Short-Zertifikate auf Indizes – Bewertung und Analyse eines innovativen Retail-Produktes für Baissephasen

Von Rainer Baule / Hendrik Scholz / Marco Wilkens

Überblick

- Short-Zertifikate sind eine äußerst erfolgreiche Finanzinnovation der jüngsten Vergangenheit. Ein Marktüberblick zeigt die mittlerweile hohe Bedeutung dieser Produktart in Deutschland.
- Kapitalmarkttheoretisch sind Short-Zertifikate identisch mit Knock-Out-Puts. Sie weisen darüber hinaus Ähnlichkeiten mit Short Forwards auf. Der verbleibende Unterschied lässt sich zurückführen auf die Wertdifferenz zwischen Knock-Out-Puts mit konstanter und zeitvariabler Barrier.
- Short-Zertifikate eignen sich für eine kurzfristige Spekulation auf fallende Kurse. Für eine längerfristige Investition sind sie ungeeignet, da sie eine negative Risikoprämie enthalten.

Eingegangen: 11. April 2003

Dipl.-Math. *Rainer Baule* ist Mitarbeiter am Institut für Betriebswirtschaftliche Geldwirtschaft (IFBG) der Universität Göttingen, e-mail: rbaule@wiso.uni-goettingen.de

Dr. *Hendrik Scholz* ist Mitarbeiter am Lehrstuhl für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Finanzierung und Bankbetriebslehre (LFB) der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt, e-mail: hendrik.scholz@ku-eichstaett.de

Prof. Dr. *Marco Wilkens* ist Inhaber des Lehrstuhls für Allgemeine Betriebswirtschaftslehre, Finanzierung und Bankbetriebslehre (LFB) der Katholischen Universität Eichstätt-Ingolstadt, e-mail: marco.wilkens@ku-eichstaett.de

A. Einleitung – Der Markt für Short-Zertifikate in Deutschland

Seit einigen Jahren emittieren europäische Kreditinstitute Indexzertifikate auf Aktienindizes wie den DAX oder den Euro Stoxx 50. Darüber hinaus werden Zertifikate auf Indizes außerhalb Eurolands wie den Dow Jones oder den Nikkei aufgelegt.[1] Die Auswahl an Indexzertifikaten ist inzwischen sehr groß. Allein am deutschen Kapitalmarkt waren zu Beginn des Jahres 2003 über 450 Indexzertifikate notiert.[2] Die Attraktivität von Indexzertifikaten liegt in der Möglichkeit einer vergleichsweise einfachen und oft kostengünstigen Investition, die eine ähnliche Wertentwicklung aufweist wie ein breit diversifiziertes Aktienportfolio.

Zum Emissionszeitpunkt werden die Preise klassischer (Long-)Zertifikate von den Emittenten häufig in Höhe des jeweiligen Indexstandes festgesetzt. Bei Fälligkeit erfolgt die Zahlung eines Einlösungsbetrages in Höhe des dann aktuellen Standes des Index. Anleger profitieren somit – wie bei Direktinvestitionen in den Index – an steigenden Aktienkursen. Daher ist die Preisentwicklung dieser Indexzertifikate auch von Retail-Kunden leicht nachvollziehbar. Ein weiterer Grund für die Attraktivität besteht darin, dass Anleger die Zertifikate regelmäßig auch vor Fälligkeit problemlos verkaufen können. Die im Allgemeinen sehr geringe Geld-Brief-Spanne um den jeweiligen Indexstand sorgt für eine angemessene Liquidität am Sekundärmarkt. Darüber hinaus sind die Zertifikate häufig börsennotiert.

Nicht zuletzt aufgrund zeitweilig starker Kursrückschläge am Aktienmarkt besteht inzwischen auch bei Retail-Kunden eine Nachfrage nach Produkten, bei denen der Verlust des eingesetzten Kapitals ausgeschlossen oder zumindest begrenzt ist sowie darüber hinaus an Produkten, mit denen der Anleger bei sinkenden Kursen sogar einen Gewinn erzielt. Die zuerst aufgeführte Nachfrage wird durch seit einiger Zeit regelmäßig aufgelegte kapitalgarantierte Finanztitel befriedigt, wie sie in der ZfB von *Fischer/Schuster* (2002) umfassend dargestellt und analysiert wurden.

Bis vor kurzem gab es jedoch kaum Produkte, um relativ einfach auf fallende Aktienkurse zu setzen.[3] Dies war lediglich über Put-Optionsscheine oder über an der Terminbörse gehandelte Puts mit entsprechend asymmetrischen Risikoprofilen möglich. Der Verkauf von Futures-Kontrakten ist für die meisten Privatanleger aufgrund der erforderlichen hohen Volumina und Sicherheitsleistungen praktisch unmöglich. Gleiches gilt für die Konstruktion von Leerverkaufspositionen über Repo- und ähnliche Geschäfte.[4] Diese Lücke wird nun mit dem Angebot von Short-

Zertifikaten geschlossen.[5] Short-Zertifikate verbriefen das Recht auf einen Einlösungsbetrag in Höhe der Differenz zwischen einem bei Emission festgelegten Basispreis und dem Stand des zugrunde liegenden Index bei Fälligkeit. Für jeden Punkt, den der Index bei Fälligkeit unter dem Basispreis notiert, erhält der Investor folglich einen Euro.[6] Liegt der Index zu diesem Zeitpunkt oberhalb des Basispreises, beträgt die Rückzahlung null. Negative Rückzahlungen sind somit ausgeschlossen.

In Deutschland erfolgten die ersten Emissionen von Short-Zertifikaten im Retail-Geschäft im Februar 1999 durch die Bankgesellschaft Berlin mit zwei Langläufern auf den DAX sowie den Euro Stoxx 50 („Berliner Bär Zertifikate"). Eine weitere Emission der Bankgesellschaft folgte im November 2000 mit sieben Open-End-Short-Zertifikaten auf internationale Indizes. Seit der zweiten Jahreshälfte 2001 erlebt diese Produktart einen regelrechten Boom. Im Jahr 2002 wurden von 13 Emittenten insgesamt 606 Short-Indexzertifikate an den deutschen Kapitalmarkt gebracht, die sich wie in Tab. 1 angegeben aufteilen. In Tab. 2 sind diese Zertifikate differenziert nach dem jeweiligen Underlying dargestellt.

Tab. 1: Emittenten von Short-Indexzertifikaten am deutschen Kapitalmarkt im Jahr 2002[7]

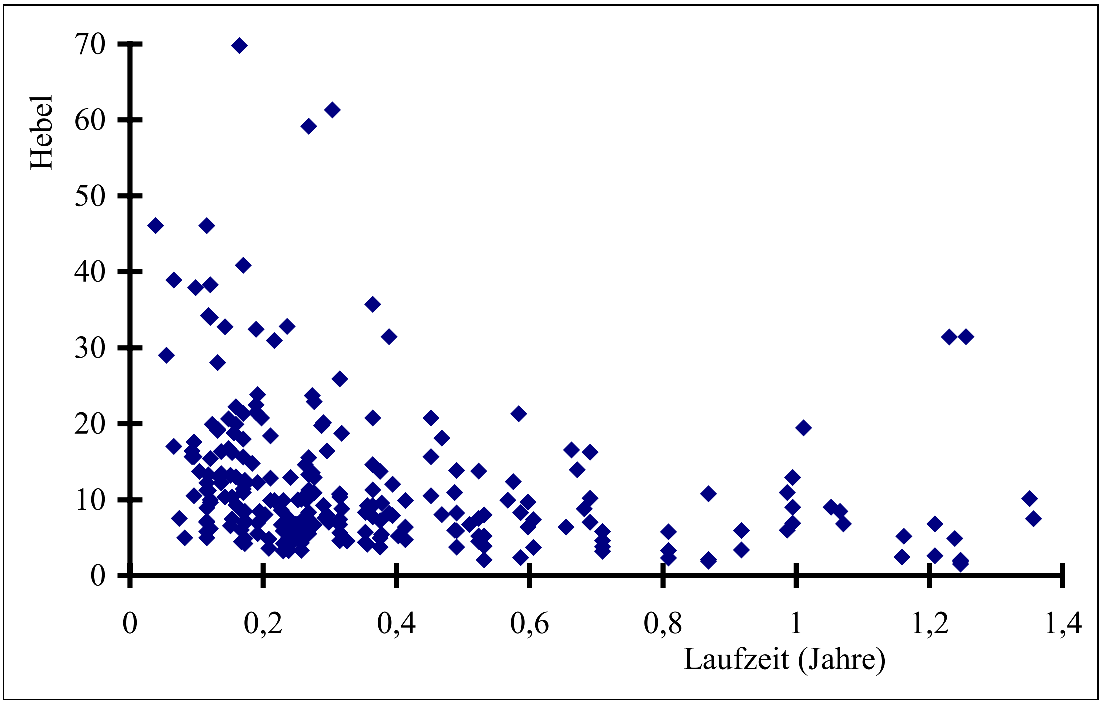
Emittent	Anzahl emittierter Short-Indexzertifikate
ABN Amro	133
Deutsche Bank	122
Commerzbank	88
Société Générale	79
BNP Paribas	40
HSBC Trinkaus & Burkhardt	36
Citibank	32
Bank Vontobel	25
DZ Bank	23
Sal. Oppenheim	15
West LB	8
Centrobank	3
UBS Warburg	2

Tab. 2: Underlyings von Short-Indexzertifikaten am deutschen Kapitalmarkt im Jahr 2002[8]

Underlying	Anzahl emittierter Short-Indexzertifikate
DAX	275
Euro Stoxx 50	99
Nasdaq 100	64
Nemax 50	63
Dow Jones Industrial Average	36
Standard & Poor’s 500	26
Nikkei	18
Sonstige	25

Im Gegensatz zu den ersten Emissionen der Bankgesellschaft Berlin sind die in jüngerer Zeit emittierten Short-Indexzertifikate regelmäßig mit einem Knock-Out-Feature ausgestattet, das die Zertifikate wertlos verfallen lässt, sobald der zugrunde liegende Index während der Laufzeit eine obere Kursschwelle berührt oder überschreitet. Festzustellen ist ferner, dass die Laufzeiten der Zertifikate tendenziell abnehmen (bis hinunter zu sechs Wochen). Zugleich führen größere Hebel dazu, dass aus geringen Kursbewegungen des Underlyings hohe prozentuale Kursänderungen des Zertifikates resultieren. In Abb. 1 sind für den deutschen Kapitalmarkt die Emissionen von Short-Zertifikaten auf den DAX im Jahr 2002 in Abhängigkeit von der Laufzeit und dem „einfachen Hebel“[9] dargestellt. Zu beobachten ist, dass größere Hebel tendenziell bei kleineren Laufzeiten auftreten. Auf mögliche Gründe hierfür wird später eingegangen.

Abb. 1: Laufzeit und Hebel von DAX-Short-Zertifikaten zum jeweiligen Handelsbeginn am deutschen Kapitalmarkt im Jahr 2002[10]



Trotz der mittlerweile großen Bedeutung von Short-Zertifikaten am deutschen Kapitalmarkt gibt es kaum emittentenunabhängige und wissenschaftliche Literatur zu dieser Thematik. Eine Ausnahme bildet der Beitrag von *Fischer/Greistorfer/Sommersguter-Reichmann* (2003), in dem die Preisstellungspraxis der Emittenten im Vergleich zum theoretischen Wert sowie Sensitivitätsanalysen im Vordergrund stehen. Long- oder Turbo-Zertifikate als Pendant zu Short-Zertifikaten sind Gegenstand der Untersuchungen von *Fischer/Greistorfer/Sommersguter-Reichmann* (2002) sowie *Scholz/Ammann/Baule* (2003).

