

80/SA 6560 - 62,1

# MNU

Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht



01

Jahrgang 62  
Januar 2009 · € 7,85

MNU-Jubiläum

Unterricht und Beruf

Vergessene Längen

Quadratische Gleichungen

Fibonacci – und ein wenig mehr

Stereografische Rechenscheibe

Lichtbahnen mit 3D-Effekten

Reaktionen mit Calciumnitrat

Kooperative Hausaufgaben

Lage von Umkehrpunkten

207

Frau Magrit Osterkrüger-Perlinger  
Schmidtsche Buchhandlung  
Abo 2866 / Verkehrsstr. 20913  
Maximilianstraße 43 + 47  
86150 Augsburg

\*04930#4046#0109\*

70

Klaus Seiberger Verlag Vossenaeker Str. 9  
41464 Neuss PVSt, DPAG Entgelt bezahlt 198

## ssene Längen

senschaftlichen Bedeutungsrahmen der Evolutionstheorie und ihre gesellschaftliche Akzeptanz. Es sprechen u. a.: Prof. Dr. G. VOLLMER, Prof. Dr. TH. JUNKER, Prof. Dr. W. PATZELT, Prof. Dr. R. SOMMER. Weitere Informationen und Anmeldung unter [www.ewewe.eu](http://www.ewewe.eu).

D. GRAF



## HEINRICH WINTERS Kanon zum Geometrieunterricht und der heutige Geometrieunterricht

HEINRICH WINTER zählt zu den einflussreichsten deutschen Mathematikdidaktikern. Hier soll nicht die Breite seines Wirkens gewürdigt werden, aber neben seinem Kanon des Geometrieunterrichts, der um 1999 erstmals veröffentlicht wurde, lohnt ein Blick auf seinen Beitrag »Mathematikunterricht und Allgemeinbildung« (WINTER, 1996), in dem er eine Position formuliert hat, die grundlegend für die Begründung des Mathematikunterrichts geworden ist. Insbesondere formuliert er darin drei Grunderfahrungen, welche auch Ideen von HANS FREUDENTHAL aufgreifen:

- (1) Erscheinungen der Welt um uns, die uns alle angehen oder angehen sollten, aus Natur, Gesellschaft und Kultur, in einer spezifischen Art wahrzunehmen und zu verstehen,
- (2) mathematische Gegenstände und Sachverhalte, repräsentiert in Sprache, Symbolen, Bildern und Formeln, als geistige Schöpfungen, als eine deduktiv geordnete Welt eigener Art kennen zu lernen und zu begreifen,
- (3) in der Auseinandersetzung mit Aufgaben Problemlösefähigkeiten, die über die Mathematik hinaus gehen, (heuristische Fähigkeiten) zu erwerben.

Diese Grunderfahrungen findet man identisch in den KMK-Bildungsstandards Mathematik für den mittleren Schulabschluss – freilich ohne HEINRICH WINTER beim Namen zu nennen. Insofern sind seine Gedanken auch zentral in den aktuellen Diskussionen zur Gestaltung des Mathematikunterrichts. Dies trifft allerdings nicht zu auf seinen Kanon des Geometrieunterrichts, den MNU dankenswerterweise im Oktober 2008 wieder

aufgelegt hat. Dieser Kanon benennt eine lange Liste von Inhalten, die ohne Zweifel geeignet sind, die drei Grunderfahrungen zu ermöglichen. Dennoch wirkt er fremd vor einem Hintergrund aus den KMK-Bildungsstandards und den Lehrplänen und Kerncurricula der einzelnen Bundesländer, wie ein Relikt aus einer vergangenen Zeit.

