MuPAD Pro 3.1.1 für Apple MacOS X

Martin Knelleken (SciFace Software, Paderborn)

Während MuPAD Pro 3 für Microsoft Windows bereits Anfang letzten Jahres mit vielen mathematischen Verbesserungen gegenüber der Version 2.5 und einer vollständig neu implementierten Grafik mit realistischem Beleuchtungsmodell, transparenten 3D-Flächen, flexiblen Animationsmöglichkeiten sowie massiver Interaktivität aufwartete (`http://research.mupad.de/doc/31/eng/changes.html`), mussten sich die Besitzer von Apple Macintosh Computern noch etwas gedulden.

Nun ist es soweit: MuPAD Pro 3.1.1 für MacOS X wird auf der DIDACTA vom 28. Februar bis 4. März 2005 in Stuttgart erstmals vorgestellt und wird ab Mitte März im Web sowie im Handel verfügbar sein. Neben den mathematischen Verbesserungen und den erweiterten grafischen Fähigkeiten bietet die neue Version für MacOS X insbesondere folgende Neuerungen:

- Ein neues MacOS X konformes Oberflächendesign mit modernen Bedienelementen wie beispielsweise benutzerkonfigurierbare Symbolleisten.
- MuPAD Notebooks im Windows-Format können gelesen und geschrieben werden.
- Zuschaltbares Anti-aliasing bei 2D-Grafiken.
- Beim RTF-Export von MuPAD-Notebooks kann die Applikation angegeben werden, mit dem das exportierte Dokument automatisch geöffnet werden soll (z. B. TextEdit, Microsoft Word, ...).
- MuPAD kann die von anderen Programmen angebotenen Dienste nutzen. Ein MuPAD-eigener Dienst ist bereits in Vorbereitung.
- Beliebige Finder-Objekte können nun einfach per Drag & Drop in MuPAD-Notebooks eingebettet und dann jederzeit per Doppelklick mit der Maus geöffnet werden. Sie erhalten so multimediale Dokumente.
- Zur Beschleunigung der Numerik wird in Kürze das in MuPAD verwendete Package Scilab nun auch für MacOS X zur Verfügung stehen.
- Viele weitere Detailverbesserungen erhöhen den Bedienkomfort und die Arbeitsgeschwindigkeit deutlich. MuPAD Pro 3 Vollversionen mit einer 30-Tage-Evaluierungslizenz erhalten Sie im Web unter `http://www.sciface.com/download.html`. Hier wird ab Mitte März auch MuPAD Pro 3.1.1 für MacOS X zur Verfügung stehen.

Geogebra: Dynamische Geometrie mit etwas Algebra

Reinhard Oldenburg (Göttingen)

Markus Hohenwarter hat mit seinem Programm Geogebra (Synthese aus „Geometrie“ und „Algebra“, `www.geogebra.at`) eine neue Programmgattung geschaffen. In seiner Vorstellung von Geogebra im letzten Computeralgebra-Rundbrief (Nr. 35) begründet er aus überzeugenden didaktischen Argumenten den Wunsch nach einer Verbindung von Computeralgebrasystemen (CAS) und Dynamischer Geometriesoftware (DGS). Als Ziel skizziert er eine Bidirektionalität beider Programmarten, bei denen ein leichter Wechsel der Repräsentationsform statt finden kann. Allerdings wird kurz darauf eingeschränkt, dass „sich nicht alle Funktionen eines DGS bzw. CAS gleich gut“ für eine solche Verbindung eignen. In welchem Umfang löst Geogebra nun das Versprechen der Bidirektionalität ein? Um diese Frage zu beantworten, wird hier ein Blick auf die aktuelle Version Geogebra 2.4 geworfen.

Das Programm kann umgehen mit Punkten, Geraden, Strecken, Strahlen, Kreisen, Kegelschnitten und Funktionsgraphen. Bis auf die Funktionsgraphen können alle Objekte sowohl geometrisch als auch über ihre Gleichungen bzw. Koordinaten erzeugt werden. Es stehen eine Reihe von geometrischen Konstruktionswerkzeugen (Parallele, Lot, Mittelsenkrechte, Tangente, Winkelhalbierende) zur Verfügung.

