

Wie gut unterstützt Geogebra das Problemlösen?

Es wird oft behauptet, Dynamische Geometriesoftware (DGS), z.B. Geogebra (Hohenwarter 2016), sei geeignet, das Problemlösen zu unterstützen. Maricic (2010) schreibt „GeoGebra is a new suitable working environment for problem solving“. Iranzo und Fortuny (2011) finden, dass “the use of GeoGebra helps student enhance their mathematical understanding by enabling alternative problem resolution paths”. Kilic (2013) schließlich: “Hence, using DGS in geometry lessons may be effective in terms of increasing students’ geometry achievement and developing their geometric thinking and problem solving skills.“.

Allerdings vergleichen diese Studien in der Regel nicht das Problemlösen mit DGS mit anderen Formen. Eine Ausnahme ist die Arbeit Koyuncu et al. (2015), die zwei Lehramtsstudierende beim Problemlösen mit Papier und mit Geogebra beobachtet haben und zum Schluss kommt, dass „using both environments simultaneously in solving the same problems appears to bring about important benefits.“.

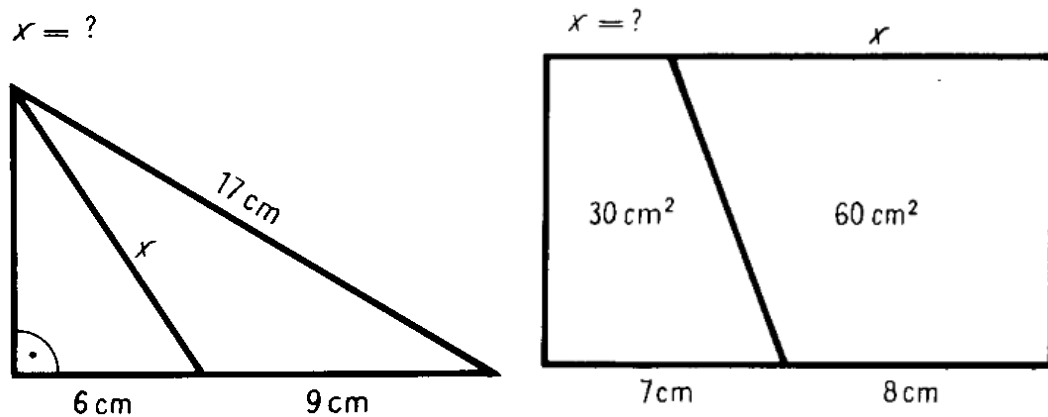
Vor diesem Hintergrund stellt sich folgende Forschungsfrage: Welches Medium, Papier&Bleistift oder Geogebra, unterstützt das Problemlösen besser? In dieser Form ist die Frage noch sehr pauschal und wird für die vorliegende Studie verengt auf Lehramtskandidaten als Probandengruppe und die Messung des Problemlösens wird gefasst durch die Zahl der erfolgreich gelösten Probleme in einer Testsituation.

Die Studie

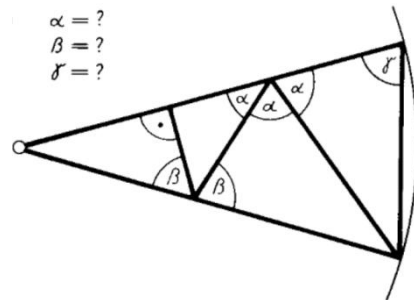
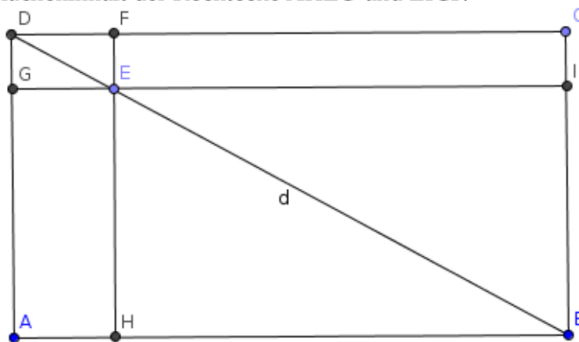
Im Rahmen der Lehrveranstaltung “Computereinsatz im Mathematikunterricht” wird Studierenden u.a. eine umfangreiche, etwa 9-wöchige Einführung in Geogebra (mit einem Schwerpunkt auf Geometrie und Funktionen) zu Teil. Drei solche Gruppen mit drei verschiedenen Dozenten und in der Summe 77 Studierenden verschiedener Lehrämter wurden in die Studie einbezogen (mittlere Semester, etwa ausgewogenes Geschlechterverhältnis). Die Studierenden wurden nach Geburtsdatum (modulo 2) quasi-randomisiert in zwei Gruppen eingeteilt, die Papiergruppe bearbeitete die Aufgaben auf Papier, die Geogebra-Gruppe arbeitete am PC und speicherte je Aufgabe eine Geogebra-Datei.

