,8	---	-1,9	---	-7,0	---
EM	-0,3	-7,7	0,2	-0,1	-0,4	-10,8
DES	-0,2	-4,1	0,1	1,1	0,3	11,3
Konvex						
N1	-0,8	-9,3	-2,4	-17,4	-12,0	-9,2
N2	-1,2	-8,0	-2,6	-11,5	-7,8	-34,8
N3	-0,6	---	-1,8	---	-7,5	---
EM	0,1	2,2	0,2	3,4	-1,0	-11,7
DES	-0,1	-0,3	0,1	2,8	-0,5	2,7
Konkav						
N1	-0,6	-12,6	-2,8	-17,3	-11,6	-6,0
N2	-1,1	-11,6	-2,6	-17,3	-6,0	-25,9
N3	-0,5	---	-1,9	---	-5,8	---
EM	0,1	-1,3	-0,1	-3,5	-1,3	-25,3
DES	0,1	3,1	0,8	24,6	5,1	79,8

Tabelle 4: Prozentuale Abweichung zwischen Prognose und theoretischer Verteilung

Für $\bar{L} = 0,2$ wird die echte Nachfrage auch mittels der naiven Verfahren um höchstens 1,4 % unterschätzt. Für einen hohen Anteil zensierter Beobachtungen liefern nur noch EM- und DES-Verfahren brauchbare Prognosewerte der Nachfrage, wobei der EM-Algorithmus über alle Szenarien einen Prognosefehler von höchstens 1,3 % aufweist. In den meisten Szenarien ebenso performant ist die DES-Methode. Diese überschätzt die wahre Nachfrage im Falle konkaver Buchungskurven mit 95 % zensierten Daten jedoch um 5,1 %. In der hier durchgeführten Analyse wurden stochastische Buchungslimits berücksichtigt. Vergleicht man oben angegebene Prognosefehler mit den Prognosefehlern, die im Falle konstanter Buchungslimits resultieren, fällt auf, dass die Prognosegüte bei Vorliegen stochastischer Buchungslimits geringfügig abfällt. Während beispielsweise das DES-

Verfahren für konstante Buchungslimits im Falle linearer und konkaver Buchungskurven nahezu perfekte Prognosen der Gesamtnachfrage liefert (vgl. Queenan et al. 2007), ist dies bei variablen Buchungslimits – wenn auch nur mit geringen Abweichungen bis maximal 0,5 % – nicht mehr uneingeschränkt gegeben. Weiterhin wird deutlich, dass keines der Verfahren imstande ist, generell verlässliche Prognosen für die Streuung der wahren Nachfragen zu liefern. Berücksichtigt man allerdings, dass von poissonverteilten Tagesnachfragen ausgegangen wird (und hält an dieser Spezifikation fest), kommt dem Wert $\hat{\sigma}$ wegen $E(D_k) = \text{Sta}(D_k)$ jedoch keine Bedeutung zu und es ist ausreichend, über performante Methoden zur Prognose von μ zu verfügen.

Obwohl im Rahmen dieses Aufsatzes lediglich zwei fortgeschrittenere Unconstraining-Verfahren vorgestellt wurden, wird deutlich, dass diese den naiven Verfahren bei Vorliegen zensierter Nachfrage deutlich überlegen sind. Gegenstand dieses Beitrags war neben der nachvollziehbaren Darstellung von Unconstraining-Verfahren zur Prognose der Gesamtnachfrage (bzw. deren Verteilungsparameter) die korrekte Herleitung der im Rahmen des EM-Algorithmus benötigten bedingten Erwartungswerte sowie die statistisch fundierte Beschreibung eines Simulationsframeworks zur Generierung zensierter Daten unter Berücksichtigung variabler Buchungslimits. Außer der hier vorgestellten Prognose der Gesamtnachfrage kommen Unconstraining-Ansätze wie der EM-Algorithmus jedoch auch z. B. für die Prognose von klassischem Kundenwahlverhalten (vgl. Talluri und van Ryzin 2004b) oder von Ranking-basiertem Kundenwahlverhalten (vgl. van Ryzin und Vulcano 2015) zum Einsatz. Zudem wird in der Literatur eine Vielzahl weiterer Prognosemodelle beschrieben. Erweiterungen der hier vorgestellten Unconstraining-Ansätze sind beispielsweise durch die Berücksichtigung von Saisonalität innerhalb der zensierten Daten vorstellbar. Abschließend bleibt festzuhalten, dass es für die Praxis erforderlich ist, robuste Unconstraining-Methoden zu entwickeln, welche in den zeitlich engen Prognosefenstern handhabbar sind.

Literatur

- Aviv Y, Vulcano G. Dynamic list pricing. In: The Oxford handbook of pricing management, Hrsg.: Phillips R, Özer Ö, 522–584. Oxford: Oxford University Press, 2012.
- Bamberg G, Baur F, Krapp M. Statistik. München–Wien: Oldenbourg, 2012.
- Bitran G, Caldentey R. An overview of pricing models for revenue management. *Manufacturing & Service Operations Management* 5(3), 2003, 203-229.
- Bosch K. Statistik-Taschenbuch. München–Wien: Oldenbourg, 1998.
- Boyd EA, Bilegan IC. Revenue management and e-commerce. *Management Science* 49(10), 2003, 1363–1386.
- Büning H, Trenkler G. Nichtparametrische statistische Methoden. Berlin–New York: de Gruyter, 1994.
- Chiang W-C, Chen JCH, Xu X. An overview of research on revenue management: current issues and future research. *International Journal of Revenue Management* 1(1), 2007, 97–128.
- Dempster AP, Laird NM, Rubin DB. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm. *Journal of the Royal Statistical Society B* 39(1), 1977, 1–38.
- Fuchs S. Managing the seat auction. *Airline Business* 7, 1987, 40–44.
- Glover F, Glover R, Lorenzo J, McMillan C. The passenger-mix problem in the scheduled airlines. *Interfaces* 12(3), 1982, 73–79.
- Guo P, Xiao B, Li J. Unconstraining methods in revenue management systems: Research overview and prospects. *Advances in Operations Research*, 2012, 1–23.
- Klein R. Revenue Management: Quantitative Methoden zur Erlösmaximierung in der Dienstleistungsproduktion. *Betriebswirtschaftliche Forschung und Praxis* 53(3), 2001, 245–259.
- Klein R, Steinhardt C. Revenue Management: Grundlagen und Mathematische Methoden. Berlin: Springer, 2008.
- McGill JI, van Ryzin GJ. Revenue management: Research overview and prospects. *Transportation Science* 33(2), 1999, 233–256.
- Orkin EB. Wishful thinking and rocket science: The essential matter of calculating unconstrained demand for revenue management. *Cornell Hotel and Restaurant Administration Quarterly* 39(4), 1998, 15–19.
- Queenan CC, Ferguson M, Higbie J, Kapoor R. A comparison of unconstraining methods to improve revenue management systems. *Production and Operations Management* 16(6), 2007, 729–746.
- Talluri KT, van Ryzin GJ. The theory and practice of revenue management. Boston: Kluwer, 2004a.

- Talluri KT, van Ryzin GJ. Revenue management under a general discrete choice model of consumer behavior. *Management Science* 50(1), 2004b, 15–33.
- Talluri KT, van Ryzin GJ. Errata for the book “The theory and practice of revenue management”. http://www.econ.upf.edu/~talluri/RM_book_errata.pdf, 2005. Abgerufen am 26.04.2015.
- van Ryzin GJ, Vulcano G. A market discovery algorithm to estimate a general class of nonparametric choice models. *Management Science* 61(2), 2015, 281–300.
- Weatherford LR, Belobaba PP. Revenue impact of fare input and demand forecast accuracy in airline yield management. *Journal of Operational Research Society* 53(8), 2002, 811–821.
- Weatherford LR, Pölt S. Better unconstraining of airline demand data in revenue management systems for improved forecast accuracy and greater revenues. *Journal of Revenue and Pricing Management* 1(3), 2002, 234–254.
- Yeoman I, McMahon-Beattie U. Revenue management and pricing: Case studies and applications. London: Thomson, 2004.
- Zeni RH. Improved forecast accuracy in revenue management by unconstraining demand estimates from censored data. Dissertation, Rutgers University, 2001.

Anhang A: Vorgehensweise zur Simulation der Beispieldaten

Für die Beispieldaten in Kapitel 3 sowie die Beobachtungen in Kapitel 4 werden $|\mathcal{K}|$ zufällige Realisationen d_k , $k \in \mathcal{K}$, für die Höhe der Gesamtnachfrage D_k simuliert. Um einen Datensatz zu erstellen, der auch den Anforderungen der Double-Exponential-Smoothing-Methode (Abschnitt 3.3) genügt, ist es für sämtliche Beobachtungen notwendig, die Nachfrage jedes einzelnen Tages innerhalb der Buchungsperiode gesondert abzubilden. Hierfür wird ein (rückwärts indizierter) Buchungszeitraum von T Tagen, $t = T, \dots, 1$, gewählt. Die Nachfrage eines bestimmten Tages $D_{k,t}$ genügt dabei einer Poissonverteilung, wobei hier sämtliche die Tagesnachfragen beschreibenden Zufallsvariablen unabhängig und identisch $\mathcal{P}(\lambda)$ -verteilt sind. Dementsprechend ist die Summe der Tagesnachfragen D_k wiederum poissonverteilt mit

$$D_k = \sum_{t=1}^T D_{k,t} \sim \mathcal{P}(T\lambda).$$

Für $T\lambda > 10$ folgt die Gesamtnachfrage D_k approximativ einer Normalverteilung mit $\mu = E(D_k) = T\lambda$ und $\sigma = \text{Sta}(D_k) = \sqrt{T\lambda}$ (vgl. Bamberg et al. 2012).

Für konstantes λ resultieren lineare Buchungskurven. Um konvexe bzw. konkave Buchungskurven zu simulieren, kann der Buchungszeitraum in mehrere Intervalle $v \in \mathcal{V}$ der Länge T^v mit entsprechender Ankunftsrate λ^v und $\mathcal{P}(\lambda^v)$ -verteilten Tagesnachfragen $D_{k,t}^v$ unterteilt werden: Für im Buchungszeitraum steigende [sinkende] Werte von λ^v erhält man somit konvexe [konkave] Buchungskurven. Bei nichtstationären Tagesnachfragen bestimmt sich die Gesamtnachfrage D_k gemäß

$$D_k = \sum_{v \in \mathcal{V}} \sum_{t=1}^{T^v} D_{k,t}^v \sim \mathcal{P} \left(\sum_{v \in \mathcal{V}} T^v \lambda^v \right).$$

Oben beschriebenes Vorgehen folgt der in Queenan et al. (2007) beschriebenen Vorgehensweise. Im Gegensatz zu Queenan et al. (2007) betrachten wir nachfolgend jedoch kein konstantes Buchungslimit, sondern berücksichtigen stochastische Buchungslimits. Nach Simulation der Gesamtnachfrage werden hierfür $|\mathcal{K}|$ zufällige und von den D_k unabhängige Buchungslimits B_k generiert, um einen bestimmten Anteil der D_k zu zensieren. Eine zensierte Beobachtung liegt genau dann vor, wenn $B_k \leq D_k$ gilt. Sei weiterhin

$$L_k = \begin{cases} 1, & \text{falls } B_k \leq D_k \\ 0, & \text{sonst} \end{cases},$$

so kann der Anteil beschränkter Beobachtungen mit

$$\bar{L} = \frac{1}{|\mathcal{K}|} \sum_{k \in \mathcal{K}} L_k$$

dargestellt werden. Für die im Folgenden betrachteten Buchungslimits unterstellen wir eine von den Verteilungsparametern der Nachfrage μ und σ abhängige Form der Normalverteilung mit

$$D_k \sim \mathcal{N}(\mu; \sigma),$$

$$B_k \sim \mathcal{N}(\mu + z\sigma; \sigma).$$

Nun soll z so gewählt werden, dass die Wahrscheinlichkeit für zensierte Nachfrage gleich dem angestrebten Anteil der beschränkten Beobachtungen ist:

$$P(B_k \leq D_k) = P(\underbrace{B_k - D_k}_Y \leq 0) = \bar{L}.$$

Aufgrund der Reproduktionseigenschaft der Normalverteilung gilt

$$Y \sim \mathcal{N}(z\sigma; \sqrt{2}\sigma);$$

dementsprechend muss

$$P(Y \leq 0) = \Phi\left(\frac{0 - z\sigma}{\sqrt{2}\sigma}\right) = \Phi\left(-\frac{z}{\sqrt{2}}\right) = \bar{L}$$