In dem vorliegenden Beitrag wird zunächst die Evolution der Knock-Out-Zertifikate ausgehend von einfachen Short-Zertifikaten nachvollzogen und ökonomisch begründet (Abschnitt B). Bei der Betrachtung der Knock-Out-Zertifikate (Abschnitt C) liegt das Hauptaugenmerk auf dem Knock-Out-Feature, wobei Zusammenhänge zwischen der Form der Knock-Out-Schwelle und dem Wert der Zertifikate im Vergleich zu dem von Forwards herausgearbeitet werden. Die allgemein gültigen Darstellungen werden mit einem durchgängigen Beispiel auf der Grundlage realistischer Marktdaten unterlegt, um eine möglichst hohe Anschaulichkeit und Nachvollziehbarkeit der Ausführungen zu gewährleisten. Die im Anschluss erfolgenden Überlegungen zur Variation der Ausstattungsmerkmale sowie zu Vor- und Nachteilen dieser

Produktinnovation aus Anlegersicht geben im Umkehrschluss potenziellen Emittenten Hinweise zum Financial Engineering und zum Vertrieb von Short-Zertifikaten. Der Beitrag schließt mit einer Betrachtung der in Short-Zertifikaten enthaltenen Risikoprämien sowie der damit zusammenhängenden Fragestellung, inwiefern der Erwerb von Short-Zertifikaten aus Anlegersicht in Abhängigkeit vom jeweils verfolgten Zweck als ökonomisch sinnvoll oder aber unsinnig bezeichnet werden kann (Abschnitt D).

B. „Einfache“ Short-Zertifikate

I. Ausstattungsmerkmale, Eigenschaften und Bewertung

Die weiteren Betrachtungen erfolgen für stilisierte Short-Zertifikate in Verbindung mit hinsichtlich der Größenordnung realistischen Marktdaten (vgl. Tab. 3). Mit dem DAX wird das in der Praxis am häufigsten gewählte Underlying herangezogen. Der Einlösungsbetrag des im Folgenden betrachteten exemplarischen einfachen Short-Zertifikates beträgt bei Fälligkeit in $T = 2$ Jahren max(7.000 – S_T, 0), wobei S_T den Stand des Underlyings – hier des DAX – zum Zeitpunkt T bezeichnet. Der Basispreis des Short-Zertifikates ist damit $X = 7.000$ bei einem Bezugsverhältnis von eins. Eine vorzeitige Rückgabe ist ausgeschlossen.

Tab. 3: Beispielhafte Marktdaten

Heutiger Stand des DAX S_0	4.000
Standardabweichung der kontinuierlichen DAX-Renditen (Volatilität) σ	30 %
Kontinuierliche Dividendenrendite des DAX [11] δ	0 %
Kontinuierliche Spot Rate für zwei Jahre (p. a.) r	5 %

Die Bewertung und Analyse einfacher Short-Zertifikate basiert auf dem bekannten Prinzip „Evaluation by Duplication“ in Verbindung mit bestimmten Bewertungsmodellen unter der Annahme eines vollkommenen Kapitalmarktes.[12] Insbesondere wird auf die Berücksichtigung von Transaktionskosten, Geld-Brief-Spannen, Bonitätsrisiken[13] und Steuern verzichtet. Die Darstellungen konzentrieren sich damit auf die wesentlichen Zusammenhänge. Eine Aufhebung dieser Annahmen erfordert Modifikationen des beschriebenen Vorgehens, die dargestellten grundsätzlichen Sachverhalte bleiben jedoch erhalten.

Die Duplikation des einfachen Short-Zertifikates in Form des Einlösungsbetrages in Höhe von (7.000 – S_T) – also zunächst bei Vernachlässigung der unteren Grenze von null – ist über die Kombination einer Long-Position in einem zweijährigen Zerobond mit einem Nennwert von 7.000 und einer Short-Position im DAX möglich. In der Summe entspricht dies einem Short-Forward mit einem heute vereinbarten Lieferpreis von 7.000. Der Wert dieses Short-Forwards bestimmt sich allgemein über $X\,e^{-r\,T} - S_0\,e^{-\delta\,T}$ und beträgt hier 2.333,86.

Der Ausschluss negativer Einlösungsbeträge für DAX-Stände größer als 7.000 wird im Duplikationsportfolio über eine zusätzliche Long-Position in einem zweijährigen europäischen Call auf den DAX mit einem Basispreis von 7.000 gewährleistet. Der Wert dieses Calls bestimmt sich auf der Grundlage des *Black/Scholes/Merton*-Modells[14] hier zu 149,23. Insgesamt ergibt sich damit der Wert des einfachen Short-Zertifikates in Höhe von *ESZ* = 2.483,09 (vgl. Tab. 4).

Tab. 4: Duplikation und Bewertung des einfachen Short-Zertifikates

Erste Duplikations-möglichkeit	Long Zerobond (*NW* = 7.000)	+ 6.333,86
	Short DAX (zum Beispiel Short in einem klassischen DAX-Zertifikat)	– 4.000,00
	Long Call auf den DAX mit Basispreis 7.000	+ 149,23
Zweite Duplikations-möglichkeit	Short Forward auf den DAX mit einem Basispreis von 7.000	2.333,86
	Long Call auf den DAX mit Basispreis 7.000	+ 149,23
Dritte Duplikations-möglichkeit	Long Put auf den DAX mit Basispreis 7.000	2.483,09
Ergebnis	**Einfaches Short-Zertifikat**	**= 2.483,09**

Das Short-Zertifikat kann jedoch auch alternativ als zweijähriger europäischer Put auf den DAX mit einem Basispreis von $X = 7.000$ interpretiert werden. Nach dem *Black/Scholes/Merton*-Modell ergibt sich der Wert in Höhe von 2.483,09 also ebenso über[15]

(1) $ESZ = X\,e^{-r\,T}\,N(-\,d_2) - S_0\,e^{-\,\delta\,T}\,N(-\,d_1)$

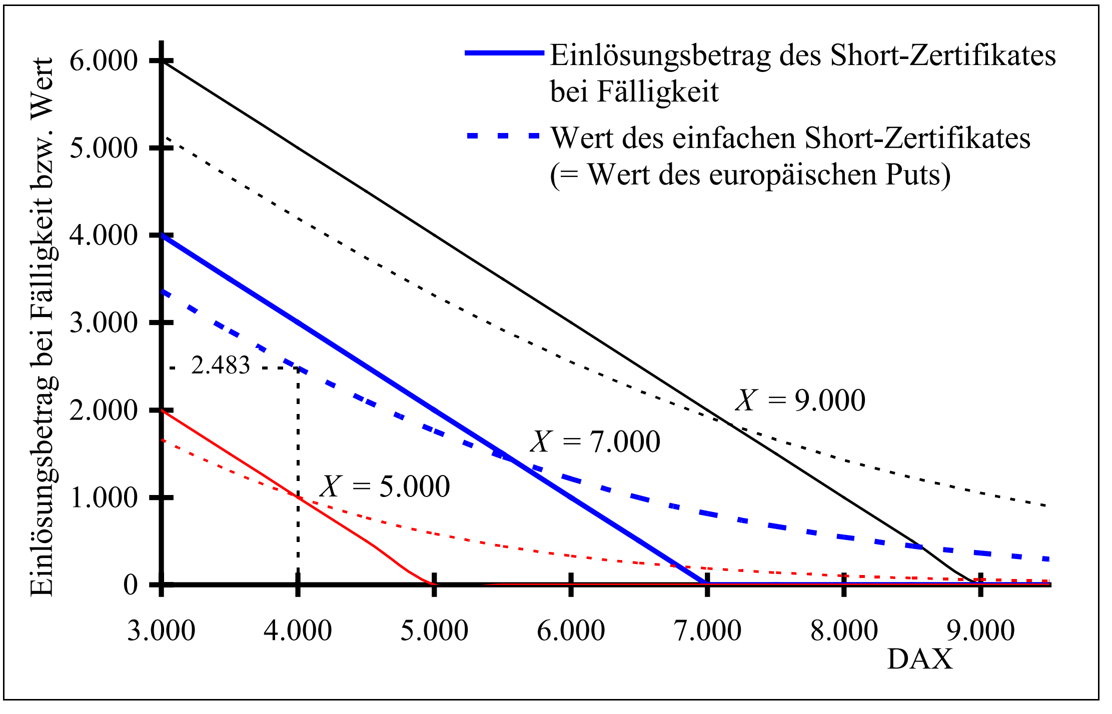
$$\text{mit } d_1 = \frac{\ln(S_0 / X) + (r - \delta + \sigma^2 / 2)\,T}{\sigma\,\sqrt{T}} \quad \text{und} \quad d_2 = d_1 - \sigma\,\sqrt{T}\,.$$

Folgende Gleichung fasst beide Duplikationsmöglichkeiten und damit Bewertungsansätze zusammen:

(2) $ESZ = ZB_{NW\,=\,7.000} - S_0 + Call_{X\,=\,7.000} = Put_{X\,=\,7.000}$

Dieser Zusammenhang zwischen dem Wert des Puts und dem Wert des zuvor dargestellten Duplikationsportfolios entspricht der bekannten Put-Call-Parität. Short-Zertifikate sind also Puts, obwohl in der Praxis – nicht zuletzt aus Marketinggründen – die Bezeichnung Zertifikat vorgezogen wird.

Abb. 2: Einlösungsbeträge bei Fälligkeit und Werte einfacher Short-Zertifikate ($T = 2$) für verschiedene Basispreise in Abhängigkeit vom DAX-Stand



Der Einlösungsbetrag bei Fälligkeit und der Wert einfacher Short-Zertifikate mit verschiedenen Basispreisen in Abhängigkeit vom Stand des DAX sind in Abb. 2 wiedergegeben. Hier und in weiteren Abbildungen ist der jeweilige Verlauf des exemplarischen Zertifikates hervorgehoben. Über Abb. 2 wird deutlich, dass der Wert einfacher Short-Zertifikate für relativ niedrige aktuelle DAX-Stände unter, für relativ hohe DAX-Stände über dem inneren Wert, also der Differenz zwischen Basispreis und aktuellem DAX-Stand ($X - S_0$) liegt. Der DAX-Stand, bei dem sich diese beiden Linien schneiden, ist dabei umso geringer, je niedriger der Basispreis des zugrunde liegenden Zertifikates ist. Dies ist insofern interessant, als dass die Emittenten in Analogie zu klassischen Indexzertifikaten ihre Preisstellung häufig in Höhe des inneren Wertes vornehmen. Auf die daraus resultierenden Probleme, insbesondere bei relativ hohen Ständen des DAX, wird im Abschnitt C eingegangen.

II. Sensitivität gegenüber Kursänderungen des Underlyings

Wesentliches Ausstattungsmerkmal von Short-Zertifikaten ist neben der Laufzeit insbesondere der Basispreis. Je niedriger dieser ist, desto geringer ist der Wert des Short-Zertifikates und damit der vom Anleger zu investierende Betrag. Da sich der Einlösungsbetrag von Short-Zertifikaten unabhängig vom Basispreis pro DAX-Punkt bei einem Bezugsverhältnis von eins jeweils um einen Euro ändert, weisen Short-Zertifikate mit relativ niedrigen Basispreisen höhere prozentuale Wertänderungen auf als das Underlying.

