

# Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht

7715A 6560 - 60

# MNU

Jahrgang 60

Heft 1-8

Jan.-Dez. 2007



liegt als CD-ROM Heft 2 bei

077

[www.mnu.de](http://www.mnu.de)

Vortrag steht der Sachverhalt im Fokus, beim Erklären das Verstehen des Schülers. Demnach muss eine Erklärensfassung erstellt werden.

(Die Materialsammlung und die Erklärensfassung mit Kommentaren finden Sie unter [www.mnu.de](http://www.mnu.de) beim Abstract zu diesem Artikel).

#### Literatur

- [1] Standards der Lehrausbildung in den Mathematik und Naturwissenschaften am Studienseminar Koblenz unter: <http://www.studienseminar-koblenz.de/seminarprogramm/standards.htm>, (25.06.2007)

- [2] <http://www.mathezentrale.de/maya/maya1.htm>, (25.06.2007)

*OSD JOSEF LEISEN, Peter-Joseph-Rottmann-Straße 20, 56077 Koblenz, josef.leisen@studienseminar-koblenz.de ist Leiter des Staatlichen Studienseminars für das Lehramt an Gymnasien, war vormals Fachleiter für Physik und hat einen Lehrauftrag für Didaktik der Physik an der Universität Mainz.*

REINHARD OLDENBURG

## Google Earth im Mathematikunterricht

Der virtuelle Globus Google Earth bietet nicht nur dem Geographieunterricht einen interessanten Blick auf unseren Planeten, sondern kann auch den Mathematikunterricht befruchten, indem Fragen aufgeworfen und andere beantwortet werden.

### 1 Was ist Google Earth?

Google Earth ist ein virtueller Globus, der beliebige Ausschnitte der Erdoberfläche in hoher Auflösung anzeigen kann. Mit der Maus kann man frei auf der Erdoberfläche navigieren und den Maßstab dabei in einem weiten Bereich nahezu stufenlos wählen, so dass man am einen Extrem die ganze Erdkugel sieht, am anderen Extrem einzelne Autos und Häuser erkennen kann.

Das kostenlose Programm setzt einen schnellen Internetzugang voraus, denn die umfangreichen Daten werden von einem Server geholt. Deshalb begnügt sich die lokale Installation mit relativ wenig Festplattenplatz.

Für den Mathematikunterricht wichtig sind einige Zusatzfunktionen: Mit dem Lineal lassen sich Strecken und Streckenzüge in das Bild legen und ihre Länge anzeigen. Es kann ein Maßstab eingeblendet werden, der die reale Länge einer am Bildschirm festen Strecke darstellt. Die Koordinaten des mit der Maus angesteuerten Punktes werden in geographischen Koordinaten auf Bogenminuten und Bogensekunden genau angezeigt. Ferner kann man stets die Höhe des entsprechenden Punktes über dem Meeresspiegel ablesen.

Für verschiedene Auswertungen ist es sinnvoll, die Bilder abzuspeichern und als Hintergrundbild in einem dynamischen Geometrieprogramm zu laden. Dort hat man zwar keine direkte Längenmessung

mehr, sondern muss sich den Maßstab besorgen, aber dafür kann man mehr geometrische Objekte zum Modellieren der gefundenen Verläufe von Flüssen, Straßen oder Eisenbahnlinien verwenden.

Der Blick auf die Erde kann nicht nur senkrecht von oben erfolgen, sondern auch aus einem beliebigen schrägen Winkel. So kann man etwa die Illusion erzeugen, mitten in einem engen Flusstal zu stehen und dem Verlauf des Flusses nachzuschauen.

### 2 Zehn mathematische Fragen, die sich mit Google Earth beantworten lassen

#### 1. Flächenmessungen

Wie groß ist unser Schulhof, der Baggersee im Nachbardorf oder der Pfälzer Wald?

#### 2. Längen von realen Objekten

Die Länge der Küstenlinie Englands, so ein bekanntes Beispiel aus dem Gebiet der Fraktale, ist nicht eindeutig bestimmt: Sie wird umso länger, je genauer man hinschaut, also je mehr Einbuchtungen man berücksichtigt. Letztlich vermisst man immer die Länge eines Polygonzugs, der die Länge der Küstenlinie nur approximiert. Dieses Messexperiment lässt sich dank der Mess-Werkzeuge schnell und für verschiedene Maßstäbe durchführen.

#### 3. Monte-Carlo-Methoden

Welcher Anteil Deutschlands ist bewaldet? Man erzeugt (z. B. mit Excel) zufällige Koordinaten und schaut nach.

#### 4. Steigung

Der Steigungsbegriff wird in vielen Schulbüchern mit der Steigung im Gelände illustriert, etwa [1]. Dort gibt es die Aufgabe, aus einer Karte abzulesen, wie groß die mittlere Steigung zwischen Rheinniveau und dem Gipfel der Loreley ist. Ähnliche Aufgaben mit Google Earth bieten den zusätzlichen Reiz, dass die Bestimmung des höchsten Punktes in einem (meist bewaldeten) Mittelgebirge ein systematisches Navigieren erfordert. Die Schüler können so Strategien entdecken, wie sie auch von der forschenden Mathematikerzunft gefunden wurden. Typisch etwa das sog. Hill climbing: Man sucht von der jeweiligen die Richtung mit dem steilsten Anstieg und hegt dann einen Schritt in diese Richtung usw., bis man einen (hoffentlich den) höchsten Punkt hat, von dem es in alle Richtungen abwärts geht.