$$\Leftrightarrow z = -\sqrt{2} \Phi^{-1}(\bar{L})$$

sein, wobei $\Phi(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der $\mathcal{N}(0;1)$ -Verteilung bezeichnet. Bei der Erstellung der Beispieldaten in Kapitel 3 wird von einem Buchungszeitraum von $T = 100$ Tagen und einer konstanten erwarteten Nachfrage pro Tag in Höhe von $\lambda = 0,25$ ausgegangen. Für 100 $\mathcal{P}(0,25)$ -verteilte Tagesnachfragen $D_{k,t}$ folgt die Gesamtnachfrage D_k approximativ einer Normalverteilung mit $E(D_k) = \text{Var}(D_k) = T\lambda = 25$:

$$D_k \sim \mathcal{N}(25; 5).$$

Im Rahmen der Berechnung der Buchungslimits soll ein Anteil zensierter Beobachtungen in Höhe von $\bar{L} = 50\%$ erreicht werden. In Abhängigkeit der oben aufgeführten Nachfrage-Verteilung resultiert ein z -Wert von

$$z = -\sqrt{2} \Phi^{-1}(\bar{L}) = -\sqrt{2} \Phi^{-1}(0,5) = 0.$$

Dementsprechend wurden die Buchungslimits im Rahmen der Beispielzahlen gemäß folgender Verteilung simuliert:

$$B_k \sim \mathcal{N}(25 + 0 \cdot 5; 5).$$

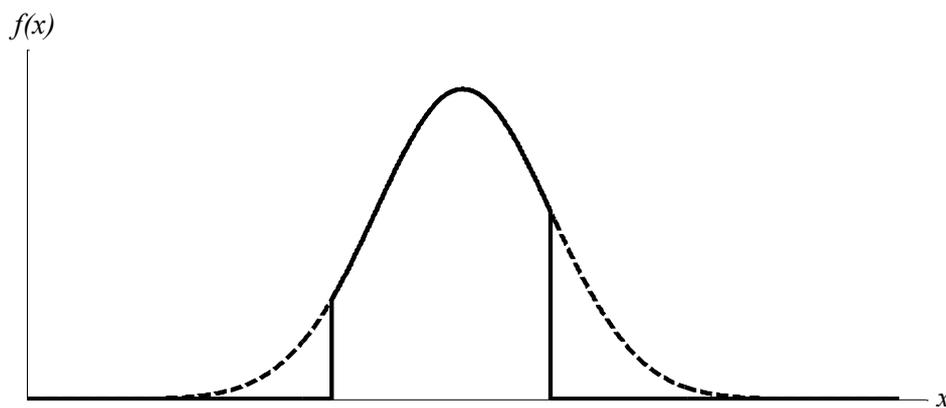
Anhang B: Herleitung des Erwartungswerts einer gestutzten Normalverteilung

Um mittels der EM-Methode unzensierte Schätzwerte für die beschränkten normalverteilten Beobachtungen zu bestimmen, ist es notwendig, folgende – vom Buchungslimit b_k abhängige – bedingte Erwartungswerte zu ermitteln:

$$E[X|X \geq b_k, X \sim \mathcal{N}(\mu^{(n-1)}; \sigma^{(n-1)})],$$

$$E[X^2|X \geq b_k, X \sim \mathcal{N}(\mu^{(n-1)}; \sigma^{(n-1)})].$$

Nachfolgende Abbildung veranschaulicht die Dichtefunktion einer beidseitig gestutzten Verteilung grafisch. Dabei entspricht die reguläre Dichtefunktion f dem gestrichelten und die gestutzte Dichte dem durchgezogenen Graphen.



Wahrscheinlichkeitsdichte einer beidseitig gestutzten Verteilung

Da obige bedingte Erwartungswerte in der verfügbaren Revenue-Management-Literatur bisher nur fehlerhaft (vgl. Talluri und van Ryzin 2004a) bzw. ohne Berücksichtigung von $E[X^2|X \geq b_k]$ (vgl. z. B. Zeni 2001, Talluri und van Ryzin 2005) dargestellt werden, erfolgt nachfolgend eine ausführliche Herleitung. Dabei substituieren wir die Normalverteilungsdichte durch die Dichte der Standardnormalverteilung (vgl. Bosch 1998).

Grundsätzlich beruht die Ermittlung eines bedingten Erwartungswertes – im Falle stetiger Zufallsvariablen und ohne Berücksichtigung der im Zusammenhang mit dem EM-Algorithmus eingeführten Indizes – auf folgender Form:

$$E[X|b \leq X \leq c] = \frac{1}{P(b \leq X \leq c)} \int_b^c x f(x) dx ,$$

wobei $f(x)$ die Dichtefunktion der Zufallsvariable X bezeichnet. Für eine bestimmte Normalverteilung $\mathcal{N}(\mu; \sigma)$ gilt dementsprechend

$$E[X|b \leq X \leq c] = \frac{1}{\Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \int_b^c x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx ,$$

wobei $\phi(\cdot)$ die Verteilungsfunktion der Standardnormalverteilung beschreibt. Mit der Dichte der Standardnormalverteilung

$$\varphi(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}}$$

gilt

$$\begin{aligned} \int z \varphi(z) dz &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int z e^{-\frac{z^2}{2}} dz \\ &= -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int \underbrace{-z}_{g'(z)} \underbrace{e^{-\frac{z^2}{2}}}_{e^{g(z)}} dz = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{g(z)} = -\frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} = -\varphi(z) . \end{aligned}$$

Substituiert man im Folgenden $\frac{x-\mu}{\sigma}$ durch z und dx durch σdz , so resultiert als Erwartungswert für die gestutzte Normalverteilung – respektive als bedingter Erwartungswert

$$\begin{aligned} E[X|b \leq X \leq c] &= \frac{1}{\Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \int_b^c x \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{1}{\Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{b-\mu}{\sigma}}^{\frac{c-\mu}{\sigma}} (\mu + \sigma z) e^{-\frac{z^2}{2}} dz \\ &= \frac{\mu \left[\Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) \right] - \sigma \left[-\varphi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) + \varphi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) \right]}{\Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \\ &= \mu - \sigma \cdot \frac{\varphi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \varphi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{\Phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} . \end{aligned}$$

Für den hier vorliegenden Fall einer durch das Buchungslimit b linksgestutzten Normalverteilung mit $c \rightarrow \infty$ (die wahre Nachfrage ist nach oben nicht beschränkt; d. h., die Verteilung ist nach rechts nicht gestutzt, also unbeschränkt) gilt daher

$$E[X|X \geq b] = \mu - \sigma \cdot \frac{\lim_{c \rightarrow \infty} \phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{\lim_{c \rightarrow \infty} \phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} = \mu + \sigma \frac{\phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{1 - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}.$$

Analog zu obiger Vorgehensweise kann mit

$$\int z^2 \varphi(z) dz = \int z \cdot z \varphi(z) dz = -z \varphi(z) + \int \varphi(z) dz = -z \varphi(z) + \Phi(z)$$

auch der für den EM-Varianzschätzer erforderliche bedingte Erwartungswert bestimmt werden:

$$\begin{aligned} E[X^2|b \leq X \leq c] &= \frac{1}{\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \int_b^c x^2 \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} dx \\ &= \frac{1}{\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \cdot \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{b-\mu}{\sigma}}^{\frac{c-\mu}{\sigma}} (\mu^2 + 2\mu\sigma z + \sigma^2 z^2) e^{-\frac{z^2}{2}} dz \\ &= \mu^2 + 2\mu\sigma \frac{-\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) + \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \\ &\quad + \sigma^2 \frac{-\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) \phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) + \phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) + \left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \\ &= \mu^2 + \sigma \cdot \left[\sigma - \frac{(c+\mu)\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - (b+\mu)\phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \right]. \end{aligned}$$

Für eine linksgestutzte Normalverteilung mit $c \rightarrow \infty$ gilt folglich

$$E[X^2|X \geq b] = \mu^2 + \sigma \cdot \left[\sigma - \frac{\lim_{c \rightarrow \infty} (c+\mu)\phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - (b+\mu)\phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)}{\lim_{c \rightarrow \infty} \phi\left(\frac{c-\mu}{\sigma}\right) - \phi\left(\frac{b-\mu}{\sigma}\right)} \right]$$

$$= \mu^2 + \sigma \cdot \left[\sigma + \frac{(b + \mu)\varphi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right)}{1 - \Phi\left(\frac{b - \mu}{\sigma}\right)} \right].$$

Beitrag B2:

CR²M—An approach for capacity control considering long-term effects on the value of a company

Buhl HU, Klein R, Kolb J, Landherr A. CR²M—An approach for capacity control considering long-term effects on the value of a company. *Journal of Management Control* 22(2), 2011, 187–204. DOI: 10.1007/s00187-011-0133-8.

Beitrag B3:

On the integration of customer lifetime value into revenue management

Kolb J. On the integration of customer lifetime value into revenue management. In: Operations Research Proceedings 2011 – Selected Papers of the International Conference on Operations Research (OR 2011), August 30–September 2, 2011, Zurich, Switzerland, Hrsg.: Klatté D, Lüthi HJ, Schmedders K, 559–564. Berlin: Springer, 2012. DOI: 10.1007/978-3-642-29210-1_89.

Beitrag B4:

Maximizing customer equity subject to capacity constraints

Klein R, Kolb J. Maximizing customer equity subject to capacity constraints. *Omega* 55, 2015, 111–125. DOI: [10.1016/j.omega.2015.02.008](https://doi.org/10.1016/j.omega.2015.02.008).

Beitrag B5:

Price- and quantity-based B2B contracts in a revenue management environment

Abstract

This paper studies a decentralized supply chain comprising a capacity-constrained supplier that sells one product directly to an end-consumer market and to an institutional buyer. The buyer in turn resells the product to customers in another market. While most of the supply chain modeling literature either assumes a price-taking or a price-setting buyer, we consider a buyer that performs price differentiation. Given heterogeneous demand from the buyer and the end-consumers, the supplier's intention is to exploit the different willingness to pay by differentiating prices. The supplier, however, cannot dictate different prices unilaterally if imperfect fencing structures do not prevent buydown behavior or if the buyer has bargaining power. Furthermore, it may be beneficial for both the supplier and the buyer to agree on quantity commitments. Therefore, we analyze the results of combined quantity-price contract with re-orders by using the Nash bargaining solution. In a numerical study, we analyze in which scenarios the negotiation of a contract is most beneficial for the players in the supply chain, how the parties split the resulting surplus, and to which extent the supply chain can be coordinated. In addition, we analyze the variability of the payoffs and show that agreeing on a contract is also beneficial in terms of risk aversion.

Keywords: Revenue Management; Capacity Allocation; Price Contract; Quantity Contract; Bargaining

1 Introduction

Revenue management (RM) focuses on the revenue-maximizing allocation of fixed and scarce capacity to uncertain heterogeneous demand. In the past decades, a variety of RM models have been developed that optimize the sales process of scarce resources to individuals whereas the consideration of business-to-business (B2B) relationships is mostly neglected. However, dealing with key accounts or institutional buyers is highly relevant in many RM industries, such as aviation, the hotel or car rental industry. A tour operator, for example, requests seats from a capacity-constrained airline carrier in order to bundle and resell them. Another example is a hotel operator who demands tickets from a local event organizer to offer customized packages to relevant customer segments.

An important characteristic of such decentralized supply chains in an RM environment is that often both the supplier and the institutional buyer apply methods of price differentiation towards their respective customers. The supplier strives to increase his revenues by setting different prices to different customer segments in order to exploit the customers' different willingness to pay. The buyer can act as an intermediary and resell the product to her own customers (in another market) using methods of price differentiation such as direct/indirect segmentation or markup/markdown pricing. Alternatively, the buyer may use the relevant product as a factor necessary to offer other goods that differ in price and perform product or price differentiation. In any case, the profit that the buyer can derive from one unit of the considered product is not only a function of the price charged by the supplier but depends on the willingness to pay of the buyer's customers. Besides traditional RM industries, a sales process of this kind can be found in other fields such as telecommunication, haulage, TV or online advertisement, or—on a more abstract level—in every industry in which the buyer's utility of a scarce production factor depends on the purpose for which the buyer uses it.

