

# ZP-Stichwort: Value at Risk

von Marco Wilkens und Jörg Völker<sup>1</sup>

## 1. Einleitung und Begriff

Unter Value-at-Risk-Ansätzen werden Konzepte zur *Messung von Markt- und Kreditrisiken* zusammengefaßt. Diese quantifizieren die Risiken in standardisierter Form unter expliziter Berücksichtigung von Diversifikationseffekten bei der Portefeuillebildung im Zusammenhang mit einer Wahrscheinlichkeitsaussage. Der Value at Risk (VaR)<sup>2</sup> hat innerhalb weniger Jahre eine herausragende Stellung bei der Risikomessung in der Finanzpraxis eingenommen, insbesondere da er verschiedene Risikoarten, wie z. B. Zinsänderungs- und Aktienkursrisiken, direkt vergleichbar macht und da der VaR ein äußerst anschauliches Risikomaß ist.<sup>3</sup>

Vereinfacht ist der VaR der maximal erwartete Verlust, der nur mit einer vorgegebenen (geringen) Wahrscheinlichkeit überschritten wird. Die erfaßten Risiken resultieren aus Wertänderungen marktmäßig bewerteter Finanztitel wie Zinstitel (u. a. Anleihen und Kredite), Beteiligungspapiere, Fremdwährungspositionen, Waren(termin)kontrakte, Kombinationen daraus und aus den vorgenannten abgeleitete Finanzinstrumente (Derivate). Allgemein wird der VaR *definiert als*<sup>4</sup>

- erwartete maximale negative Änderung in Geldeinheiten
- des Marktwertes einer Position oder eines Portefeuilles
- aufgrund der Schwankung spezifizierter Marktfaktoren
- innerhalb eines festgelegten Zeitraums
- berechnet auf der Basis eines statistischen Modells
- für ein spezifiziertes Konfidenzniveau.

Im weiteren werden die Ausgestaltungsmöglichkeiten dieser Komponenten erörtert, wobei sich die Ausführungen auf die Abbildung von Marktrisiken konzentrieren.

---

<sup>1</sup> PD Dr. Marco Wilkens und Dipl.-Kfm. Jörg Völker, Institut für Betriebswirtschaftliche Geldwirtschaft (IfBG) der Universität Göttingen, Platz der Göttinger Sieben 5, D-37073 Göttingen.

<sup>2</sup> Synonym werden Money at Risk, Capital at Risk oder Daily Earnings at Risk verwendet.

<sup>3</sup> Vgl. Uhlir, H./Aussenegg, W. (1996), S. 831 f.

<sup>4</sup> In Anlehnung an Hagen, P./Jacobs, W. (1995), S. 666; J. P. Morgan/Reuters (1996), S. 6.

## 2. Beispiel

Um die zentralen Elemente der VaR-Ansätze anschaulich erklären zu können, wird zunächst ein einfaches Beispiel auf der Basis einer typischen VaR-Methode herangezogen. Das Beispiel kann mit einer im Internet unter [www.wertpapiermanagement.de](http://www.wertpapiermanagement.de) verfügbaren Excel-Datei nachvollzogen und durch Änderung der kursiv dargestellten Inputparameter variiert werden.

Ausgangspunkt der VaR-Ansätze ist stets der gegenwärtige Markt- oder Barwert eines betrachteten Portefeuilles (hier 500.000), bestehend aus verschiedenartigen Finanztiteln (hier drei Aktien). Die Berechnung des VaR basiert grundsätzlich auf einer Verteilungsannahme für die Renditen dieser Finanztitel (hier spezifiziert durch die Erwartungswerte, die Standardabweichungen und die Korrelationen der als multivariat normalverteilt angenommenen Aktienrenditen<sup>5</sup>). Mittels eines statistischen Modells (hier der analytischen Varianz-Kovarianz-Methode) wird die Verteilung der Portefeuillewerte in einem zukünftigen Zeitpunkt (hier in einem Jahr) und damit auch die Verteilung der Abweichungen vom gegenwärtigen Wert des Portefeuilles bestimmt. Der VaR (hier 159.226) quantifiziert, welcher Verlust bezogen auf den gegenwärtigen Wert mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit (hier 95 %) nicht überschritten wird.

