

STUDIEN UND  
MATERIALIEN  
ZUR  
GESCHICHTE  
DER  
PHILOSOPHIE

OLMS

**Das Wahre und das Falsche**

**Studien zu Freges  
Auffassung von Wahrheit**

**Herausgegeben von  
Dirk Greimann**

# IST DIE LOGIK DIE WISSENSCHAFT VON DEN GESETZEN DES WAHRSEINS?

Uwe Meixner

## 1.

In dem 1918 veröffentlichten Aufsatz „Der Gedanke. Eine logische Untersuchung“ sagt Frege zu Beginn (S. 30): „Wie das Wort „schön“ der Ästhetik und „gut“ der Ethik, so weist „wahr“ der Logik die Richtung. Zwar haben alle Wissenschaften Wahrheit als Ziel; aber die Logik beschäftigt sich noch in ganz anderer Weise mit ihr. ... Der Logik kommt es zu, die Gesetze des Wahrseins zu erkennen.“ Frege präzisiert dies. Er unterscheidet *normative* Gesetze von *deskriptiven* Gesetzen. Die Gesetze des Wahrseins sind, wie die Naturgesetze, deskriptive Gesetze, obwohl sie natürlich als Grundlage von Vorschriften angesehen werden können, d.h. als Grundlage für normative Gesetze dienen können: für die Gesetze des *rational korrekten* Denkens. Die Gesetze des Wahrseins müssen aber gemäß Frege wiederum von den Naturgesetzen unterschieden werden; die letzteren beschreiben die invariante Form des Geschehens in der Zeit; die Gesetze des Wahrseins jedoch beschreiben ein zeitloses Sein. Immer noch im Kampf gegen den Psychologismus, betont Frege stark, dass die Logik nicht mit den *psychologischen* Gesetzen des faktischen Denkens befasst ist; die Aufgabe der Logik ist es, die Gesetze des Wahrseins zu entdecken, nicht die empirisch beschreibenden Gesetze des tatsächlich vorkommenden Überzeugtseins oder Denkens (S. 31).

Frege gelangt zu einer allgemeinen Charakterisierung dessen, worin die Gesetze des Wahrseins bestehen (S. 31): „In den Gesetzen des Wahrseins wird die Bedeutung des Wortes „wahr“ entwickelt.“ Jedoch, es scheint, dass nicht sonderlich Interessantes zu erwarten ist von einer Erforschung *solcher* Gesetze des Wahrseins, denn wenige Zeilen weiter unten erklärt Frege (S. 32), dass jeder Versuch, das Wahrsein zu definieren, scheitern muss, aufgrund von Zirkularität, da gemäß Frege der verständige Gebrauch von „wahr“ bereits vorausgesetzt werden muss, um zu entscheiden, ob die angeblich wahrheitsdefinierenden Merkmale bei einem Anwendungsfall zutreffen; denn die Frage, ob sie zutreffen, ist die Frage, *ob es wahr ist*, dass sie zutreffen. Er kommt zu dem Schluss (S. 32): „Hiernach ist es wahrscheinlich, daß der Inhalt des Wortes „wahr“ ganz einzigartig und undefinierbar ist.“

In einem viel früheren Manuskript – dem Fragment „Logik“ von 1897 – war Frege bereits zu praktisch denselben Positionen gelangt.<sup>1</sup> Dort schreibt er (S. 39): „Wahrheit ist offenbar etwas so Ursprüngliches und Einfaches, daß eine Zurückführung auf noch Einfacheres nicht möglich ist.“ Er wiederholt das Zirkularitätsargument gegen die Definierbarkeit von „wahr“, und er erklärt: „[D]ie Logik ist die Wissenschaft der allgemeinsten Gesetze des Wahrseins.“ Frege fügt entschuldigend hinzu: „Man findet vielleicht, daß man sich nichts ganz Bestimmtes dabei denken könne. Unbeholfenheit des Schriftstellers und der Sprache mögen daran Schuld sein. Aber es handelt sich auch nur darum, ungefähr das Ziel kenntlich zu machen. Was noch fehlt, muß die Durchführung ergänzen.“ Nun hat Frege viele logische Untersuchungen durchgeführt, in deren Verlauf er viele Dinge in der Logik und in ihrem Umkreis geklärt hat; aber es kann kaum gesagt werden, dass auch seine Charakterisierung der Logik als *Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins* durch diese Untersuchungen weiter geklärt worden ist, als es durch die wenigen Bemerkungen geschieht, die er explizit mit jener Charakterisierung verbunden hat. Zumindest jedoch hat uns Frege durch seine logischen Untersuchungen reichlich Beispiele geliefert für das, was seines Erachtens Gesetze des Wahrseins sind. Aber sind diese Beispiele wirklich das, was Frege meint, dass sie seien? Sind denn selbst die Axiome und Theoreme des klassischen Aussagenkalküls Gesetze des Wahrseins? Man beachte, dass wenn die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist, es nicht hinreicht, dass diese Axiome und Theoreme in irgendeinem Sinn als Gesetze des Wahrseins aufgefasst werden können. Nein, sie müssen *in erster Linie* und *wesenhaft* Gesetze des Wahrseins sein – gleichwohl dies nicht offensichtlich oder trivialerweise so zu sein braucht.

## 2.

Aber bevor wir die Beantwortung der eben gestellten Frage in Angriff nehmen, sollten wir zuerst einen Blick über die Grenzen klassischer Fregescher Logik

---

<sup>1</sup> Bereits im Vorwort zum ersten Band der *Grundgesetze der Arithmetik* (veröffentlicht 1893) behauptet Frege, dass logische Gesetze Gesetze des Wahrseins sind (siehe S. XVI). Aber dort (S. XV ff.) steht die Kritik des Psychologismus im Vordergrund (Frege setzt – was er später nicht mehr tun wird – die Logik als *normative* Disziplin gegenüber der Psychologie ab: logische Gesetze, sagt Frege, sind Gesetze „die vorschreiben, wie gedacht werden soll, oder Gesetze des Wahrseins, nicht Naturgesetze des menschlichen Fürwahrhaltens“), und die Definition der Logik als Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist nur implizit, aber nichtsdestoweniger unverkennbar impliziert. Somit finden wir in den *Grundgesetzen* diese Definition mit Freges Annahme *verbunden*, er habe fehlerfrei gezeigt (S. XXVI), „dass die Arithmetik nur weiter entwickelte Logik sei“ (S. VII) – ohne dass Frege bemerkt, dass in dieser Verbindung ein Problem liegen könnte (von der Annahme selbst ganz zu schweigen). Siehe hierzu Abschnitt 5.

hinaus werfen. Betrachten wir die Logik mit dem sehr großen Gegenstandsbereich, den sie sich heutzutage erworben hat. Die Logik in ihrer modernen Gestalt, wie sie gegenwärtig praktiziert wird, ist gewiss *nicht* die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins, noch ist ihre Beziehung zur Wahrheit in irgendeiner Weise eine besondere. Natürlich zielt, wie jede Wissenschaft, die moderne Logik Wahrheit an, nämlich, wie jede Wissenschaft, die besonderen Wahrheiten, für die sie sich interessiert. Zum Beispiel: Ist es wahr, dass die Formel  $F$  im System  $S$  beweisbar ist? Oder ist vielmehr das (kontradiktorische) Gegenteil wahr? Ist es wahr, dass das System  $S$  deduktiv äquivalent zum System  $S'$  ist, oder vielmehr das Gegenteil hiervon? Ist es wahr, dass das System  $S$  semantisch widerspruchsfrei und vollständig im Hinblick auf die Modellstrukturen in der Menge  $M$  ist, oder ist vielmehr das Gegenteil hiervon wahr? In der Tat, es gibt viele Wahrheiten, für die sich die moderne Logik interessiert, aber keine von diesen ist ein Gesetz des Wahrseins in annähernd dem Sinn, den Frege im Sinn zu haben scheint.

