

Renate MOTZER, Augsburg

## **Übungen zu den „klassischen“ Mathematik-Vorlesungen – organisiert als Expertenpuzzle**

Mathematikstudierende werden außer in Seminaren und bei mündlichen Prüfungen (die es seit der Umstellung auf Bachelor und Master immer weniger gibt) offiziell kaum dazu aufgefordert, mündlich mathematische Sachverhalte zu erklären. Gerade für künftige Lehrerinnen und Lehrer ist das eher eine ungünstige Vorbereitung auf den Beruf.

Viele Lehramtsstudierende sind weiterhin unzufrieden mit ihrem Studium. Unter anderem fühlen sie sich allgemein nicht gut auf ihren späteren Beruf vorbereitet. Ein weiterer Grund ihrer Unzufriedenheit ist die Art der Mathematik, wie sie sie an der Universität kennenlernen. Der Stoff wird ihnen meist deduktiv und abstrakt vermittelt. Die eigenständige Beschäftigung mit mathematischen Themen besteht meist in den Versuchen, die Übungsaufgaben zu den Vorlesungen zu bearbeiten. Sofern sie sich dazu in Gruppen zusammentun, reden sie zumindest untereinander über mathematische Themen. Offiziell müssen sie es nicht tun.

Etliche fühlen sich überfordert mit den Aufgaben und selbst engagierte Studierende erzählen mir immer mal wieder, sie würden ja gerne mehr Übungsaufgaben abgeben, aber sie finden häufig keinen Lösungsansatz. So gehen sie „brav“ in die Übungen, lassen sich dort die Lösungen erklären, lernen diese so gut es geht „auswendig“ und schaffen es so durchaus, die Klausuren zu bestehen. Befriedigt sind sie dadurch freilich noch lange nicht.

Ich rede hier vor allem von Studierenden, die sich auf ein Lehramt im Grund-, Haupt- oder Realschulbereich vorbereiten. Mit solchen Studierenden habe ich es hauptsächlich zu tun und an sie wendet sich auch die Vorlesung „Elementare Zahlentheorie“, die ich seit einigen Jahren jährlich an der Uni Augsburg halten darf.

Auch meine Vorlesung ist eine deduktive Veranstaltung, in der ich Frontalunterricht an der Tafel halte. Wenn möglich versuche ich Studierende einzubeziehen, aber in Vorlesungen mit über 100 Studierenden fühlen sich gewöhnlich nur wenige angesprochen, aktiv mitzuarbeiten und sich zu melden, wenn Fragen an das Auditorium gestellt werden.

Um mehr Studierende zu aktivieren, eignen sich die Übungen mit Teilnehmerzahlen von 20 – 30 wesentlich besser.

Nachdem ich mit der Unterrichtsmethode Expertenpuzzle in der Schule recht gute Erfahrungen gemacht habe (vgl. Motzer 2002), habe ich mich im letzten Jahr entschlossen, diese Methode auch auf die Übungen zur Zahlentheorie-Vorlesung anzuwenden.

Die Erläuterung der Methode für die Studierenden lautete:

In den Übungen wird mit der Unterrichtsmethode „**Expertenpuzzle**“ gearbeitet. Dadurch sollen Sie den selbstständigen Umgang mit den mathematischen Inhalten üben. D.h. Sie arbeiten immer in 4er Gruppen.

Jeder hat eine Aufgabe so gut vorbereitet, dass er sie den anderen 3 erklären kann. Er ist Experte für diese Aufgabe. Zu Beginn der Übung setzen sich all diejenigen zusammen, die für die gleiche Aufgabe Experte sind, und besprechen Besonderheiten ihrer Aufgabe (etwa 15-20 Minuten). Dies setzt voraus, dass Sie sich schon gut vorbereitet haben, dass Sie aber kleine Unklarheiten noch abklären können. Dann werden die 4er-Gruppen gebildet, in denen immer einer den anderen 3 seine Aufgabe erklärt (etwa 1 Std, d.h. jeder erklärt ca. eine Viertelstunde).

Im Anschluss gibt es noch die Möglichkeit, weitere Fragen mit den Übungsleitern zu besprechen.

Sollten Sie in der Vorbereitung Schwierigkeiten mit Ihrer Aufgabe haben, stehen Ihnen die Übungsleiter (und ich) gerne mit Rat und Tat zur Seite. Selbstverständlich sind sie auch während der Übungen zugegen und helfen, wo es nötig ist.

Die **Mitarbeit in den Übungen** ist ebenso eine Voraussetzung zur Teilnahme an der Klausur wie die Abgabe der Übungsaufgaben bzw. der Kommentare.

Die Studierenden erhielten also jede Woche ein Übungsblatt, auf dem die Aufgaben den vier Experten A-D zugeordnet waren. Manchmal gab es einzelne schwierigere Aufgaben, deren Lösung später vom Übungsleiter selbst vorgestellt wurde, aber das war eher die Ausnahme.

Die Übungsaufgaben mussten in der kommenden Woche abgegeben werden, wobei ersichtlich sein musste, dass sich jede(r) Studierende mit jeder Aufgabe beschäftigt hatte, nicht nur mit der, für die sie (er) Experte war. Nach dem Abgabetermin wurden Musterlösungen ins Netz gestellt, so dass nun jede(r) sich mit der Aufgabe, für die sie(er) Experte war, noch intensiver auseinandersetzen konnte, falls es ihr(ihm) nicht gelungen war, die Aufgabe selbst zu lösen.