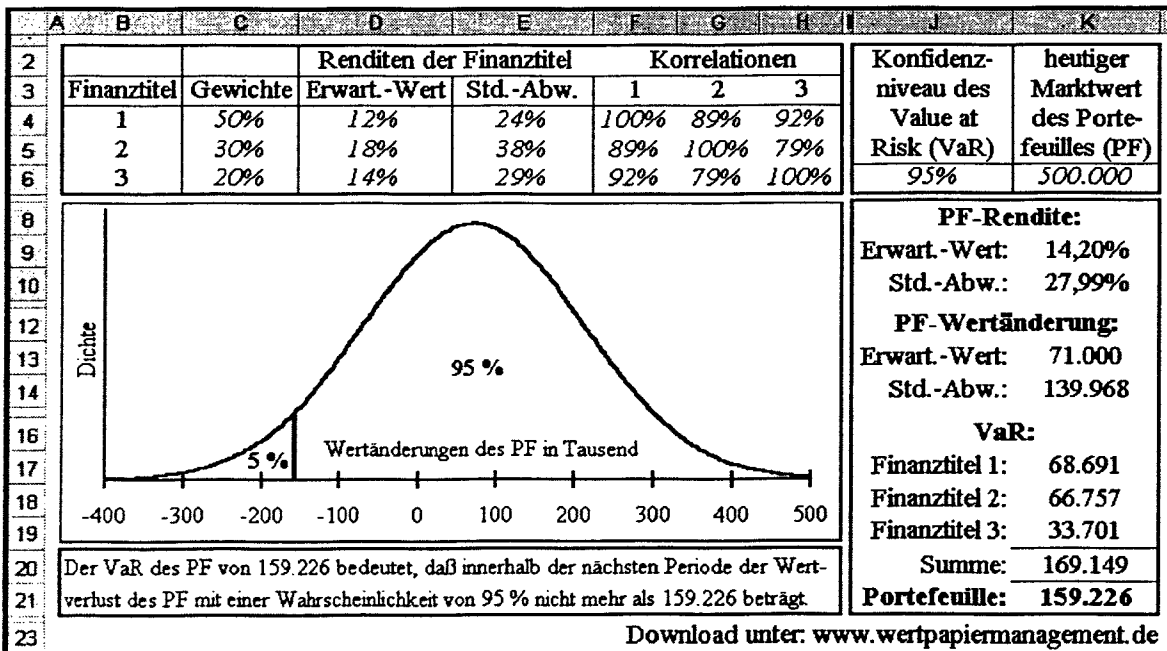


Abbildung: Beispiel für die Ermittlung des VaR

Die Abbildung veranschaulicht die beschriebenen Zusammenhänge. Darüber hinaus ist die *Dichtefunktion der Wertänderungen des Portefeuilles* grafisch dargestellt. Der bei -159.226 eingezeichnete Balken kennzeichnet den (negativen) VaR, denn 5 % der Fläche unter der Dichtefunktion liegen links, 95 % der Fläche liegen rechts von dieser Markierung. Das Beispiel macht weiterhin die *Berücksichtigung*

<sup>5</sup> Die in der Abbildung angegebenen Verteilungsparameter beruhen auf realistischen Daten für Jahresrenditen deutscher Standardwerte.

von *Diversifikationseffekten* bei der Bestimmung des VaR deutlich. So ist der VaR des Gesamtportefeuilles (hier 159.226) grundsätzlich geringer als die Summe der VaR der Einzelwerte (hier  $68.691 + 66.757 + 33.701 = 169.149$ ).