As mentioned above, the supplier generally intends to exploit his customers' different willingness to pay by segmenting his customers and differentiating prices. However, in practice, the supplier cannot always set prices unilaterally but is sometimes forced to negotiate individual purchase conditions. This is mainly because of two reasons: imperfect

fencing mechanisms and customers that possess bargaining power. In the first case, the supplier may not be able to monitor a particular customer's membership to a predefined segment. This is no problem as long as the customers' self-segmentation functions properly. However, when customers mainly differ in their willingness to pay, it is difficult to establish effective fencing mechanisms that prevent high-priced customers to migrate into low-priced segments (buydown). Then, the supplier cannot dictate prices and it can be beneficial to negotiate individual price and quantity commitments. The second case that necessitates negotiations for special purchase conditions is that a firm may not be able to enforce its pricing structure towards relatively powerful customers (e.g., in the presence of competitors). Even if there are perfect fences, key accounts can bypass the supplier's pricing structure by exploiting their bargaining power.

Generally, the coordination of such B2B relationships is the subject of supply-chain related contract design. In this research stream, a variety of price and quantity-based contract types have been investigated for different types of supply chains. However, these supply chain coordination models neglect features that are decisive in traditional RM industries.

In this paper, we merge basic models from the fields of supply chain modeling and RM and embed them in a bargaining framework. For that, we extend a single-period decentralized newsvendor model to the following RM characteristics: (i) a capacity-constrained supplier that (ii) sells a single product to end-consumers as well as to an institutional buyer. The buyer (iii) resells the product in another market using methods of price differentiation towards her own customers. We consider (iv) price-dependent randomness in demand and (v) determine the outcome of the negotiation between the supplier and the buyer via the Nash bargaining solution. In this context, we formulate the payoff functions of the supplier and the buyer in a non-cooperative single-price situation and for the case that both parties agree on a contract. We focus on the performance of a quantity-price contract with the possibility of re-orders. However, many of the insights can be generalized to more complex contract forms. In our numerical illustration, we analyze in which scenarios the negotiation of B2B contracts is most beneficial for the players in the supply chain, how the parties split the resulting surplus, and to which extent the supply chain is coordi-

nated. Finally, we briefly show in which way risk is shifted when supplier and buyer agree on a contract.

The remainder of this paper is organized as follows: Section 2 discusses relevant research from different fields, especially from the areas of pricing and revenue management, supply chain modeling, and bargaining theory. In Section 3 we adapt the decentralized newsvendor model to the most relevant RM characteristics. In Section 4, a numerical study is presented where we evaluate the results of a B2B contract for different demand scenarios. Finally, our conclusions are given in Section 5.

2 Related literature

Our research draws on three separate literature streams: pricing and revenue management, supply chain coordination, and bargaining theory. In this section, we briefly review the most relevant research in each field. We begin with an overview of revenue management-related literature.

In capacity-constrained industries, RM provides plenty of approaches for capacity control (quantity-based RM) and pricing (price-based RM). With the former being the core of traditional RM, the corresponding methods control the availability of a set of products (that access the same resources) which are sold at a pre-determined price to different customer segments (Boyd and Bilegan 2003). Zhang and Bell (2012) provide a thorough overview of market segmentation and discuss fences that prevent demand spillover to low-priced segments. RM methods are applied in single-leg or network scenarios. In the single-leg case, only one resource is considered. By contrast, network problems allow products to access multiple resources. Talluri and van Ryzin (1998) and Bertsimas and Popescu (2003) formulate a stochastic dynamic programming approach accounting for the chronological order of the incoming requests. De Boer et al. (2002) neglect the stochastic arrival process of demand and propose a probabilistic mathematical programming (PMP) model¹ where only the distribution of the aggregated demand is regarded. This corre-

¹ In RM literature, this model is also termed probabilistic non-linear programming (PNLP) model (Talluri and van Ryzin 2004, p. 95).

sponds to our payoff functions presented in Section 3. In the PMP model, the expectation of the minimum of partitioned allocation of capacity to the products under consideration and the corresponding uncertain demand is weighted by the respective prices and maximized subject to the capacity constraints of the relevant resources.

Contrary to the approaches of quantity-based RM, pricing methods do not rely on the explicit definition of different products. Instead of limiting the amount of capacity allocated to each product, the allocation of the available capacity is controlled by price adjustments only. Since we do not account for price adjustments over time in this paper, we focus on static pricing models in this section. An approach in the field of static pricing that accounts for uncertainty in a similar manner as the PMP model mentioned above is the optimal fixed-price (OFP) model (Gallego and van Ryzin 1994, Bitran and Caldentey 2003). There, the price to set does not change during the sales horizon. As the PMP model, it considers uncertain aggregated demand. The objective in the OFP approach is to maximize the expectation of the minimum of the uncertain demand for the offered product and the available capacity multiplied by the price. The demand is therefore assumed to be a function of the price set by the supplier.

There are three common ways to account for uncertain demand in RM models (Talluri and van Ryzin 2004, ch. 7.3.4). Additive uncertainty is given when the random demand results from the sum of a deterministic price-dependent demand component and a zero-mean price-independent random variable. In the same manner, multiplicative uncertainty can be achieved when random demand is modeled as the product of deterministic demand and a non-negative random variable with mean one. The third way to consider uncertain demand is to use a Bernoulli model where the probability that a customer requests a product is a function of the price. The Bernoulli approach yields a Poisson model for aggregated demand when customers arrive in continuous time. For discrete time (that is, an integer number of individual customers arrives), the aggregated demand follows a binomial distribution that is also used in our model.

Klein and Kolb (2015) study B2C relationships in an RM environment. Furthermore, there are some game theoretic approaches that analyze revenue sharing mechanisms in

airline alliances (Hu et al. 2013). However, vertical B2B relationships are hardly considered in current RM models. Dietrich et al. (2008) discuss some topics that arise when business services are considered in an RM environment. For a general review of RM models, we refer to McGill and van Ryzin (1999) and Boyd and Bilegan (2003). Chiang et al. (2007) provide a survey focusing on RM applications and solution approaches. Overviews on RM-related pricing literature are given by Bitran and Caldentey (2003), Elmaghraby and Keskinocak (2003), and Aviv and Vulcano (2012). For textbooks on RM and (dynamic) pricing, we refer to Talluri and van Ryzin (2004) and Phillips (2005).

The research stream of supply chain coordination (SCC) focusses on the design of optimal contracts in B2B environments. In this domain, studies are most often based on variations of the newsvendor problem and aim at setting the contract parameters in the supply chain optimally. Because of the huge amount of research topics associated with SCC, we cannot give a complete overview of this field. Instead, we briefly describe the decentralized inventory problem (DIP). In order to provide a context which allows for positioning the model presented in Section 3, we point out the most relevant supply chain characteristics in which our model differs from the DIP. For a more elaborate overview, we refer to the surveys of Cachon (2003), Höhn (2010), Arshinder et al. (2011), and Wang et al. (2015).

The DIP—also known as decentralized newsvendor problem—is a generalization of the standard one-period newsvendor model where the supply chain is decentralized and a supplier sells a single product to an independent buyer² who faces stochastic demand from her own customers. We consider a supply chain where the supplier sells his product to an institutional buyer (with whom he can negotiate a contract) and directly to end-consumers. Tsay and Agrawal (2004) give an overview on conflicts and coordination in multi-channel distribution systems. The buyer in turn resells the product and faces stochastic demand from her own customers in another market. Hu et al. (2010) analyze a supply chain in which supplier and buyer sell the considered product to the same customers and compete in price over time. Contrary to the existing DIP variations, the buyer in our

² Instead of supplier and buyer, the terms manufacturer and retailer are often used in literature.

model is neither price-taking nor price-setting but we regard a buyer that applies price differentiation. This is given especially in service industries where heterogeneous customers reveal a different willingness to pay. We consider a capacity-constrained supplier and a buyer who is able to postpone her order until after she has observed the demand from her own customers. This setting is similar to a make-to-order manufacturer who wants to encourage the supplier to build more capacity. Capacity decision models of this type are analyzed by Erkoç and Wu (2005) and Özer and Wei (2006). However, since capacity can hardly be adjusted in most RM industries, we do not account for capacity decisions. For an analysis studying the benefits of order postponement, we refer to Granot and Yin (2008). SCC research provides several contract types, such as revenue sharing or buy-back contracts, that resolve double marginalization (Spengler 1950) and coordinate the different supply chain models. Although generally not coordinating the supply chain, we consider a quantity–price contract with the possibility of re-orders in which the supplier and buyer negotiate a minimum order and delivery quantity as well as a corporate rate. Quantity commitments are a special case of allotment contracts, which are often used in the travel and cargo industry. From an air cargo operator’s perspective, Levin et al. (2012) analyze capacity allocation with allotments and spot market demand. Xing et al. (2014) investigate supply chain strategies in spot markets. In the SCC literature, quantity commitments are often analyzed in multi-period approaches; for an overview see Anupindi and Bassok (1999). In the field of supply chain modeling, uncertainty in demand is mostly considered by using additive and multiplicative demand models (Petruzzi and Dada 1999) whereby the supply chain models inherit favorable analytical properties. For further supply chain characteristics and classification schemes, see Tsay et al. (1999) and Anupindi and Bassok (1999).

Using the existing economics literature, we now take a brief look on possible negotiation models. In the bargaining theory, there are two major concepts: axiomatic and strategic bargaining approaches. To model the negotiation among two (or more) players, Nash (1950) presents an axiomatic framework which is referred to as Nash bargaining solution (NBS). For this cooperative bargaining model, Nash assumes four axioms and proves that

there is a unique solution that maximizes the Nash product and satisfies all axioms. The classic NBS model in which the parties have identical bargaining power can be extended by considering players with different bargaining power. In this case—referred to as generalized Nash bargaining solution (GNBS)—, the more powerful player receives a larger share of the surplus. The GNBS concept can also be applied to account for asymmetric information in the supply chain (Harsanyi and Selten 1972). A notable characteristic of the NBS is that it does not consider the actual process of negotiations. Instead, it focuses on the expected outcome based on pre-specified solution properties. Although Nash’s bargaining theory was originally formulated for a domain of convex feasible sets, there are extensions that permit the domain of the solution function to contain non-convex sets (Kaneko 1980, Denicolò and Mariotti 2000). Since we consider integer values for minimum order and delivery quantity, the following finding is important: the characterization of the NBS holds if the feasible set is compact and there exists a contract that is beneficial for both players. Rubinstein (1982) proposes a strategic bargaining model which explicitly considers the negotiation process. In this non-cooperative framework, the parties—that have identical [different] discount rates—by turn make offers until they reach an agreement. When the time intervals between the offers approach zero, the Rubinstein model yields the NBS [GNBS] results. Wu (2004), Nagarajan and Bassok (2008), and Ertogral and Wu (2001) provide an overview of bargaining models in supply chains. For a general overview of bargaining models, we refer to the textbook of Muthoo (1999). Since we do not intend to model the dynamics of negotiations but focus on the outcome of the negotiation process and due to the very strong empirical evidence (Roth 1995), we use the NBS approach in the following sections.

3 Model

In this section, we derive a model of B2B contracts in a revenue management environment from the DIP model. Before presenting the single-price model (Section 3.2), the quantity–price contract (Section 3.3) and the bargaining framework (Section 3.4), we briefly describe our key assumptions in Section 3.1.

3.1 Key assumptions

Assumption 1: *Key problem characteristics are captured by focusing on one time period.*

Based on the DIP, we first develop a model with a supplier selling one product at a single price directly to end-consumers and to buyer that performs methods of price differentiation toward her own customers. Later, we add the possibility that the supplier negotiates an individual price and minimum quantity commitments with the buyer where the buyer has the possibility to re-order at the negotiated price after having observed the demand from her own customers. Our main objective is to study if and when the negotiation of individual purchase conditions is beneficial for the players in the supply chain. Thus, a single-period model is sufficient and allows us to maintain tractability.

Assumption 2: *Individual purchase conditions have to be negotiated.*

We assume that the supplier is not able to unilaterally dictate an individual rate to the buyer. This can be the case because of imperfect fencing structures that do not prevent buy-down behavior or due to the presence of a buyer possessing bargaining power. Especially when minimum quantity commitments are considered, this assumption stands to reason: the supplier cannot enforce the buyer to order a minimum quantity whereas the buyer cannot impose a guaranteed delivery quantity unilaterally.

Assumption 3: *The only decision-relevant cost component is the price for the product under consideration.*

In the supplier's payoff functions, we do not consider any cost components. In order to isolate the effect of price differentiation and minimum quantity commitments, we omit—without loss of generality—fixed costs and variable costs. Since service industries usually are determined by a high proportion of fixed costs, for simplicity, we assume that variable costs are equal to 0. However, fixed costs can also be neglected in our model because they do not influence the supplier's surplus in the NBS and are therefore not relevant when both parties negotiate a contract. In the buyer's profit function, no salvage value or disposal cost is considered.