In der Woche darauf bekamen die Studierenden ihre abgegebenen Lösungen vom Übungsleiter zurück. Der Übungsleiter besprach die Lösungen aber nicht, sondern jetzt setzte die oben beschriebene Arbeit der Expertengruppen und anschließend der gemischten Gruppen ein. Der Übungsleiter stand als Moderator zur Verfügung.

De facto waren die Expertenrunden häufig relativ kurz, denn die Studierenden hatten sich anhand der Musterlösung meist schon gut vorbereitet. Bei einigen wenigen beklagten die Kommilitonen, dass sie öfters nur schlecht vorbereitet waren und die Übungsleiter beim Erklären helfen mussten. Manche Gruppen sind im Lauf der Zeit jedoch eher dazu übergegangen, einfach zu viert (oder wenn mal jemand gefehlt hat nur zu zweit oder dritt) die Musterlösung miteinander durch zu besprechen und bei Unklarheiten die Übungsleiter zu befragen. Auch mit dieser Art Gruppenarbeit war ich einverstanden.

Nach anfänglichen kleineren Widerständen wegen der zusätzlichen Arbeit, die Besprechung selbst vorbereiten und durchführen zu müssen, lernten die meisten Studierenden die Methode durchaus zu schätzen. Nur in wenigen Gruppen verlief die Kommunikation nicht so gut, so dass diese Studierenden auch im Rückblick noch eine „normale“ Übung gewünscht hätten.

Was den Schwierigkeitsgrad der Aufgaben anging, waren die meisten Aufgaben für die meisten Teilnehmer machbar. Manche kannten die Aufgaben schon vom Vorjahr. Es fiel aber bei der Korrektur der Aufgaben auf, dass nicht blind abgeschrieben wurde, sondern dass die Studierenden, sofern sie schon Lösungen kannten, sich von diesen nur soweit inspirieren ließen, als sie sie auch verstanden haben. Wörtlich wurde nicht abgeschrieben und Unverstandenes schon gar nicht. Stattdessen wurde das Unverständnis mit eigenen Worten beschrieben. Die Bedingung war ja nicht, dass man so und so viele richtige Lösungen abgeben musste. Die Bedingung war, dass man sich mit allen Aufgaben beschäftigen musste.

Zusätzlich zu den Übungsaufgaben musste auch ein Kommentar zur Vorlesung abgegeben werden:

Neben der Bearbeitung dieser Übungsaufgaben sollte das Übungsblatt, das Sie abgeben, immer auch einen kleinen **persönlichen Rückblick** auf das gerade behandelte Thema enthalten.

Mögliche Fragen, auf die Sie eine Antwort geben können, sind:

Was wusste ich schon? (hier reicht ein kurzes Erwähnen)

Was habe ich bisher in anderer Form kennen gelernt?

Was war leicht nachzuvollziehen?

Was erschien mir schwer?

Was ist mir unklar geblieben?

Was von dem, was ich in der Vorlesung noch nicht verstanden habe, ist mir beim Durcharbeiten im Buch klargeworden?

Manche Studierende kommentierten neben der Vorlesung auch die Übungsaufgaben. Dadurch erhielt ich einen relativ guten Einblick darin, wie es meinem Studierenden mit dem Vorlesungsstoff und den Übungsaufgaben so erging.

Eine dieser Reflexionen lautete z.B.: „Der Vorlesung konnten wir diesmal gut folgen. Die Idee der Gruppenarbeit (Puzzle) finden wir sehr gut, da man die Aufgaben immer 2x durcharbeitet und miteinander bespricht.“

Auch wenn die allermeisten Inhalte der Zahlentheorievorlesung im späteren Berufsleben keine Rolle mehr spielen werden, haben die Studierenden für die berufliche Zukunft manches gelernt:

Über Mathematik kann man auch ganze deutsche Sätze schreiben und seine Emotionen über mathematische Inhalte und Verstehensprozesse ausdrücken.

Was man selbst verstanden hat, kann man auch anderen erklären. Auch wenn man etwas vielleicht noch nicht ganz verstanden hat, kann man schon mal anfangen, das zu erklären, was man verstanden hat und den Rest sich miteinander erarbeiten.

Nicht nur der, der vorne steht, hat die Kompetenz zu erklären. Die Lehrerrolle, die in diesem Fall der Übungsleiter einnimmt, kann auch eine andere sein, die eines Moderators und Lernbegleiters.

Nicht zu unterschätzen sind die Auswirkungen auf die Selbstwirksamkeitserwartung. Die Erfahrung, etwas selbst verstanden zu haben und anderen erklären zu können, tut jedem gut, gerade auch unseren Studierenden, die ja meist aus Freude an der Mathematik diese Fach gewählt haben und an der Universität so oft an ihre Grenzen stoßen müssen.

## **Literatur**

Motzer, Renate (2002): Expertenpuzzle im Mathematikunterricht, in: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2002*,(S.359-362) div-verlag franzbecker, Hildesheim/Berlin