Das Omega (Ω_{ESZ}) einfacher Short-Zertifikate ist eine Kennzahl für die Elastizität des Zertifikatwertes in Bezug auf den Wert des Underlyings. Es gibt die prozentuale Wertänderung des Zertifikates in Relation zu einer infinitesimal kleinen prozentualen Wertänderung des Underlyings an. Für einfache Short-Zertifikate gilt:[16]

$$(3) \qquad \Omega_{ESZ} = \partial ESZ / \partial S_0 \cdot S_0 / ESZ = \Delta_{ESZ} \cdot S_0 / ESZ$$

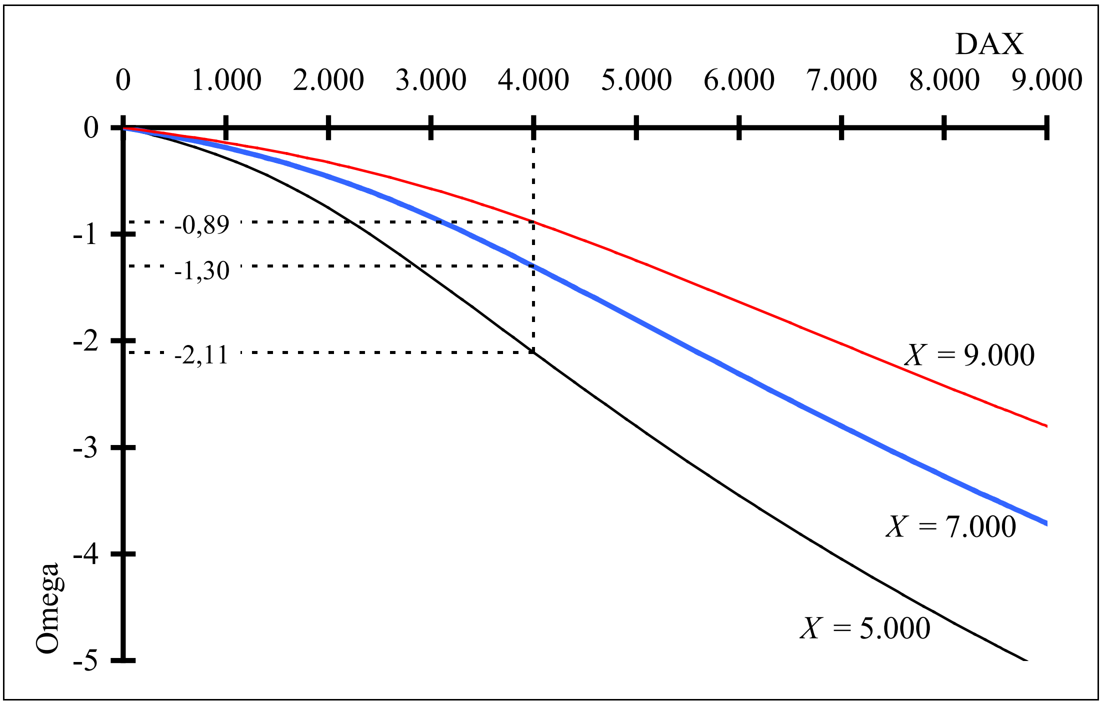
Das Delta (Δ_{ESZ}) als erste Ableitung des Wertes des Short-Zertifikates nach dem Wert des Underlyings gibt approximativ die Änderung des Zertifikatwertes bei einer Wertänderung des Underlyings um einen Punkt an. Im Rahmen des *Black/Scholes/Merton*-Modells gilt:[17]

$$(4) \qquad \Delta_{ESZ} = \partial ESZ / \partial S_0 = -e^{-\delta T} N(-d_1)$$

Das Omega wird gemäß Formel (3) also durch das Delta des Zertifikates und das Verhältnis des Wertes des Underlyings zu dem des Zertifikates bestimmt.

Abb. 3 veranschaulicht die Wirkung unterschiedlicher Basispreise auf das Omega einfacher Short-Zertifikate in Abhängigkeit vom aktuellen DAX-Stand. Das betragsmäßige Omega von Short-Zertifikaten ist für jeden Stand des DAX umso größer, je geringer der Basispreis ist. Im Beispiel ergeben sich bei einem aktuellen DAX-Stand von 4.000 für Short-Zertifikate mit Basispreisen in Höhe von 5.000, 7.000 und 9.000 Omegas von –2,11, –1,30 und –0,89. Je niedriger der Basispreis, desto volatiler sind ceteris paribus also Investitionen in Short-Zertifikate.

Abb. 3: Omega einfacher Short-Zertifikate ($T = 2$) für unterschiedliche Basispreise in Abhängigkeit vom aktuellen Stand des DAX



C. Short-Zertifikate mit Knock-Out-Charakter

I. Motivation, Ausstattungsmerkmale und Bewertung

Im letzten Abschnitt wurde herausgearbeitet, dass zum Teil erhebliche Unterschiede zwischen dem Wert (*ESZ*) und dem inneren Wert ($X - S_t$) einfacher Short Zertifikate bestehen können. Sofern der Wert des Zertifikates niedriger ist, es aber zum Preis ($X - S_t$) verkauft wird, erzielt der Emittent eine recht hohe Marge.[18] Der Zertifikatwert kann jedoch auch deutlich über dem inneren Wert liegen. Das gilt wie gezeigt insbesondere für Short-Zertifikate mit relativ niedrigem Basispreis (vgl. Abb. 2) und damit hohem betragsmäßigen Omega. Solche Zertifikate lassen sich jedoch insbesondere an Retail-Kunden nur schwer zum fairen (höheren) Wert verkaufen, da dieser mit Blick auf den Einlösungsbetrag unter der Annahme eines unveränderten DAX-Standes bei Fälligkeit zu erklärungsbedürftig wäre. Diese Situation kann auch dann eintreten, wenn eine Tranche bereits eine gewisse Zeit angeboten wird und der Stand des DAX seit Emission (deutlich) gestiegen ist.

Es würde also den Vertrieb von Short-Zertifikaten erleichtern, wenn grundsätzlich eine möglichst einfache Preisfindung wie Preis gleich ($X - S_t$) kommuniziert werden könnte. Wie im Folgenden herausgestellt, wird dies näherungsweise durch die Einführung einer Barrier (Knock-Out-Schwelle) ermöglicht. Aus diesem Grund werden in jüngerer Zeit anstelle der zuvor dargestellten einfachen Short-Zertifikate regelmäßig Short-Zertifikate mit einer solchen Knock-Out-Charakteristik emittiert. Die Barrier B wird dabei häufig in Höhe des Basispreises festgelegt ($B = X$). Erreicht oder überschreitet das Underlying die Barrier während der Laufzeit des Zertifikates, verfällt dieses wertlos.[19] Erfolgt dieser Knock-Out des Zertifikates nicht, bestimmt sich der Einlösungsbetrag bei Fälligkeit wie zuvor über die Differenz zwischen dem Basispreis und dem DAX-Stand bei Fälligkeit in Euro. In der Praxis weisen Knock-Out-Short-Zertifikate gegenüber einfachen Short-Zertifikaten tendenziell niedrigere Basispreise und damit höhere Omegas auf.

Die Charakteristika von Knock-Out-Short-Zertifikaten sind identisch mit denen von Up-and-Out-Barrier-Puts oder kurz Knock-Out-Puts,[20] so dass für die Bewertung auf die Formeln für solche pfadabhängigen exotischen Optionen zurückgegriffen werden kann. Unter den üblichen Annahmen bestimmt sich der Wert für $B \leq X$ über:[21]

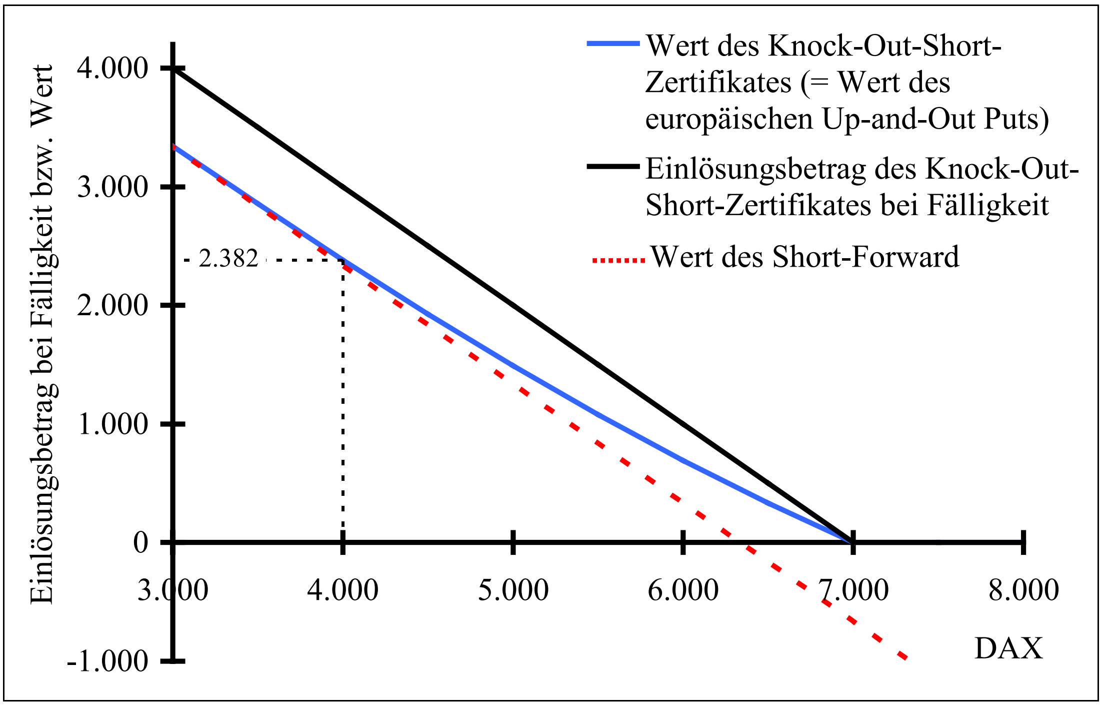
$$\text{(5)} \qquad \begin{aligned} SZ = {} & X e^{-rT} N(-x + \sigma\sqrt{T}) - S_0 e^{-\delta T} N(-x) \\ & + S_0 e^{-\delta T} (B / S_0)^{2\lambda} N(-y) - X e^{-rT} (B / S_0)^{2\lambda - 2} N(-y + \sigma\sqrt{T}) \end{aligned}$$

$$\text{mit } x = \frac{\ln(S_0 / B)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\,\sigma\sqrt{T},\; y = \frac{\ln(B / S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \lambda\,\sigma\sqrt{T} \text{ und } \lambda = \frac{r - \delta + \sigma^2 / 2}{\sigma^2}$$

Führt man das Beispiel aus dem vorhergehenden Abschnitt fort, indem eine Barrier bei $B = X = 7.000$ eingefügt wird, ergibt sich ein Wert von $SZ = 2.382{,}01$. Durch das Knock-Out-Feature sinkt der Wert gegenüber dem des zuvor betrachteten einfachen Short-Zertifikates ($ESZ = 2.483{,}09$) um 101,08. Letztlich liegt der Wert eines Knock-Out-Short-Zertifikates immer unter dem inneren Wert ($X - S_t$).

Abb. 4 gibt den Einlösungsbetrag des Knock-Out-Short-Zertifikates bei Fälligkeit für den Fall wieder, dass während der Laufzeit kein Knock-Out erfolgt. Darüber hinaus sind der Wertverlauf des Knock-Out-Short-Zertifikates und der einer entsprechenden Short-Forward-Position in Abhängigkeit vom aktuellen Stand des DAX eingezeichnet. Durch den Vergleich der Abb. 2 und Abb. 4 wird die wertmindernde Wirkung der Knock-Out-Charakteristik offensichtlich. Dieser Wertunterschied ist (für einen aktuellen Stand des DAX unterhalb der Barrier) grundsätzlich umso größer, je höher der DAX ist. Dies ist auch plausibel, da dadurch die Wahrscheinlichkeit eines Knock-Outs ansteigt, womit sich die Wahrscheinlichkeit für die Zahlung eines positiven Einlösungsbetrages bei Fälligkeit reduziert.

