

# Grundvorstellungen zur Analysis – Dualität von Didaktik und Empirik

Ruth Dietl und Reinhard Oldenburg

## 1. Theoretischer Hintergrund

### Grundvorstellungen

„Eine Grundvorstellung zu einem mathematischen Begriff ist eine inhaltliche Deutung des Begriffs, die diesem Sinn gibt.“ (Greefrath et al. 2016)

### Die vier Grundvorstellungen zur Ableitung

- Tangentensteigung (TS): Die Ableitung gibt die Steigung der Tangentengeraden an
- Änderungsrate (ÄR): Die Ableitung gibt die Änderung der abhängigen Größe ( $\Delta y$ ) im Verhältnis zur Änderung der unabhängigen Größe ( $\Delta x$ ) an:  $\frac{\Delta y}{\Delta x}$
- Verstärkungsfaktor (VF): Die Ableitung gibt an, um wieviel sich die Abhängige ändert, wenn sich die Unabhängige ändert:  $\Delta y \approx f'(x) \cdot \Delta x$
- Lokale Linearität (LL): Wenn man wie mit einem Mikroskop an eine Stelle des Funktionsgraphen heranzoomt, erscheint sie geradlinig und die Steigung ist die Ableitung.

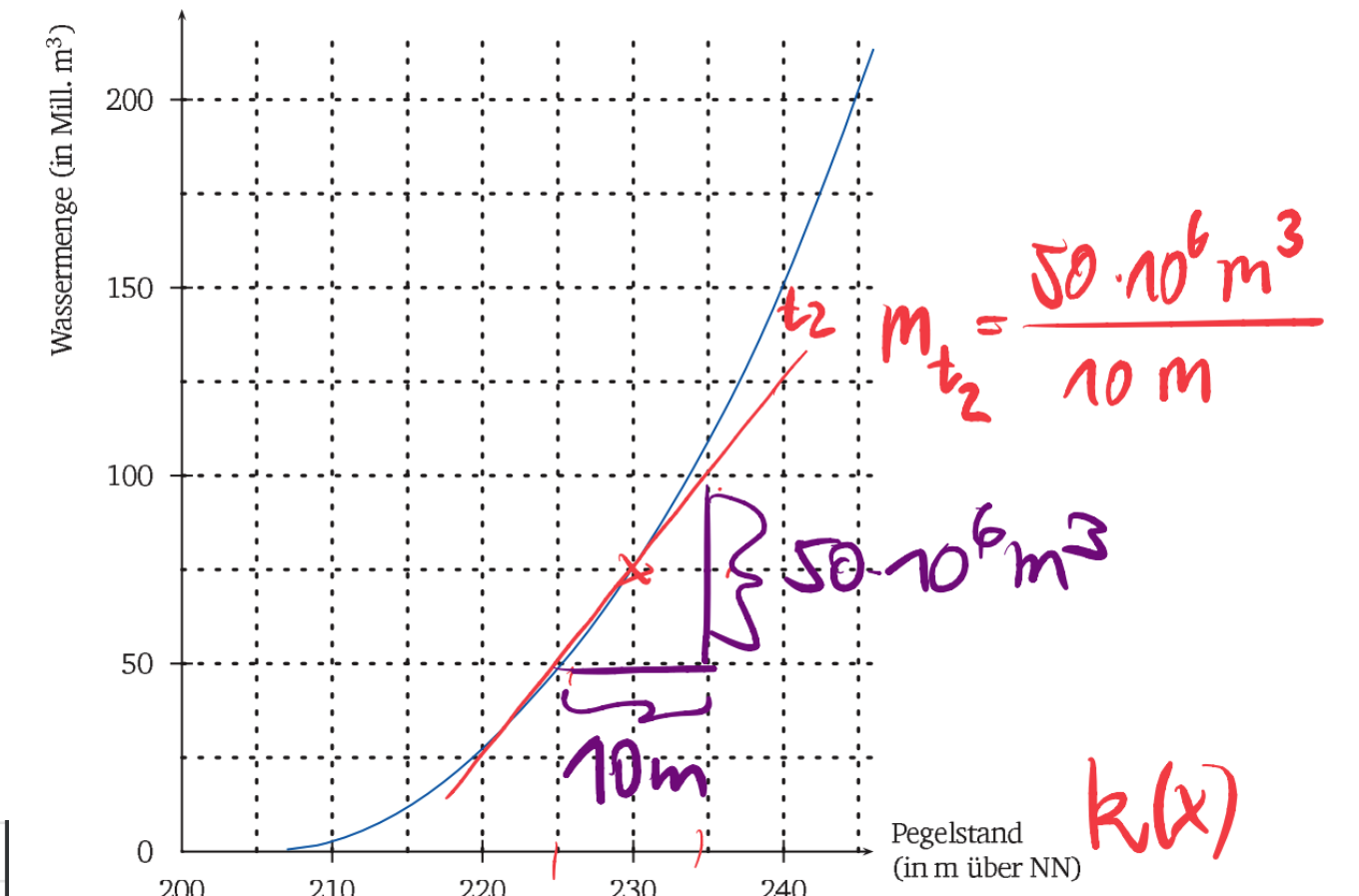
### Kontroverse

Es ist umstritten, ob Grundvorstellungen ein sinnvolles Konzept sind.

## 2. Umsetzung im Seminar: Ederseeaufgabe



Bildquelle: [https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Edersee\\_Staumauer\\_02.jpg](https://commons.wikimedia.org/wiki/File:Edersee_Staumauer_02.jpg)



Handwritten notes on a grid background:

- Tangentensteigung  $\hat{=}$  Ableitung der Funktion in  $x_0$  ( $x_0 = 230$ )  $\hat{=}$  momentane Änderungsrate in  $x_0$
- damit haben wir gearbeitet
- NAS wählten hier
- Grundvorstellungen zur Ableitung, die zur Lösung der Aufgabe aktiviert werden müssen

### Bewährte Aufgabe

Aus der zeitlichen Entwicklung der Wassermenge soll auf den Abfluss geschlossen werden. Aufgabenquelle: Th. Bauer (2013): Analysis-Arbeitsbuch, Springer.

## 3. Methode und Stichprobe

### Seminar Analysis-Ergänzung für das gymnasiale Lehramt

- Genetisches und forschendes Lernen
- Diskussion zentraler Grund- und Fehlvorstellungen zu wichtigen/grundlegenden mathematischen Begriffen

### Testentwicklung

- Entwicklung eines Tests zu Grundvorstellungen
- Testidee: Sachverhalte werden auf vier Arten gemäß den vier GVen korrekt erklärt
