EINE ALTERNATIVE SEMANTISCHE GRUNDLEGUNG DER EPISTEMISCHEN LOGIK

Uwe Meixner
Universität Regensburg, BRD

1. Die Semantik der epistemischen Logik wird heute im Rahmen der intensionalen Semantik, deren zentraler Begriff der Begriff der möglichen Welt ist, modelltheoretisch entwickelt. Der hier skizzierte Ansatz weicht in zweierlei Hinsicht von diesem Paradigma ab: Der Begriff der möglichen Welt wird vermieden und die objektsprachlichen Operatoren werden durch Wahrheits- und Falschheitspostulate eingeführt.

2. *Zur metasprachlichen Notation:* a, a', . . . sind Personenvariablen; t, t' . . . sind Zeitpunktvariablen; π, π' . . . sind Variablen über objektsprachliche Personenkonstanten; τ, τ' . . . sind Variablen über objektsprachliche Zeitpunktkonstanten; A, B . . . sind Variablen über objektsprachliche Sätze; W (t, A) := A ist wahr zu t; F (t, A) := A ist falsch zu t; W (a, t, A) := A ist wahr für a zu t; F (a, t, A) := A ist falsch für a zu t; b (π) := die Person, die π bezeichnet; b (τ) := der Zeitpunkt, den τ bezeichnet; imp. := impliziert; u. := und; o. := oder; gdw. := genau dann, wenn; non := nicht.

3. *Zur objektsprachlichen Notation:* ¬ zu lesen als „nicht"; ∧ zu lesen als „und"; T (τ, A) zu lesen als „Es ist zu τ der Fall, daß A"; T (π, τ, A) zu lesen als „Es ist für π zu τ der Fall, daß A"; G (π, τ, A) zu lesen als „π ist zu τ davon überzeugt, daß A"; W (π, τ, A) zu lesen als „π weiß zu τ, daß A".

4. *Die Wahrheits- und Falschheitspostulate:*

W (t, A) imp. non F (t, A) non W (t, A) imp. F (t, A)	W (a, t, A) imp. non F (a, t, A) –
W (t, ¬ A) gdw. F (t, A) [F (t, ¬ A) gdw. W (t, A)] W (t, A ∧ B) gdw. W (t, A) u. W(t, B) [F (t, A ∧ B) gdw. F (t, A) o. F (t, B)]	W (a, t, ¬ A) gdw. F (a, t, A) F (a, t, ¬ A) gdw. W (a, t, A) W (a, t, A ∧ B) gdw. W (a, t, A) u. W (a, t, B) F (a, t, A ∧ B) gdw. F (a, t, A) o. F (a, t, B)
W (t, T (τ, A)) gdw. W (b (τ), A) [F (t, T (τ, A)) gdw. F (b (τ), A)]	W (a, b (τ), T (τ, A)) gdw. W (a, b (τ), A) F(a, b (τ), T (τ, A)) gdw. F (a, b (τ), A)
W (t, T (π, τ, A)) gdw. W (b (π), b (τ), A) [F (t, T (π, τ, A)) gdw. non W (b (π), b (τ), A)]	W (b (π), b (τ), T (π, τ, A)) gdw. W (b (π), b (τ), A) F (b (π), b (τ), T (π, τ, A)) gdw. non W (b (π), b (τ), A)

Jeder Operator wird durch Postulate mit dem objektiven *und* dem subjektiven (personenbezogenen) Wahrheits- bzw. Falschheitsbegriff charakterisiert. Für den objektiven Wahrheitsbegriff gilt das Bivalenzprinzip, für den subjektiven Wahrheitsbegriff nur das Prinzip vom ausgeschlossenen Widerspruch (als Rationalitätsforderung). Die eckigen Klammern deuten an, daß der in ihnen eingeschlossene mit freien Variablen formulierte Allsatz sich bereits aus dem darüberstehenden (nach dem Bivalenzprinzip) ergibt.

5. *Logische Wahrheit*:

A ist logisch wahr := W (t, A) ist (aufgrund der Postulate informell) beweisbar

6. *Objektsprachliche Definitionen*: $A \supset B := \neg (A \wedge \neg B)$, $A \equiv B := (A \supset B) \wedge (B \supset A)$, $G(\pi, \tau, A) := T(\pi, \tau, A)$, $W(\pi, \tau, A) := G(\pi, \tau, A) \wedge T(\tau, A)$.

Wissen wird also definiert als richtige Überzeugung: meines Erachtens die schwächst mögliche Wissensdefinition. Sie ist zudem die einzige, die sich mit dem gegebenen Operatorenmaterial angeben läßt. Die seit Platon bekannte Problematik dieser Wissensdefinition, daß sie nämlich zu weit sei, soll hier ausgeklammert bleiben, zumal stärkere Fassungen des Wissensbegriffs auf Schwierigkeiten stoßen (wie Gettier, aber auch schon Platon sahen).