Abb. 4: Werte des Knock-Out-Short-Zertifikates und des entsprechenden Short-Forwards sowie Einlösungsbetrag des Knock-Out-Short-Zertifikates bei Fälligkeit ($T = 2$; $X = B = 7.000$) in Abhängigkeit vom DAX-Stand



II. Interpretation und approximative Bewertung über Forwards

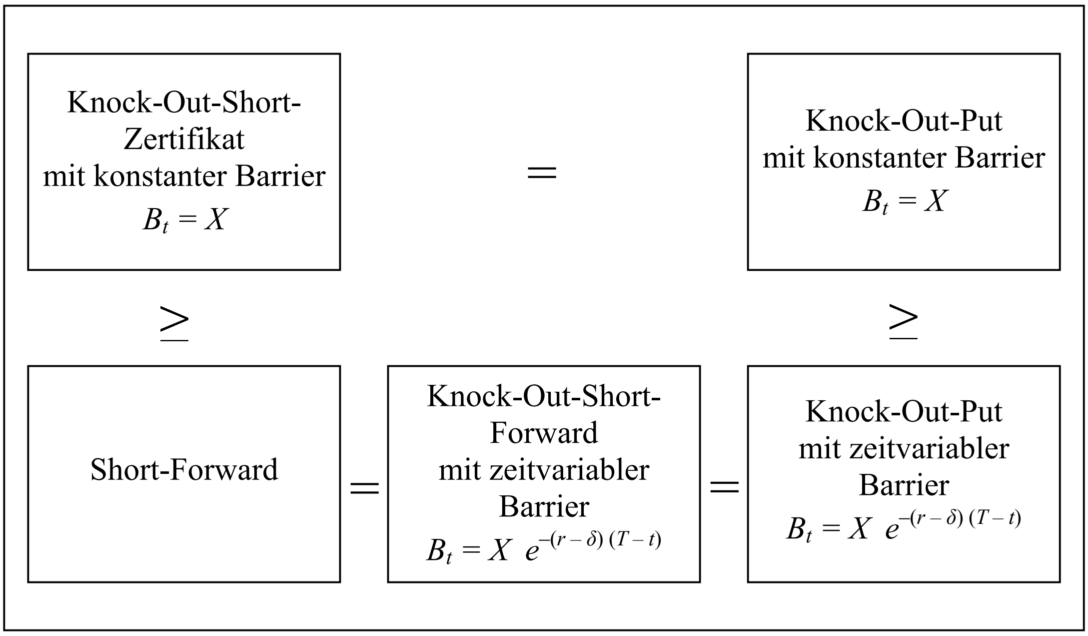
Die Einführung der Knock-Out-Charakteristik ermöglicht also Werte des Short-Zertifikates, die immer unterhalb des inneren Wertes liegen. Insofern würde ein Verkauf zum inneren Wert ($X - S_t$) grundsätzlich positive Margen generieren, zum Teil allerdings in übertriebener Höhe. In Zusammenhang mit der Preisfeststellungs-praxis der Emittenten ist nicht selten zu beobachten, dass Short-Zertifikate immer häufiger als „synthetische Forwards“ oder „zertifizierte Futures“ bezeichnet und verkauft werden. Dabei wird oft darauf hingewiesen, dass sich ihr Preis genauso oder ähnlich wie der von Futures verhalte. Insofern sei der Preis auch unabhängig von der Volatilität des DAX, einen Zeitwertverfall wie bei Optionen gäbe es mithin praktisch nicht. Nicht zuletzt um diese Aussagen zu relativieren, werden im Weiteren die Gemeinsamkeiten und Unterschiede zwischen Knock-Out-Short-Zertifikaten und Short-Forwards analysiert.

Schon die Duplikation einfacher Short-Zertifikate in Abschnitt B.I macht deutlich, dass diese gewisse Ähnlichkeiten mit Forwards aufweisen. Im Folgenden wird gezeigt, dass sich Knock-Out-Short-Zertifikate unter gewissen Voraussetzungen näherungsweise als Forwards interpretieren und bewerten lassen. So kann approximativ auf die finanzmathematisch korrekte, jedoch relativ aufwändige Bewertung und komplizierte Erklärung über Barrier-Optionen gemäß (5) verzichtet werden.

Ausgangspunkt der Betrachtung ist ein Short-Forward mit der Verpflichtung, das Underlying S bei Fälligkeit in T zum Basispreis X zu liefern. An einem vollkommenen Geld- und Kapitalmarkt kann diese Position durch Eingehen eines entsprechenden Long-Forwards gegen Zahlung des fairen Wertes in Höhe von $S_t\, e^{-\delta\,(T-t)} - X\, e^{-r\,(T-t)}$ jederzeit glattgestellt werden. Da dieses Glattstellen selbstfinanzierend erfolgt, besitzt auch die Verpflichtung des Anlegers zu einer (fairen) Glattstellung, sobald eine wie auch immer geartete Bedingung erfüllt ist, keinen Wert und ist damit für den gegenwärtigen Wert des Forwards unerheblich. Besteht eine Verpflichtung zur Glattstellung gerade bei einem fairen Wert des Forwards in Höhe von null, das heißt bei $S_t\, e^{-\delta\,(T-t)} = X\, e^{-r\,(T-t)}$, so erfolgt zu diesem Zeitpunkt keine Zahlung. Normale Forwards weisen demnach denselben Wert auf wie ansonsten ausstattungsgleiche Forwards, die zwingend glattgestellt werden, sobald das Underlying die zeitvariable Barrier $B_t = X\, e^{-(r-\delta)\,(T-t)}$ berührt (siehe Abb. 5).

Bei Fälligkeit in T erhält der Inhaber eines solchen Knock-Out-Short-Forwards mit zeitvariabler Barrier die Differenz $(X - S_T)$ oder aber null, falls der Kurs S_t während der Laufzeit die Barrier $B_t = X\, e^{-(r-\delta)\,(T-t)}$ erreicht oder überschritten hat. Aufgrund des asymmetrischen Auszahlungsprofils lassen sich solche Forwards auch als Knock-Out-Puts mit zeitvariabler Barrier interpretieren.[22] Zusammengefasst entspricht der Wert eines Knock-Out-Puts mit der beschriebenen zeitvariablen Barrier immer dem Wert eines entsprechenden einfachen Short-Forwards.

Abb. 5: Zusammenhang zwischen den Werten verschiedener Short-Zertifikate und Short-Forwards



Da der Wert eines Knock-Out-Short-Zertifikates aber dem Wert eines Knock-Out-Puts mit konstanter Barrier entspricht, lässt sich der Wertunterschied zwischen einem Knock-Out-Short-Zertifikat und einem einfachen Short-Forward auf den Wertunterschied zwischen einem Knock-Out-Put mit konstanter Barrier und einem Knock-Out-Put mit zeitvariabler Barrier zurückführen. Insofern lohnt ein Blick auf die Differenz zwischen der festen und zeitvariablen Barrier und eine Analyse der damit verbundenen Auswirkungen.

Im hier be[illegible]hteten Fall $r > \delta$ liegt die konstante Barrier während der Laufzeit grundsätzli[illegible]berhalb der variablen Barrier. Verläuft der Kurs des Underlyings immer unterh[illegible] beider Barriers, so sind die Einlösungsbeträge $(X - S_T)$ von Knock-Out-Puts m[illegible]onstanter Barrier bei Fälligkeit identisch mit denen von Knock-Out-Puts mit ze[illegible]riabler Barrier. Identische Einlösungsbeträge von null ergeben sich, wenn der K[illegible] beide Barriers berührt oder überschritten hat. Es sind jedoch auch Kursverläu[illegible]es Underlyings möglich, die zu einem Ausknocken des Knock-Out-Puts mit z[illegible]ariabler Barrier, nicht jedoch des Knock-Out-Puts mit konstanter Barrier füh[illegible] Für diese Fälle ist der Einlösungsbetrag bei konstanter Barrier mit $(X - S_T)$ positiv, bei variabler Barrier hingegen null. Aus diesem Grund ist der Wert des Knock-Out-Puts mit konstanter Barrier (zugleich der Wert des Knock-Out-Short-Zertifikates) immer höher oder gleich dem Wert des Knock-Out-Puts mit zeitvariabler Barrier (zugleich dem Wert eines einfachen Short-Forw[illegible]).

Letztlich ist der Wertunterschied insbesondere von der risikoneutralen Wahrscheinlichkeit eines zuletzt genannten (wertdifferenzierenden) Kursverlaufes des Underlyings abhängig. Da die konstante Barrier durchweg oberhalb der variablen liegt, ergibt sich diese Wahrscheinlichkeit als Differenz der jeweiligen risikoneutralen Knock-Out-Wahrscheinlichkeiten. Diese beträgt im Fall der konstanten Barrier für $S_0 < B$:[23]

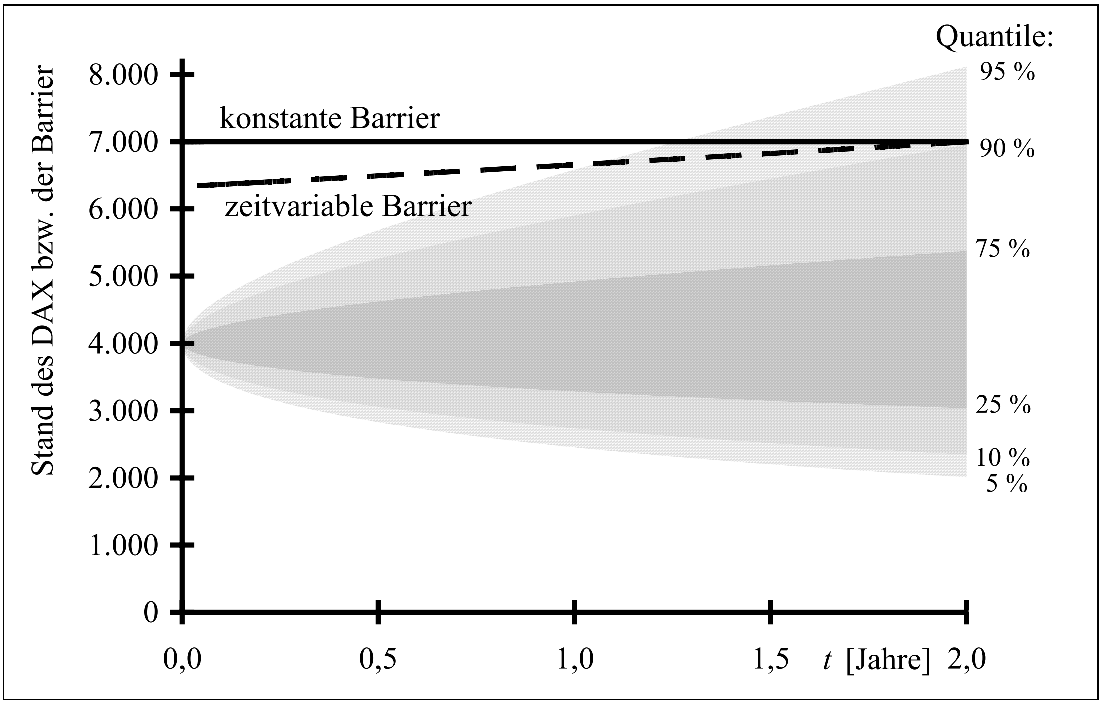
(6) $$P_{KO} = N(x - \sigma\sqrt{T}) + (S_0 / B)^{2-2\lambda} N(-y + \sigma\sqrt{T}),$$

und im Fall der variablen Barrier für $S_0 < X\,e^{-(r-\delta)\,T}$:[24]

(7) $$P_{KO\text{-}var} = N(x - \sigma\sqrt{T}) + e^{(r-\delta)\,T} (S_0 / B)\, N(x),$$