Zudem: die moderne Logik ist gewiss interessiert an den Axiomen und Theoremen logischer Kalküle (wie gerade gesagt wurde, wenigstens einige dieser Formeln werden von Frege als Gesetze des Wahrseins betrachtet); aber die moderne Logik ist nicht an ihnen *qua* Gesetzen des Wahrseins interessiert. Zunächst: das Wort „wahr“ kommt nicht einmal in ihnen vor. Aber dies ist kein ernster Einwand, da wir „es ist wahr, dass“ vor jedem satzmäßigen Teil jeder Formel einschieben können, ohne ihren Sinn zu verändern. Der zweite Einwand ist entscheidend: Die moderne Logik geht ziemlich genau nach der Maxime vor: „Gib mir das axiomatische System, *welches auch immer*, und ich gebe dir seine Modelle (wenn es welche gibt)“. Oder umgekehrt: „Gib mir die Modelle, *welche auch immer*, und ich gebe dir das axiomatische System für sie (wenn es eines gibt)“. Betrachten wir ein tempuslogisches Prinzip, z. B.  $Fp \supset FFp$ . Diese Formel (die die Dichte der zeitlichen Ordnung ausdrückt) ist logisch gültig im Hinblick auf eine passende Menge von Modellstrukturen. Aber sie ist nicht logisch gültig im Hinblick auf eine gewisse andere Menge von Modellstrukturen; im Hinblick auf diese andere Menge ist, im Gegenteil, die Diskretheitsformel  $Pq \wedge p \wedge \neg Fp \supset P(Fp \wedge \neg FFp)$  logisch gültig. Der moderne Logiker fühlt sich vollkommen wohl dabei, zwei alternative Systeme zu formulieren, eines, in dem  $Fp \supset FFp$  beweisbar ist, und eines, in dem es nicht beweisbar ist, wohl aber  $Pq \wedge p \wedge \neg Fp \supset P(Fp \wedge \neg FFp)$ . Somit: obwohl moderne Logiker daran interessiert sind, axiomatische Systeme zu formulieren, sind sie *qua moderne Logiker* nicht daran interessiert sicherzustellen, dass diese Systeme Gesetze des Wahrseins kodifizieren oder überhaupt *etwas Wahres*. Die Wahrheit von ihren axiomatischen Systemen – im Unterschied zur Wahrheit *über* sie – ist nicht von Bedeutung für

moderne Logiker *qua* moderne Logiker. Es genügt, wenn ein gewisses Interesse sich mit den beweisbaren Formeln verbindet – ein Interesse, das sich herleitet von einer ins Auge gefassten Anwendung, sei es künstliche Intelligenz, die Semantik der natürlichen Sprache oder gar bloß ein vertracktes Argument aus der Geschichte der Philosophie.

### 3.

Vom modernen Standpunkt aus betrachtet ist Freges Charakterisierung der Logik hoffnungslos antiquiert und klingt sonderbar philosophisch. Obwohl die Logik, neben der Psychologie, das allerletzte Küken war, das das Nest der Philosophie verließ, ist die Logik heute doch sehr unabhängig von ihrer Mutter. Moderne Logiker scheren sich wenig darum, die Gesetze des Wahrseins zu finden (oder auch nur die normativen Gesetze des korrekten Schließens). Wenn Logik nicht um ihrer selbst willen praktiziert wird (als die reine Wissenschaft gewisser formaler Systeme), dann ist sie – wie die angewandte Mathematik – eine Disziplin des abstrakten Ingenieurwesens geworden, die unterschiedslos verschiedenste spezielle Bedürfnisse bedient, darunter auch die von Philosophen. Im letzteren Fall wird sie in der Tat „philosophische Logik“ genannt; aber dies darf einen nicht blind für das Faktum machen, dass nichts intrinsisch Philosophisches an der sogenannten „philosophischen Logik“ dran ist.

Wenn wir davon ausgehen, dass Frege mit seiner Aussage, *dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist*, im Effekt das Wort „Logik“ explizieren wollte, dann muss unsere Kritik offenbar die sein, dass seine Explikation sich zu weit entfernt vom *gegenwärtig gegebenen* standardmäßigen präexplikatorischen, aber nichtsdestoweniger wohlinformierten Gebrauch des Wortes und dass sie daher nicht (mehr) adäquat ist gemäß den Standards für die Adäquatheit von Explikationen, die von Rudolf Carnap aufgestellt wurden. Aber ohne weiteres eine solche Haltung einzunehmen, wäre sicherlich unfair gegenüber Frege; denn Frege intendiert zweifelsohne, das Wort „Logik“ nur unter der einschränkenden Voraussetzung zu explizieren, dass Logik ein Zweig der Philosophie sein *muss*. Er ging davon aus, dass die Logik notwendigerweise eine philosophische Disziplin ist, ein Teil der Philosophie. Somit expliziert er, recht besehen, nicht das Wort „Logik“, sondern den Ausdruck „Logik als Teil der Philosophie“. Wenn er sagt, dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist, muss Frege heute so verstanden werden, dass er sagt, dass die Logik *als Teil der Philosophie* die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist; für ihn war das Anhängsel „als Teil der Philosophie“ einfach redundant.

*Für uns* ist es das nicht. Aber was Frege sagen wollte, könnte immer noch richtig sein. Es gibt ja gewiss immer noch einen Teil der aktuellen logischen Aktivität – ein kleiner Teil, und unglücklicherweise, scheint mir, ein immer kleiner werdender –, der zugleich ein Teil der Philosophie ist. Aus Gründen der Tradition – in der Vergangenheit war die ganze Logik ein Teil der Philosophie – wird dieser kleine Teil der Gesamtsumme aktueller logischer Aktivität ebenfalls immer noch einfach „Logik“ genannt; aber heutzutage würde es der Klarheit dienen, ihn „Logik als Teil der Philosophie“ zu nennen.

## 4.

Mithin könnte es richtig sein, dass die Logik, wenn sie als Teil der Philosophie aufgefasst wird, die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist, wie Frege meint. Aber ist dies *tatsächlich* richtig? Gewiss ist es nicht unkontrovers. Philosophisch gesinnte logische Intuitionisten vertreten die These, dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des *Beweisbarseins* oder des *gerechtfertigterweise Behauptbarseins* ist. Aus ihrer Sicht könnte die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins nur dann sein, wenn „wahr“ notwendigerweise ko-extensional mit „beweisbar“ oder mit „gerechtfertigterweise behauptbar“ wäre. Aber, im normalen Sinn des Wortes, ist „wahr“ sicherlich nicht notwendigerweise ko-extensional mit „beweisbar“ oder mit „gerechtfertigterweise behauptbar“, und es scheint mir, dass Frege und die meisten anderen Leute an diesem Aspekt des normalen Sinns des Wortes „wahr“ würden festhalten wollen. Das würden auch die meisten logischen Intuitionisten, aber sie würden hinzufügen, dass sie den Begriff der Wahrheit – wenn er von Beweisbarkeit und gerechtfertigter Behauptbarkeit unterschieden wird – als keinen sonderlich nützlichen Begriff erachten; sie würden darauf drängen, seinen Gebrauch einzustellen. Für sie können die Axiome und Theoreme ihrer eingeschränkten – daher nichtklassischen – Kalküle, z.B. der Aussagenlogik, nicht in erster Linie oder wesentlich Gesetze des Wahrseins sein, und daher kann für sie die Logik nicht die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins sein.

Es ist also keinesfalls philosophisch unumstritten, dass die Logik – selbst als Teil der Philosophie – eine solche Wissenschaft ist. Aber es wäre unfair, wiederum, dies gegen Freges Definition der Logik einzuwenden. Denn Frege expliziert das Wort „Logik“ eindeutig unter der weiteren einschränkenden Voraussetzung, dass Logik – als Teil der Philosophie – identisch ist mit der *klassischen* Logik. Wie die Einschränkung, dass Logik ein Zweig der Philosophie sein muss, war die Einschränkung, dass Logik identisch mit der klassischen Logik ist, für Frege – als Einschränkung – unerkennbar. Die Möglichkeit, dass die Logik Alternativen zur klassischen Logik anbieten könnte, fiel

ihm nicht ein, ebenso wenig wie die Möglichkeit, dass die Logik mehr sein könnte als ein Zweig der Philosophie. Wenn also Frege sagt, *dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist*, dann muss man ihn heute so verstehen, dass er sagt, *dass die klassische Logik – als ein Zweig der Philosophie – die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist*.