Assumption 4: *Players do not act strategically.*

We assume that both supplier and buyer have perfect information about the other party's payoff function. Therefore, both players do not act strategically. This especially concerns the buyer's purchase behavior: even though buyer and end-consumers compete for scarce capacity, the buyer does not inflate her order size with the purpose to manipulate the supplier's allocation mechanism. Furthermore, we require that contract agreements must be kept. This means that the buyer—in case of need—re-orders at the negotiated price.

Assumption 5: *Randomness in demand is price-dependent.*

We assume that the randomness in demand is price-dependent. Therefore, we consider binomially distributed demand where the probability that the value of a certain request for one unit of the regarded product exceeds the price set by the supplier is decreasing in the price. The total number of possible requests is known.

Assumption 6: *Supplier and buyer only decide on price and quantity commitments regarding the product under consideration.*

Our focus is on the determination and analysis of contractual terms that are widely used in practice. Therefore, we initially introduce a non-cooperative single-price model in order to determine the disagreement point that we use in the NBS. In case of excess demand, the supplier serves requests from the buyer and the end-consumer market proportionally to the respective order sizes. Subsequently, we consider a minimum order and delivery quantity and an individual corporate rate that are negotiated between the supplier and the buyer. To keep our model easily comprehensible, we assume that the supplier is able to perform an ex-post allocation of the remaining capacity where high-value requests are served with priority. The buyer can postpone a potential re-order until after having observed her own customer's requests—each with a particular value. Then, having received a certain partition of scarce capacity from the supplier, the buyer serves the most profitable requests at the respective value. These assumptions reflect the sales process in many RM industries. From a modeling perspective, they assure that the actual allocation process is deterministic once demand uncertainty is resolved.

3.2 Single-price model

Before we introduce our model, we briefly present the basic form of the DIP model. Subsequently, we adapt the DIP approach to the characteristics mentioned above. In the DIP model, supplier S has unlimited production capacity, no lead time, and posts a wholesale price r to buyer B who then commits to an order quantity q . This gives the revenue function (1) for S :

$$\Pi_S^{\text{DIP}} = qr . \quad (1)$$

B needs one unit of the good provided by S as a production factor to fulfill one request of an own customer. Since B has to decide on how many units to order from S before observing her own customers' uncertain demand D_B , she eventually sells $\min\{q, D_B\}$ units at an exogenously given price \bar{r} and we have the expected profit function (2):

$$\Pi_B^{\text{DIP}} = \mathbb{E}[\min\{q, D_B\}]\bar{r} - qr . \quad (2)$$

When S is able to dictate the price r and knows the probability distribution of D_B and B 's profit function, he anticipates the buyer's action $q^* = \arg \max_q \Pi_B^{\text{DIP}}$ and sets a price r^* which maximizes his revenue q^*r . In the DIP model, B takes the whole inventory risk while S 's revenue is deterministic once r and q are set.

Because RM methods are traditionally applied in capacity-constrained industries, it is reasonable to shift the risk to S who now commands fixed capacity k . Furthermore, we assume that B can postpone (P) her quantity decision. That is, she observes the realization of demand $D_B = d_B$ before ordering from S . Hence, we get the expected payoff functions for S and B given in (3) and (4):

$$\Pi_S^{\text{P}} = \mathbb{E}[\min\{D_B, k\}]r , \quad (3)$$

$$\Pi_B^{\text{P}} = \mathbb{E}[\min\{D_B, k\}](\bar{r} - r) . \quad (4)$$

Here, B does not have to make a quantity decision but can postpone her order until she has observed demand realization $D_B = d_B$ and forward the respective amount to S . For a price-taking firm B , this setting admittedly is of little interest from both a theoretical as well as a practical point of view since B would order d_B units for any price $r < \bar{r}$. There-

fore, in the next step, we extend this model by heterogeneous demand and a buyer B that applies price differentiation toward her own customers. In what follows, we consider heterogeneous demand from two segments: buyer B and an end-consumer market to that we refer to as market demand M . Furthermore, we assume that B does not sell her service at an exogenously given price \bar{r} but is able to perform perfect price discrimination.

If S and B do not agree on an individual corporate rate, S again has to decide on the single price r to charge from both B and M . Let V^B denote the stochastic value of an order that B receives from an own customer. Then, B is generally willing to accept any incoming request whose value is greater than or equal to the price r charged by S , that is, $V^B \geq r$. In order to account for price-dependent randomness in demand, we assume that the probability that a certain request is profitable, $\mathbb{P}(V^B \geq r)$, is strictly decreasing in r . Let n_B be the number of orders that B observes from her own customers in the considered period. Then, the random number of profitable orders, D_B , is distributed binomially, that is, $D_B \sim \mathcal{B}(n_B, \mathbb{P}(V^B \geq r))$. Analogously, let V^M be the willingness to pay (for one unit of the product) of an end-consumer of market M . Consequently, the demand originating from M is given by the random variable $D_M \sim \mathcal{B}(n_M, \mathbb{P}(V^M \geq r))$ where n_M is the total population of M . The sales process in this single-price setting is as follows (see Figure 1): S sets a single price r [Step 1 in Figure 1]. Subsequently, demand is realized, that is, $D_M = d_M$ and $D_B = d_B$ [Step 2]. S directly receives d_M requests from M and B forwards an order of size d_B [Step 3]. Then, S 's expected revenue in the single-price (SP) setting is given in Equation (5):

$$\Pi_S^{\text{SP}} = \mathbb{E}[\min\{D_B + D_M, k\}]r. \quad (5)$$

Since we now consider heterogeneous demand, \mathbb{E} is the expectation regarding D_B and D_M . If S observes excess demand, both segments B and M are served proportionally to their order sizes. When capacity k is sufficient, the orders of B and M are served entirely. Let X_B denote the amount of capacity that is allocated to B . Then, we have

$$X_B = \left\{ \begin{array}{ll} \left\lfloor \frac{D_B}{D_B + D_M} \cdot k \right\rfloor & \text{if } D_B + D_M > k \\ D_B & \text{otherwise} \end{array} \right\} = \min \left\{ D_B, \left\lfloor \frac{D_B}{D_B + D_M} \cdot k \right\rfloor \right\}, \quad (6)$$

where $\lfloor \bullet \rfloor$ denotes the nearest integer function and random allocation X_B resolves to x_B after the observation of D_B and D_M [Step 4].

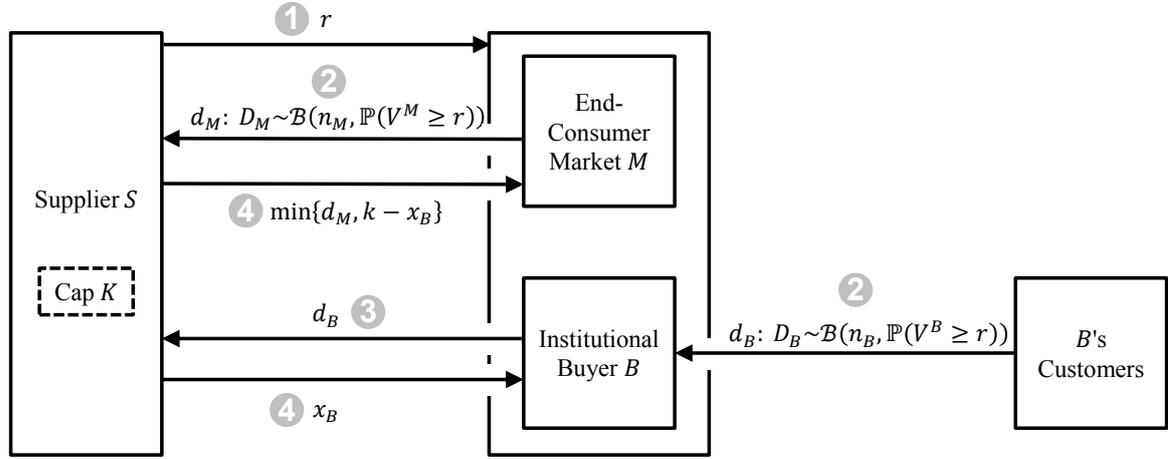


Figure 1: Sales process in the single-price setting

As stated above, B in total receives n_B orders from her own customers. However, if B observes d_B profitable requests (and therefore orders d_B units from S), the number of eventually fulfilled requests from her customers depends on the amount of capacity x_B that B receives from the capacity-constrained supplier S . Since B is able to perform perfect price discrimination, she accepts the x_B most profitable orders. Therefore, it is necessary to determine the expectation of the value of a certain request. Let $V_1^{B+}, V_2^{B+}, \dots, V_{D_B}^{B+}$ be D_B random values of profitable requests which follow the cumulative distribution function $F_{V^{B+}}$ and let $V_{i:D_B}^{B+}$ denote the i^{th} order statistic, that is, the i^{th} -smallest value of the set of D_B profitable orders. As a result from the field of order statistics (e.g., Balakrishnan and Rao 1998), the cumulative distribution function of $V_{i:D_B}^{B+}$, $F_{V_{i:D_B}^{B+}}$, is computed according to (7).

$$F_{V_{i:D_B}^{B+}}(v) = \mathbb{P}(V_{i:D_B}^{B+} \leq v) = \sum_{j=i}^{D_B} \binom{D_B}{j} F_{V^{B+}}(v)^j (1 - F_{V^{B+}}(v))^{D_B-j}. \quad (7)$$

Let $V^B \in [\alpha_B, \beta_B]$, thus $V^{B+} \in [r, \beta_B]$, $0 \leq \alpha_B \leq r < \beta_B$, the expectation of the i^{th} -smallest profitable observation is given by

$$\mathbb{E}(V_{i:D_B}^{B+}) = \int_r^{\beta_B} (1 - F_{V_{i:D_B}^{B+}}(v)) dv. \quad (8)$$

Here, \mathbb{E} is the expectation with respect to V^{B+} . For ease of notation and since it is obvious that the number D_B of order statistics itself is a random variable, we do not introduce an explicit notation for this conditional expectation. Making use of (8), we denote the expectation of the sum of the l^{th} to the m^{th} of a sequence of D_B order statistics, $V_{l:D_B}^{B+} + V_{l+1:D_B}^{B+} + \dots + V_{m:D_B}^{B+}$, as $V_{D_B}^{B+}(l, m)$ with

$$V_{D_B}^{B+}(l, m) = \begin{cases} \sum_{i=l}^m \mathbb{E}(V_{i:D_B}^{B+}) & \text{if } 1 \leq l \leq m \leq D_B \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}. \quad (9)$$

The order statistics $V_{i:n_B-D_B}^{B-}$ of the set of $n_B - D_B$ unprofitable orders that we will use in Section 3.3 can be calculated analogously.

Given a number of D_B profitable orders and an allocation of X_B units of the production factor, B serves all requests from the highest to the X_B^{th} most profitable. In terms of order statistics, this means that B fulfills all requests from the D_B^{th} -lowest to the $(D_B - X_B + 1)^{\text{th}}$ -lowest. Putting these arguments in Equation (9), B 's expected profit function is

$$\Pi_B^{\text{SP}} = \mathbb{E}[V_{D_B}^{B+}(D_B - X_B + 1, D_B) - X_B r]. \quad (10)$$

Obviously, in this single-price model, the only decision variable is the price r set by S whereas B takes no decision but only forwards the number of profitable requests d_B that she has observed from her customers. In this context, let r^* denote the price that S chooses to maximize his revenue and let $\Pi_S^{\text{SP}*}$ and $\Pi_B^{\text{SP}*}$ be the corresponding expected payoffs which we will need for determining the Nash bargaining solution in Section 3.4.

Given heterogeneous demand as described above, S 's intention is to exploit the different willingness to pay of buyer B and market demand M by differentiating prices. Besides, it may be beneficial for both parties S and B to commit to a minimum delivery and order quantity, respectively. Therefore, we consider a combined quantity–price contract in the following section.

3.3 Quantity-price contract with re-orders

Up to now, given the sales process described in Section 3.2, supplier S carries the underage risk that capacity k is not sufficient to satisfy the total demand $D_B + D_M$. On the other hand, overage risk lies in the possibility that the realization of demand might be smaller than the available capacity. Since buyer B is able to observe the number of profitable orders from her own customers and subsequently orders the respective amount from the supplier, she carries no overage risk. However, B faces the underage risk that the amount of capacity provided by S is smaller than the number of profitable requests, that is, $X_B < D_B$, which is given in the case of excess demand where $D_B + D_M > k$.