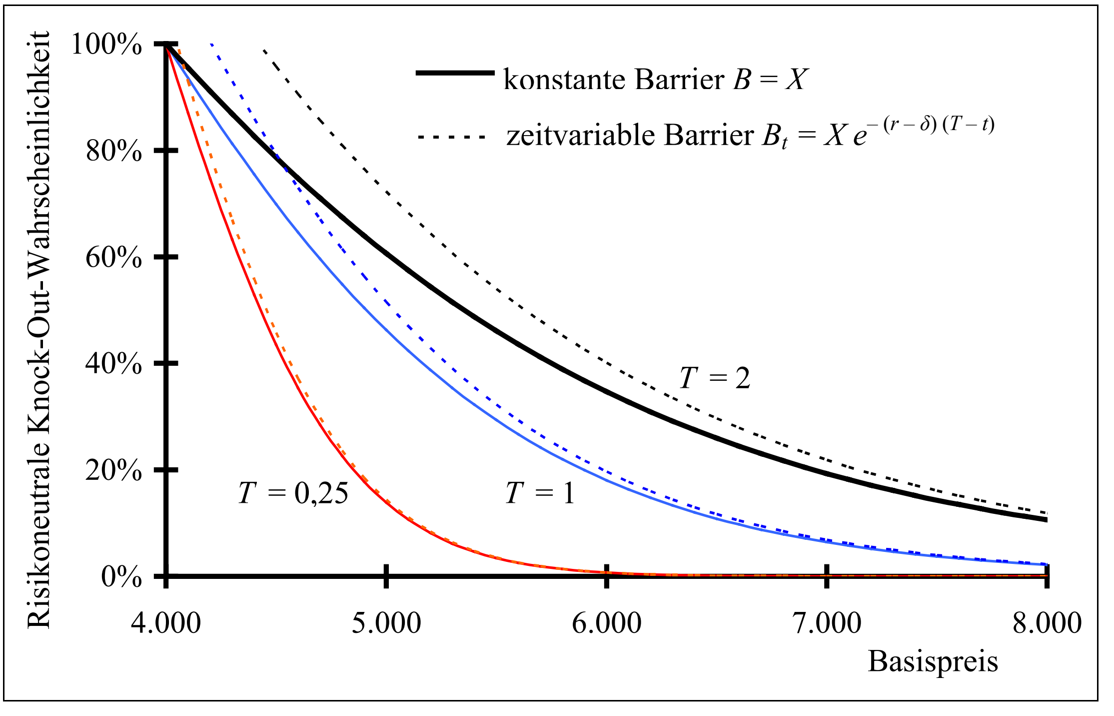
jeweils mit x, y und λ gemäß (5).

Abb. 6: Zeitvariable Barrier versus konstante Barrier sowie Quantile für den Stand des DAX auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik in Abhängigkeit von der Zeit



Im Beispiel ergeben sich Werte von 19,3 % beziehungsweise 21,9 %, die Differenzwahrscheinlichkeit beträgt damit 2,6 %. Hieraus folgt ein Wertunterschied zwischen einem Knock-Out-Short-Zertifikat und einem einfachen Short-Forward, der jedoch tendenziell gering ist. Zur Veranschaulichung sind für das obige Beispiel in Abb. 6 verschiedene Quantile für den Stand des DAX in Abhängigkeit von der Zeit auf der Grundlage der risikoneutralen Bewertungssystematik abgebildet. In Abb. 7 sind beide Knock-Out-Wahrscheinlichkeiten in Abhängigkeit vom Basispreis für verschiedene (Rest-)Laufzeiten wiedergegeben. Die Differenz ist erwartungsgemäß bei langen Laufzeiten größer, ferner steigt sie mit der Annäherung des Basispreises (und damit der Barrier) an den aktuellen Kurs an.

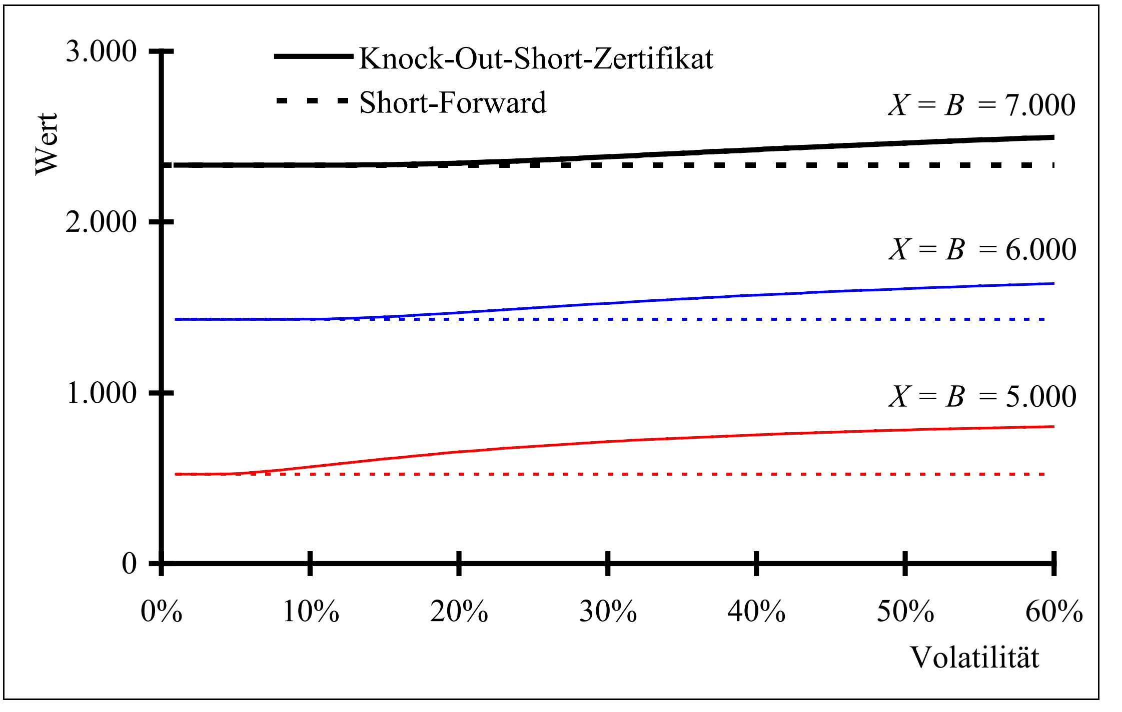
Abb. 7: Risikoneutrale Knock-Out-Wahrscheinlichkeiten von Knock-Out-Short-Zertifikaten mit konstanter bzw. variabler Barrier für verschiedene (Rest-)Laufzeiten in Abhängigkeit vom Basispreis



Die Interpretation und Bewertung von Knock-Out-Short-Zertifikaten analog zu einfachen Short-Forwards ist also nicht ganz korrekt, da Knock-Out-Short-Zertifikate über eine konstante Barrier verfügen. Sie bietet aber gerade bei niedrigem risikofreien Zins, geringer Volatilität des Underlyings, kurzer Laufzeit des Zertifikates und großer Differenz zwischen aktuellem Stand des Underlyings und Basispreis eine sehr anschauliche Interpretation und mehr oder weniger gute Approximation des Wertes von Knock-Out-Short-Zertifikaten.

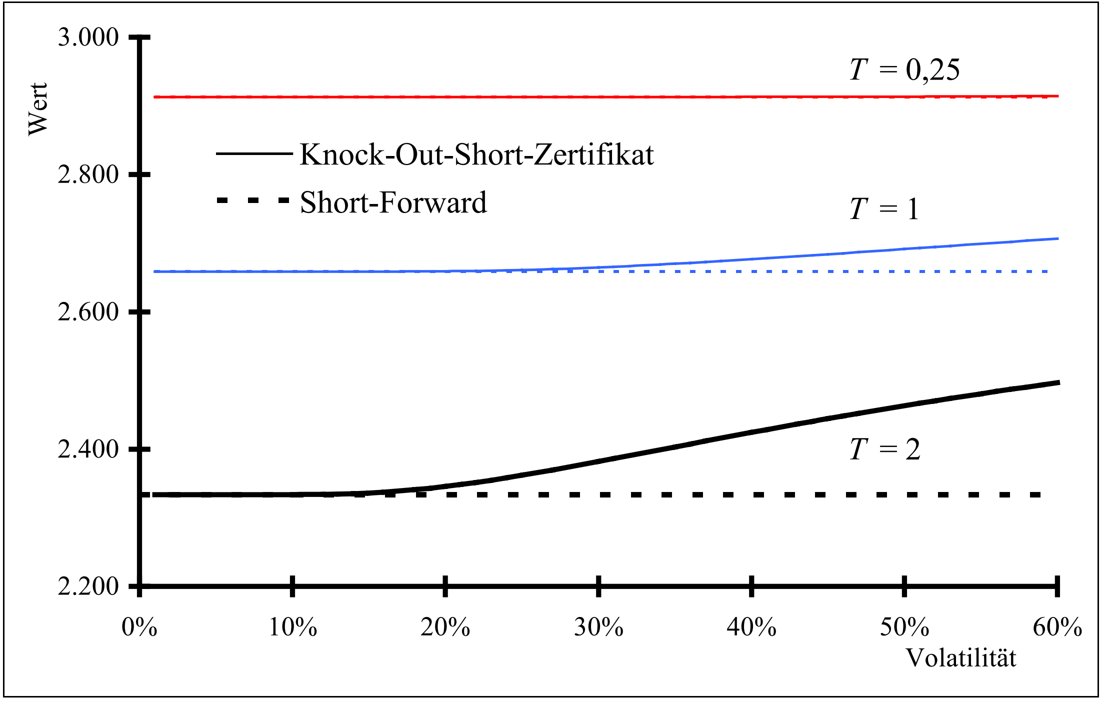
Abb. 8 zeigt die Werte von Knock-Out-Short-Zertifikaten im Vergleich zu denen einfacher Short-Forwards mit einer Laufzeit von zwei Jahren für Basispreise $X = B$ in Höhe von 5.000, 6.000 und 7.000 in Abhängigkeit von der Volatilität. Der Einfluss der Volatilität auf den Wert von Knock-Out-Short-Zertifikaten ist umso geringer, je höher die Differenz zwischen dem aktuellen Kurs des Underlyings und dem Basispreis (= Barrier) ist.

Abb. 8: Werte von Knock-Out-Short-Zertifikaten ($T = 2$) und entsprechenden Short-Forwards für verschiedene Basispreise in Abhängigkeit von der Volatilität



Neben dem Basispreis stellt die Restlaufzeit einen wesentlichen Einflussfaktor auf die Sensitivität von Knock-Out-Short-Zertifikaten gegenüber der Volatilität dar. Dies wird über das exemplarische Zertifikat mit einem Basispreis von $X = B = 7.000$ deutlich. In Abb. 9 sind die Wertverläufe dieses Knock-Out-Short-Zertifikates sowie eines entsprechenden Short-Forward in Abhängigkeit von der Volatilität für (Rest-) Laufzeiten von zwei Jahren, einem Jahr sowie drei Monaten wiedergegeben. Es wird deutlich, dass hier eine abnehmende Laufzeit sowohl für den Short-Forward als auch für das Knock-Out-Short-Zertifikat werterhöhend wirkt. Darüber hinaus ist erkennbar, dass die Sensitivität des Zertifikates gegenüber der Volatilität bei kürzeren Laufzeiten geringer und für sehr kurze Laufzeiten vernachlässigbar wird. Im Beispiel ergibt sich bei 3-monatiger Laufzeit und einer Volatilität von 60 % für das Knock-Out-Short-Zertifikat ein Wert von 2.914,25. Der Wert bei einer Volatilität von 0 %, entsprechend dem eines Short-Forwards, beträgt 2.913,04.

Abb. 9: Werte von Knock-Out-Short-Zertifikaten ($X = B = 7.000$) und entsprechenden Short-Forwards für verschiedene (Rest-)Laufzeiten in Abhängigkeit von der Volatilität



Bei einer verhältnismäßig langen Laufzeit von hier zwei Jahren ist die Wertdifferenz zwischen dem Short-Forward und dem Knock-Out-Short-Zertifikat also nur bei geringen Volatilitäten vernachlässigbar. Nur dann ist das Erreichen der Barrier recht unwahrscheinlich und damit die Form der Barrier – konstant oder variabel – unerheblich (siehe Abb. 9). Aus demselben Grund ist die Differenz auch bei höheren Basispreisen geringer (siehe Abb. 8). In jedem Fall ist der Wert des Zertifikats höher als der des Forwards, da die konstante Barrier immer oberhalb der variablen verläuft und das Risiko eines Knock-Out des Zertifikates folglich geringer ist.