### 5.

Offensichtlich: Freges explikatorische These über die Natur der Logik gewinnt an Plausibilität, wenn die einschränkenden Voraussetzungen explizit gemacht werden, die Frege stillschweigend, und in der Tat unbewusst, in die Bedeutung jener These gelegt hat. Tatsächlich erscheint nun Freges These so plausibel, dass sie trivial scheint. Ist die klassische Logik nicht auf Wahrheit und Falschheit zentriert, wobei zudem diese beiden Begriffe dem Prinzip der Bivalenz gehorchen (mit anderen Worten, wobei jeder dieser beiden Begriffe die Negation des anderen ist)? Aber selbst wenn es so ist, ist das schon hinreichend, die klassische Logik, selbst innerhalb der Philosophie, zur Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins zu machen? Denn sind solche Gesetze die *primären* Erkenntnisobjekte der klassischen Logik, oder vielmehr etwas anderes? Nur wenn solche Gesetze tatsächlich die primären Erkenntnisobjekte der klassischen Logik sind, und nicht nur, sozusagen, Nebenprodukte ihrer Aktivitäten, kann die klassische Logik tatsächlich die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins sein.

An diesem Punkt sollten wir uns daran erinnern, dass Frege auch ein Philosoph der Mathematik war und daran ging, in den *Grundgesetzen der Arithmetik* das logizistische Programm der Reduktion der Arithmetik auf die Logik zu verwirklichen. Aber die primären Objekte der arithmetischen Erkenntnis sind sicherlich nicht Gesetze des Wahrseins, sondern abstrakte Strukturen: Zahlen und Systeme von Zahlen. Daher ist es aus der Sicht des Logizismus unangebracht, Gesetze des Wahrseins als die primären Objekte der logischen Erkenntnis anzusehen. Wenn der Logizismus Recht hat, dann muss die Logik – d.h. für Frege die klassische Logik, ein Zweig der Philosophie – wenigstens manchmal primär mit anderen Dingen als mit Gesetzen des Wahrseins befasst sein, nämlich mit objektbezogenen Wahrheiten über gewisse „logische Gegenstände“, wie Frege sie nennt. Diese Schwierigkeit für Freges Logikdefinition, die ausgerechnet aus den großen Hoffnungen erwächst, die Frege in die Logik setzte, verweist uns jedoch auf noch eine weitere Einschränkung für sie, von der man annehmen kann, dass Frege sie stillschweigend (aber wohl nicht mehr unbewusst) machte, wenn er in späteren Jahren von der Logik als der Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins sprach. Wenigstens in seinen späteren Jahren, nach dem Scheitern des logizistischen

Programms, mag Frege sehr wohl unter dem Wort „Logik“ *nicht mehr* mehr haben verstehen wollen als *die elementare Prädikatenlogik*, die natürlich die (wahrheitsfunktionale) Aussagenlogik mitenthält.

Diese weitere Einschränkung wird sehr nahegelegt durch den Inhalt des spätesten Texts, in dem seine Definition der Logik vorkommt: den Inhalt der *Logischen Untersuchungen*, zwischen 1918 und 1923 in drei Raten veröffentlicht (aus der ersten Rate habe ich oben im Abschnitt 1 zitiert). In den drei veröffentlichten Teilen der *Logischen Untersuchungen* ist Frege *ausschließlich* mit zentralen Aspekten der klassischen Aussagenlogik befasst. Ein vierter Teil, der klassischen Prädikatenlogik gewidmet, und der vermutlich hauptsächlich, wenn nicht gar allein, ihre elementarerer Aspekte behandelt hätte, wurde von Frege begonnen, aber nicht vollendet. Da er sich im Fragment des vierten Teils auf den dritten Teil (der den Titel trägt „Logische Untersuchungen. Dritter Teil: Das Gedankengefüge“) als bereits veröffentlicht bezieht, wurde Freges Arbeit an den *Logischen Untersuchungen* offenbar nur durch seinen Tod im Jahre 1925 abgeschnitten.<sup>2</sup>

Um Freges explikatorischer Definition der Logik die größtmögliche Chance zu geben, korrekt, oder adäquat, zu sein, können wir davon ausgehen, dass Frege *letztendlich* sagt, dass *die klassische elementare Logik – als Zweig der Philosophie* – die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins sei, wenn er einfach sagt, dass *die Logik* die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist. In der Tat, am Ende seines Lebens *könnte* er sehr wohl zu dem Schluss gelangt sein, dass selbst wenn die Arithmetik Teil einer Wissenschaft ist, die ein Zweig der Philosophie ist, diese Wissenschaft nicht im eigentlich Sinn des Wortes als „Logik“ bezeichnet werden kann.<sup>3</sup> Und Frege hätte ganz Recht gehabt, so zu denken. Jede Wissenschaft, in der die Behauptung aufgestellt wird (sei es als Axiom oder als Theorem), dass es unendlich viele Gegenstände gibt (wahrlich ein merkwürdiges Gesetz des Wahrseins!), kann nicht im eigentlichen Sinn<sup>4</sup> „Logik“ genannt werden, ganz gleichgültig, ob sich diese Be-

<sup>2</sup> Siehe die Einleitung von Günther Patzig, dem Herausgeber der verwendeten Ausgabe der *Logischen Untersuchungen*, S. 5 ff.

<sup>3</sup> In dem Fragment „Neuer Versuch der Grundlegung der Arithmetik“ von 1924/25 beginnt er mit dem Versuch einer geometrischen Grundlegung der Arithmetik. Aber er macht auch zwei frappierende Aussagen: (S. 298) „Ich habe die Meinung aufgeben müssen, daß die Arithmetik ein Zweig der Logik sei und daß demgemäß in der Arithmetik alles rein logisch bewiesen werden müsse“ und (S. 299) „Die [logische Erkenntnisquelle] ist beteiligt, wo Schlüsse gezogen werden, ist demnach fast überall beteiligt. Doch scheint es, daß durch diese allein uns keine Gegenstände gegeben werden können.“

<sup>4</sup> „im eigentlichen Sinn“, d. h. ohne den festverankerten Teil der Bedeutung des Wortes zu verfehlen.



hauptung auf einen Gegenstandsbereich bezieht, der in hierarchisch geordnete Schichten eingeteilt ist, oder auf einen, der nicht die hierarchische Struktur hat, die so befriedigend für den ordnungsliebenden Sinn moderner Proponenten des Logizismus ist.<sup>5</sup> Und daher, da die Arithmetik eine Unendlichkeit von Gegenständen erfordert, kann eine Wissenschaft, die die Arithmetik zu inkorporieren vermag, nicht im eigentlichen Sinn Logik sein. Wenn diese Wissenschaft ein Teil der Philosophie sein soll, dann muss es *die Ontologie sein*, oder mit anderen Worten: *die allgemeine Metaphysik (metaphysica generalis)*.<sup>6</sup>

## 6.

Ironischerweise kann gesagt werden, dass Freges logizistisches Programm und die hohen Erwartungen, die er an die Logik richtete, aus genau dem Grund zu nichte wurden, dass Frege den Ergebnissen der klassischen elementaren Logik (die er selbst auf den Weg gebracht hatte) nicht genügend Aufmerksamkeit schenkte, d. h. gerade diejenigen schlichten Gesetze des Wahrseins vernachlässigte, von denen er später offenbar meinte, dass sie alles sind, mit dem Logik sich befassen kann. Das folgende ist ein elementares Theoremschema der elementaren Prädikatenlogik:  $\neg \exists y \forall x (R(x,y) \equiv \neg R(x,x))$ . Russells Brief an Frege, in dem Russell seine berühmte Antinomie formulierte, wies Frege im Grunde nur darauf hin, dass er genau dieses Gesetz des Wahrseins verletzt hatte, wodurch sein System in den *Grundgesetzen der Arithmetik* logisch inkonsistent wurde. Niemals zuvor wurde ein Logiker so tragisch als Logiker dafür bestraft, durch eine metaphysische Hoffnung geblendet gewesen zu sein! Für Frege war die metaphysische Hoffnung, der er sich ganz widmete, ohne ihren metaphysischen, nichtlogischen Charakter zu erkennen, die *ontologische* Reduktion der Arithmetik auf seine *ontologische* Theorie der Funktionen und Gegenstände, insbesondere der *Wertverläufe*, gewesen. Für die Verwirklichung dieser Hoffnung warf er die Sorgfalt und Vorsicht eines Logikers weg. Ich

<sup>5</sup> Vgl. z. B. Franz von Kutschera, der in *Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten* die Zermelo-Fraenkelsche Axiomatische Mengenlehre als Logik ansieht (S. 225), da sie beweisbar äquivalent mit dem offensichtlich hierarchischen (oder „induktiven“ – vgl. S. 210 ff.) System von Dana Scott ist (S. 213 ff., S. 223 f.).

