

Renate MOTZER, Augsburg

„Das Wesen des Beweisen ist es, Überzeugung zu erzwingen.“ - Was denken Schülerinnen und Schüler der 8. Klasse über dieses Zitat von Fermat?

Mathematik ist eine exakte Wissenschaft. Ihre Aussagen basieren auf Beweisen. Aus Definitionen und Axiomen werden weitere Eigenschaften hergeleitet und logisch erschlossen. Beweisen ist also eine fundamentale Tätigkeit von Mathematikern. Im Mathematikunterricht allerdings steht gewöhnlich die Anwendung bestimmter (bewiesener) Regeln im Mittelpunkt. Es fragt sich, wie viel Bewusstsein Schülerinnen und Schüler von der Bedeutung des Beweisen besitzen und was sie über das Beweisen denken.

Anhand des im Titel genannten Zitates beschrieben Schülerinnen und Schüler der 8.Klasse im Schuljahr 2005/06, was sie mit Beweisen innerhalb und außerhalb der Mathematik verbinden. In einer früheren Untersuchung (vgl. Motzer 2006) konnte ein kleiner geschlechtsspezifischer Unterschied beobachtet werden: Mädchen interpretierten das Überzeugen häufiger so, dass der Sachverhalt anderen verständlich gemacht werden soll. Jungen ist es eher wichtig, dass am Ende feststand, sie haben Recht. Es sollte nun untersucht werden, ob sich diese Unterscheidung bestätigen lässt.

Der Auftrag an die Schülerinnen und Schüler lautete:

„Das Wesen des Beweisen ist es, Überzeugung zu erzwingen.“

Schreibe einen kurzen Aufsatz, in dem du zu dieser Aussage des Mathematikers Fermat Stellung nimmst.

Beziehe dich dabei vor allem auf das Beweisen in der Mathematik. Du kannst aber auch Vergleiche zu Beweisen in anderen Bereichen (z.B. im Alltag oder vor Gericht) anstellen.

Folgende Fragestellungen können Anhaltspunkte für dich sein:

Was heißt für dich „Überzeugen“?

Meinst du, dass es stimmt, was Fermat sagt? Warum könnte es stimmen? Warum nicht?

Was könnte beim Beweisen sonst noch wichtig sein?

Die Fragen waren so formuliert, dass sie nicht unbedingt beantwortet werden mussten, sondern nur als Anhaltspunkt dienten. Viele Schülerinnen und

Schüler arbeiteten direkt die Fragen nacheinander ab, viele behandelten aber auch nur einen Aspekt des Beweises oder nahmen zu anderen Gesichtspunkten des Beweises oder des Mathematikunterrichts Stellung.

Insgesamt nahmen 155 Jugendliche aus 6 Klassen teil, 36 Jungen und 26 Mädchen aus 2 gemischten Klassen und 93 Mädchen aus 4 reinen Mädchenklassen. Alle Schülerinnen und Schüler hatten sich in diesem Schuljahr schon mit geometrischen Beweisen beschäftigt, bei den meisten lag diese Beschäftigung aber schon ein paar Monate zurück.

Der Schwerpunkt der Befragung galt dem Zusammenhang von Beweisen und Überzeugen. Dieser Zusammenhang war vermutlich im Unterricht noch nicht thematisiert worden (die meisten Schulbücher tun dies zumindest nicht).

Bei den Antworten konnte zwar die in der Ausgangsthese gestellte Unterscheidung nicht eindeutig repliziert werden, aber es konnten doch einige geschlechtsspezifische Tendenzen beobachtet werden. So ist vielen Mädchen das soziale Miteinander beim Finden und Vermitteln von Beweisen wichtig und ihnen missfällt die Vorstellung von Zwang. Manchen Jungen dagegen geht es eher um den Wahrheitsaspekt.

Etliche Schülerinnen bringen Vorschläge zum Umformulieren von Fermats Zitat: „Das Wesen des Beweises ist es Überzeugung zu gewinnen“, wird von mehreren Mädchen genannt. Eine andere Schülerin schlägt vor: „Das Wesen des Beweises ist es, Überzeugung zu erlangen.“ Sie denkt dabei an den Beweisenden wie an diejenigen, denen der Beweis vorgeführt wird.

In eine andere Richtung passt der Vorschlag: „Das Wesen des Beweises ist es, auf Tatsachen aufzubauen.“

Von den 36 Jugendlichen, die sich am Wort „erzwingen“ stören, denken einige jedoch, dass es immer noch sein kann, dass jemand eine beweisende Argumentation nicht anerkennen kann oder will, vielleicht weil er sie nicht wirklich versteht. Solch ein Mensch sollte nicht gezwungen werden. Dass in solch einem Fall die Aussage Fermats nicht zutrifft, beschreibt eine andere Schülerin: „Die Aussage von Fermat könnte auch nicht stimmen, wenn man trotz eines Beweises persönlich nicht überzeugt ist.“

Weiterhin könnte es sein, dass man von etwas Falschem überzeugt werden soll. Diese Gefahr sehen 6 Jungen und 10 Mädchen. Dass einen jemand im Alltag und manchmal auch in der Mathematik von etwas Falschem überzeugen kann, was einem nur bewiesen erscheint ohne es wirklich zu sein, ist für sie immer mit zu bedenken. Als Beispiele werden hier vor allem falsche Gerichtsurteile angeführt, z.B. aufgrund sogenannter Indizienbeweise. Ein konkretes Beispiel aus der Mathematik wird nicht gegeben. Vermutlich

ist den Jugendlichen keines bekannt. Dass es so etwas aber auch in der Mathematik geben kann, formuliert eine Schülerin explizit.