Geogebra als DGS

Die üblichen Konstruktionen der Schulgeometrie können mit den vorhandenen Werkzeugen durchgeführt werden. Verglichen mit anderen DGS-Programmen wie Euklid, Cabri, Cinderella und ZuL fehlen vor allem folgende Fähigkeiten: die Erzeugung von Ortslinien (ist geplant) sowie Makros. Diese Dinge lassen sich aber in das vorhandene Konzept einbauen, so dass hier künftige Versionen sicher Fortschritte bringen werden.

Bei DGS zeigt sich oft in bestimmten Situationen ein unstetiges Verhalten beim Verziehen der Konstruktion mit der Maus. J. Richter-Gebert und U. Kortenkamp haben mit ihrer DGS Cinderella (`www.cinderella.de`) eine überzeugende Lösung auf der Basis der komplexen projektiven Geometrie gefunden. Auch Geogebra versucht Unstetigkeiten zu vermeiden [Hohenwarter: GeoGebra – dynamische Geometrie und Algebra. In: Der Mathematikunterricht 4/2003]. Die dazu eingesetzten heuristischen Verfahren schaffen das allerdings nicht annähernd so gut wie bei Cinderella: Schon die übliche Zirkel-und-Lineal-Konstruktion der Winkelhalbierenden zweier Geraden zeigt unstetiges Verhalten, wenn die Kreise kleiner werden und schließlich durch den Punkt mit Radius 0 durchgeschoben werden. Die didaktische Diskussion hat aber gezeigt, dass die Stetigkeit nicht nur Vorteile bringt, und so kann diese pragmatische Realisierung akzeptiert werden.

Wie andere DGS auch unterscheidet Geogebra zwischen Basisobjekten, die mit der Maus bewegt werden, und abhängigen (berechneten) Objekten, die nicht direkt, sondern nur in Folge der Änderung eines Basisobjektes bewegt werden. Intern wird diese Abhängigkeit durch einen gerichteten Abhängigkeitsgraphen repräsentiert. Zusammenfassend lässt sich sagen, dass Geogebra eine brauchbare DGS darstellt, die noch kleinere Lücken hat, die sich aber sicherlich bald stopfen lassen werden.

Geogebra als CAS und als CAS-DGS

Wenn man aus der Ankündigung einer bidirektionalen Verknüpfung von CAS und DGS folgert, Geogebra wie ein CAS handhaben zu können, wird man enttäuscht: Geogebra kann auf der Benutzeroberfläche nicht mit symbolischen Ausdrücken umgehen. Variablen haben immer einen Wert. Den kann man aber komfortabel und recht dynamisch durch Klicken ändern. Die Grundfunktionalität von CAS wie allgemeine Terme umformen und Gleichungen lösen wird nicht geboten. Lediglich Polynome in zwei Variablen x, y bis zu zweitem Grad können eingegeben werden und werden dann zu einer Standardform vereinfacht. Geogebra erkennt dann, dass es sich um einen Kreis, einen Kegelschnitt oder eine Gerade handelt und erzeugt dieses Objekt auch geometrisch. Bei allen Objekten lässt sich auch eine algebraische Repräsentation sichtbar machen und auf Ebene der Koordinaten der Objekte ist die Bidirektionalität auch voll umgesetzt. Beim Ziehen am Mittelpunkt eines Kreises sieht man also seine Kreisgleichung etwa als $(x-2.17)^2+(y-3,77)^2=3,1^2$, wobei sich die numerischen Koeffizienten beim Ziehen laufend aktualisieren.

Umgekehrt kann man die Zahlen ändern und hat sofort die Änderung im Geometriefenster. Man muss sich aber klar machen, dass man hier eigentlich nicht mit algebraischen Objekten arbeitet, sondern, dass man eher „Arithmetik in Schablonen" als Algebra treibt. Es ist beispielsweise nicht möglich, den Exponenten oder die Namen der Variablen x, y zu ändern. Allerdings kann die Definition des Objektes geändert werden, d. h. das ganze Objekt wird durch ein neues ersetzt.