<sup>6</sup> Frege hätte zu dieser Sicht der Dinge gelangen können – ich sage nicht, dass er zu dieser Sicht der Dinge gelangte. Tatsächlich ist es ziemlich unwahrscheinlich, dass er jemals die grundsätzlich metaphysische Natur seines sogenannten Logizismus einsah. Der Grund hierfür ist die vorherrschende neukantianische, antimetaphysische Atmosphäre in Deutschland in der zweiten Hälfte des 19. Jahrhunderts: Metaphysik und Ontologie (als Lehren vom *Sein*, und nicht von der Erkenntnis) waren aus der Philosophie verbannt, und jeder Philosoph mit Selbstachtung konnte, eingetaucht in diese Atmosphäre, es sich nicht leisten, seine Position als ontologisch anzusehen und seine Praxis als Ontologie.

sehe nicht, wie sonst die Inkonsistenz seines Systems ihm so lange Zeit hätte verborgen bleiben können.

### 7.

Aber können wir Freges letztendlicher, bescheidener Behauptung zustimmen, dass die klassische elementare Logik als Teil der Philosophie (und darum *ohne* die sehr weitgehende Konzentration auf beweis- und modelltheoretische Fragestellungen, die so charakteristisch für die moderne Logik ist und die fast gänzlich das Interesse an den Inhalten selbst der logischen Systeme ersetzt hat)<sup>7</sup> die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist? Können wir zustimmen, dass Logik *so* betrachtet (ich lasse den Modifikator „als Teil der Philosophie“ von nun an implizit) diese Wissenschaft ist?

Da der Bereich der klassischen elementaren Logik gewiss zu klein ist, um *alle* Gesetze des Wahrseins zu umfassen (Gesetze des Wahrseins, die Modalitäten involvieren, sind beispielsweise außerhalb ihres Blickfeldes), müssen wir den Ausdruck „die Gesetze des Wahrseins“ durch den Ausdruck „die *grundlegendsten* Gesetze des Wahrseins“ ersetzen, wie das in der Tat durch Frege selbst nahegelegt wird: In dem Fragment „Logik“ von 1897 hatte er gesagt (siehe das Zitat im Abschnitt 1), dass die Logik die Wissenschaft der *allgemeinsten* Gesetze des Wahrseins ist. Es ist anzunehmen, dass das, was *am allgemeinsten* ist, *am grundlegendsten* ist, und umgekehrt.

Dann bleiben immer noch zwei quälende, eng verwandte Frage, denen wir in modifizierter Gestalt schon auf dem Weg zu der gegenwärtigen Position begegnet sind: (1) Sind die Erkenntnisobjekte der klassischen elementaren Logik *in erster Linie* Gesetze des Wahrseins? (2) Sind die Axiome und Theoreme eines Systems der klassischen elementaren Logik – und insbesondere die eines Systems der klassischen Aussagenlogik – *in erster Linie* Gesetze des Wahrseins? Da die Axiome und Theoreme eines (gewissen) Systems der klassischen elementaren Logik genau die primären Erkenntnisobjekte der klassischen elementaren Logik sind, reduziert sich die erste Frage auf die zweite; mit dieser Frage müssen wir uns nun befassen.

Einem Studenten der Logik, dem, im Geiste Freges, die Bedeutung der klassischen Satzoperatoren „und“, „oder“ und „nicht“ anhand von Wahrheitstafeln vermittelt worden ist und der dann bekannt gemacht wurde mit der äußerst einfachen Wahrheitswertsemantik für die klassische elementare Prädikatenlogik – eine Semantik, die ohne Grundbereich auskommt –, mag die

<sup>7</sup> Ich sage nicht, dass diese Fragestellungen ohne philosophisches Interesse sind. Im Gegenteil, einige Resultate in diesem Bereich sind von größter philosophischer Wichtigkeit *für die Erkenntnistheorie*: die Unentscheidbarkeit der Prädikatenlogik (bereits der elementaren), die Unvollständigkeit der (axiomatisierten) Arithmetik.

Antwort auf Frage (2) offensichtlich erscheinen: Ja, die Axiome und Theoreme eines Kalküls der klassischen elementaren Logik sind in erster Linie, wesenhaft und natürlicherweise Gesetze des Wahrseins, und in der Tat Gesetze des Wahrseins ohne irgendeinen ontologischen Gehalt, obwohl sie, entgegen Frege, gewiss mehr enthalten als eine bloße Entwicklung der Bedeutung des Wortes „wahr“. Jedoch, sogar in Freges eigenen Arbeiten können wir einen massiven Hinweis darauf finden, dass die Antwort „Ja“ auf die zur Debatte stehende Frage nicht notwendigerweise korrekt ist. In den „Ausführungen über Sinn und Bedeutung“ (geschrieben zwischen 1892 und 1895) lesen wir (S. 31-32):

„Die Inhaltslogiker bleiben nur zu gerne beim Sinn stehen; denn, was sie Inhalt nennen, ist, wenn nicht gar Vorstellung, so doch Sinn. Sie bedenken nicht, daß es in der Logik nicht darauf ankommt, wie Gedanken aus Gedanken hervorgehen ohne Rücksicht auf den Wahrheitswert, daß der Schritt vom Gedanken zum Wahrheitswert, daß, allgemeiner, der Schritt vom Sinne zur Bedeutung [d.h. in moderner Terminologie: zum Bezug, U.M.] getan werden muß; daß die logischen Gesetze zunächst Gesetze im Reich der Bedeutungen [d.h.: der Bezüge, U.M.] sind und sich erst mittelbar auf den Sinn beziehen.“

Frege erklärt nicht, warum die Notwendigkeit, den Übergang vom (Satz-)Sinn zum Wahrheitswert zu machen, es erfordert, dass logische Gesetze primär („zunächst“) Gesetze im Reich der Bezüge sind; selbst wenn wir mit Frege darin übereinstimmen, dass der Wahrheitswert eines Satzes sein Bezug (seine „Bedeutung“, sagt Frege) ist, gibt es keine notwendige Verbindung zwischen den beiden Positionen. Vielmehr, ein „Inhaltslogiker“ – oder mit anderen Worten: ein Vertreter des *Intensionalismus* in der Logik – kann mit Frege darin einig sein, dass der Übergang vom Gedanken zum Wahrheitswert, vom Sinn zum Bezug gemacht werden *muss*, und dennoch verneinen, dass die logischen Gesetze primär Gesetze im Reich der Bezüge sind. Für einen intensionalistischen Logiker sind logische Gesetze *primär* Gesetze im Reich des Sinns, und nur *sekundär* beziehen sie sich auf den Bezug und also auf Wahrsein.