Apparently, S 's capacity risk is due to the uncertainty in the overall demand. In order to reduce this uncertainty, S may be interested in negotiating a minimum order quantity that B commits to request. From B 's perspective, it can be desirable to commit S to deliver at least a guaranteed amount of the necessary production factor. Thereby, B admittedly takes the risk of getting into an overage situation. However, the potential of reducing the own underage risk can outweigh the former. Furthermore, B may mitigate against the emerging overage risk by negotiating an individual corporate rate. Since our focus is on the relationship between S and B , we do not allow for contracts between S and end-consumers of market M . To keep the expected revenue and profit functions of S and B easily comprehensible, we assume that the guaranteed delivery quantity from S is equal to B 's minimum order quantity and denote this parameter by $x_B^{\min} \leq k$. Furthermore, we consider an individual corporate rate r_B .

The decision sequence in this model is as follows. At first, S and B negotiate a contract (x_B^{\min}, r_B) which is fulfilled immediately. Given a contract (x_B^{\min}, r_B) , S sets a market price r_M which maximizes his expected revenue. Since both S and B have complete information, B already anticipates S 's best response r_M to any contract (x_B^{\min}, r_B) in the negotiation process. Demand uncertainty is realized thereafter: B receives $D_B = d_B$ profitable requests from her customer base and has the opportunity to re-order at price r_B . B takes up this option if $d_B > x_B^{\min}$ and re-orders $\max\{d_B - x_B^{\min}, 0\} = (d_B - x_B^{\min})^+$ units.

Having observed the market demand d_M and the additional demand from B , S allocates the remaining capacity $k - x_B^{\min}$ greedily depending on the prices r_M and r_B . For $r_M > r_B$, this means that S at first serves the higher-value market demand at price r_M until either the demand is fully satisfied or there is no capacity left. That is, $\min\{k - x_B^{\min}, d_M\}$ orders of M are fulfilled. Subsequently, the additional demand $(d_B - x_B^{\min})^+$ from B is served at price r_B until B 's requests are served entirely or no more capacity is left. That is, B receives $(\min\{k - x_B^{\min} - d_M, d_B - x_B^{\min}\})^+$ additional units. In the case that $r_M < r_B$, B 's order is fulfilled with priority. Finally, for $r_M = r_B$, we get the same allocation process as in the single-price model (see Equation (6)).

The expected revenue function of S for any contract (x_B^{\min}, r_B) is

$$\Pi_S^C = x_B^{\min} r_B + \begin{cases} \mathbb{E} \left[\min\{k - x_B^{\min}, D_M\} r_M \right. \\ \left. + (\min\{k - x_B^{\min} - D_M, D_B - x_B^{\min}\})^+ r_B \right] & \text{if } r_M > r_B \\ \mathbb{E} \left[\min\{k - x_B^{\min}, (D_B - x_B^{\min})^+ + D_M\} r_M \right] & \text{if } r_M = r_B \\ \mathbb{E} \left[\min\{k - x_B^{\min}, (D_B - x_B^{\min})^+\} r_B \right. \\ \left. + \min\{(k - \max\{x_B^{\min}, D_B\})^+, D_M\} r_M \right] & \text{if } r_M < r_B \end{cases} \quad (11)$$

Since B is committed to purchase at least x_B^{\min} units before demand is realized, B possibly has to fulfill non-profitable orders if $x_B^{\min} > D_B$. Let V^{B-} denote the random value connected to an unprofitable order and let $V_{i:n_B-D_B}^{B-}$ be the i^{th} order statistic of the sample of $n_B - D_B$ unprofitable requests. Then, according to (9), we define $V_{n_B-D_B}^{B-}(l, m)$ as the expectation of the sum of the l^{th} to the m^{th} order statistic of the set of unprofitable requests (Equation (12)).

$$V_{n_B-D_B}^{B-}(l, m) = \begin{cases} \sum_{i=l}^m \mathbb{E}(V_{i:n_B-D_B}^{B-}) & \text{if } 1 \leq l \leq m \leq n_B - D_B \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

Thus, B 's expected profit under a contract (x_B^{\min}, r_B) is given by (13). In order to keep the profit function clearly arranged, the random components of B 's profit are split into three expectations (13b–d):

$$\Pi_B^C = -x_B^{\min} r_B \quad (13a)$$

$$+ \mathbb{E} \left[V_{D_B}^{B+} \left((D_B - x_B^{\min})^+ + 1, D_B \right) \right] \quad (13b)$$

$$+ \mathbb{E} \left[V_{n_B - D_B}^{B-} \left(n_B - D_B - (x_B^{\min} - D_B) + 1, n_B - D_B \right) \right] \quad (13c)$$

$$+ \mathbb{E} \left[V_{D_B}^{B+} \left(D_B - x_B^{\min} - X_B + 1, D_B - x_B^{\min} \right) - (X_B)^+ r_B \right]. \quad (13d)$$

The cost related to the quantity commitment in (13a) is the only deterministic part in B 's profit function. (13b) is the expectation of the x_B^{\min} most profitable orders. However, if there are not enough profitable orders, that is, $x_B^{\min} > D_B$, the remaining inventory is allocated to the $x_B^{\min} - D_B$ most valuable orders from the set of unprofitable orders (13c). If B observes excess demand, that is, $x_B^{\min} \leq D_B$, she re-orders $D_B - x_B^{\min}$ units from S . In this case, (13d) applies where the uncertain amount of capacity that is allocated to B , X_B , is determined according to (14) with

$$X_B = \begin{cases} \min\{k - x_B^{\min} - D_M, D_B - x_B^{\min}\} & \text{if } r_M > r_B \\ \min\left\{\left\lfloor \frac{D_B - x_B^{\min}}{D_B - x_B^{\min} + D_M} (k - x_B^{\min}) \right\rfloor, D_B - x_B^{\min}\right\} & \text{if } r_M = r_B \\ \min\{k - x_B^{\min}, D_B - x_B^{\min}\} & \text{if } r_M < r_B \end{cases} \quad (14)$$

Just as S 's revenue, the expected profit of B is a piecewise function where the determination of X_B depends on the relation that holds between r_M and r_B .

As mentioned above, random demand D_B and D_M each follow a binomial distribution. For $D_M \sim \mathcal{B}(n_M, \mathbb{P}(V^M \geq r_M))$, the probability of a ‘‘success on any given trial’’ $\mathbb{P}(V^M \geq r_M)$ —that is, the probability that a certain customer reveals a willingness to pay which is greater than or equal to the price charged by S —is no constant but a function of r_M . Analogously, the distribution of D_B depends on r_B . For independent D_B and D_M , the expectation of an arbitrary function $g(D_B, D_M)$ is

$$\mathbb{E}[g(D_B, D_M)] = \sum_{d_B=0}^{n_B} \sum_{d_M=0}^{n_M} \mathbb{P}(d_B, d_M) g(d_B, d_M) \quad (15)$$

with

$$\mathbb{P}(d_B, d_M) = \binom{n_B}{d_B} \mathbb{P}(V^B \geq r_B)^{d_B} \mathbb{P}(V^B < r_B)^{n_B - d_B} \\ \cdot \binom{n_M}{d_M} \mathbb{P}(V^M \geq r_M)^{d_M} \mathbb{P}(V^M < r_M)^{n_M - d_M} .$$

Given this representation, the indexation of the summations in (15) can be partitioned adequately so that there is no more need of the various min and max functions used in (5), (6), (11), (13) and (14). This yields computationally much more tractable formulations of S 's and B 's payoff functions. In (16), we exemplarily give the supplier's expected revenue for the branch $r_M < r_B$:

$$\Pi_S^C = x_B^{\min} r_B \tag{16a}$$

$$+ \sum_{d_B=0}^{x_B^{\min}} \sum_{d_M=0}^{k-x_B^{\min}} \mathbb{P}(d_B, d_M) d_M r_M \tag{16b1}$$

$$+ \sum_{d_B=0}^{x_B^{\min}} \sum_{d_M=k-x_B^{\min}+1}^{n_M} \mathbb{P}(d_B, d_M) (k - x_B^{\min}) r_M \tag{16b2}$$

$$+ \sum_{d_B=x_B^{\min}+1}^k \sum_{d_M=0}^{k-d_B} \mathbb{P}(d_B, d_M) (d_M r_M + (d_B - x_B^{\min}) r_B) \tag{16c1}$$

$$+ \sum_{d_B=x_B^{\min}+1}^k \sum_{d_M=k-d_B+1}^{n_M} \mathbb{P}(d_B, d_M) ((k - d_B) r_M + (d_B - x_B^{\min}) r_B) \tag{16c2}$$

$$+ \sum_{d_B=k+1}^{n_B} \mathbb{P}(d_B) ((k - x_B^{\min}) r_B) . \tag{16c3}$$

The revenue related to the quantity commitment x_B^{\min} in (16a) is deterministic. (16b) considers the cases $d_B \leq x_B^{\min}$ where no re-order from B occurs. In (16b1), M 's orders are satisfied entirely since $d_M \leq k - x_B^{\min}$. Because of $d_M > k - x_B^{\min}$, M 's requests are only served partially in (16b2). (16c) considers all demand realizations $d_B > x_B^{\min}$ in which B re-orders. Again, d_M is fulfilled completely and partially in (16c1) and (16c2), respectively. In case (16c3), M receives no capacity at all.

3.4 Nash bargaining solution

Having introduced the parties' payoff functions both without and with contract in the previous sections, the question arises on which contract (x_B^{\min}, r_B) S and B agree. In the following sections, we do not focus on the negotiation process itself. A common approach to find an agreement between S and B is to apply the concept of the NBS (e.g., Muthoo 1999). In this context, the optimal expected payoffs $\Pi_S^{\text{SP}^*}$ and $\Pi_B^{\text{SP}^*}$ obtained from the single-price model (Equations (5) and (10)) serve as the so-called disagreement point. These payoffs result when S and B cannot agree on a contract. According to the NBS theory, they agree on the tuple $(x_B^{\min}, r_B)^*$ that solves the maximization problem (17) where the product of the two players' surpluses is referred to as Nash product. Each player's surplus is determined as the difference of the payoff resulting from the contract situation (Equations (11) and (13)) and the outcome in the disagreement point.

$$\max_{(x_B^{\min}, r_B) \in \Omega} (\Pi_S^{\text{C}} - \Pi_S^{\text{SP}^*}) (\Pi_B^{\text{C}} - \Pi_B^{\text{SP}^*}), \quad (17a)$$

$$\Omega = \{(x_B^{\min}, r_B): \Pi_S^{\text{C}} - \Pi_S^{\text{SP}^*} \geq 0 \wedge \Pi_B^{\text{C}} - \Pi_B^{\text{SP}^*} \geq 0\}. \quad (17b)$$

Here, Ω is the set of contracts that assure that neither S nor B are forced into a contract in which one of them generates a payoff less than in the disagreement point. We denote the payoffs associated with the optimal contract $(x_B^{\min}, r_B)^*$ by $\Pi_S^{\text{C}^*}$ and $\Pi_B^{\text{C}^*}$.

In this section, we introduced our model by extending the SCC community's DIP model. From an RM perspective (which focuses on the supplier S), we combined the quantity decision x_B^{\min} from the PMP approach with the price decision r_B proposed in the OFP model. The aggregated Bernoulli demand that we use is also a common demand model in the field of pricing. After having introduced the perfectly price-discriminating buyer's profit function (which is commonly neglected in traditional RM), we finally linked both players in the in NBS approach.

4 Numerical study

In this section, we provide some results of different instances of the contract negotiation model developed above. For this purpose, we assume uniformly distributed values V^B and V^M of the requests, that is, $V^B \sim \mathcal{U}(\alpha_B, \beta_B)$ and $V^M \sim \mathcal{U}(\alpha_M, \beta_M)$. For $\alpha_B \leq r < \beta_B$, this yields the cumulative distribution function of $V^{B+} \sim \mathcal{U}(r, \beta_B)$ given in (18).

$$F_{V^{B+}}(v) = \frac{v - r}{\beta_B - r} . \quad (18)$$

Substituting (18) into (7), the expectation for the i^{th} -smallest value of D_B requests (see Equation (8)) is a result from the field of order statistics (David and Nagaraja 2003) and given in (19):

$$\mathbb{E}(V_{i:D_B}^{B+}) = \int_{\alpha_B}^{\beta_B} \left(1 - F_{V_{i:D_B}^{B+}}(v)\right) dv = \frac{i}{D_B + 1} (\beta_B - r) + r . \quad (19)$$

Thus, according to (9), the expectation of the sum of the l^{th} to the m^{th} of a sequence of D_B order statistics is

$$V_{D_B}^{B+}(l, m) = (m - l + 1) \left(\frac{(l + m)(\beta_B - r)}{2(D_B + 1)} + r \right) . \quad (20)$$

The measures connected to the values $V^{B-} \sim \mathcal{U}(\alpha_B, r)$ of unprofitable orders, especially $V_{n_B - D_B}^{B-}(l, m)$ (see Equation (12)), can be determined analogously to (18)–(20).