WINTERS Kanon benennt im »Kleingedruckten« 127 Inhaltspunkte, von denen sich in den KMK-Bildungsstandards lediglich 24 (19 %) finden. Im hessischen G8-Lehrplan sind es 33, also immerhin 26 % (Allerdings werden etliche weitere Inhalte des Kanons in den fakultativen Inhalten genannt). Im bayerischen Lehrplan wird man 34 (27 %) Inhaltspunkte finden, im Bildungsplan Gymnasium des Nachbarlandes Baden-Württemberg dagegen auch nur 23. Man könnte dies nun noch für alle anderen Bundesländer auszählen und wird sicherlich ähnliche Anteile ermitteln. Man stellt also fest: Auch am Gymnasium ist aktuell nur ein Viertel des Kanons verpflichtend und das in Lehrplänen, die aktuell wegen ihrer Stofffülle (u. a. verursacht durch das G8) in der Diskussion stehen. Einige der anspruchsvollen Themen, etwa die Kettenlinie oder das Hyperbolische Paraboloid, werden nicht einmal alle Lehramtsstudierende am Ende des Studiums beherrschen, weil sie nicht verbindliche Studieninhalte sind. Stoffliche Ziele, die die Lehrkräfte nicht sicher beherrschen, sind aber praktisch zum Scheitern verurteilt.

Nun war WINTERS Kanon auch zu seiner Entstehungszeit (1999) in keinem Bundesland Teil des Lehrplans, sondern eher eine didaktische Vision. Das schreibt er auch noch einmal ganz deutlich in der MNU 61/8 (S. 508). Für WINTER ist der Kanon keine Kurz- oder Bildform eines Lehrplans, sondern es soll zum Nachdenken und Diskutieren anregen. Das tun wir gerade. Es steht außer Frage, dass es im Geometrieunterricht das gegeben hat, was viele als Substanzverlust erleben und beklagen. Auch wir finden es bedauerlich, wenn der Geometrieunterricht auf einen kleinen Kern reduziert wird, der wenig Raum für schöne und interessante Objekte lässt. Allerdings hat die inhaltliche Reduktion neben gesellschaftlichen Gründen (höhere Beteiligung am gymnasialen Bildungsgang, geringes Gewicht der Mathematik in den Stundentafeln) auch solche, die aus veränderten didaktischen Positionen resultieren.

Heute wird Mathematikunterricht nicht mehr durch Inhalte definiert, sondern im Sinne der Outputorientierung durch erwünschte Kompetenzen. Dies belastet den Mathematikunterricht mit neuen Aufgaben: Die Kompetenzen zum Modellieren, zur Kommunikation und Darstellung von Mathematik erfordern neue Unterrichtsformen und -methoden, die Inhalte treten dagegen etwas zurück.

Provokant gefragt: kann WINTERS Kanon also heute noch eine Bedeutung haben? Wir meinen: Ja, auf jeden Fall! Allerdings nicht auf die Art und Weise eines Kurzlehrplans (diese Vision hatte ja auch Winter nicht!), sondern auf eine etwas andere Weise, welche wir kurz darlegen wollen.

Kerncurricula definieren nur einen Kern, und der Mathematikunterricht sollte versuchen, (in einer immer inhomogener werdenden Schülerklientel auch durch innere Differenzierung) darüber hinaus zu kommen. Der Kanon kann dazu beitragen, dass Inhalte, die über den Standard hinausgehen, nicht willkürlich gewählt werden, sondern sich an einem schlüssigen Gesamtkonzept orientieren. Standards und Kanon könnten so zwei Pole bilden, zwischen denen sich Geometrieunterricht verorten kann. So gesehen ist der Kanon hochaktuell als Zielvorgabe für einen differenziert fördernden Mathematikunterricht, und es wäre wünschenswert, auch für andere Bereiche der Schulmathematik entsprechende Inhaltskataloge zu erstellen.

Aus dieser Perspektive gewinnt der Kanon auch eine große Bedeutung für die Lehrerbildung: Er kann als inhaltliche Mindestanforderungen an die Geometriebildung von Lehramtsstudenten zumindest im Lehramt für Realschulen und Gymnasien darstellen.