Zur Messung der Problemlöseleistung wurde ein ad-hoc Test verwendet, der 15 Aufgaben enthielt. Die Studierenden hatten 30 Minuten Zeit und wurden instruiert, möglichst viele Aufgaben zu lösen. Die Aufgaben wurden zum großen Teil aus Eigenmann (1981) übernommen, da diese als kognitiv herausfordernde Problemlöseaufgaben breit anerkannt sind. Ergänzt wurde dies

um Aufgaben aus anderen Studien zum Problemlösen mit DGS und Aufgaben zu Funktionen. Abbildung 1 zeigt Beispiele von Items. Bei einigen Items waren Argumentationen gefordert. Bewertet wurden die Studierendenlösungen mit 0 (nichts oder nicht zielführend), 1 (zielführende Ansätze) oder 2 (richtig) Punkten. Bei Berechnungsaufgaben reichte es in Geogebra aus, eine Konstruktion zu finden und die richtige Zahl in Geogebra abzulesen und anzugeben. Die Papiergruppe musste für eine Bewertung mit 2 Punkten dagegen eine nachvollziehbare Berechnung abliefern.



3) Im Rechteck ABCD ist die auf der Diagonalen d ein Punkt E beliebig gewählt. Strecken parallel zu den Rechteckseiten durch E teilen das Rechteck in kleinere Rechtecke. Vergleichen Sie den Flächeninhalt der Rechtecke AHEG und EICF.



4) Bestimmen Sie eine quadratische Funktion, deren Graph durch die Punkte (0,0) geht und in (2,2) ein Maximum hat.

Abbildung 1: Fünf Testitems

Die Ergebnisse

Im Mittel erreichte die Papiergruppe eine Punktsomme von 9,9 (Standardabweichung 3,7), die Geogebra-Gruppe 6,1 (3,4). Der Unterschied hat eine Effektstärke von $d=1,04$ und ist nach Wilcoxon-Test hoch signifikant ($p=1.6 \cdot 10^{-6}$). Die oben abgebildete Aufgabe 3 (Teilflächen im diagonal geteilten Rechteck) war die einzige, bei der die Geogebra-Gruppe eine höhere Lösungsquote

als die Papiergruppe hatte. Die anderen vier Items in Abb. 1 sind diejenigen, bei denen die Papiergruppe besonders deutlich vorne lag.

Im Anschluss an den Test wurden die Studierenden befragt, welche Probleme sie hatten. Erkenntnisse daraus fließen in die Diskussion ein.

Diskussion

Die Studie zeigt, dass Studenten Probleme besser mit Papier als mit Geogebra lösen. Die meisten Kollegen, denen ich das Ergebnis bereits mitgeteilt habe, zeigten sich wenig überrascht. Dies spricht für die Validität des Ergebnisses und gleichzeitig dafür, dass die Diskussion der didaktischen Rolle von Computertools noch nicht am Ende ist. Es lohnt sich m.E. über die Gründe des deutlichen Ergebnisses nachzudenken.

Die Aufgaben waren zum Großteil nicht für Computer optimiert. Sicher kann man Aufgaben entwickeln, die für die Lösung mit Geogebra optimiert sind. Ziel war aber, das zu testen, was üblicherweise als Problemlösen verstanden wird. Dies ist m.E. auch dem Werkzeug DGS gegenüber fair, denn dies ist ja ein Werkzeug für die traditionellen Inhalte der Schule und zielt gerade nicht darauf, Lernenden die maximale Problemlösemacht des Computers zu bieten (CAD-Programme oder professionelle Computeralgebrasysteme tun).