Die Marktwertänderungen sind immer auf einen *bestimmten Zeitraum* bezogen. Dieser sollte vom spezifischen Zweck der Risikomessung und vom Anlagehorizont des Investors oder dem notwendigen Liquidations- bzw. Glattstellungszeitraum bestimmt werden. Übliche Zeithorizonte, die bei VaR-Modellen im Wertpapierhandel Verwendung finden, sind ein Tag, zehn Tage und ein Monat,<sup>6</sup> wobei zur Abbildung von Kreditrisiken auch Perioden von einem Jahr und länger herangezogen werden.

Das *Konfidenzniveau* liegt in der Regel zwischen 90 % und 99,9 %, die häufigsten Konfidenzmaße sind 95 % und 99 %.<sup>7</sup> Ein hohes Konfidenzniveau und die damit verbundene geringe Wahrscheinlichkeit VaR-überschreitender Verluste erzeugt zwar ein Gefühl der „Sicherheit“, erschwert aber die exakte und verlässliche Berechnung des VaR sowie die Überprüfung der Güte von VaR-Modellen anhand tatsächlich eingetretener Verluste („Backtesting“).

### 3. Mapping

In dem Beispiel wurde der VaR für ein Portefeuille bestehend aus  $N = 3$  verschiedenartigen Finanztiteln berechnet. Insofern waren relativ wenige Inputparameter erforderlich, hier jeweils  $N = 3$  Erwartungswerte und Standardabweichungen sowie  $(N^2 - N)/2 = 3$  Korrelationen. Die Anzahl der in der Regel aus historischen Zeitreihen zu ermittelnden Inputparameter steigt quadratisch mit der Anzahl der Finanztitel. Bei 10.000 verschiedenartigen Finanztiteln (was bei Berücksichtigung in- und ausländischer Zinstitel, Aktien und Derivate für ein Handelsportfolio nicht unrealistisch ist) wären jeweils 10.000 Erwartungswerte und Standardabweichungen sowie 49.995.000 Korrelationen zu schätzen. Entsprechend aufwendig wäre auch die sich anschließende Berechnung des VaR des Portefeuilles.

Die Lösung dieses Problems liegt im Mapping. Beim Mapping werden alle Finanztitel auf ausgewählte *Standardfinanztitel* bzw. *Marktfaktoren* zurückgeführt. Das heißt, daß die Finanztitel eines Portefeuilles zunächst durch (fiktive) Marktfaktoren dupliziert werden müssen.<sup>8</sup> So werden zum Beispiel festverzinsliche Wertpapiere mit unterschiedlichen Kupons und Laufzeiten durch Zerobonds mit Standardlaufzeiten von beispielsweise 1, 2, 3, 6 und 12 Monaten sowie 2, 3, 5, 7, 10, 15 und 20 Jahren abgebildet.<sup>9</sup> Aktien werden in diesem Zusammenhang oft nicht einzeln berücksichtigt, sondern über ihre Betafaktoren auf Aktienindizes

<sup>6</sup> Zur Diskussion der Länge des Zeithorizonts vgl. Jendruschewitz, B. (1997), S. 26-28.

<sup>7</sup> Vgl. Meyer, C. (1999), S. 98 f. mit weiteren Nachweisen.

<sup>8</sup> Vgl. Smithson, C. (1996), S. 26. Zu Mapping-Algorithmen für verschiedene Finanztitel vgl. J. P. Morgan/Reuters (1996), S. 107-121 u. S. 134-148; Jorion, P. (1997), S. 127-135 u. S. 209-229; Read, O. (1998), S. 129-147.

<sup>9</sup> Zum sog. „Cash Flow Mapping“ bei Zinstiteln vgl. Aussenegg, W./Uhlir, H. (1997); Schaller, P. (1998).

gemappt. Der VaR wird daraufhin für die gemappten, d. h. standardisierten Finanztitel berechnet. Typische Marktfaktoren sind z. B. Zinssätze für verschiedene Laufzeiten, Bonitätsratings und Währungen, Aktienindizes und Wechselkurse. Für solche Marktfaktoren publiziert die Investmentbank J. P. Morgan in Zusammenarbeit mit dem Nachrichtendienst Reuters über das Internet täglich aktualisierte Inputparameter für VaR-Modelle.<sup>10</sup> Große Kreditinstitute verwenden ca. 200 bis 800 Marktfaktoren.