Given uniformly distributed values V^B and V^M , S 's the expected payoff function Π_S^C that depends on the variables r_B , r_M , and x_B^{\min} is a polynomial with degree $n_B + n_M + 2$. For $r_B \neq r_M$, the payoff function of buyer B , Π_B^C , is a polynomial with degree $n_B + n_M + 3$. Therefore, the Nash product of the parties' surpluses is also a polynomial with degree $2(n_B + n_M) + 5$ for which the maximum can be computed efficiently. However, obviously, no analytical solutions are available for this problem. For each $x_B^{\min} \in \{0, 1, \dots, \min\{n_B, k\}\}$, we solve the maximization problem (17) piecewise subject to the

relation that holds between the prices r_B and r_M . In order to avoid strict inequalities, we consider the cases $r_M + \varepsilon \leq r_B$, $r_M = r_B$, and $r_B + \varepsilon \leq r_M$. For all computations, we employed the non-linear programming solver *fmincon* provided in MATLAB's 2013b optimization toolbox. In our first analysis, we consider the following demand and set capacity $k = 40$ and $\varepsilon = 0.1$.

Scenario 1:

$$n_B = 30, V^B \sim \mathcal{U}(20, 70), n_M = 50, V^M \sim \mathcal{U}(0, 100)$$

Given this instance, Figure 2 displays the isoquants of the attainable surplus of S and B for different contracts (x_B^{\min}, r_B) . The set of contracts that satisfy Constraints (17b) is highlighted in grey. The intersection of both sets gives the solution space of the NBS, that is, the set of contracts which are acceptable for both players. Obviously, S prefers selling

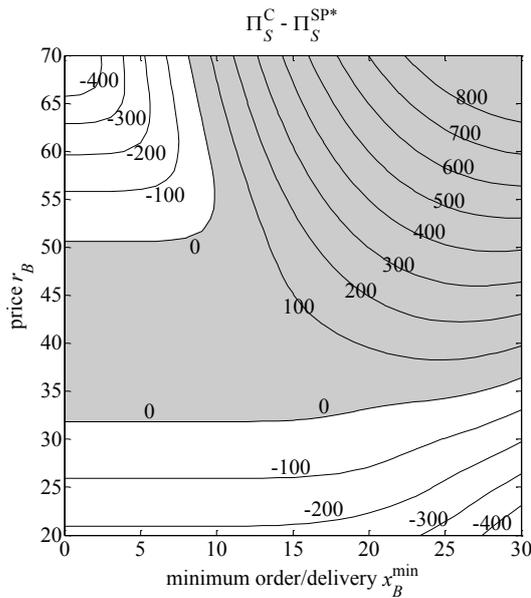


Fig. 2.1

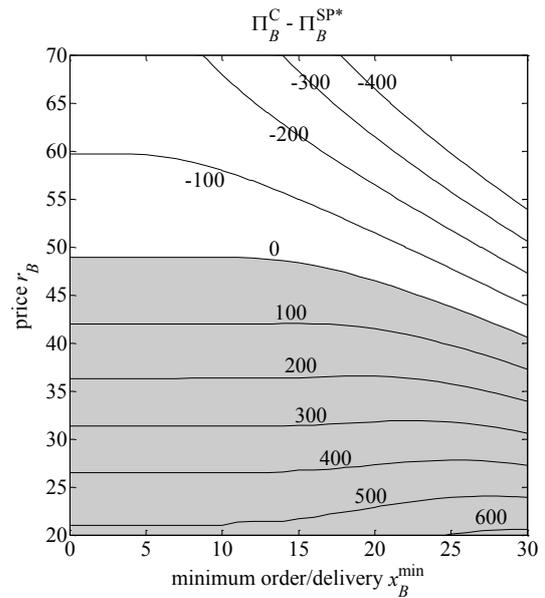


Fig. 2.2

Figure 2: $\Pi_S^C - \Pi_S^{SP*}$ and $\Pi_B^C - \Pi_B^{SP*}$ depending on different contracts (x_B^{\min}, r_B)

a high amount x_B^{\min} at a high price r_B (top right corner of Figure 2.1) whereas B favors a high guaranteed delivery quantity at a low price (bottom right corner of Figure 2.2). The concave structure of B 's isoquants (e.g., for $\Pi_B^C - \Pi_B^{SP*} \approx 400$) shows that the buyer at first prefers an increasing amount of guaranteed availability x_B^{\min} and is even willing to

pay a higher price for each unit. This holds until $x_B^{\min} \approx 25$. For higher values, x_B^{\min} develops characteristics of an unfavorable minimum order commitment which reduces B 's surplus even for a decreasing price r_B .

For different quantity commitments x_B^{\min} , Figure 3 displays the supplier's and the buyer's surplus (Figure 3.1) as well as the prices r_M and r_B (Figure 3.2) that result in the NBS. S and B agree in the contract $(x_B^{\min}, r_B)^* = (23, 39.53)$ where S sets $r_M = 65.86$. The optimal price r from the no-contract setting is equal to 49.22. Note that the NBS-optimal price r_B is not monotonous in x_B^{\min} but balances the parties' gains. This reflects again that, from the buyer's view, x_B^{\min} changes from guaranteed delivery to a purchase obligation that has to be compensated for by a decreasing price. Furthermore, it can be seen that B receives a higher surplus than S for low quantity commitments. For $x_B^{\min} \geq 23$, the supply chain's surplus is split equally.

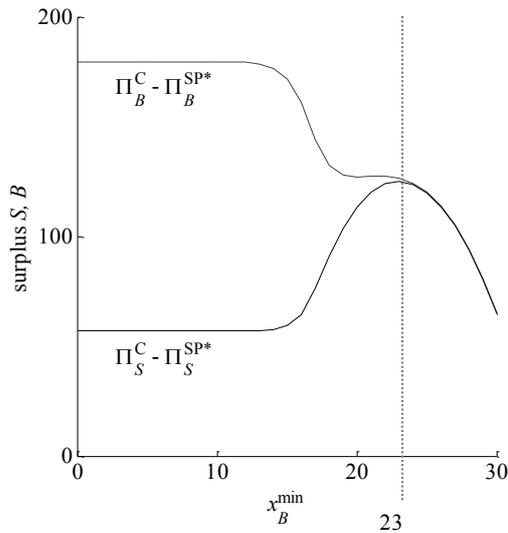


Fig. 3.1

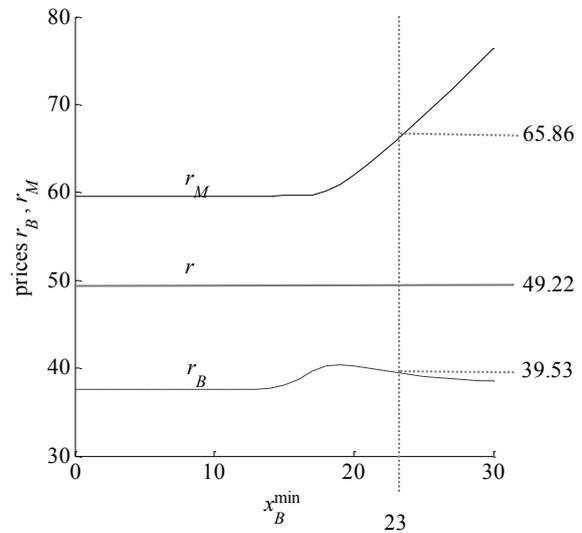


Fig. 3.2

Figure 3: $\Pi_S^C - \Pi_S^{SP*}$, $\Pi_B^C - \Pi_B^{SP*}$, r_B , and r_M depending on x_B^{\min}

After having analyzed the formation of a contract for a particular instance, we now evaluate the relative performance of the quantity–price contract compared to the no-contract situation. Therefore, we introduce two additional scenarios and consider different intensi-

ties of excess demand by varying the available capacity. Compared to Scenario 1 introduced above, Scenario 2 shows a higher valuation V^B of the buyer whereas we keep the span $\beta_B - \alpha_B$ of V^B (and therefore the variance) constant:

Scenario 2:

$$n_B = 30, V^B \sim \mathcal{U}(60, 110), n_M = 50, V^M \sim \mathcal{U}(0, 100)$$

Since the buyer in Scenario 1 has a lower valuation for the product than market demand M , traditional price differentiation (which in this case yields a price pattern with $r_B < r_M$ and therefore incentivizes B to order at the designated price r_B) may be applicable if the buyer has no bargaining power. In Scenario 2, unilateral price differentiation of the supplier, however, would yield prices $r_B > r_M$. S only can enforce this price pattern when he is able to perform perfect fencing since B has no incentive to willingly reveal her segment membership and pay the higher price r_B . Such a demand constellation therefore increases S 's pressure to negotiate with the buyer. In Scenario 3, we reduce the variability of the valuation V^M of market demand M . We arbitrarily set $\beta_M = 80$ and determine the lower endpoint α_M of the uniform distribution according to (21) so that we get the same purchase probability of M as in the optimal solution of Scenario 1.

$$\frac{\beta_M - r_M^*}{\beta_M - \alpha_M} = p^* \Leftrightarrow \alpha_M = \beta_M - \frac{\beta_M - r_M^*}{p^*}. \quad (21)$$

Here, $r_M^* = 65.86$ is the optimal market price from Scenario 1 and p^* is the corresponding purchase probability with $p^* = \mathbb{P}(V_M \geq r_M^* = 65.86) = (100 - 65.86)/(100 - 0)$. Hence, we get $\alpha_M = 38.65$ and have the following input:

Scenario 3:

$$n_B = 30, V^B \sim \mathcal{U}(20, 70), n_M = 50, V^M \sim \mathcal{U}(38.65, 80)$$

Table 1 shows the increase of expected payoffs under an optimal contract relative to the single-price situation for both S and B . In the last column, we display the sparkline of the respective data series in order to visualize the underlying pattern.

Scen.	Capacity k														Spark-line		
	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56		58	60
S	.039	.037	.057	.061	.065	.069	.073	.077	.081	.086	.092	.098	.103	.107	.111	.113	
B	2.470	2.145	1.267	1.138	1.055	.980	.931	.892	.862	.847	.841	.848	.861	.878	.897	.910	
S	.017	.018	.019	.021	.022	.023	.022	.020	.016	.012	.007	.001	.002	.004	.006	.008	
B	.120	.120	.121	.121	.122	.120	.110	.095	.075	.052	.028	.002	.007	.017	.025	.030	
S	.018	.019	.020	.022	.023	.024	.025	.027	.028	.029	.031	.032	.034	.035	.037	.039	
B	.921	.852	.796	.750	.711	.678	.649	.625	.603	.585	.568	.553	.540	.528	.518	.509	

Table 1: Increases of expected payoffs: $\Pi_S^C / \Pi_S^{SP^*} - 1, \Pi_B^C / \Pi_B^{SP^*} - 1$

It is evident that the buyer B attains a significantly higher percentage surplus than the supplier S . This is because we analyze S 's revenue and B 's profit. However, if we took the supplier's fixed cost into account—which has no effect on the optimal contract—arbitrarily high rates of profit increase can result. B gains most when her valuation is relatively low (Scenarios 1 and 3). Especially when capacity is scarce, B benefits from differentiated prices—and more than triples her profit—as a price $r_B^* < r^*$ is negotiated. S benefits most when B 's valuation is relatively low and demand (from market participants M) is highly volatile (Scenario 1). When B has a high willingness to pay (Scenario 2) or V^M is less volatile (Scenario 3), the supplier's gain is comparatively small. For a low valuation of B (Scenarios 1 and 3), S 's percentage surplus increases with capacity whereas B 's relative gain tends to decrease. In Scenario 2, both firms have the highest percentage surplus in the range of moderate excess demand ($k \in \{36, 38, 40\}$). If capacity is hardly scarce ($k \geq 52$), the parties' surpluses again start to increase at a very low level. To conclude, the advantageousness of a quantity–price contract considerably depends on the specific demand scenario so that it is difficult to make a general appraisal of the performance.