Wenn eine klassische Behandlung vieler Inhalte des Kanons heute auch illusorisch ist, kann man doch Anregungen für sinnvollen Einsatz der modernen Technologien bekommen. Die bereits erwähnte Kettenlinie lässt sich z. B. mit Hilfe von dynamischen Geometrieprogrammen untersuchen, indem man eine hängende Kette oder ein hängendes Seil als Hintergrundbild lädt und die Parameter der Kettenlinie mit Schiebereglern experimentell anpasst. Das ist analog zu der verbreiteten Behandlung von Pabelbrücken. Man kann so erkennen, dass hängende Ketten tatsächlich

keine Parabeln bilden und dass Brückenbögen keine Kettenlinien sind, indem man die Passung der durch diese beiden Modelle gegebenen Kurven an die Fotos bewertet. Das ist in jeder Hinsicht eine kompetenzorientierte Aufgabe. Sicher können auch viele andere Inhalte des Kanons entsprechend entmathematisiert und damit modernisiert werden.

Die Diskussion dazu kann auf der GDM-Tagung in Oldenburg einen Schritt weiter kommen, wenn beim Treffen des Arbeitskreises Geometrie (Donnerstag, 05.03.2009, 16:00 Uhr) eine Diskussion des Winter-Kanons und seiner Perspektiven stattfinden soll. Und: HEINRICH WINTER wird anwesend sein, darauf freuen wir uns besonders.

Literatur

H. WINTER: Mathematikunterricht und Allgemeinbildung. - In: Mitteilungen der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik Nr. 61, 1996 zum Download: <http://blk.mat.uni-bayreuth.de/material/db/46/muundallgemeinbildung.pdf>

Webseite des AK Geometrie: <http://www.math.uni-frankfurt.de/~oldenburg/akgeo/index.html>

MATTHIAS LUDWIG  
und REINHARD OLDENBURG  
(Sprecher des AK Geometrie  
der GDM)

MatheKoffer im Einsatz

Erfahrungsbericht aus einer fünften Klasse

Unmittelbar nach den Osterferien kam er an – der MatheKoffer. In den Ferien bereits vom Autorenteam der Arbeitskartei fortgebildet, schnappte ich mir den roten Unterkoffer »Raum und Form« und bereitete ihn für den ersten Einsatz in meiner fünften Klasse vor, die sich gerade mitten in der Geometrie befand. Körper und Figuren hatten sie in den voraus gegangenen Wochen kennen gelernt.

In sieben DIN-A-5 Klarsichttaschen packte ich die vorher laminierten Karten und die dazugehörigen Materialien:

- 1 Viele, viele Vierecke aus Dreiecken

- 2 Erkennst du die Form
- 8 Origami – Falten von regelmäßigen n-Ecken
- 9 Geometrie mit Winkelplättchen/Winkelplättchen – Figuren legen 1
- 10 Winkelplättchen – Figuren legen 2 und 3
- 20 POTZKLOTZ!  
Den Würfel leg ich um ...
- 21 Würfelnkörper

Wie zu erwarten war das Interesse der Kinder groß, als ich mit dem Koffer den Raum betrat. Schnell waren die Taschen verteilt und die Kinder ohne meine Mithilfe bei der Arbeit. Mit viel Einsatz wurden Figuren gelegt, gesteckt, beschrieben und erraten. Argumentieren und kommunizieren musste nicht angeordnet werden. Die Arbeitsaufträge boten reichlich Gelegenheit.

Nach 15 Minuten wurden die Taschen weitergereicht und nach einer weiteren Runde von 15 Minuten war die Stunde zu Ende und die erstaunte Frage »Wie – schon?« konnte ich aus vielen Mündern vernehmen. »Bringen Sie den Koffer in der nächsten Stunde wieder mit?« war die logische Anschlussfrage. Das tat ich dann auch und mit drei weiteren Runden waren wir im Prinzip durch.