Eine Schülerin beschreibt ihre Kritik an mathematischen Beweisen (deren Richtigkeit sie nicht in Frage stellt) so: „Beweise lassen dem menschlichen Geist keine Freiheit mehr. Und das ist doch schlecht, oder?“ Ihre Nachbarin ergänzt: „Sie beschränken einen darauf etwas glauben zu müssen.“ Diese Schülerinnen sehen also nicht den Vorteil von sicherem Wissen, auf dem man aufbauen kann, den 2 Jungen und ein anderes Mädchen betonen.

Eine andere Schülerin führt aus: „Meiner Meinung nach ist die ganze Mathematik auf Beweisen aufgebaut und allein dies beweist, dass die meisten Mathematiker vielleicht kluge Köpfe, ja, aber sture und ‚erzwingende‘ Köpfe sind.“ Freilich fügt sie beschwichtigend dazu: „Aber wie auch immer, zumindest in dieser Welt sind Beweise mehr als nur wichtig.“

Im Sicherheitsaspekt sieht ein Junge das eigentliche Wesen des Beweises: „Es ist das Ziel des Beweises jemanden zu überzeugen, aber ich glaube nicht, dass es ebenso das Wesen des Beweises ist. Ich finde, das Wesen des Beweises ist eine Behauptung 100% richtig und vor allem nachvollziehbar zu begründen. Man beweist ja um etwas sicher zu wissen, warum es so ist und nicht hauptsächlich um eine andere Person davon zu überzeugen.“

Dass es auch für einen selbst gut sein kann zu wissen, dass etwas stimmt, wozu man den anderen überreden will, bemerkt eine Schülerin: „Überzeugen heißt für mich, einem Menschen klar machen, dass es wirklich stimmt, so dass ich auch kein schlechtes Gewissen dabei haben muss.“

Weitere Aspekte des Beweises, die genannt werden, sind:

Beweise müssen nachvollziehbar sein (von beiden Geschlechtern gleichermaßen vertreten).

Beweise dienen dem Rechthaben (überproportional von Jungen vertreten).

Beweisen geschieht zusammen mit anderen und für andere („Wissen mit anderen teilen“) (wird vor allem von Mädchen betont).

Beweise zeigen die Richtigkeit und Unveränderlichkeit der Aussage (von einzelnen Jungen beschrieben).

Beweise haben eine Bedeutung für die Zukunft, denn sie geben ein sicheres Fundament zum Weiterarbeiten (von einem Jungen und einem Mädchen herausgestellt).

Eine Schülerin sieht den Zusammenhang zwischen Überzeugen und Beweisen andersrum: „Um zu beweisen, muss man nicht überzeugen, aber um zu überzeugen, muss man beweisen.“

Für einen Schüler hat Beweisen auch etwas mit Schönheit zu tun: „Für mich ist Beweisen nicht nur zum Überzeugen da. Es ist einfach schöner, wenn man etwas nicht einfach nur behauptet, sondern auch beweisen kann. ... Es macht Spaß andere Lösungswege zu finden.“

Ähnliche Aspekte, die zunächst nur den Beweisenden selbst betreffen, werden auch von anderen genannt. Zwei Jungen und einige Mädchen betonen, dass man erst einmal selbst von einem Beweis überzeugt sein muss. Ein Junge beschreibt den Prozess von der eigenen Vermutung zum Beweis, der ihm die Sicherheit bringt, dass seine Vermutung stimmt.

Beweise sollen dazu helfen, die eigene Freude und Lust zu übertragen. Jedenfalls liest sich Fermats Zitat für eine Schülerin so: „Es kommt so rüber, als ob Fermat versucht die Freude und Lust an Mathe zu übertragen.“ Auch 7 Schülerinnen anderer Klassen führen aus, dass Beweisen Spaß machen soll, vor allem dass das Überzeugen der anderen helfen soll, die eigene Begeisterung und den Spaß am Finden der Aussage weiterzugeben.

Insgesamt kann festgestellt werden, dass von den Schülerinnen und Schülern fast alle Aspekte des Beweisens genannt werden, die man auch in der Literatur findet (vgl. Kuntze 2006, S.153ff). Diese sollten auch im Unterricht berücksichtigt werden.

Literatur:

- Kuntze, Sebastian (2006). Themenstudienarbeit, Konzeption einer Lernumgebung für den gymnasialen Mathematikunterricht und Evaluation einer Themenstudienarbeit zum mathematischen Beweisen und Argumentieren, München
- Motzer, Renate (2006). Soziale Bezüge beim mathematischen Beweisen sehen – Verschiedene Akzente bei Mädchen und Jungen, in: Laura Martignon, Cornelia Niederdrenk-Felgner und Rose Vogel (Hrsg.), *Mathematik und Gender*, Hildesheim, Franzbecker Verlag
- Motzer, Renate (2008). „Das Wesen des Beweisens ist es, Überzeugung zu erzwingen.“ - Was denken Schülerinnen und Schüler der 8. Klasse über dieses Zitat von Fermat?, in: Laura Martignon, Cornelia Niederdrenk-Felgner und Rose Vogel (Hrsg.), *Mathematik und Gender*, Hildesheim, Franzbecker Verlag
- Motzer, Renate (2006). Soziale Bezüge beim mathematischen Beweisen – Unterschiedliche Akzente in den Arbeiten von Jungen und Mädchen in: *Beiträge zum Mathematikunterricht 2006*, Hildesheim, Franzbecker Verlag