#### 4. Methoden zur Ermittlung des VaR

Die Vielzahl der in der Literatur und Praxis vorgeschlagenen Verfahren zur Berechnung des VaR kann auf drei Grundformen zurückgeführt werden:<sup>11</sup> (1) die analytische Varianz-Kovarianz-Methode, die auch dem obigen Beispiel zugrunde liegt, (2) die historische Simulation und (3) die stochastische Simulation (Monte-Carlo-Simulation).

Wie im Beispiel gezeigt, setzt die *analytische Varianz-Kovarianz-Methode*<sup>12</sup> an der geschätzten multivariaten Normalverteilung der Renditen der Finanztitel bzw. Marktfaktoren an. Diese Verteilungsannahme trifft für eine Reihe möglicher Marktfaktoren annähernd zu (z. B. für „Blue Chip“-Aktienkurse und freie Wechselkurse). Renditen anderer Marktfaktoren können aber oft nicht mit einer Normalverteilung hinreichend genau beschrieben werden (z. B. Geldmarktzinssätze und „Emerging Markets“-Aktien). Zur Schätzung der zukünftigen Verteilungsparameter der Marktfaktoren stehen verschiedene Verfahren der Zeitreihenanalyse zur Verfügung. Sie unterscheiden sich darin, wieviele historische Renditen in die Schätzung eingehen, wie diese Renditen gewichtet werden und welche Zufallsprozesse für die Renditen bzw. deren Parameter unterstellt werden.<sup>13</sup> Sind alle Verteilungsparameter festgelegt, können mit Hilfe der Gewichte der Positionen sowohl der Erwartungswert  $\mu$  als auch die Standardabweichung  $\sigma$  der Portefeuillerenditen ermittelt werden. Da nur lineare Zusammenhänge zwischen Änderungen der Marktfaktoren und Wertänderungen der Finanztitel berücksichtigt werden, sind bei multivariat normalverteilten diskreten Faktorrenditen auch die Portefeuillewertänderungen normalverteilt. Daher kann direkt analytisch eine Aussage darüber gemacht werden, welche Grenze ein Verlust (d. h. eine negative Änderung des Marktwertes  $V$  des Portefeuilles) mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit nicht überschreitet. Dies entspricht genau dem Value at Risk:<sup>14</sup>

<sup>10</sup> Siehe im Internet unter [www.riskmetrics.com/products](http://www.riskmetrics.com/products).

<sup>11</sup> Für einen differenzierten Überblick über VaR-Methoden siehe Wilson, T. (1996), S. 212-229.

<sup>12</sup> Andere Bezeichnungen sind Korrelationsansatz oder Delta-Normal-Methode. Zu diesem Verfahren vgl. ausführlich z. B. Meyer, C. (1999), S. 126-190.

<sup>13</sup> Vgl. Alexander, C. (1996); Jendruschewitz, B. (1997), S. 49-63; Read, O. (1998), S. 149-179.

<sup>14</sup> Vgl. Johanning, L. (1998), S. 26; Jendruschewitz, B. (1997), S. 30. Teilweise bleibt der Erwartungswert  $\mu$  bei der VaR-Ermittlung unberücksichtigt. Der „Wahrscheinlichkeitsfaktor“  $z$  ist ein Quantil der Standardnormalverteilung und nimmt bei einem Konfidenzniveau von 95 % den Wert  $-1,64485$  an. Damit kann das Ergebnis in der Abbildung zahlenmäßig nachvollzogen werden:  $VaR = -(-1,64485 \cdot 0,279935 + 0,142) 500.000 = 159.226$ .

$$VaR = -(z \sigma + \mu) V$$

Bei der *historischen Simulation*<sup>15</sup> werden die in der Vergangenheit eingetretenen Faktorrenditen direkt auf die aktuellen Positionen des Portefeuilles und deren Marktwerte angewendet, um so Szenarien für zukünftig mögliche Wertänderungen zu simulieren. Zentrale Annahme dieser Methode ist daher, daß die Verteilung der für die nächste Periode erwarteten Renditen identisch ist mit der Verteilung der Renditen der betrachteten Vergangenheitsperioden. Die simulierten Wertänderungen werden in aufsteigender Reihenfolge sortiert. Der VaR kann dann aus der geordneten Liste direkt abgelesen werden, indem z. B. bei einem Konfidenzniveau von 95 % der Wert herangezogen wird, der nur in 5 % aller simulierten Szenarien unterschritten wird.