CAS-Funktionalität existiert aber im Programm und wird punktuell verwendet: Zu einem eingegebenen Funktionsterm kann die Ableitung symbolisch gefunden werden. Zusammenfassend muss man urteilen, dass Geogebra kein CAS ersetzen kann. Dies will es allerdings auch gar nicht. Aber auch in dem speziellen Rahmen der geometrischen Anwendungen der Algebra sind viele naheliegende Operationen wegen der mangelnden CAS-Funktionalität unmöglich:

- Ortskurven lassen sich nicht algebraisch berechnen,
- in den Gleichungen der Objekte stehen immer nur numerische Koeffizienten, die parametrische Abhängigkeit von den Variablen andere Objekte lässt sich nicht algebraisch darstellen,
- algebraische Beweise geometrischer Sätze sind unmöglich und
- Schnittpunkte, Asymptoten etc. können nicht symbolisch berechnet werden.

Wie oben beschrieben verwendet Geogebra die DGS-typische Repräsentation der Konstruktion mit einem Abhängigkeitsgraphen, der folglich auch auf in der algebraischen Repräsentationsform grundlegend ist. Diese funktionale Modellierung (Koordinaten der Objekte sind Funktionen der Objekte, aus denen sie konstruiert wurden) kollidiert mit der üblichen relationalen Sichtweise der Algebra. Man kann in Geogebra keine Gleichungen eingeben, die Relationen im Geometriefenster beschreiben. Dass dies prinzipiell möglich ist, zeigt mein prototypisches System FeliX (siehe z. B. Rundbrief Nr. 34), es stellt eine qualitativ andere Stufe der Bidirektionalität von CAS und DGS dar, weil diese nicht nur auf der Ebene der Koordinaten von Objekten, sondern auch auf der Ebene der Gleichungen gegeben ist: Der Benutzer kann beliebige Gleichungen und Ungleichungen eingeben, und damit die „Konstruktion" ändern. Allerdings ist für den Einsatz in der Schule nicht die konsequente Umsetzung eines Prinzips entscheidend, sondern die praktische Einsetzbarkeit durch die Schüler.

Benutzeroberfläche

Geogebra präsentiert ein übersichtliches Fenster mit den beiden Hauptbereichen für die geometrische und algebraische Repräsentation der Objekte sowie eine einzeilige Kommandoeingabe. Durch die Beschränkung der Funktionalität kann sich Geogebra eine weitgehend untechnische Eingabe leisten. So erzeugt $y=2x-1$ sofort eine Gerade, ohne dass dazu eine Erzeugungsfunktion benutzt werden müsste. Die Eingabe von $2x - 1$ dagegen erzeugt einen Funktionsgraphen, der der Geraden täuschend ähnlich sieht, auf den man aber z. B. keine Lote fällen kann. Es ist also unumgänglich, dass sich die Schüler über die Bedeutung dieser unterschiedlichen Datentypen klar werden.

Aus dem gleichen Grund führt $y = \frac{1}{x}$ zu einer Fehlermeldung, während $\frac{1}{x}$ den Graphen der Hyperbel zeichnet. An vielen Details merkt man, dass das Programm „mitdenkt“: So erzeugt etwa die Eingabe von $(x - 7)^2 + (y - 2)^2 = 0$ ein Objekt, das Geogebra als Punkt ausweist. Durch nachträgliche Änderung der Gleichung ändert sich auch der angezeigte Typ (nicht aber der interne – es bleibt intern immer ein Kegelschnitt).

Besonders schön ist die Behandlung von numerischen Parametern in der Konstruktion: Neue Parametervariablen führt man z. B. mit $a = 3$ ein. Dieser Wert kann dynamisch verändert werden und zieht die Änderung aller abhängigen Objekte, z. B. Funktionsgraphen, die von a abhängen, nach sich. Bei der Behandlung von Kurvenscharen erweist sich das als äußerst angenehm. Ab Version 2.5 wird es dafür auch Schieberegler geben, mit denen die Veränderung noch intuitiver wird.