To put the results from Table 1 into perspective, Table 2 contains the NBS-optimal contract parameters $x_B^{\min^*}$ and r_B^* as well as the corresponding market price r_M^* . As was to be expected, common to all scenarios is that $x_B^{\min^*}$ increases with capacity whereas r_B^* and r_M^* decrease. Regarding Scenario 1, it is notable that $x_B^{\min^*}$ jumps from 0 to 18 between $k = 32$ and $k = 34$. This transition from a pure price contract to a combined quantity–price contract goes along with an exceptional markup of r_B^* that mitigates S 's obligation

to deliver at least 18 units. In Scenario 2, it is noteworthy that $\alpha_B > r_B^* > r_M^*$ for $k \geq 54$. Because of $\alpha_B > r_B^*$, each request of B 's customers is profitable with certainty. $r_B^* > r_M^*$ ensures that B is served with priority. Due to this situation, any quantity commitment is optimal which is denoted by "0:30".

Scen.	Capacity k																Spark-line	
	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60		
$x_B^{\min*}$	0	0	18	20	21	23	24	25	27	28	29	30	30	30	30	30		
r_B^*	1	43.14	42.02	44.18	42.61	41.19	39.53	38.13	36.77	35.11	33.80	32.55	31.38	30.73	30.27	29.99	29.84	
r_M^*		67.11	65.54	67.53	67.38	65.92	65.86	64.44	63.06	63.04	61.69	60.38	59.10	56.69	54.52	52.68	51.29	
$x_B^{\min*}$	2	24	26	27	28	30	30	30	30	30	30	30	0:30	0:30	0:30	0:30		
r_B^*		74.59	72.77	71.14	69.52	67.68	66.32	65.06	63.90	62.81	61.81	60.89	60.03	59.83	59.58	59.37	59.25	
r_M^*		83.21	83.08	81.36	79.68	79.65	76.41	73.26	70.22	67.27	64.42	61.69	59.10	56.69	54.52	52.68	51.29	
$x_B^{\min*}$	3	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	25	26	
r_B^*		53.62	52.49	51.36	50.23	49.09	47.95	46.82	45.68	44.54	43.41	42.27	41.13	39.99	38.85	38.10	36.96	
r_M^*		63.22	62.49	61.76	61.03	60.31	59.60	58.89	58.18	57.47	56.77	56.08	55.38	54.69	53.99	52.62	51.92	

Table 2: Optimal contract terms $x_B^{\min*}$, r_B^* , and r_M^*

So far, all analyses considered the expectation of the supplier's and the buyer's payoffs. However, besides an increase of the expected payoffs, agreeing on a contract considerably reduces the variability of S 's revenues because he can shift capacity risk to B . By contrast, the variance of B 's profits significantly increases in the NBS. In accordance with the definition of Π_B^{SP} and Π_B^{C} as the expectation of the buyer's payoffs, let F_B^{SP} and F_B^{C} be the cumulative distribution function of the profits for the single-price and the contract setting, respectively. In this context, we only consider the variability of the profit realizations with respect to the uncertainty of the price-dependent random variables D_M and D_B and neglect the variance of the order statistics $V_{i:D_B}^{B+}$ and $V_{i:n_B-D_B}^{B-}$ which cannot be influenced by agreeing on a contract. Figure 4 displays the cdfs of the payoffs for Scenario 1. Though the cdf for the NBS-optimal contract, $F_B^{\text{C}*}$, shows a bigger span, it is nearly entirely located to the right of $F_B^{\text{SP}*}$. This means that the probability of coming below a certain profit realization is significantly smaller when S and B agree on a contract. Both cdfs intersect for a profit equal to 31.20 where $F_B^{\text{C}*}(31.20) \approx 1.5 \cdot 10^{-4}$. For all profit realizations greater than 31.20, the NBS-optimal quantity-price contract has first-order stochastic

dominance over the single-price setting. Thus, the contract is advantageous even if we consider a risk-averse buyer.

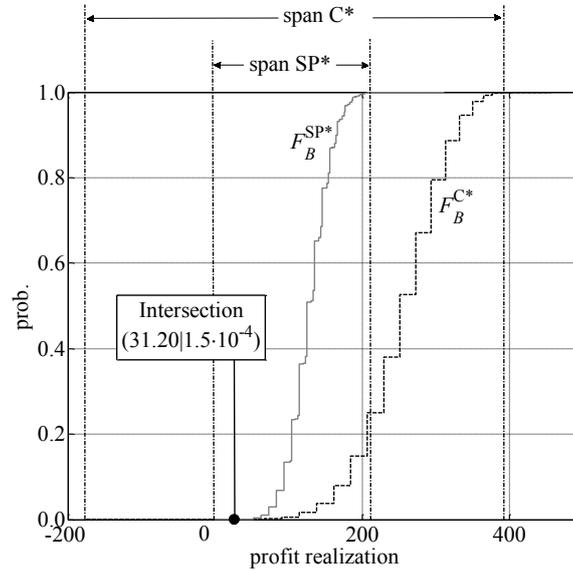


Figure 4: cdf without contract, F_B^{SP*} , and with contract, F_B^{C*} , for Scenario 1

Finally, we briefly evaluate the efficiency of the supply chain that results from the negotiation of a contract. Therefore, we determine the expected payoff Π^I of an integrated firm which is given in (22). As in the single-price situation, the integrated firm sets a price r . Depending on the available capacity k and after demand is realized, all D_B requests that exceed r are served at prices $V_{i:D_B}^{B+}$ with priority (22a). Subsequently, demand D_M is satisfied at price r (22b). Finally, the integrated firm confirms all requests that have a value smaller than r at prices $V_{i:n_B-D_B}^{B-}$ (22c).

$$\Pi^I = \mathbb{E}[V_{D_B}^{B+}(D_B - \min\{k, D_B\} + 1, D_B)] \quad (22a)$$

$$+ \mathbb{E}[(\min\{k - D_B, D_M\})^+ r] \quad (22b)$$

$$+ \mathbb{E}[V_{n_B-D_B}^{B-}(n_B - D_B - \min\{(k - D_B - D_M)^+, n_B - D_B\} + 1, n_B - D_B)]. \quad (22c)$$

Let Π^{I*} be the expected payoff for the price r^* that maximizes Π^I . Table 3 gives the degree of coordination for the single-price setting, $(\Pi_S^{SP*} + \Pi_B^{SP*})/\Pi^{I*}$, and for the quantity-price contract, $(\Pi_S^{C*} + \Pi_B^{C*})/\Pi^{I*}$. Note that the value “1” is rounded to two decimal places and does not indicate perfect supply chain coordination.

Scen.	Capacity k															
	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
C 1	.98	.97	.96	.96	.96	.97	.97	.97	.97	.98	.98	.99	.99	1	1	1
SP 1	.87	.87	.86	.86	.86	.86	.85	.85	.85	.84	.84	.84	.84	.84	.83	.83
C 2	.98	.98	.98	.98	.99	.99	.99	1	1	1	1	1	1	1	1	1
SP 2	.95	.95	.95	.95	.95	.96	.96	.97	.97	.98	.99	1	1	.99	.99	.99
C 3	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98
SP 3	.94	.93	.93	.93	.93	.93	.93	.93	.92	.92	.92	.92	.92	.92	.92	.92

Table 3: Efficiency of the supply chain with single price (SP) and with contract (C)

For all considered scenarios and capacity levels, the supply chain efficiency of the quantity-price contract is at least 96 %. Compared with the single-price setting, negotiation is especially beneficial in Scenarios 1 and 3 where $\alpha_B < \alpha_M$. Although more sophisticated contract types may further increase channel efficiency, the degree of coordination approaches 1 for a high amount of fixed capacity whereas the single-price efficiency decreases in this range. One reason for the high degree of coordination in the contract setting is that the negative effects of double marginalization are reduced by regarding a perfectly price-discriminating buyer. When there is no minimum purchase commitment and the supplier is not able to stimulate demand by differentiating prices, S 's load factor even drops more significantly than the supply chain efficiency in Scenarios 1 and 2 (see Table 4). Generally, the average value of an accepted request of either B or M (in RM, this measure is termed "yield") may be lower under a contract $(x_B^{\min}, r_B)^*$. However, the increased load factor in all instances overcompensates for potentially losses in yield, which eventually leads to the increase in of S 's revenue already shown in Table 1.

Scen.	Capacity k															
	30	32	34	36	38	40	42	44	46	48	50	52	54	56	58	60
C 1	.98	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.96	.96	.96	.96	.96	.95	.94	.92	.90
SP 1	.95	.94	.94	.94	.93	.92	.92	.91	.90	.89	.88	.86	.84	.82	.79	.77
C 2	.99	.99	.99	.99	.99	.99	.98	.98	.98	.97	.96	.96	.95	.94	.92	.90
SP 2	.97	.97	.97	.97	.96	.96	.96	.96	.96	.95	.95	.95	.92	.89	.86	.83
C 3	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98	.98
SP 3	.98	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.97	.96	.96	.96	.96	.96	.96

Table 4: Load factor with single price (SP) and with contract (C)

5 Conclusion

Traditional RM addresses the maximization of attainable revenues when only a limited amount of capacity is available. Most RM research focuses on the sales process of stand-

ardized consumer services whereas B2B relationships are disregarded. However, when the supplier cannot establish perfect fencing mechanisms, traditional methods of price differentiation may not be applicable. B2B relationships are the subject of SCC. While supply chain literature investigates complex fee structures, it hardly considers important characteristics of RM research such as price differentiation from both the supplier and the buyer and more complex demand models. The main contribution of this paper is to provide formulations of the supplier's and buyer's payoff functions when capacity is scarce and both players perform methods of price differentiation. The payoff functions of a single-price situation and for a quantity-price contract with re-orders are embedded in a negotiation framework. Since we assume that the supplier allocates the limited capacity ex post and the buyer is able to perform perfect price discrimination, our model allows for focusing on the negotiation of optimal contract parameters.

In this paper, we gave insights into the outcome of negotiations of a combined quantity-price contract with re-orders in an RM environment. In this context, agreeing on a contract is most beneficial when the buyer shows a lower willingness to pay than the market demand or when demand is highly volatile. In addition to higher attainable revenues, we showed that the supplier can reduce the variability of his revenues by shifting capacity risk to the buyer. Although the variance of the buyer's profits increases significantly when she commits on a minimum purchase quantity, the distribution of profits under a contract has—expect for few unfavorable outcomes that only occur with a probability of about 10^{-4} —first-order stochastic dominance over the single-price setting. Finally, we showed that a quantity-price contract can significantly increase the efficiency of the supply chain. Especially for a high amount of available capacity, the supply chain is nearly coordinated.

We believe that this work is a first step to derive theoretically funded guidance for the negotiation of individual purchase conditions between a supplier and his key accounts in RM industries. However, the integration of supply chain modeling approaches into RM models and vice versa remains a major challenge. In this paper, we regarded only one resource and demand from an institutional buyer and an end-consumer market. From an

RM perspective, therefore, one direction for future research is to account for multiple resources and a variety of different products and customer segments. Furthermore, the implementation of more sophisticated control mechanisms that can handle a stochastic arrival process of customer requests would be desirable. Regarding SCC, the consideration of more complex contract types may be subject of future research. Although we showed that the quantity commitment parameter used in our model can show characteristics of both a minimum order and minimum delivery quantity, the consideration of, for example, buy-back options, service levels, and contractual penalties as well as nonlinear price and quantity agreements is of interest. This would foster the further integration of RM and SCC as well as increase the applicability of integrated models for practical purposes.

References

- Anupindi R, Bassok Y. Supply contracts with quantity commitments and stochastic demand. In: Quantitative models for supply chain management, edited by Tayur S, Ganeshan R, Magazine M, 197–232. Norwell: Kluwer, 1999.
- Arshinder K, Kanda A, Deshmukh SG. A review on supply chain coordination: Coordination mechanisms, managing uncertainty and research directions. In: Supply chain coordination under uncertainty, edited by Choi T-M, Cheng, TCE, 39–82. Berlin: Springer, 2011.
- Aviv Y, Vulcano G. Dynamic list pricing. In: The Oxford handbook of pricing management, edited by Phillips R, Özer Ö, 522–584. Oxford: Oxford University Press, 2012.
- Balakrishnan N, Rao CR. Order statistics: An introduction. In: Order statistics: Theory & methods. Handbook of statistics 16, edited by Balakrishnan N, Rao CR, 3–24. Amsterdam: Elsevier, 1998.
- Bertsimas D, Popescu I. Revenue management in a dynamic network environment. *Transportation Science* 37(3), 2003, 257–277.
- Bitran G, Caldentey R. An overview of pricing models for revenue management. *Manufacturing & Service Operations Management* 5(3), 2003, 203–229.
- Boyd EA, Bilegan IC. Revenue management and e-commerce. *Management Science* 49(10), 2003, 1363–1386.