Was war das Besondere?  
Ich war eigentlich überflüssig in den beiden Stunden und verbrachte meine Zeit damit, die Kinder zu beobachten.

So hatte ein Kind die Aufgabe, aus vielen Dreiecken zwei so auszuwählen, dass ein Trapez entstand. Er wählte auch aus, erhielt aber ein Parallelogramm. Mit der Bemerkung: »Das ist ein Trapez!« schob er die Figur in die Tischmitte. Sein Mitschüler, ein in der Regel sehr aktives Kind, das nur mit Mühe still sitzen kann, betrachtete die Figur ganz ruhig und sagte leise zu sich: »Das ist kein Trapez.« Er nahm sich aus dem Vorrat zwei Dreiecke, legte ein Trapez und schob es in die Tischmitte. Zu den anderen sagte er: »Das ist ein Trapez.« Die anderen am Tisch waren sofort überzeugt, als sie die beiden Figuren nebeneinander sahen. Ein Schüler gab dann auch noch die Begründung, dass es ja wichtig sei, dass zwei Seiten parallel sind und nicht alle vier.

Mir fiel es schwer, nicht gleich einzugreifen. Ich bin aber froh, dass ich es nicht getan habe, denn der Lernzuwachs war für alle sicher höher insbesondere in der Fähigkeit, sich selbst zu korrigieren.

Eine andere Gruppe spielte das Spiel »Pötz-Klotz«. Auf Karten sind Figuren abgebildet, die mit fünf Würfeln gelegt werden sollen. Zuerst wird eine Karte gezogen, die die Ausgangsfigur festlegt. Dann erhält jeder Mitspieler zwei Karten und reihum ist es die Aufgabe, durch Umlegen nur eines Würfels eine der auf den beiden Karten abgebildeten Figuren zu erzeugen. Das geht nicht immer. Dann ist der nächste an der Reihe. Meine Erfahrung aus den Fortbildungsveranstaltungen hat gezeigt, dass bei vier Mitspielern immer einer das Problem lösen kann.

Für die Fünftklässler war die Aufgabe anspruchsvoll, da zwischen der zweidimensionalen Abbildung und dem dreidimensionalen Körper gewechselt werden musste. Sehr schnell merkten die Schüler, dass es wichtig ist, von welcher Seite man die Figur betrachtet. Mitschüler am Tisch, die den besseren Blick hatten, halfen und drehten den Körper so, dass der, der an der Reihe war, seine Figur bauen konnte. Hierbei war es interessant zu beobachten, wie die Kinder mit ihren Körpern die Figuren »begriffen«, um dann die Aufgabe auf der Karte zu lösen.

Dies waren meine ersten Eindrücke vom Themenkoffer »Raum und Form«. Im Nachhinein schlage ich folgende Verbesserungen vor:

- Die Karten 9 und 10 sollten für eine Gruppe zusammengefasst werden, da die Bearbeitung einer Karte keine 15 Minuten benötigt. Allerdings haben sich die Schüler einfach selber neue Lege-Aufgaben gestellt.
- Es sollten so viele Steckwürfel da sein, dass man alle 29 Körper mit fünf Würfeln (Pentakuben) stecken kann. Die Schüler waren enttäuscht, dass das mit den vorhandenen Würfeln nicht ging.
- Wenn man die Themenkarten 9 und 10 zusammenfasst, muss noch eine Station dazukommen. Ich habe in der zweiten Stunde das Spiel »Ubonga – Wer legt am schnellsten die neuen Aufgaben?« dazu genommen, das es als so genanntes Mitbringspiel gibt. Eine Themenkarte ist dafür nicht notwendig. Ich habe der ersten Gruppe die Spielregeln erklärt. Bei der Weitergabe ist dann ein Schüler der Gruppe mit an den nächsten Tisch gegangen und hat dort die Regeln erklärt. Das hat sich gut bewährt.