7. Alle objektsprachlichen Sätze der folgenden Formen z.B. sind im definierten Sinn logisch wahr:

$T(\tau, A \wedge B) \equiv T(\tau, A) \wedge T(\tau, B)$	$T(\pi, \tau, A \wedge B) \equiv T(\pi, \tau, A) \wedge T(\pi, \tau, B)$
$T(\tau, A) \supset \neg T(\tau, \neg A)$	$T(\pi, \tau, A) \supset \neg T(\pi, \tau, \neg A)$
$\neg T(\tau, \neg A) \supset T(\tau, A)$	–
$T(\tau', T(\tau, A)) \equiv T(\tau, A)$	–
$T(\tau, T(\tau, A)) \equiv T(\tau, A)$	$T(\pi, \tau, T(\pi, \tau, A)) \equiv T(\pi, \tau, A)$
$T(\tau, \neg T(\tau, A)) \equiv \neg T(\tau, A)$	$T(\pi, \tau, \neg T(\pi, \tau, A)) \equiv \neg T(\pi, \tau, A)$

Für alle aussagenlogischen Prinzipien P:

P

$T(\tau, P)$	–
$\neg T(\tau, \neg P)$	$\neg T(\pi, \tau, \neg P)$

$$T(\tau', T(\pi, \tau, A)) \equiv T(\pi, \tau, A)$$
$$T(\pi, \tau, T(\tau, A)) \equiv T(\pi, \tau, A)$$
$$T(\pi, \tau, T(\tau, A)) \equiv T(\tau, T(\pi, \tau, A))$$
$$T(\pi, \tau, T(\pi, \tau, A) \supset T(\tau, A))$$

Die ersten vier Satzformen für $T(\tau, A)$ entsprechen den Axiomenschemata T2, T1 und T5, die Rescher und Urquhart (1971) auf S. 40 für ihren Kalkül der temporalen Logik angeben.

Aus den Satzformen für $T(\pi, \tau, A)$ erhält man nach Anwendung der Definition $G(\pi, \tau, A) := T(\pi, \tau, A)$ vertraute Prinzipienschemata der doxastischen Logik (siehe z.B. F. v. Kutschera (1976), S. 90). Die resultierende doxastische Logik ist freilich schwächer als die üblicherweise angegebenen, da $G(\pi, \tau, P)$ nicht für alle a. l. Prinzipien P ein logisch wahrer Satz ist: Für kein π und kein τ sind etwa $G(\pi, \tau, \neg\neg p \supset p)$ oder $G(\pi, \tau, \neg (p \wedge \neg p))$ logisch wahr; dennoch sind aber $G(\pi, \tau, \neg\neg A) \supset G(\pi, \tau, A)$ und $G(\pi, \tau, \neg (G(\pi, \tau, A) \wedge \neg G(\pi, \tau, A)))$ logisch wahre Sätze für alle π, τ, und A.

8. Weiterhin sind alle objektsprachlichen Sätze der folgenden Formen logisch wahr:

$$G(\pi, \tau, A \supset B) \supset (G(\pi, \tau, A) \supset G(\pi, \tau, B))$$
$$W(\pi, \tau, A \supset B) \supset (W(\pi, \tau, A) \supset W(\pi, \tau, B))$$
$$W(\pi, \tau, A) \supset T(\tau, A)$$
$$W(\pi, \tau, A) \supset G(\pi, \tau, A)$$
$$W(\pi, \tau, A) \supset W(\pi, \tau, W(\pi, \tau, A))$$
$$G(\pi, \tau, A) \supset W(\pi, \tau, G(\pi, \tau, A))$$
$$\neg G(\pi, \tau, A) \supset W(\pi, \tau, \neg G(\pi, \tau, A))$$
$$G(\pi, \tau, A) \supset G(\pi, \tau, W(\pi, \tau, A))$$

(Kutschera (1976), S. 93f.)

9. Aus Zeitgründen kann hier auf die Semantik der epistemischen Prädikatenlogik mit Identität und Kennzeichnungen nicht näher eingegangen werden. Zu ihrer Entwicklung benötigt man neben der objektiven Referenzfunktion b^t (ξ) (die Entität, die ξ zu t bezeichnet) bzw. b (ξ) (wenn b^t (ξ) = $b^{t'}$ (ξ) für alle t und t′) eine subjektive Referenzfunktion b_a^t (ξ) (die Entität, die ξ für a zu t bezeichnet); außerdem ordnen nun diese Referenzfunktionen Prädikatkonstanten Mengen zu: Ist F eine einstellige PK, so ist b^t (F) die Menge der Objekte, auf die F zu t zutrifft; $b_a^t(F)_w$ die Menge der Objekte, auf die F für a zu t zutrifft; $b_a^t(F)_f$ die Menge der Objekte, auf die F für a zu t nicht zutrifft. Man postuliert $b_a^t(F)_w \cap b_a^t(F)_f = \emptyset$, aber *nicht* $b_a^t(F)_w \cup b_a^t(F)_f = U$ (U ist die Menge der Objekte). –

LITERATUR

Rescher, N., Urquhart, A., *Temporal Logic* (New York 1971).
Kutschera, F. v., *Einführung in die intensionale Semantik* (Berlin 1976).

* * *