- Likert-Skalen zu „Entspricht meinem eigenen Denken“

### Testvalidierung

- Explorative und konfirmatorische Faktorenanalyse

### Testeinsatz

- Verschiedene Gruppen von Studierenden von vier Universitäten, überwiegend Erstsemester, aber auch höhere Semester

## 4. Ergebnisse und Diskussion

### Ergebnisse

- Grundvorstellungen lassen sich nach umfangreicher Testentwicklung empirisch nachweisen und das vierdimensionale Modell bestätigt sich.
- Grundvorstellungen lassen sich fördern.
- Zweites Fach Physik  $\Rightarrow$  Höheres GV-Niveau
- Geschlecht weiblich  $\Rightarrow$  ausgeprägte Präferenz für Tangentenvorstellung
- Aber: Grundvorstellungen nehmen in höheren Semestern wieder ab  $\Rightarrow$  sie werden vermutlich nur beim Erlernen stark benötigt
- Grundvorstellungen werden von den Studierenden als sinnhaft erlebt.

### Offene Fragen

- Zusammenhang mit Leistung noch nicht nachgewiesen

### Hypothesen

- Die leichte Verständlichkeit und Nützlichkeit für Unterrichtsplanung des Konzepts der Grundvorstellungen ist erstaunlich angesichts des psychometrischen Messproblems.

## Ansprechpartner



Prof. Dr. Reinhard Oldenburg  
Dr. Ruth Dietl  
Lehrstuhl für Mathematikdidaktik  
[Reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de](mailto:Reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de)  
[Ruth.dietl@math.uni-augsburg.de](mailto:Ruth.dietl@math.uni-augsburg.de)

## 5. Literaturverzeichnis

- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2016). Didaktik der Analysis. Springer.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2016). Aspects and “Grundvorstellungen” of the Concepts of Derivative and Integral: Subject Matter-related Didactical Perspectives of Concept Formation. JMD, 37(S1), 99–129.
- Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., & Weigand, H.-G. (2021). Basic mental models of integrals: Theoretical conception, development of a test instrument, and first results. ZDM Mathematics Education 53, 649–661.
- vom Hofe, R., Blum, W. (2016). “Grundvorstellungen” as a Category of Subject-Matter Didactics. JMD 37, 225–254.