## 8.

Es folgt, dass für einen intensionalistischen Logiker die Axiome und Theoreme eines Kalküls der klassischen elementaren Logik weder in erster Linie noch wesenhaft Gesetze des Wahrseins sind, *obwohl* ihre Anwendbarkeit im Reich des Wahrseins und des Bezugs natürlich ein höchst wichtiger Grund dafür ist, warum wir uns überhaupt für diese Axiome und Theoreme interessieren. Mithin, sie als Gesetze des Wahrseins anzusehen, ist zweifelsohne eine natürliche, aber nichtsdestoweniger *sekundäre* Sichtweise von ihnen. Wenn diese sekundäre Sichtweise zur primären gemacht wird (wie Frege das tut),

dann ist das für einen intensionalistischen Logiker damit vergleichbar, dass die Prinzipien der Physik dazu deklariert werden, in erster Linie Gesetze für das Herstellen von Raketen, Fernsehgeräten und Nuklearwaffen zu sein. Somit: Selbst wenn intensionalistische Logiker die höchst eingeschränkte frege'sche Reichweite des Wortes „Logik“ akzeptierten, sie würden gewiss verneinen, dass die Logik die Wissenschaft von den grundlegendsten Gesetzen des Wahrseins ist; diese Verneinung wäre so offensichtlich für sie, wie die Verneinung dessen, dass die Physik die Wissenschaft von den grundlegendsten Gesetzen der Technik ist, offensichtlich für Physiker ist. Für den intensionalistischen Logiker ist die Logik die Wissenschaft von den grundlegendsten Bedeutungsbeziehungen.

## 9.

Hat Frege Recht, oder „die Inhaltslogiker“? Ich werde für den einfachen Fall der klassischen Aussagenlogik vorführen, dass die Sache der Intensionalisten einiges für sich hat, und ein Stück weit die Erwartung erfüllen, die Adolf Reinach in seinem Aufsatz „Zur Theorie des negativen Urteils“ im Jahre 1911 äußerte (S. 251), dass „große Teile der traditionellen Logik sich ihrem Fundamente nach als allgemeine Sachverhaltslehre herausstellen werden“.<sup>8</sup>

Ich habe bereits erwähnt, dass es keine Erwähnung der Wahrheit in den Axiomen und Theoremen logischer Systeme gibt. Viel wichtiger ist, dass es keine Erwähnung der Wahrheit in den Semantiken für solche Systeme zu geben braucht: Die fundamentalen semantischen Begriffe der *logischen Gültigkeit* und der *logischen Folgerung* können intuitiv befriedigend definiert werden, ohne vom Begriff der Wahrheit irgendeinen Gebrauch zu machen. All dies ist unter dem Titel „algebraische Semantik“ in Logikerkreisen sehr gut bekannt. Dennoch möchte ich mich hier über den Teil der algebraischen Semantik erneut verbreiten, der die klassische Aussagenlogik angeht – um zu zeigen, dass selbst *dort* Freges Definition der Logik nicht unbestreitbar ist:

- (1) Sei  $L$  eine Sprache der Aussagenlogik, die in der üblichen Weise auf der Grundlage unendlich vieler propositionaler Variablen  $p, p', p''$ , etc. durch die Anwendung der Satzoperatoren  $\neg, \wedge, \vee$  (und Klammern als Hilfszeichen) aufgebaut ist.

---

<sup>8</sup> Da die Grundlagen der Logik zur Debatte stehen, ist es angemessen davon auszugehen, dass Reinach mit dem Terminus „Sachverhalt“ *Propositionen* im Sinn hat – dieselben Entitäten, die Frege „Gedanken“ nennt. Hinter dem Intensionalisten Reinach stehen die früheren Intensionalisten Husserl und Bolzano.

- (2) Eine *Interpretation* von  $L$  ist ein geordnetes Paar  $\langle W, V \rangle$ , das aus einer nichtleeren Menge von Welten  $W$  und einer Funktion  $V$  besteht, die jeder propositionalen Variablen von  $L$  eine Teilmenge von  $W$  zuordnet und allen anderen Formeln von  $L$  eine Teilmenge von  $W$  gemäß der folgenden Bedingung: Für alle Formeln  $\varphi$  und  $\psi$  von  $L$ :  $V(\neg\varphi) = W - V(\varphi)$ ,  $V(\varphi \wedge \psi) = V(\varphi) \cap V(\psi)$ ,  $V(\varphi \vee \psi) = V(\varphi) \cup V(\psi)$ .
- (3)  $\varphi$  ist eine  $L$ -logische Folge von  $\psi_1, \dots, \psi_n \stackrel{\text{Def}}{=} \varphi, \psi_1, \dots, \psi_n$  sind Formeln von  $L$ , und für alle Interpretationen  $\langle W, V \rangle$  von  $L$ :  $V(\psi_1) \cap \dots \cap V(\psi_n) \subseteq V(\varphi)$ .
- (4)  $\varphi$  ist  $L$ -logisch gültig  $\stackrel{\text{Def}}{=} \varphi$  ist eine  $L$ -logische Folge von  $\neg\varphi$ .

Intuitiv besagt (3), dass eine Formel  $\varphi$  von  $L$  eine logische Folge der Formeln  $\psi_1, \dots, \psi_n$  von  $L$  ist, wenn und nur wenn die Proposition, die durch  $\varphi$  ausgedrückt wird, in der Proposition, die durch die Konjunktion von  $\psi_1, \dots, \psi_n$  ausgedrückt wird, *intensional enthalten* ist, *gleichgültig* welche speziellen Propositionen auch immer durch  $\varphi$  und  $\psi_1, \dots, \psi_n$  ausgedrückt werden mögen. Somit kodiert (3) eine intensionalistische Konzeption der logischen Folge, eine Konzeption, die die „Inhaltslogiker“ zweifelsohne favorisieren würden und die zweifelsohne mindestens genauso intuitiv befriedigend ist wie die orthodoxe, extensionalistische Konzeption.<sup>9</sup> Man beachte, dass Wahrheit im Definiens von (3) nicht erwähnt wird; alles, wovon die Rede ist, sind die *propositionalen Gehalte* gewisser Formeln, und wie diese Gehalte zueinander in Beziehung stehen. Wenn (3) gegeben ist, so ist klar, dass in (4) auch die logische Gültigkeit von Formeln von  $L$  ausschließlich unter Verweis auf die propositionalen Gehalte von gewissen Formeln und die Weise, wie diese Gehalte zueinander in Beziehung stehen, definiert ist. Es besteht keinerlei Bedarf für den Wahrheitsbegriff. Nichtsdestoweniger, genau dieselben Formeln und Schlüsse von  $L$  stellen sich als logisch gültig heraus, die auch gemäß der orthodoxen, extensionalistischen Semantik von  $L$  logisch gültig sind, und diese Formeln, axiomatisiert durch den einen oder anderen adäquaten Kalkül, sind exakt diejenigen, die den Kanon der klassischen Aussagenlogik bilden. Somit haben wir einen klaren Beweis, dass die Gesetze in diesem Kanon keine untrennbar Beziehung zur Wahrheit besitzen. Sie sind nicht wesenhaft Gesetze

<sup>9</sup> Vgl. die folgende bemerkenswerte Passage aus Reinachs „Zur Theorie des negativen Urteils“ (S. 222): „Alles, was uns in der Wissenschaft oder im täglichen Leben als Begründungszusammenhang entgegentritt, ist ein Zusammenhang von Sachverhalten. Das gilt auch für die Zusammenhänge, welche man unter dem Namen der *Schlußgesetze* zusammenzufassen pflegt: sie sind, richtig aufgefaßt, nichts anderes als allgemeine gesetzmäßige Beziehungen von Sachverhalten. Die fundamentalen Folgen, welche aus dieser Einsicht für den Aufbau der Logik erwachsen, liegen auf der Hand.“

des Wahrseins, und, im Blick auf die intuitive Adäquatheit der Definitionen (3) and (4), ist es mehr als zweifelhaft, ob sie wenigstens in erster Linie oder natürlicherweise Gesetze des Wahrseins sind.