#### 5. Krümmung

Autobahn- und Eisenbahntrassen werden im Mathematikunterricht gerne mit Splines modelliert. Das ist zwar nicht die in der Praxis angewendete Methode, bringt aber, zumindest bei vernünftiger Wahl des Koordinatensystems, auch ganz brauchbare Ergebnisse. Mit Google Earth kann man sowohl Daten für die Modellierung gewinnen, als auch die selbst gefundene Trassenführung mit der vergleichen, die real gewählt wurde.

#### 6. Länge der Schatten

Welche Informationen kann man den Schatten der Frankfurter Hochhäuser entnehmen?

#### 7. Körpermessungen

Bestimmen Sie die Abmessungen der ägyptischen Pyramiden oder des Zuckerhutes.

Google Earth bietet das Datenmaterial, mit dem man viele Fermifragen (siehe [4, S. 158 ff]) beantworten kann. Diese Art von Aufgabenstellung, die nach dem Physiker ENRICO FERMI benannt sind, fordern dazu auf, Alltagswissen und Abschätzungen so mit mathematischen Modellen zu kombinieren, dass man realistische Antworten finden kann. Einige Kostproben:

#### 8. Wie viele Parkplätze gibt es am Olympiastadion in Berlin?

Dazu wird man die Fläche des Parkplatzes bestimmen und die abschätzen, wie viel Parkfläche pro Fahrzeug nötig ist.

#### 9. Wie viele Menschen leben in Viernheim?

#### 10. Wie viele Frachtschiffe befahren den Rhein?

### 3 Drei mathematische Fragen, die Google Earth aufwirft

#### 1. Wie berechnet man aus den geographischen Koordinaten (Kugelkoordinaten) zweier Punkte deren Abstand?

Für praktische Fragen leistet das Lineal von Google Earth natürlich das Gewünschte, aber die mathema-

tische Frage ist da: Wie geht das? Schöne Erklärungen finden sich in [2] und [3].

#### 2. Wie ist der funktionale Zusammenhang zwischen Sichthöhe und Maßstab?

Google Earth blendet rechts unten immer die Höhe ein, unter der der ausgewählte Bildschirmausschnitt beobachtet sein könnte. Wenn man auch den Maßstab einblendet, bekommt man zu einer festen Strecke am Bildschirm die jeweilige Länge in der Wirklichkeit angezeigt. Welchen Zusammenhang vermutet man zwischen diesen Größen? Nun, nach den Strahlensätze sollte er linear sein, aber probieren Sie es aus, die Linearität gilt nur ungefähr! Eine Erklärung kenne ich nicht.

#### 3. Welche Form hat der abgebildete Bereich, wenn man schräg auf die Erde blickt?

Auch den schrägen Blick auf die Erde wirft man durch ein rechteckiges Bildschirmfenster. Welche Form hat der Ausschnitt der Erdoberfläche, den man dabei sieht? Wenn man Kleinigkeiten wie Berge und die Erdkrümmung vernachlässigt, ergibt sich mit etwas Vektorrechnung ein Trapez. In der Tat kann man in der schrägen Ansicht ein Polygon-Rechteck rund um den Bildschirm legen, das zum Trapez wird, wenn man den Blickwinkel wieder auf senkrechte Sicht von oben stellt.

Mit den hier aufgezählten Fragen sind noch längst nicht alle interessanten Aspekte rund um Google Earth abgedeckt. Viele Fragen gehen auch in den Bereich der Informatik: Wie kann die 3D-Modellierung der Erdoberfläche so schnell übertragen werden? Wie müssen die Daten strukturiert sein, so dass schon die ersten ankommenden Daten einen groben Eindruck ermöglichen und die Bildqualität durch nachgelieferte Daten verbessert werden kann. Das sind aktuelle Fragen, die den Unterricht spannend machen!

#### Literatur

- [1] T. JAHNKE – H. WUTTKE: Analysis. – Berlin: Cornelsen-Verlag 2002.
- [2] J. CUKROWICZ – B. ZIMMERMANN: MatheNetz 10 Ausgabe N. – Braunschweig: Westermann-Verlag 2002.
- [3] J. MEYER: Einblick in die Erdkunde. In: J. MEYER – R. OLDENBURG: ISTRON Band 9. – Hildesheim: Franzbecker 2006.
- [4] A. BÜCHTER – T. LEUDERS: Mathematikaufgaben selbst entwickeln. – Berlin: Cornelsen Scriptor 2005.

*Prof. Dr. REINHARD OLDENBURG, oldenburg@ph-heidelberg.de, Pädagogische Hochschule Heidelberg, Im Neuenheimer Feld 561, 69121 Heidelberg, war Lehrer für Mathematik, Physik und Informatik an einem Gymnasium in Göttingen, bevor er in die Lehrerbildung wechselte, wo er sich besonders mit dem realitätsorientierten Unterricht mit Computernutzung beschäftigt.*