Ein anderer Punkt ist, dass viele Studierende äußerten, dass sie das Werkzeug nicht ausreichend gut bedienen können. Da dies in allen die Gruppen geäußert wurde, ist nicht anzunehmen, dass dies an ungeschickter Didaktik der Dozenten liegt, sondern allgemein auf die Komplexität des Lernprozesses hinweist. Insbesondere das Erstellen einer Konstruktion zu einer gegebenen Konfiguration ist schwierig (und wird eben deswegen von professionellen Computertools automatisiert). Wo dies sehr einfach war (z.B. Rechteck-didagonalaufgabe), half Geogebra.

Die wichtigste Erklärung m.E. aber ist, dass Geogebra sich nicht gut zur Wissensrepräsentation eignet. Auf Papier kann man Größen leicht benennen und Relationen ausdrücken, indem man z.B. eine Länge a an zwei Stellen schreibt, oder eine andere Länge als $10-a$ bezeichnet. In Geogebra haben die Studierende mit Textboxen simuliert, aber das ist unflexibel und das System weiß nicht, was dort steht. Es wäre besser, erkannte Relationen dem System mitteilen zu können, wie dies in (Oldenburg 2005, 2006, 2007a, 2007b) und (Todd 2015) beschrieben wird. In solchen relationalen Geometriesystemen kann das im System formalisierte Wissen in jeder beliebigen Reihenfolge wachsen, sich also den Denkprozessen anpassen, während ein DGS eine bestimmte Konstruktionsreihenfolge fordert.

Das ultimative Problemlösetool wäre m.E. ein Tabletcomputer mit Stift, der über relationale Fähigkeiten verfügt, um Wissen repräsentieren und umsetzen zu können.

Die Hoffnung dieses Artikels ist, eine Anregung zur Weiterentwicklung didaktischer Software zu geben. Sie scheint vergebens.

Literatur

- Eigenmann, P. (1981). *Geometrische Denkaufgaben*. Stuttgart: Klett.
- Hohenwarter, M. (2016). *Geogebra 5.0*. <https://www.geogebra.org/>
- Iranzo, N. & Fortuny, J. M. (2011). Influence of Geogebra on Problem Solving Strategies. In *Modeling and Simulations for Learning and Instruction*. Heidelberg: Springer.
- Kilic, H. (2013). The effects of dynamic geometry software on learning geometry. *Proceedings of CERME 8*. http://cerme8.metu.edu.tr/wgpapers/WG15/WG15_Kilic.pdf.
- Koyuncu, I., Akyuz, D. & Cakiroglu, E. (2015). Investigating plane Geometry problem-solving strategies of prospective Mathematics Teachers in technology and paper-and-pencil environments. *International Journal of Science and Mathematics Education*, Volume 13, Issue 4, pp 837-862
- Maricic, K. (2010). *Problem solving using GeoGebra - the case of geometry*. http://www.time2010.uma.es/proceedings/papers/a055_paper.pdf.
- Oldenburg, R. (2005): Bidirektionale Verknüpfung von Computeralgebra und dynamischer Geometrie, *Journal für Mathematikdidaktik* 26, 249-273.
- Oldenburg, R. (2006): FeliX – a prototypical system that links computer algebra and dynamic geometry. In: J. Böhm: *Proceedings DES-TIME-2006*. http://rfdz.phnoe.ac.at/fileadmin/Mathematik_Uploads/ACDCA/DESTIME2006/DES_contribs/Oldenburg/Oldenburg.pdf
- Oldenburg, R. (2007a). The Algebraic Modeling of Geometric Constraints in FeliX. *Proceedings of ICTMT8*.
- Oldenburg, R. (2007b). Algebraic modelling using a dynamically linked geometry and computer algebra system. *CERME 5 Proceedings* 1480-1488.
- Todd, Ph. (2015): *Geometry Expressions Manual*. <http://geometryexpressions.com/downloads/Geometry%20Expressions%20Manual.pdf>