#### 10.

Man könnte einwenden, dass die intensionalistische Konzeption der Aussagenlogik ontologisch kostenintensiv ist: Selbst wenn Intensionalisten, die Aussagenlogik treiben wollen, es gut vermeiden können, eine Pluralität von möglichen Welten anzunehmen (um grobkörnige Propositionen einfach als Mengen von Welten aufzufassen), so können sie es doch gewiss nicht vermeiden, Propositionen in irgendeinem Sinn, zusammen mit einer passenden propositionalen Algebra, als zusätzliche Entitäten anzunehmen. Hierzu kann ich nur sagen: Na und? Was ist an Propositionen schlecht? Und natürlich ist der ontologische Sparsamkeitseinwand bzgl. Propositionen kein Einwand, den Frege vorgebracht hätte oder hätte vorbringen können. Er war kein ontologischer Geizhals. Ontologischer Geiz war keines seiner Laster, und, wie wir wissen, umfasst seine Ontologie, was er *Gedanken* nannte – Entitäten, die trotz des Wortes, das Frege gebrauchte, um sie zu bezeichnen, nichts mit Subjektivität zu tun haben, sondern das sind, was wir *feinkörnige Propositionen* nennen würden.

Es ist in der Tat schwer zu sehen, was Frege einem modernen intensionalistischen Logiker antworten könnte, der in der oben beschriebenen Weise Freges Behauptung, dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist, bestreitet. Vermutlich würde er darauf bestehen, dass der Übergang vom Sinn zum Bezug, vom Gedanken zum Wahrheitswert gemacht werden *muss*. Aber moderne intensionalistische Logiker – was auch immer ihre Vorfahren taten, die gemäß Frege nur zu gerne beim Sinn stehen blieben<sup>10</sup> – wären ganz und gar bereit, Freges Forderung zu entsprechen und Wahrheit ins Spiel zu bringen – obwohl nicht ganz in der Weise, wie Frege sich das vorstellte.

<sup>10</sup> Adolf Reinach, zumindest, ist eine bemerkenswerte Ausnahme zu Freges Unterstellung. Kurz bevor er (zum zweiten Mal: vgl. Abschnitt 9, Fußnote 9) große Teile der traditionellen Logik als gegründet auf die allgemeine Sachverhaltslehre schaut, sagt er („Zur Theorie des negativen Urteils“, S. 251): „Ein Satz ist wahr, wenn der zugehörige Sachverhalt besteht. Und zwei kontradiktorische Sätze können nicht beide wahr sein, weil zwei kontradiktorische Sachverhalte nicht beide bestehen können. So führt auch hier das Satzgesetz auf ein Sachverhaltsgesetz zurück.“ (Und er schließt an: „Zugleich haben wir hier ein Beispiel dafür, in welchem Sinne wir oben gemeint haben, daß große Teile der traditionellen Logik sich ihrem Fundamente nach als allgemeine Sachverhaltslehre herausstellen werden.“)

Die obige Semantik der klassischen Aussagenlogik kann dazu gebracht werden, Gesetze des Wahrseins zu liefern, und in der Tat nicht bloß in dem trivialen Sinn, dass jeder satzmäßige Teil eines Prinzips der klassischen Aussagenlogik, ohne seinen Sinn zu verändern, mit dem Präfix „es ist wahr, dass“ versehen werden kann (oder mit einem Symbol, das die Bedeutung dieses Präfixes hat). Zu dem genannten Zweck redefinieren wir, was eine Interpretation der Sprache  $L$  ist, wie folgt:

- (2\*) Eine *Interpretation* von  $L$  ist ein geordnetes Tripel  $\langle W, \omega, V \rangle$ , das aus einer nichtleeren Menge von Welten  $W$  besteht, einer Teilmenge  $\omega$  von  $W$  und einer Funktion  $V$ , die jeder propositionalen Variablen von  $L$  eine Teilmenge von  $W$  zuordnet und allen anderen Formeln von  $L$  eine Teilmenge von  $W$  gemäß der folgenden Bedingung: Für alle Formeln  $\varphi$  und  $\psi$  von  $L$ :  $V(\neg\varphi) = W - V(\varphi)$ ,  $V(\varphi \wedge \psi) = V(\varphi) \cap V(\psi)$ ,  $V(\varphi \vee \psi) = V(\varphi) \cup V(\psi)$ .<sup>11</sup>

Wir können dann den Begriff der *Wahrheit in einer Interpretation* für die Formeln  $\varphi$  von  $L$  wie folgt definieren:

- (5)  $\varphi$  ist wahr in  $\langle W, \omega, V \rangle =_{\text{Def}} \langle W, \omega, V \rangle$  ist eine Interpretation von  $L$ , und  $\omega \subseteq V(\varphi)$ .

Die intuitive Bedeutung dieser Definition ist die folgende: Eine Formel  $\varphi$  von  $L$  ist wahr (in einer Interpretation  $\langle W, \omega, V \rangle$  von  $L$ ), wenn und nur wenn die Proposition, die  $\varphi$  (in dieser Interpretation) ausdrückt, intensional enthalten ist in derjenigen Proposition, die der Schnitt (oder die *intensionale Summe*: Konjunktion) aller (bei dieser Interpretation) bestehenden Propositionen ist. Wenn wir auf der Basis von (5) und (2\*) die klassischen Wahrheitsbedingungen für die wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren herleiten wollen, und in der Tat alle *metalinguistischen* Gesetze des Wahrseins, die man normalerweise für sie annehmen würde (*diese* metalinguistischen Gesetze, und nicht gewisse objektsprachliche Formeln, verdienen wirklich die Bezeichnung „[logische] Gesetze des Wahrseins“!), dann müssen wir eine zusätzliche Bedingung für  $\omega$  zu (2\*) hinzufügen:  $\omega$  ist eine *Einermenge* (mit anderen Worten:  $\omega$  enthält exakt eine mögliche Welt aus  $W$ , und nichts sonst). Wenn wir zulassen, dass  $\omega$  leer ist, dann können wir nicht beweisen: *Für alle Interpretationen  $\langle W, \omega, V \rangle$  von  $L$  und Formeln  $\varphi$  von  $L$ :  $\varphi$  oder  $\neg\varphi$  ist nicht wahr in  $\langle W, \omega, V \rangle$ .* Und wenn wir zulassen, dass  $\omega$  mehr als ein Element hat, dann können wir,

<sup>11</sup> Weitere Bedingungen können für *modale Erweiterungen* von  $L$  hinzugefügt werden:  $V(\Box\varphi) = W$ , wenn  $V(\varphi) = W$ , und  $V(\Box\varphi) = \emptyset$ , wenn  $V(\varphi) \neq W$ ;  $V(\Box^*\varphi) = W$ , wenn  $\omega \subseteq V(\varphi)$ , und  $V(\Box^*\varphi) = \emptyset$ , wenn nicht  $\omega \subseteq V(\varphi)$ .

z.B.,<sup>12</sup> nicht beweisen: *Für alle Interpretationen  $\langle W, \omega, V \rangle$  von  $L$  und Formeln  $\phi$  von  $L$ :  $\phi$  oder  $\neg\phi$  ist wahr in  $\langle W, \omega, V \rangle$ .* Aber bereits wenn wir (2\*) einfach so nehmen, wie es ist, ohne irgendeine zusätzliche Bedingung für  $\omega$ , dann können wir *für alle und nur* die Prinzipien  $\pi$  der klassischen Aussagenlogik (so wie sie in  $L$  formulierbar sind und so wie sie in einem passenden axiomatischen System kodifiziert sind) beweisen:  *$\pi$  ist wahr in jeder Interpretation  $\langle W, \omega, V \rangle$  von  $L$ .*

## 11.

Das Ergebnis dieser Überlegungen ist, dass Frege den modernen „Inhaltslogikern“ nicht vorwerfen könnte, die Wichtigkeit der Wahrheit für die Logik zu ignorieren. Nichtsdestoweniger sind Gesetze des Wahrseins, wie die oben präsentierten, für den intensionalistischen Logiker nichts weiter als höchst willkommene Nebenresultate der Logik, die nichtsdestotrotz in erster Linie mit Gesetzen für Bedeutungsbeziehungen befasst ist.