III. Variation zentraler Ausstattungsmerkmale

1. Omega und Laufzeit

In Analogie zu den einfachen Short-Zertifikaten sind die zentralen Charakteristika von Knock-Out-Short-Zertifikaten das Omega und die Laufzeit. Das Omega basiert wiederum auf dem Delta, also der Ableitung des Knock-Out-Short-Zertifikates nach dem Stand des Underlyings:[25]

(8) $\Delta_{SZ} = \partial SZ / \partial S_0$

$$= e^{-\delta T} (B / S_0)^{2\lambda} \left((1 - 2\lambda)\, N(-y) + \frac{e^{-y^2/2}}{\sigma \sqrt{2\pi T}} \right)$$

$$- e^{-\delta T} \left(N(-x) - \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi T}} (1 - X/B)\, e^{-x^2/2} \right)$$

$$- X e^{-rT} \frac{B^{2\lambda - 2}}{S_0^{2\lambda - 1}} \left((2 - 2\lambda)\, N(-y + \sigma\sqrt{T}) + \frac{e^{-(-y + \sigma\sqrt{T})^2/2}}{\sigma \sqrt{2\pi T}} \right)$$

mit x, y und λ gemäß (5).

Auf dieser Grundlage bestimmt sich das Omega für Knock-Out-Short-Zertifikate als Maß für die Elastizität in Bezug auf Kursänderungen des Underlyings analog zu Formel (3) in Abschnitt B.I.

Abb. 10: Omega von Short-Zertifikaten ($T = 2$) für unterschiedliche Basispreise in Abhängigkeit vom aktuellen Stand des DAX

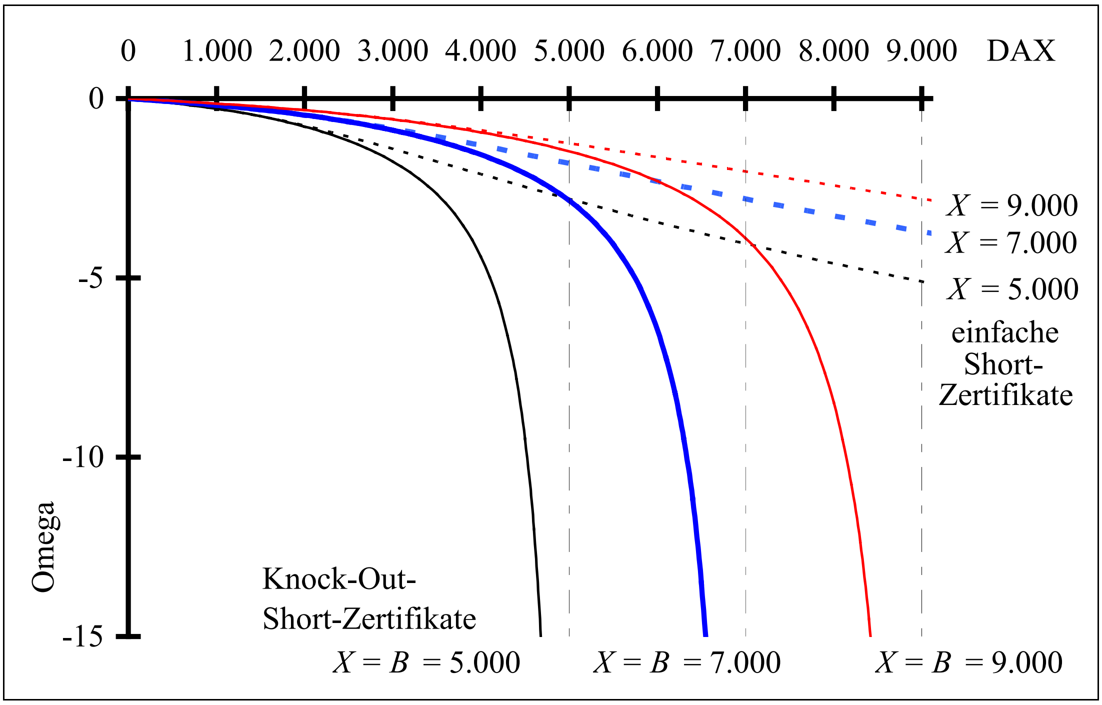


Abb. 10 zeigt das Omega von Knock-Out-Short-Zertifikaten in Abhängigkeit vom aktuellen Stand des DAX für Basispreise ($X = B$) von 5.000, 7.000 und 9.000 (durchgezogene Linie). Darüber hinaus sind die Omegas einfacher Short-Zertifikate mit identischen Basispreisen angegeben (gestrichelte Linien; vgl. auch Abb. 3). Das (absolute) Omega von Knock-Out-Short-Zertifikaten liegt immer oberhalb des

Omegas entsprechender einfacher Short-Zertifikate. Nahe der Barrier werden betragsmäßig sehr hohe Werte erreicht, da der Wert der Knock-Out-Short-Zertifikate in diesem Bereich sehr gering ist.

Von besonderem Interesse für den Anleger ist die Gefahr eines Knock-Out der Short-Zertifikate während der Laufzeit. Hierbei ist zwischen der bereits im vorhergehenden Abschnitt thematisierten bewertungsrelevanten risikoneutralen Wahrscheinlichkeit (P_{KO}) und der realen Wahrscheinlichkeit zu unterscheiden. Ausgehend von einer über der risikofreien Verzinsung liegenden erwarteten Rendite des Underlyings[26] ist die reale Wahrscheinlichkeit immer höher, so dass P_{KO} eine untere Schranke darstellt. Aus Abb. 7 geht hervor, dass die Wahrscheinlichkeit für Basispreise ($X = B$) um 5.000 (mit einem betragsmäßigen Omega größer 4) bei einer Laufzeit von einem Jahr bereits ungefähr 50 % beträgt und mit längerer Laufzeit weiter ansteigt. Die Konstruktion und Emission von Short-Zertifikaten mit hohem Omega ist somit nur bei relativ kurzen Laufzeiten sinnvoll. Da ein hohes Omega mit einem hohen einfachen Hebel korrespondiert, wurde dieser in praxi regelmäßig vorzufindende Zusammenhang schon zuvor über Abb. 1 deutlich.

2. Stop-Loss-Schwellen

Wie erläutert, wird durch das Knock-Out-Feature erreicht, dass der Wert des Zertifikates nicht über ($X - S_t$) steigen kann. Beim Hedging solcher Zertifikate können allerdings praktische Probleme auftreten. Da der (OTC-)Markt für Knock-Out-Puts weniger effizient ist als der für Plain-Vanilla-Puts, hedgen Emittenten solche Zertifikate – aufgrund der oben beschriebenen Analogie – oft einfach über Forwards (oder Futures). Dieses Vorgehen setzt aber insbesondere voraus, dass bei Knock-Out des Zertifikates die Forward-Position sofort glattgestellt wird, was aus unterschiedlichen Gründen nicht immer möglich ist. Insofern resultiert aus dem Hedge ein nicht zu vernachlässigendes Basisrisiko.

Unter anderem aus diesem Grund wird in der Praxis zum Teil eine Variante der Knock-Out-Short-Zertifikate gewählt, bei der Basispreis und Barrier nicht identisch sind. Stattdessen liegt die Barrier (geringfügig) unter dem Basispreis. Bei Knock-Out verfallen solche Zertifikate dafür nicht immer wertlos, sondern es wird häufig ein Restbetrag R gezahlt.[27] Dieses Feature wird daher oft als Stop-Loss-Schwelle statt Knock-Out-Schwelle bezeichnet. Der Wert solcher Zertifikate mit Stop-Loss-

Schwelle ergibt sich durch Addition des Barwertes der potenziellen Restbetragszahlung zum Wert des Short-Zertifikates gemäß (5):[28]

$$(9) \qquad SZ_{SL} = SZ + R\,((B/S_0)^{\lambda-1+\eta}\,N(-z) + (B/S_0)^{\lambda-1-\eta}\,N(-z+2\,\eta\,\sigma\sqrt{T}))$$

$$\text{mit } z = \frac{\ln(B/S_0)}{\sigma\sqrt{T}} + \eta\,\sigma\,\sqrt{T}\,,\ \eta = \sqrt{(\lambda-1)^2 + 2\,r/\sigma^2} \ \text{ und } \lambda \text{ gemäß (5)}$$

Abb. 11: Wert des Knock-Out-Short-Zertifikates ($X = 7.000$) für verschiedene (Rest-)Laufzeiten in Abhängigkeit von der Stop-Loss-Schwelle (Restbetragszahlung in Höhe des inneren Wertes)

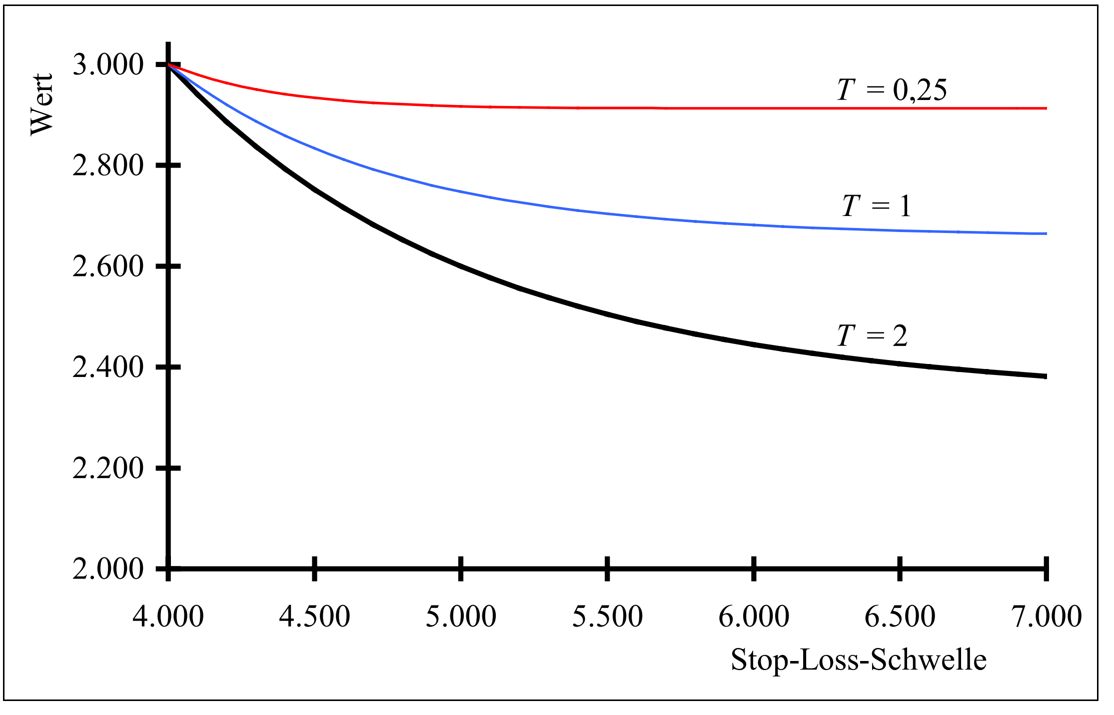


Abb. 11 veranschaulicht den Einfluss dieses Features auf den Wert des beispielhaften Short-Zertifikates für verschiedene (Rest-)Laufzeiten. Hierbei wird unterstellt, dass der bei Knock-Out gezahlte Restbetrag dem inneren Wert ($X - S_t$) entspricht. Bei geringfügig unterhalb des Basispreises (von hier $X = 7.000$) liegender Stop-Loss-Schwelle steigt der Wert im Vergleich zur Ausgangssituation zunächst leicht an. Für niedrigere Stop-Loss-Schwellen nimmt der Wert der Zertifikate jedoch deutlich zu und strebt letztlich gegen den inneren Wert. Der Grund hierfür liegt darin, dass der Wert von Knock-Out-Short-Zertifikaten immer unterhalb des inneren Wertes liegt, weshalb bei Knock-Out und damit verbundener Zahlung eines entsprechenden Restbetrages der Anleger mehr erhält als das Zertifikat ohne Stop-Loss-Feature wert ist.