Ausgangspunkt der *stochastischen Simulation*<sup>16</sup> sind – wie bei der analytischen Varianz-Kovarianz-Methode – die geschätzten Parameter annahmegemäß multivariat normalverteilter Faktorrenditen. Mit Hilfe eines Zufallszahlengenerators werden Renditen simuliert, die den vorgegebenen Verteilungsparametern entsprechen. Daraus werden Portefeullerrenditen berechnet, wobei auch nicht-lineare Finanzinstrumente Berücksichtigung finden können. So könnte z. B. aus einer simulierten Aktienrendite mit Hilfe des sich ergebenden Aktienkurses und eines Optionspreismodells eine Optionspreisänderung generiert werden. Der Simulationsvorgang wird wiederholt, bis sich die für die Marktwertänderung ergebende Verteilung stabilisiert, was i. d. R. mehrere zehntausend Simulationsläufe erfordert. In Analogie zur historischen Simulation werden die erzeugten Marktwertänderungen des Portefeuilles nun in aufsteigender Reihenfolge sortiert und der VaR dem Konfidenzniveau entsprechend abgelesen.

Die analytische Varianz-Kovarianz-Methode ist hinsichtlich des Implementierungs- und Rechenaufwands der historischen und insbesondere der stochastischen Simulation überlegen. Die simulativen Verfahren haben den Vorteil, daß sie auch nicht-lineare Finanzinstrumente wie Optionen bei der VaR-Ermittlung angemessen berücksichtigen können.<sup>17</sup>

## 5. Beurteilung und Ausblick

Den bereits genannten *Stärken* des VaR-Konzepts, nämlich daß unterschiedliche Risikoarten mit einem einheitlichen, anschaulichen Risikomaß vergleichbar gemacht werden und im Portfoliozusammenhang explizit Diversifikationseffekte berücksichtigt werden können, stehen einige grundsätzliche *Schwächen* gegenüber. Neben den kritischen Verteilungsannahmen und Schwierigkeiten bei der statistischen Datenerhebung liegen diese insbesondere darin, daß VaR-Modelle nur eine Aussage über die Wahrscheinlichkeit, nicht aber über die (z. B. erwartete) Höhe

<sup>15</sup> Vgl. Dowd, K. (1998), S. 99-107; Meyer, C. (1999), S. 191-200.

<sup>16</sup> Vgl. J. P. Morgan/Reuters (1996), S. 151-159 u. S. 253-255; Dowd, K. (1998), S. 108-120.

<sup>17</sup> Für einen kritischen Vergleich der Methoden im Überblick vgl. Leong, K. (1996), S. 11; Smithson, C. (1996), S. 27; Meyer, C. (1999), S. 214-216.

des Verlustes für den Fall machen, daß der Verlust größer als der VaR ist.<sup>18</sup> Eine ergänzende Betrachtung von Extremverlusten auf der Basis von Worst-Case-Szenarien im Rahmen des Stress Testing kann dieses Problem nur zum Teil beheben.