Ob Freges Sicht der Logik vorzuziehen ist oder die der Intensionalisten, hängt an diesem Punkt entscheidend von der Frage ab, ob der zentrale Begriff der Intensionalisten, das *intensionale Enthaltensein* einer Proposition in einer anderen, verstanden werden kann, ohne auch nur stillschweigend den Begriff der Wahrheit vorauszusetzen. Nun, die Proposition, *dass der Apfel farbig ist*, enthält intensional die Proposition, *dass der Apfel ausgedehnt ist*.<sup>13</sup> Bedarf dies irgendeiner Erläuterung mithilfe des Begriffs der Wahrheit? Zum Beispiel der folgenden Erläuterung: der Satz „der Apfel ist farbig“ kann nicht wahr sein, ohne dass der Satz „der Apfel ist ausgedehnt“ wahr ist? Oder der folgenden alternativen Erläuterung: es kann nicht wahr sein, dass der Apfel farbig ist, ohne dass es wahr ist, dass der Apfel ausgedehnt ist? Es scheint mir, Intensionalisten wären innerhalb ihres Rechts, wenn sie behaupteten, der Begriff des intensionalen Enthaltenseins sei ein Grundbegriff und hinreichend klar, und wenn sie hinzufügten: der Satz „der Apfel ist farbig“ kann nicht wahr sein, ohne dass der Satz „der Apfel ist ausgedehnt“ wahr ist, *weil* die Proposition, dass der Apfel farbig ist, die Proposition, dass der Apfel ausgedehnt ist, intensional enthält, und die Erklärungsrichtung ist *nicht* umgekehrt, wie grundlos von den Extensionalisten angenommen wird.

<sup>12</sup> Hier ein weiteres Gesetz des Wahrseins, das nicht beweisbar ist, wenn  $\omega$  mehr als ein Element hat: *Für alle Interpretationen  $\langle W, \omega, V \rangle$  von  $L$  und Formeln  $\phi$  und  $\psi$  von  $L$ : wenn  $\phi \vee \psi$  in  $\langle W, \omega, V \rangle$  wahr ist, dann ist  $\phi$  oder  $\psi$  wahr in  $\langle W, \omega, V \rangle$ .*

<sup>13</sup> Beide Propositionen mögen denselben Apfel angehen und denselben Zeitpunkt.



## 12.

Da Frege den Begriff der Proposition verwandte (unter dem Namen „Gedanke“) und an die Existenz von Propositionen glaubte, hätte Frege möglicherweise – gegeben sogar die überragende Wichtigkeit, die er in der Logik Wahrheit zuwies – mit dem logischen Intensionalismus versöhnt werden können, wenn er nur einen gangbaren Weg hätte sehen können, Wahrheit in einem intensionalistischen Rahmen zu definieren.<sup>14</sup> Aber es gelang ihm niemals, *irgend-einen* Weg zu einer Wahrheitsdefinition zu sehen, es gelang ihm sogar niemals, Wahrheit als analysierbare Eigenschaft zu sehen. Frege hatte wirklich keinen sehr klaren Begriff von Wahrheit, und daher auch keinen solchen von Gesetzen des Wahrseins.

Der Grund hierfür ist, dass Frege niemals klar zwei grundlegende und grundlegend verschiedene objektsprachliche Verwendungsweisen des Wortes „wahr“ unterschied (*jedoch* unterschied er sie von der *metalinguistischen* Verwendungsweise, in der „wahr“ als Prädikat von Sätzen gebraucht wird, erachtete aber diese Verwendungsweise als *sekundär* und widmete ihr keine größere Aufmerksamkeit<sup>15</sup>): der *ontologische* Gebrauch, in dem „wahr“ als Prädikat von Propositionen verwendet wird, und derjenige Gebrauch, in dem „wahr“ nur als semantisch redundanter monadischer Satzoperator fungiert (aber verwendet wird, um einer Behauptung mehr Nachdruck zu verleihen). Man betrachte die folgende Passage aus „Der Gedanke“ (S. 34):

„Beachtenswert ist es auch, daß der Satz „ich rieche Veilchenduft“ doch wohl denselben Inhalt hat wie der Satz „es ist wahr, daß ich Veilchenduft rieche“. So scheint denn dem Gedanken [der Proposition, U.M.] dadurch nichts hinzugefügt zu werden, daß ich ihm die Eigenschaft der Wahrheit beilege. Und doch! ist es nicht ein großer Erfolg, wenn nach langem Schwanken und mühsamen Untersuchungen der Forscher schließlich sagen kann „was ich vermutet habe, ist wahr“? Die Bedeutung des Wortes „wahr“ scheint ganz einzigartig zu sein. Sollten wir es hier mit etwas zu tun haben, was in dem sonst üblichen Sinne gar nicht Eigenschaft genannt werden kann? Trotz diesem Zweifel will ich mich zunächst

<sup>14</sup> In der Tat gibt es unverkennbare intensionalistische Tendenzen in Freges letztem veröffentlichten Werk *Logische Untersuchungen*, insbesondere in dessen dritter Rate „Gedankengefüge“, wo die Satzoperatoren „und“ und „nicht“ eindeutig als Ausdrücke für *propositionale* Funktionen aufgefasst werden (d. h. als Ausdrücke für Funktionen, die Propositionen – *Gedanken* – aus Propositionen erzeugen) – vgl. S. 72 f. – und *das Wahre und das Falsche als logische Gegenstände* nur eine geringfügige Rolle spielen. Offenbar ist Freges letztendliche Bewegung in Richtung des Intensionalismus verbunden mit seiner Aufgabe des logizistischen Programms (oder allgemeiner gesagt: mit seiner Aufgabe des Glaubens an *logische Gegenstände*; vgl. Fußnote 3).

<sup>15</sup> Siehe „Der Gedanke“, S. 33: „Und wenn wir einen Satz wahr nennen, meinen wir eigentlich seinen Sinn.“

noch dem Sprachgebrauche folgend so ausdrücken, als ob die Wahrheit eine Eigenschaft wäre, bis etwas Zutreffenderes gefunden sein wird.“

Hier erkennt Frege nicht, dass es einen fundamentalen Unterschied macht, ob der Satz „es ist wahr, dass ich Veilchenduft rieche“ wie folgt zerlegt wird: (1) „Es ist wahr, dass“ + „ich rieche Veilchenduft“, oder wie folgt: (2) „Es ist wahr,“ + „dass ich Veilchenduft rieche“. Gemäß der ersten Zerlegung wird, in der Tat, nichts der (kognitiven) Bedeutung von „ich rieche Veilchenduft“ hinzugefügt (es erfolgt nur eine Wortumstellung, die durch die Voranstellung von „Es ist wahr, dass“ erforderlich ist), und die erste Zerlegung zeigt auch nicht an, dass einem Gedanken eine Eigenschaft zugeschrieben wird. Gemäß der zweiten Zerlegung jedoch wird ganz offensichtlich etwas der Bedeutung von „dass ich Veilchenduft rieche“ hinzugefügt – schließlich ist der Satz „Es ist wahr, dass ich Veilchenduft rieche“ nicht gleichbedeutend mit dem Nebensatz „dass ich Veilchenduft rieche“; und in der Tat, die zweite Zerlegung, die eine *Subjekt-Prädikat-Zerlegung* ist, zeigt auch an, dass einem Gedanken eine Eigenschaft zugeschrieben wird: die Eigenschaft, wahr zu sein, wird dem Gedanken zugeschrieben, *dass ich Veilchenduft rieche*.<sup>16</sup> Frege konnte dies nicht sehen, weil er fortgesetzt die zweite Zerlegung mit der ersten verwechselte. In einer Passage, die parallel zu der oben zitierten ist, in dem viel früheren Artikel „Über Sinn und Bedeutung“ (1892), insistiert er bereits darauf (S. 49), „daß das Verhältnis des Gedankens zum Wahren doch mit dem des Subjekts zum Prädikat nicht verglichen werden darf“. Er hatte keinen guten Grund, diesen Standpunkt zu vertreten.