In der Praxis ist allerdings zu beobachten, dass die Restbeträge häufig unter den jeweiligen inneren Werten liegen. Teilweise werden sie auch nicht im Voraus fixiert, sondern vom Emittenten in Abhängigkeit von der Kursentwicklung des Underlyings im Anschluss an den Knock-Out festgelegt. Dadurch kann das originär vom Emittenten getragene Basisrisiko beim Hedge auf den Anleger übertragen werden.

D. Schlussbetrachtungen

I. Risikoprämien in Short-Positionen

Die bisherigen Betrachtungen fokussieren auf den ökonomischen Wert der jeweiligen Finanztitel, ohne die Fragestellung zu behandeln, für welche Investoren sie geeignete Anlageinstrumente darstellen. Hierauf wird in diesem Abschnitt zusammenfassend für Short-Forwards, einfache Short-Zertifikate sowie Knock-Out-Short-Zertifikate eingegangen. Kern der Untersuchung ist dabei die sich auf der Grundlage kapitalmarkttheoretischer Erkenntnisse ergebende real erwartete Rendite beziehungsweise die in den Finanztiteln enthaltene Risikoprämie.

In einer Welt mit vorherrschender Risikoaversion wird für die Übernahme von systematischem Risiko bekanntlich eine Risikoprämie gezahlt, die sich beispielsweise auf der Grundlage des CAPM als über den risikofreien Zins r hinausgehende erwartete Rendite ausdrückt. Da die hier als Underlying betrachteten Indizes in der Regel systematisches Risiko aufweisen, ist davon auszugehen, dass deren real erwartete Verzinsung oberhalb von r liegt. Daraus folgt im Umkehrschluss aber, dass eine Short-Position in dem Index eine real erwartete Verzinsung kleiner als r besitzt, da ein Portfolio aus beiden Positionen risikofrei ist und somit eine erwartete Rendite von genau r aufweist.

Die real erwarteten Werte des Short-Forwards, des einfachen Short-Zertifikates sowie des Knock-Out-Short-Zertifikates bei Fälligkeit in T ergeben sich, indem in der jeweiligen Bewertungsformel die risikofreie Verzinsung und damit zugleich die Drift r durch die Drift $\mu > r$ ersetzt und das Ergebnis mit $e^{\mu T}$ aufgezinst wird.[29] Für das Beispiel sei eine Drift des DAX von $\mu = 10$ % angenommen.

Die hierüber berechneten Werte sind in Tab. 5 zusammengefasst. Beispielsweise würde eine Investition in Höhe von 2.382,01 in das oben angeführte fair bewertete Knock-Out-Short-Zertifikat zu einem real erwarteten Einlösungsbetrag (Wert) in

$T = 2$ in Höhe von (nur) 2.261,04 führen. Gegenüber einer risikofreien (!) Anlage ergibt sich hier ein erwarteter Nachteil per $T = 2$ in Höhe von 371,48.

Tab. 5: Erwartete Werte und Risikoprämien der oben angeführten Positionen

	Aktueller Wert	Risikoneutral erwarteter Wert in *T*	Real erwarteter Wert in *T*	Real erwartete Wertänderung	Risiko-prämie per *T*
Index	4.000,00	4.420,68	4.885,61	885,61	464,93
Short-Forward	2.333,86	2.579,32	2.114,39	–219,47	–464,93
Einfaches Short-Zertifikat	2.483,09	2.744,24	2.384,73	–98,36	–359,51
Knock-Out-Short-Zertifikat	2.382,01	2.632,53	2.261,04	–120,97	–371,48

Es wird ersichtlich, dass die Risikoprämie – definiert als Differenz zwischen real und risikoneutral erwartetem Wert – von Short-Forwards, einfachen Short-Zertifikaten und Knock-Out-Short-Zertifikaten negativ ist. Somit muss der Käufer eines Short-Zertifikates die Risikoprämie zahlen, obwohl diese Position isoliert betrachtet ein vergleichbares Risiko aufweist wie eine entsprechende Long-Position. Inhaber von Short-Zertifikaten werden somit für die Übernahme von Risiko quasi „bestraft".[30]

Die Erklärung dieses Zusammenhanges ergibt sich im Portfoliokontext: Da das Short-Zertifikat negativ mit dem Aktienmarkt korreliert ist, kann mit einem solchen Finanztitel auf Portfolioebene Risiko reduziert werden, wofür die besagte Prämie in Form einer negativen erwarteten Rendite zu zahlen ist. Daher sind Short-Zertifikate als reines (passives) Anlageinstrument ungeeignet. Stattdessen lassen sie sich wegen der nahezu linearen Kursnachbildung bei einem kleinen oder moderaten Omega als Hedgeinstrument für ein bestehendes Aktienportfolio einsetzen, sofern es nicht günstiger ist, die Aktien selbst zu verkaufen. Letzteres wird insbesondere bei einer geplanten längerfristigen Sicherung praktisch vorteilhafter sein. Darüber hinaus – und das wird das in der Praxis wohl häufigste Motiv sein – lassen sich Short-Zertifikate insbesondere mit hohem Omega als Spekulationsobjekt auf fallende Kurse nutzen. Das gilt insbesondere für einen kurzen Planungshorizont, da dann die negative Risikoprämie eine relativ geringere Bedeutung besitzt.

II. Fazit

In diesem Beitrag wurde ein neuartiger Finanztitel zur Partizipation an fallenden Aktienmärkten für Privatanleger dargestellt und analysiert. Wie sich herausstellte, sind Knock-Out-Short-Zertifikate ökonomisch nichts anderes als Knock-Out-Puts und damit exotische Optionen, obwohl sie von den Emittenten regelmäßig mit Futures beziehungsweise Forwards verglichen werden. Eine nähere Betrachtung zeigte, dass der Wert einfacher Short-Forwards dem von entsprechenden Knock-Out-Puts mit zeitvariabler Barrier entspricht, so dass sich der Wertunterschied zwischen Short-Zertifikaten und Short-Forwards zurückführen lässt auf die nur geringfügig differierende Form der Barriers von Knock-Out-Puts. Insofern sind die Darstellung und auch die Preisstellung in Analogie zu Forwards näherungsweise gerechtfertigt. Des Weiteren wurde aufgezeigt, dass Short-Zertifikate – wie alle mit der Entwicklung eines Aktienindex negativ korrelierten Positionen – eine negative Risikoprämie und damit eine unterhalb der risikofreien Verzinsung liegende real erwartete Rendite aufweisen. Short-Zertifikate sind daher insbesondere für langfristige Kapitalanlagen nicht zweckdienlich. Sie eignen sich hingegen für kurzfristiges Hedging bestehender Positionen sowie für kurzfristige Spekulation auf sinkende Aktienkurse.

Anhang

Herleitung der Knock-Out-Wahrscheinlichkeit für die variable Barrier

Der Kurs des Underlyings S_t folge einer geometrischen Brownschen Bewegung:

(10) $dS_t = (r–\delta)\, S_t\, dt + \sigma\, S_t\, dz,$

wobei dz einen Wiener Prozess beschreibt. Es sei Z_t definiert als

(11) $Z_t := \ln(S_t / S_0) – (r – \delta)\, t.$

Z_t folgt dann einer (arithmetischen) Brownschen Bewegung mit Drift $– \sigma^2 / 2$:

(12) $dZ_t = –\sigma^2 / 2\; dt + \sigma\, dz.$

Sei ferner $\check{Z} := \max_t\ Z_t$ und $b := \ln(B / S_0) – (r – \delta)\, T$. Die variable Barrier ist gegeben durch $B_t = B\, e^{–(r – \delta)\,(T – t)}$, damit gilt $\ln(B_t / S_0) = \ln(B / S_0) – (r – \delta)\,(T – t) = b + (r – \delta)\, t$. Für die gesuchte Knock-Out-Wahrscheinlichkeit folgt:

(13) $\mathrm{P}(\exists\ t\!: S_t \geq B_t)$

$$= \mathrm{P}(\exists\ t : Z_t \geq \ln(B_t / S_0) – (r – \delta)\, t = b)$$

$$= \mathrm{P}(\check{Z} \geq b)$$

$$= \mathrm{P}(\check{Z} \geq b,\, Z_T < b) + \mathrm{P}(Z_T \geq b)$$

$$= e^{– b}\, N\!\left(\frac{– b + \sigma^2 / 2\ T}{\sigma\,\sqrt{T}}\right) + N\!\left(\frac{– b – \sigma^2 / 2\ T}{\sigma\,\sqrt{T}}\right)$$

$$= e^{(r – \delta)T}\,(S_0 / B)\; N\!\left(\frac{\ln(S_0 / B) + (r – \delta + \sigma^2 / 2)\ T}{\sigma\,\sqrt{T}}\right)$$

$$+ N\!\left(\frac{\ln(S_0 / B) + (r – \delta – \sigma^2/2)\ T}{\sigma\,\sqrt{T}}\right)$$

wobei das adjustierte Reflektionsprinzip für einen von null verschiedenen Drift verwendet wurde (vgl. hierzu *Rich* (1994), S. 272).

Verzeichnis der zitierten Literatur

Beike, R. (1999): Indexzertifikate – optimal vom Börsentrend profitieren, Stuttgart.

Betsch, O. / Groh, A. P. / Lohmann, L. G. E. (2000): Corporate Finance: Unternehmensbewertung, M & A und innovative Kapitalmarktfinanzierung, 2. Aufl., München.

Black, F. / Scholes, M. (1973): The Pricing of Options and Corporate Liabilities, in: Journal of Political Economy, Vol. 81, S. 637-654.

Bondarenko, O. (2002): Why are Put Options So Expensive? Working Paper, University of Illinois, Chicago.

Burkhardt, *T.* (1994): Down-and-out-Optionen: Eigenschaften, vereinfachte Bewertung und Anwendbarkeit in Kapitalstrukturmodellen, Wiesbaden 1994.

Chen, A. H. / Kensinger, J. W. (1990): An Analysis of Market-Index Certificates of Deposit, in: Journal of Financial Services Research, Vol. 4, S. 93-110.

Fischer, E. O. / Greistorfer, P. / Sommersguter-Reichmann, M. (2002): Turbo-Zertifikate – Darstellung, Bewertung und Analyse, in: Österreichisches Bankarchiv, 50 Jg., H. 12, S. 995-1005.

Fischer, E. O. / Greistorfer, P. / Sommersguter-Reichmann, M. (2003): Short-Zertifikate – Darstellung, Bewertung und Analyse, in: Österreichisches Bankarchiv, 51. Jg., H. 2, S. 119-128.

Fischer, E. O. / Schuster, M. G. (2002): Indexanleihen mit Kapitalgarantien: Darstellung, Bewertung und Analyse, in: Zeitschrift für Betriebswirtschaft, Jg. 72, H. 3, S. 243-274.

Haffner, C. / Loistl, O. (1999): Barrier-Optionen – Einsatzmöglichkeiten und Risikomanagement, in: Finanz Betrieb, 1. Jg., H. 12, S. 433-439.

Haffner, C. / Loistl, O. (2000): Barrier-Optionen – Einsatzmöglichkeiten und Risikomanagement (Teil 2), in: Finanz Betrieb, 2. Jg., H. 5, S. 303-311.

Haug, E. G. (1998): The complete guide to options pricing formulas, New York u. a.

Hull, J. C. (2003): Options, futures and other derivatives, 5th ed., Upper Saddle River.

Hull, *J. C. / White*, *A.* (1995): The impact of default risk on the prices of options and other derivative securities, in: Journal of Banking and Finance, Vol. 19, S. 299-322.

Köpf, G. / Walz, H. (1986): Die Indexanleihe der Deutschen Bank: Ansatzpunkte zu ihrer Bewertung, in: Die Bank, o. Jg., H. 9, S. 459-462.