- Cachon G. Supply chain coordination with contracts. In: Handbooks in operations research and management science (Volume 11) Supply chain management: Design, coordination and operation, edited by Graves S, de Kok T, 229–340. Amsterdam: Elsevier, 2003.
- Chiang W-C, Chen JCH, Xu X. An overview of research on revenue management: Current issues and future research. *International Journal of Revenue Management* 1(1), 2007, 97–128.
- David HA, Nagaraja HN. Order statistics. Hoboken: Wiley, 2003.
- de Boer SV, Freling R, Piersma N. Mathematical programming for network revenue management revisited. *European Journal of Operational Research* 137(1), 2002, 72–92.
- Denicolò V, Mariotti M. Nash bargaining theory, nonconvex problems and social welfare orderings. *Theory and Decision* 48(4), 2000, 351–358.
- Dietrich B, Paleologo GA, Winter L. Revenue management in business services. *Production and Operations Management* 17(4), 2008, 475–480.
- Elmaghraby W, Keskinocak P. Dynamic pricing in the presence of inventory considerations. *Management Science* 49(10), 2003, 1287–1309.
- Erkoc M, Wu D. Managing high-tech capacity expansion via reservation contracts. *Production Operations Management* 14(2), 2005, 232–251.
- Ertogral K, Wu SD. A bargaining game for supply chain contracting. Working Paper, Lehigh University, 2001.
- Gallego G, van Ryzin GJ. Optimal dynamic pricing of inventories with stochastic demand over finite horizons. *Management Science* 40(8), 1994, 999–1020.
- Granot D, Yin S. Price and order postponement in a decentralized newsvendor model with multiplicative and price-dependent demand. *Operations Research* 56(1), 2008, 121–139.
- Harsanyi JC, Selten R. A generalized solution for two-person bargaining games with incomplete information. *Management Science* 18(5), 1972, 80–106.
- Höhn MI. Relational supply contracts. Berlin: Springer, 2010.
- Hu Q, Wei Y, Xia Y. Revenue management for a supply chain with two streams of customers. *European Journal of Operational Research* 200(2), 2010, 582–598.
- Hu X, Caldentey R, Vulcano G. Revenue sharing in airline alliances. *Management Science* 59(5), 2013, 1177–1195.
- Kaneko M. An extension of the Nash bargaining problem and the Nash social welfare function. *Theory and Decision* 12(2), 1980, 135–148.
- Klein R, Kolb J. Maximizing customer equity subject to capacity constraints. *Omega* 55, 2015, 111–125.

- Levin Y, Nediak M, Topaloglu H. Cargo capacity management with allotments and spot market demand. *Operations Research* 60(2), 2012, 351–365.
- McGill JI, van Ryzin GJ. Revenue management: Research overview and prospects. *Transportation Science* 33(2), 1999, 233–256.
- Muthoo A. *Bargaining theory with applications*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- Nagarajan M, Bassok Y. A bargaining framework in supply chains: The assembly problem. *Management Science* 54(8), 2008, 1482–1496.
- Nash J. The bargaining problem. *Econometrica* 18(2), 1950, 155–162.
- Özer Ö, Wei W. Strategic commitments for an optimal capacity decision under asymmetric forecast information. *Management Science* 52(8), 2006, 1238–1257.
- Petruzzi NC, Dada M. Pricing and the newsvendor problem: A review with extensions. *Operations Research* 47(2), 1999, 183–194.
- Phillips RL. *Pricing and revenue optimization*. Stanford: Stanford University Press, 2005.
- Roth AE. Bargaining experiments. In: *Handbook of experimental economics*, edited by Kagel J, Roth AE, 253–348. Princeton: Princeton University Press, 1995.
- Rubinstein A. Perfect equilibrium in a bargaining model. *Econometrica* 50(1), 1982, 97–109.
- Spengler J. Vertical integration and antitrust policy. *Journal of Political Economics* 58(2), 1950, 347–352.
- Talluri KJ, van Ryzin GJ. An analysis of bid-price controls for network revenue management. *Management Science* 44(11), 1998, 1577–1593.
- Talluri KT, van Ryzin GJ. *The theory and practice of revenue management*. Boston: Kluwer, 2004.
- Tsay A, Agrawal N. Modeling conflict and coordination in multi-channel distribution systems: A review. In: *Handbook of quantitative supply chain analysis*, edited by Simchi-Levi D, Wu SD, Shen Z-J, 557–606. Norwell: Kluwer, 2004.
- Tsay A, Nahmias S, Agrawal N. Modeling supply chain contracts: A review. In: *Quantitative models for supply chain management*, edited by Tayur S, Ganeshan R, Magazine M, 299–336. Norwell: Kluwer, 1999.
- Wang Y, Wallace SW, Shen B, Choi T-M. Service supply chain management: A review of operational models. *European Journal of Operational Research* (2015): <http://dx.doi.org/10.1016/j.ejor.2015.05.053>.
- Wu SD. Supply chain intermediation: A bargaining theoretic framework. In: *Handbook of quantitative supply chain analysis*, edited by Simchi-Levi D, Wu SD, Shen Z-J, 67–115. Norwell: Kluwer Academic Publishers, 2004.

Xing W, Liming L, Wang S. More than a second channel? Supply chain strategies in B2B spot markets. *European Journal of Operational Research* 239(3), 2014, 699–710.

Zhang M, Bell P. Price fencing in the practice of revenue management: An overview and taxonomy. *Journal of Revenue and Pricing Management* 11(2), 2012, 146–159.

III Fazit

Gegenstand der vorliegenden Dissertationsschrift war es, fundamentale Merkmale verschiedener Kundenbeziehungsformen in Revenue-Management-Modelle zu integrieren. Vor der Präsentation der Forschungsbeiträge zur kundenbeziehungsorientierten Kapazitätssteuerung wurden in Beitrag B1 zunächst die besonderen Anforderungen an Prognoseverfahren im Revenue Management, die sich aufgrund der beschränkten Kapazität ergeben, beleuchtet. Wenn die Anzahl verzeichneter Buchungen durch das Erreichen von Buchungslimits oder der Kapazitätsgrenze zensiert ist, können historische Buchungsdaten nicht mehr unmittelbar für die Prognose zukünftiger Nachfrage verwendet werden. In diesem Fall kommen sog. Unconstraining-Verfahren zum Einsatz, von denen der Expectation-Maximization-Algorithmus sowie die Double-Exponential-Smoothing-Methode ausführlich vorgestellt wurden. Im Anschluss an eine Herleitung der im Rahmen des Expectation-Maximization-Algorithmus benötigten bedingten Erwartungswerte sowie einer statistisch fundierten Beschreibung des Vorgehens zur Generierung zensierter Daten, zeigte eine Simulationsstudie die Überlegenheit der vorgestellten Unconstraining-Verfahren gegenüber naiven Ansätzen. Dabei konnte weiterhin beobachtet werden, dass der Expectation-Maximization-Algorithmus für alle betrachteten Klassen von Buchungskurven gute Ergebnisse liefert, während die Double-Exponential-Smoothing-Methode anderen Verfahren v. a. bei Vorliegen der in vielen Anwendungen relevanten konvexen Buchungsverläufe leicht überlegen ist.

Die Beiträge B2, B3 und B4 präsentierten Modelle zur Kapazitätssteuerung, die den Kundenwert bzw. langfristiges Nachfrageverhalten der Kunden berücksichtigen. Für Transaktionen im Business-to-Consumer-Bereich wurden in diesem Zusammenhang die aktuellen Annahme- und Ablehnungsentscheidungen eines Anbieters als Einflussfaktoren auf die Wiederkaufwahrscheinlichkeiten der Kunden und damit die zukünftige Nachfrage identifiziert.

In Beitrag B2 erfolgte anhand eines linearen Programms, dessen Zielfunktion sowohl den durch den Verkauf der betrachteten Produkte unmittelbar erzielbaren Erlös als auch die zukünftigen monetären Auswirkungen gegenwärtiger Verfügbarkeitsentscheidungen auf

den Kundenwert einbezieht, eine Bestimmung langfristig vorteilhafter Allokationsentscheidungen. Weiterhin wurde berücksichtigt, dass die Anzahl konsekutiver Ablehnungsentscheidungen in den vergangenen Perioden den Kundenwert beeinflusst. Die Ergebnisse des vorgestellten Modells zeigten auf, dass die Einbeziehung von Veränderungen des Kundenwerts deutliche Auswirkungen auf die Allokation knapper Kapazität hat und dem Verlust zukünftiger Erlöse vorbeugen kann.

Mit Beitrag B3 wurde ein mehrperiodiger Ansatz präsentiert, bei dem die von gegenwärtigen Verfügbarkeitsentscheidungen abhängigen Wiederkaufwahrscheinlichkeiten erstmals direkten Eingang in ein Optimierungsmodell zur Kapazitätssteuerung fanden. Die unmittelbare Modellierung des zukünftigen Kaufverhaltens der Kunden ermöglicht es, die Defizite von modellexogenen Parametern wie die in Beitrag B2 betrachteten Kundenwertveränderungen zu überkommen. Neben der Ableitung eines opportunitätskostenbasierten Ansatzes zur Kundenwertbestimmung bei knapper Kapazität konnte gezeigt werden, dass die Lösung einperiodiger kundenwertadjustierter Modelle nicht notwendigerweise zu langfristig optimalen Entscheidungen führt.

Während in den Beiträgen B2 und B3 stets der Erwartungswert der Nachfrage betrachtet wurde, trägt das in Beitrag B4 vorgestellte dynamische Modell der Unsicherheit zukünftiger Nachfrage unmittelbar Rechnung. Im Rahmen eines Markov-Entscheidungsprozesses wurde das stochastische zukünftige Nachfrageverhalten eines Kunden als Funktion des aktuell nachgefragten Produkts, der Recency des Kunden sowie der Verfügbarkeitsentscheidung des Anbieters modelliert. Die Wahl eines infiniten Zeithorizonts ermöglichte die Bestimmung einer stationären Politik. In der vorgestellten numerischen Studie konnten dadurch Kennziffern wie der erwartete Periodenerlös oder die erwartete Nachfrage pro Periode unabhängig vom initialen Zustand des Modells für einen myopischen sowie einen langfristigen Steuerungsansatz analysiert werden. Neben höheren Erlösen und höherer Nachfrage konnte durch eine langfristige kundenwertorientierte Steuerung auch die erwartete Auslastung gesteigert werden. Dies ist insbesondere deshalb bemerkenswert, da Erlösmaximierung und Kapazitätsauslastung im traditionellen Revenue Management häufig konkurrierende Ziele darstellen. Weiterhin wurde ein Opportunitätskostenansatz zur

Kundenwertbestimmung unter beschränkter Kapazität vorgestellt und der Kundenwert als Funktion der verfügbaren Kapazität sowie der Kundenzahl dargestellt.

Neben einer langfristig profitablen Allokation der gegenwärtig zur Verfügung stehenden Kapazität können die vorgestellten Modelle zur Unterstützung weiterer praxisrelevanter Entscheidungen dienen. So ermöglicht eine kundenwertorientierte Kapazitätssteuerung beispielsweise die Ableitung von Aussagen über den Umgang mit preissensitiven Stammkunden, die Zusammenstellung eines ausgewogenen Kundenportfolios oder die Ausgestaltung von Loyalitätsprogrammen.

Während eine kundenbeziehungsorientierte Kapazitätssteuerung ausschließlich über Verfügbarkeitsentscheidungen aufgrund des geringen Koordinationsaufwands v. a. im Business-to-Consumer-Bereich praktikabel ist, treten im Business-to-Business-Kontext andere Charakteristika in den Vordergrund. Der Fokus von Beitrag B5 lag auf der Bestimmung einer Verhandlungslösung bezüglich Preis und Abnahme- bzw. Liefermenge zwischen einem kapazitätsbeschränkten Anbieter und einem institutionellen Käufer. Im Gegensatz zu den im Bereich der Supply-Chain-Koordination diskutierten Modellen wurde dabei berücksichtigt, dass sowohl Anbieter als auch Käufer gegenüber ihren jeweiligen Kunden Methoden der Preisdifferenzierung anwenden. In einer numerischen Studie konnte gezeigt werden, dass eine Vertragslösung neben einer Steigerung des erwarteten Erlöses bzw. Gewinns auch zu einer für beide Parteien weitestgehend günstigen Verlagerung des Kapazitätsrisikos führt. Weiterhin ergab sich, dass eine Verhandlungslösung die Effizienz der Lieferkette deutlich erhöht, wobei sich im Bereich geringer Übernachfrage fast vollständige Koordination beobachten lässt.