Grundsätzlich können alle *Arten von Erfolgsrisiken* als VaR gemessen werden, solange der (Markt-)Wert einer Position oder eines Geschäftsbereichs in Abhängigkeit von zu spezifizierenden Marktfaktoren ausgedrückt werden kann und die Wahrscheinlichkeitsverteilung dieser Marktfaktoren statistisch abschätzbar ist. Für Marktpreisrisiken sind VaR-Modelle bereits vielfach erfolgreich implementiert worden. Für Kreditrisiken wird nach ersten Vorschlägen<sup>19</sup> weiter intensiv an Möglichkeiten einer praktikablen Umsetzung gearbeitet, während bei Betriebsrisiken eine statistische Modellierung der Einflußfaktoren bisher nur in Ansätzen gelingt.<sup>20</sup>

Die *Verwendung von VaR-Kennzahlen* ist nicht auf die Berichterstattung im Risikocontrolling beschränkt. So können sie u. a. auch für Hedging-Entscheidungen sowie für den Aufbau hierarchischer Limitsysteme im Wertpapierhandel eingesetzt werden. Darüber hinaus sind VaR-Werte als Maß für Risikokapital Bestandteil risikoadjustierter Performancemaße, wie z. B. der Kennzahl „Return on Risk-Adjusted Capital“ (RORAC). So wird der VaR indirekt zur Performance-messung und zur Rendite-Risiko-orientierten Geschäftssteuerung herangezogen.<sup>21</sup>

## Literatur

- Alexander, C. (1996): Volatility and Correlation Forecasting, in: Alexander, C. (Hrsg.): The Handbook of Risk Management and Analysis, Chichester u. a. 1996, S. 233-260.
- Aussenegg, W./Uhlir, H. (1997): Value-at-Risk: Cash Flow Mapping, in: ÖBA, 4/1997, S. 273-277.
- Credit Suisse Financial Products (1997): CreditRisk+, London 1997.
- Cruz, M./Coleman, R./Salkin, G. (1998): Modeling and Measuring Operational Risk, in: The Journal of Risk, 1/1998, S. 63-71.
- Dowd, K. (1998): Beyond Value at Risk, Chichester u. a. 1998.
- Hagen, P./Jacobs, W. (1995): Risikosteuerung im Eigenhandel, in: Die Bank, 11/1995, S. 664-671.
- Hoffman, D./Johnson, M. (1996): Operating Procedures, in: Risk, 10/1996, S. 60-63.
- J. P. Morgan/Reuters (1996): RiskMetrics – Technical Document, 4. Aufl., New York 1996.
- J. P. Morgan (1997): CreditMetrics – Technical Document, New York 1997.
- Jendruschewitz, B. (1997): Value at Risk, Frankfurt 1997.
- Johanning, L. (1998): Value-at-Risk zur Marktrisikosteuerung und Eigenkapitalallokation, Bad Soden 1998.
- Jorion, P. (1997): Value at Risk, Chicago 1997.
- Leong, K. (1996): The Right Approach, in: Risk (Value-at-Risk-Supplement), 6/1996, S. 9-14.
- Meyer, C. (1999): Value at Risk für Kreditinstitute, Wiesbaden 1999.
- Read, O. (1998): Parametrische Modelle zur Ermittlung des Value-at-Risk, Köln 1998.
- Schaller, P. (1998): Projektion von Zahlungsströmen in VaR-Berechnungen, in: ÖBA, 1/1998, S. 27-30.
- Smithson, C. (1996): Value-at-Risk, in: Risk, 1/1996, S. 25-27.
- Uhlir, H./Aussenegg, W. (1996): Value-at-Risk (VaR): Einführung und Methodenüberblick, in: ÖBA, 11/1996, S. 831-836.
- Wilson, T. (1996): Calculating Risk Capital, in: Alexander, C. (Hrsg.): The Handbook of Risk Management and Analysis, Chichester u. a. 1996, S. 193-232.

<sup>18</sup> Vgl. Johanning, L. (1998), S. 95; Meyer, C. (1999), S. 382 f.

<sup>19</sup> Vgl. J. P. Morgan (1997); Credit Suisse Financial Products (1997).

<sup>20</sup> Vgl. Hoffman, D./Johnson, M. (1996); Cruz, M./Coleman, R./Salkin, G. (1998).

<sup>21</sup> Zu den Anwendungsmöglichkeiten vgl. ausführlich Johanning, L. (1998), S. 45-126.