Sehr praktisch ist auch das einfache Rechnen mit Vektoren sowie deren graphische Darstellung. Damit lassen sich weite Teile der zweidimensionalen linearen Algebra anschaulich und dynamisch erleben.

Fazit: Schüler können mit der aufgeräumten Oberfläche und der recht fehlertoleranten Eingabezeile gut umgehen. Für die Behandlung von Kegelschnitten und Kurvenscharen bieten sich interessante Möglichkeiten. Geogebra stellt insgesamt eine wertvolle Bereicherung des Spektrums der mathematischen Unterrichtssoftware dar. Es ist schon fast eine vollwertige DGS und leistet vieles, wozu in der Schule üblicherweise ein CAS wie Derive eingesetzt wird (Plotten, numerisches Lösen von Gleichungen). Der versprochene Brückenschlag von DGS und CAS (im Sinne des symbolischen Rechnens) wird allerdings nur ansatzweise geleistet.

Computeralgebra in der Schule

Der CAS-Schulversuch an den Technischen Gymnasien Baden-Württembergs

Siegfried Schwehr (Emmendingen)

Dem kürzlich verstorbenen Klaus-Dieter Roth gewidmet, einem Wegbereiter der CAS-Schulversuche an den beruflichen Schulen.

Erfahrungsgemäß ist das berufliche Schulwesen weniger gut bekannt als das allgemeinbildende. Daher will ich einige Informationen dazu geben. Etwa 30% aller Abiturienten in Baden-Württemberg erwerben ihren Abschluss an einem beruflichen Gymnasium oder einer technischen bzw. wirtschaftlichen Oberschule, mehr als der bundesweite Durchschnitt von 27,5 %, was – mit anderen Aspekten zusammen – dem Land ein großes Lob in der TOSCA-Studie einbrachte (Köller et al. 2004). Um die Aufnahme an einem beruflichen Gymnasium können sich Schülerinnen und Schüler mit mittlerer Reife bewerben, bei Realschulabsolventen ist ein geeigneter Notenschnitt verlangt. Zur Oberstufe des beruflichen Schulwesens gehören noch die zahlreichen Berufskollegs, die zur Fachhochschulreife führen, sowie einige Berufsoberschulen, an denen man nach einer abgeschlossenen Berufsausbildung die Hochschulreife erwerben kann.

In Baden-Württemberg gab und gibt es mehrere Schulversuche zum CAS-Einsatz in der Sekundarstufe II. In allgemeinbildenden Gymnasien wurde von 1996 bis 2000 das Pilot-Projekt „Mobiles Klassenzimmer“ durchgeführt (PiMoKl, vgl. Henn 2004). Im Rahmen dieses Projekts führen derzeit drei Arbeitsgruppen Schulversuche zum Thema „Computeralgebrasysteme im Mathematikunterricht“ durch: Das PiMoKl-Projekt wird unter dem Namen Maple-Gruppe durchgeführt, eine Gruppe „MathCom“ arbeitet mit Maple, und eine dritte Gruppe arbeitet mit Kleinrechnern (TI-92, Voyage und anderen). Der Modellversuch „Einsatz computerunterstützter Lernprogramme (CBT) in beruflichen Schulen“ dauerte von 1994 bis 1998; er wurde vom Landesinstitut für Erziehung und Unterricht (LEU) in Stuttgart betreut. Hier wurden unter Anderem Einsatzmöglichkeiten von Derive in der beruflichen Oberstufe untersucht (LEU-Berichte B-98/01b, B-98/01c sowie die LEU-Handreichungen H-98/39a und H-98/39b). An einigen Berufskollegs kann die Fachhochschulreifeprüfung mit CAS abgelegt werden. CAS wird inzwischen auch im Abitur an den technischen und wirtschaftlichen Oberschulen eingesetzt.

Der CAS-Schulversuch an den technischen Gym-