### 13.

Alle drei üblichen Gebrauchsweisen des Wortes „wahr“ – die redundante, die ontologische und die metalinguistische – können für große Fragmente der natürlichen Sprache leicht definiert werden:

---

<sup>16</sup> Somit ist der Satz „es ist wahr, dass ich Veilchenduft rieche“ tatsächlich doppeldeutig: *er hat zwei verschiedene Bedeutungen*, entsprechend den zwei verschiedenen Weisen, in denen er zerlegt werden kann. Jedoch „Es ist wahr, dass <ich Veilchenduft rieche>“ muss wahr sein, wenn „Es ist wahr <dass ich Veilchenduft rieche>“ wahr ist, und umgekehrt. (Man beachte aber, dass ein ontologischer Skeptiker bzgl. der Existenz von Propositionen das „und umgekehrt“ bezweifeln könnte!) Daher stehen die beiden angegebenen desambiguierten (artifiziel- len) Sätze, die aus „Es ist wahr, dass ich Veilchenduft rieche“ resultieren, im selben semantischen Verhältnis zueinander wie „*d* ist ein gleichseitiges Dreieck“ und „*d* ist ein gleichwinkliges Dreieck“: auch diese beiden Sätze haben verschiedene Bedeutungen, aber keiner von beiden kann wahr sein, ohne dass der andere wahr ist.

Für „A“ seien Sätze substituierbar, für „p“ Namen von Propositionen, für „s“ Namen von Sätzen:

Es ist wahr, dass  $A =_{\text{Def}} A$ .

Es ist wahr ( $p$ )<sup>17</sup> =<sub>Def</sub>  $p$  ist eine Tatsache ( $p$  ist der Fall).<sup>18</sup>

(„dass A“ – da ein Name für eine Proposition – ist für „p“ substituierbar!)

$s$  ist wahr =<sub>Def</sub> die durch  $s$  ausgedrückte Proposition ist eine Tatsache.

Frege hätte vermutlich das eingewandt, was oben erwähnt wurde (in Abschnitt 1): dass wir bereits den Wahrheitsbegriff voraussetzen müssen, um das Definiens irgendeiner Definition der Wahrheit in irgendeinem gegebenen Fall anzuwenden. Aber das ist kein guter Einwand. Denn anstatt uns in einem beliebigen gegebenen Fall zu fragen, *ob es wahr ist, dass das Definiens zutrifft*, können wir uns einfach fragen, *ob es zutrifft*. Oder Frege hätte möglicherweise einwenden können, dass die obigen Definitionen bloße Synonyme für „wahr“ anbieten. Aber dies kann kaum der Fall sein, da sie den Begriff der Wahrheit klarer machen, als er zuvor war, und gewiss klarer, als er Frege war.

Für ihn, merkwürdigerweise, waren Gesetze des Wahrseins Gesetze, die einen bestimmten *Gegenstand* betreffen, *das Wahre*, der eine *gesättigte* Entität ist und deshalb keine Eigenschaft sein kann.<sup>19</sup> Es ist nicht fehl am Platz, zu sehen, wie Freges ziemlich unnatürliche, aber technisch nützliche Vorstellung von gegenständlichen Wahrheitswerten, von Wahrheit und Falschheit *als Gegenständen*, in einen intensionalistischen Rahmen eingefügt werden kann: Wenn wir einen Rahmen mit grobindividuierten Propositionen verwenden, dann können wir ganz natürlicherweise *das Wahre* mit der tautologischen Proposition, und *das Falsche* mit der kontradiktorischen Proposition identifizieren (Propositionen, da gesättigte Entitäten, sind ja schließlich Gegenstände in Freges Sinn).

#### 14.

Freges Hauptmotiv für seine Behauptung, dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins sei, war seine Gegnerschaft zum Psychologismus. Das ist ziemlich klar aus den Kontexten ersichtlich, in denen seine Behauptung auftritt. Aber nachdem der Psychologismus lange besiegt ist, was

<sup>17</sup> D. h.: „Dies ist wahr:  $p$ “, oder idiomatischer: „ $p$  ist wahr“.

<sup>18</sup> Nicht alle Propositionen sind Tatsachen. Zum Beispiel, dass München die Hauptstadt von Deutschland im Jahre 2002 ist, ist keine Tatsache (was viel besser ist als zu sagen, dass sie eine *nichtexistierende Tatsache* ist, wie man es in Nachahmung der angelsächsischen Rede von „nonexistent facts“ gelegentlich hört), und daher laut Definition: Es ist nicht wahr, dass München die Hauptstadt von Deutschland im Jahre 2002 ist.

<sup>19</sup> Siehe „Über Sinn und Bedeutung“, S. 48 f.

können wir heute mit Freges Diktum anfangen, dass die Logik die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins ist? Selbst wenn Freges Definition der Logik gewiss nicht als eine allgemein akzeptierbare Charakterisierung der Logik, ihres Gegenstandsbereichs und ihrer Ziele dienen kann, auch nicht in ihren elementarerem und traditionelleren Teilen, so kann sie doch sicherlich unsere Aufmerksamkeit auf die Tatsache lenken, dass wir an der Logik in hohem Maße deshalb interessiert sind, weil ihre Anwendung in wahrheitsorientierten Untersuchungen uns von Wahrheiten zu weiteren Wahrheiten führt. Dies, gewiss, ist der Grund, warum Geld für Logik ausgegeben werden sollte. Zudem kann das, was nicht als Charakterisierung der Logik als ganze taugt, nichtsdestotrotz als Überschrift oder Motto einer einseitigen Bewegung oder eines interessanten Forschungsprogramms *innerhalb* der Logik dienen. Wahrheitswertsemantik und andere Richtungen des ontologischen Minimalismus<sup>20</sup> könnten sehr wohl den folgenden Schlachtruf gegen eher ontologisch ausgerichtete Bestrebungen in der Logik verwenden: *Die Logik ist die Wissenschaft von den Gesetzen des Wahrseins*, und von nichts sonst – oder wenn sie es nicht ist, dann lasst uns jedenfalls sehen, bis zu welchem Punkt sie in ontologisch neutraler Weise abgehandelt werden kann.

## LITERATUR

- Frege, G.: *Grundgesetze der Arithmetik*, 2 Bände in einem, Nachdruck der Jenaer 1893/1903 Ausgabe, Hildesheim, Olms, 1966.
- Frege, G.: „Ausführungen über Sinn und Bedeutung“, in *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie aus dem Nachlaß*, hg. von G. Gabriel, Hamburg, Meiner, 1971, S. 25-34.
- Frege, G.: „Der Gedanke. Eine logische Untersuchung“, in: ders., *Logische Untersuchungen*, hg. von G. Patzig, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, <sup>2</sup>1976, S. 30-53.
- Frege, G.: „Logische Untersuchungen. Dritter Teil: Das Gedankengefüge“, in: ders., *Logische Untersuchungen*, hg. von G. Patzig, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, <sup>2</sup>1976, S. 72-91.
- Frege, G.: „Logik“, in: ders., *Schriften zur Logik und Sprachphilosophie aus dem Nachlaß*, hg. von G. Gabriel, Hamburg, Meiner, 1971, S. 35-73.
- Frege, G.: „Neuer Versuch der Grundlegung der Arithmetik“, in: ders., *Nachgelassene Schriften*, hg. von H. Hermes et al., Hamburg, Meiner, <sup>2</sup>1983, S. 298-302.
- Frege, G.: „Über Sinn und Bedeutung“, in: ders., *Funktion, Begriff, Bedeutung*, hg. von G. Patzig, Göttingen, Vandenhoeck & Ruprecht, <sup>4</sup>1975, S. 40-65.
- Kutschera, F. von: *Der Satz vom ausgeschlossenen Dritten*, Berlin, De Gruyter, 1985.

<sup>20</sup> Siehe meinen Aufsatz „Ontologically Minimal Logical Semantics“. Was die Wahrheitswertsemantik angeht, siehe Hughes Leblanc, „Alternatives to Standard First-Order Semantics“, S. 189-274, insbesondere S. 191.

- Leblanc, H.: „Alternatives to Standard First-Order Semantics“, in *Handbook of Philosophical Logic*, Bd. I, hg. von D. Gabbay und F. Guentner, Dordrecht, Reidel, 1983, S. 189-274.
- Meixner, U.: „Ontologically Minimal Logical Semantics“, *Notre Dame Journal of Formal Logic* 36, 1995, S. 279-298.
- Reinach, A.: „Zur Theorie des negativen Urteils“, in *Münchener Philosophische Abhandlungen*, hg. von A. Pfänder, Leipzig, Barth, 1911, S. 196-254.