Kunitomo, Naoto / Ikeda, Masayuki (1992): Pricing Options with Curved Boundaries, in: Mathematical Finance, Vol. 2, S. 275-298.

Merton, R. C. (1973): Theory of rational option pricing, in: Bell Journal of Economics and Management Science, Vol. 4, S. 141-183.

Perridon, L. / Steiner, M. (2002): Finanzwirtschaft der Unternehmung, 11. Auflage, München.

Rich, D. R. (1994): The Mathematical Foundation of Barrier Option-Pricing Theory, in: Advances in Futures and Options Research, Vol. 7, S. 267-311.

Röder, K. (1997): DAX-Zertifikate und DAX-Fonds im Vergleich, in: Zeitschrift für Bankrecht und Bankwirtschaft, 9. Jg., H. 2, S. 162-168.

Rubinstein, M. / Reiner, E. (1991a): Breaking Down the Barriers, in: Risk, Vol. 4, No. 8, S. 28-35.

Rubinstein, M. / Reiner, E. (1991b): Unscrambling the Binary Code, in: Risk, Vol. 4, No. 9, S. 75-83.

Scholz, H. / Ammann, K. / Baule, R. (2003): Hebel-Zertifikate – Darstellung und Analyse eines innovativen Finanzproduktes, in: Die Bank, o. Jg., H. 1, S. 36-41.

Sonnemann, U. / Wilkens, S. (2003): Anmerkungen zu den Beiträgen von *Fischer / Greistorfer / Sommersguter-Reichmann*: „Turbo-Zertifikate“ (ÖBA 12/2002, S. 995-1005) und „Short-Zertifikate“ (ÖBA 2/2003, S. 119-128), in: Österreichisches Bankarchiv, 51. Jg., H. 12, S. 946.

Steiner, M. / Bruns, C. (2002): Wertpapiermanagement – Professionelle Wertpapieranalyse und Portfoliostrukturierung, 8., überarb. und erw. Aufl., Stuttgart.

Tompkins, R. G. (1999): Exotic Options (Part 3) – Simple Barrier Options, in: Österreichisches Bankarchiv, 47. Jg., H. 12, S. 996-1005.

Tompkins, R. G. / *Glibitzky, M.* (2000): Exotic Options (Part 4) – Complex Barrier Options, in: Österreichisches Bankarchiv, 48. Jg., H. 10, S. 902-913.

Wiedemann, A. (2002): Financial Engineering – Bewertung von Finanzinstrumenten, Frankfurt/Main.

Wilkens, M. / Entrop, O. / Scholz, H. (2001): Outperformance-Zertifikate auf Aktienindizes in Fremdwährungsräumen, in: Kredit und Kapital, 34. Jg., H. 4, S. 473-504.

Wilkens, M. / Scholz, H. / Völker, J. (1999): Duplikation und Bewertung strukturierter Finanzprodukte – Callable Step-Up Bonds, in: Die Bank, o. Jg., H. 4, S. 262-268.

Wilkens, S. / Erner, C. / Röder, K. (2003): The Pricing of Structured Products in Germany, in: Journal of Derivatives, Vol. 11, Fall, S. 55-69.

Zusammenfassung

Ein Produktüberblick über in Deutschland emittierte Short-Zertifikate auf Indizes zeigt den zunehmenden Erfolg dieser Finanzinnovation, über die Retail-Kunden sehr einfach an fallenden Aktienmärkten partizipieren können. In diesem Beitrag werden einfache Short-Zertifikate sowie schwerpunktmäßig die inzwischen am Markt dominierenden Short-Zertifikate mit Knock-Out-Charakter bewertet und analysiert.

Für Emittenten weisen Knock-Out-Short-Zertifikate attraktive Eigenschaften auf, die auf ihrer Ähnlichkeit zu Short-Forward-Positionen basieren. Daher werden sie häufig auch als solche bezeichnet und gepreist. Der verbleibende Wertunterschied lässt sich auf die Differenz der Knock-Out-Wahrscheinlichkeiten von Knock-Out-Puts mit konstanter und zeitvariabler Barrier zurückführen.

Die Variation der Ausstattungsmerkmale verdeutlicht, wie sich für Investoren besonders attraktiv erscheinende Short-Zertifikate konstruieren lassen. Letztlich zeigen kapitalmarkttheoretische Überlegungen jedoch, dass Short-Zertifikate zur langfristigen Kapitalanlage ungeeignet sind. Prinzipiell geeignet sind sie hingegen für kurzfristige Spekulationen auf fallende Aktienkurse sowie zur temporären Absicherung bestehender Aktiendepots.

Summary

Short certificates are inversely equity-linked retail products which enable investors to benefit from declining markets. An overview of short certificates at the German market shows the growing success of these innovative financial instruments. In this paper we discuss their evolution from simple certificates to the now dominating form of knock-out-certificates and the valuation of these products.

Attractive properties of knock-out certificates stem from their similarity to forward contracts. Consequently, issuers often use this similarity for marketing and also for pricing purposes, even if the result is just an approximation of the "correct" value of these products. The price difference can be attributed to the knock-out probabilities of knock-out options with constant and curved barriers, respectively.

A variation of basic features shows potential issuers how to construct seemingly attractive certificates. The paper concludes with a discussion of the usefulness or uselessness of short certificates for different types of investors. We show that short certificates are mainly suitable for a short-term speculation on declining markets, whereas they should not be considered as a long-term investment.

Anmerkungen

[1] Zu Indexzertifikaten siehe beispielsweise *Beike* (1999) und zu einem Vergleich der Wertentwicklung von Indexzertifikaten und Indexfonds *Röder* (1997). Zu währungsgesicherten Zertifikaten auf Indizes außerhalb Eurolands siehe zum Beispiel *Wilkens/Entrop/Scholz* (2001). Rechtlich gelten Indexzertifikate als Inhaberschuldverschreibungen. Zu unterschiedlichen Grund- und Sonderformen von Anleiheemissionen siehe beispielsweise *Betsch/Groh/Lohmann* (2000), S. 292-298.

[2] Im Internet sind unter anderem über www.onvista.de und www.zertifikateweb.de aktuelle Übersichten über am deutschen Kapitalmarkt gehandelte Indexzertifikate abrufbar.

[3] Ausnahmen bilden beispielsweise die jeweiligen Bear-Varianten der Index-Anleihe der Deutschen Bank Mitte der achtziger Jahre (vgl. *Köpf/Walz* (1986) sowie *Perridon/Steiner* (2002), S. 211-213), der Ende der achtziger Jahre in den USA aufgelegten so genannten Market Index Certificates of Deposit (vgl. *Chen/Kensinger* (1990)), sowie der Index-Linked-Notes der WestLB von 1992 (vgl. *Steiner/Bruns* (2002), S. 448 f.).

[4] Inzwischen ist es auch Privatpersonen möglich, Leerverkaufspositionen über Brokerhäuser einzugehen. In der Regel ist diese Vorgehensweise aber relativ aufwändig und wird daher nur selten genutzt.

[5] Weitere Bezeichnung dieser Produktgruppe sind Bär-Zertifikate (Bear-Certificates), Turbo-Bear-Zertifikate, Listed-Index-Futures (LIF)-Bear-Zertifikate, Warrant Alternative Vehicles (WAVEs), Turbo-Put-Optionsscheine und Sprinter-Put-Warrants.

[6] Dies gilt für ein Bezugsverhältnis von eins. Üblich sind in der Praxis auch Zertifikate auf einen Bruchteil des jeweiligen Index.

[7] Quelle: Deriva GmbH Financial IT and Consulting.

[8] Quelle: Deriva GmbH Financial IT and Consulting.

[9] Der einfache Hebel wird in der Praxis häufig als Kennzahl verwendet. Er ist definiert als Quotient aus dem Stand des Underlyings (hier des DAX) und dem Preis des Zertifikates (unter Berücksichtigung des Bezugsverhältnisses). In Abb. 1 werden die Laufzeit und der einfache Hebel der Zertifikate zu Beginn des jeweils ersten Handelstages abgebildet.

[10] Quelle: Deriva GmbH Financial IT and Consulting und eigene Berechnungen.

[11] Die Dividendenrendite des Performanceindex DAX wird mit null angesetzt, da die Dividendenzahlungen der im DAX enthaltenen Aktien bei der Berechnung des DAX berücksichtigt werden.

[12] Vgl. zu diesem Prinzip *Wilkens/Scholz/Völker* (1999) sowie allgemein zur Bewertung strukturierter Finanzprodukte beispielsweise *Wiedemann* (2002). Zu einer umfangreichen empirischen Untersuchung strukturierter Produkte am deutschen Kapitalmarkt siehe *Wilkens/Erner/Röder* (2003).

[13] Zu einer relativ einfachen Möglichkeit der Berücksichtigung von Bonitätsrisiken siehe *Hull/White* (1995).

[14] Für die Bewertung werden zusätzlich zum vollkommenen Kapitalmarkt also eine geometrische Brownsche Bewegung des Underlyings sowie stetige Dividenden-

zahlungen unterstellt. Vgl. *Black/Scholes* (1973) und *Merton* (1973).

[15] Vgl. beispielsweise *Hull* (2003), S. 268 f.

[16] Vgl. *Steiner/Bruns* (2002), S. 364 f. In der Praxis wird alternativ häufig der (einfache) Hebel als Kennzahl für Short-Zertifikate angegeben, vgl. Endnote 9.

[17] Vgl. beispielsweise *Hull* (2003), S. 305.

[18] Der Verkauf von Short-Zertifikaten zum inneren Wert ist in praxi üblich. Allerdings bieten die Emittenten dann regelmäßig an, die Zertifikate jederzeit zu dieser aktuellen Differenz zurückzukaufen. Insofern wird die Marge erst bei Nichtrückkauf über die Zeit verdient.

[19] Aus steuerlichen Gründen garantieren die Emittenten in diesem Fall regelmäßig einen Rückkauf zu 0,01 Euro.

[20] Zu Barrier-Optionen siehe beispielsweise *Rubinstein/Reiner* (1991a), *Burkhardt* (1994), *Rich* (1994), *Haug* (1998), S. 69-87, *Haffner/Loistl* (1999), *Tompkins* (1999), *Haffner/Loistl* (2000), *Tompkins/Glibitsky* (2000), *Hull* (2003), S. 439-441.

[21] Vgl. *Rubinstein/Reiner* (1991a), S. 35, und *Hull* (2003), S. 440.

[22] Solche Curved Barrier Options werden ausführlich analysiert von *Kunitomo/Ikeda* (1992).

[23] Diese Wahrscheinlichkeit entspricht dem aufgezinsten Wert einer elementaren Binary Barrier Option. Vgl. hierzu *Rubinstein/Reiner* (1991b), S. 77, sowie *Haug* (1998), S. 92 f.

[24] Zu einer Herleitung siehe den Anhang.

[25] Vgl. *Sonnemann/Wilkens* (2003).

[26] Siehe hierzu auch Abschnitt D.I.

[27] Ein solcher Up-and-Out-Put mit Stop-Loss-Schwelle lässt sich auch als Kombination eines Knock-Out-Zertifikates ohne Restwertzahlung mit einer (amerikanischen) Digital-Option mit einem Auszahlungsbetrag in Höhe des Restwertes interpretieren, vgl. *Haffner/Loistl* (1999), S. 433, Fußnote 3.

[28] Vgl. *Rubinstein/Reiner* (1991a), S. 35, *Rich* (1994), S. 285-290, *Haug* (1998), S. 70 f.

[29] Dieser Zusammenhang folgt sofort aus der Tatsache, dass sich der Optionswert als erwartete Auszahlung in einer risikoneutralen Welt, also bei einem Drift des Underlyings von r, diskontiert mit eben dem risikofreien Zins r ergibt.

[30] Vgl. zu diesem Zusammenhang für Put-Optionen beispielsweise *Bondarenko* (2002).