Test zur Erfassung von Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen (GV-AI): empirische Erfassung von Grundvorstellungen zur ersten Ableitung einer Funktion an einer Stelle und zum bestimmten Integral

Gilbert Greefrath, Reinhard Oldenburg, Hans-Stefan Siller, Volker Ulm, Hans-Georg Weigand

Angaben zur Veröffentlichung / Publication details:

Greefrath, Gilbert, Reinhard Oldenburg, Hans-Stefan Siller, Volker Ulm, and Hans-Georg Weigand. 2021. "Test zur Erfassung von Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen (GV-AI): empirische Erfassung von Grundvorstellungen zur ersten Ableitung einer Funktion an einer Stelle und zum bestimmten Integral." Villeurbanne: HAL: science ouverte, CCSD - Centre pour la Communication Scientifique Directe.
https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-03103685.

Test zur Erfassung von Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen (GV-AI)

Empirische Erfassung von Grundvorstellungen zur ersten Ableitung einer Funktion an einer Stelle und zum bestimmten Integral

Gilbert Greefrath, Reinhard Oldenburg, Hans-Stefan Siller, Volker Ulm, Hans-Georg Weigand

Test for the Assessment of Basic Mental Models of Derivatives and Integrals

Abstract

A test is presented which measures whether and to what extent persons have developed basic mental models of the concepts of the first derivative of a function and of the definite integral.
The main idea for measuring basic mental models is to offer participants argumentations that use certain basic mental models and to ask them to what extent these argumentations are close to or consistent with their own thinking.
Each task presents a mathematical situation as a stimulus and four correct argumentations within the context of this situation as possible responses (corresponding to four basic mental models). Participants are asked to mark for each item on a five-point Likert scale to what extent the respective answer corresponds to their thinking.

Gilbert Greefrath, Reinhard Oldenburg, Hans-Stefan Siller, Volker Ulm, Hans-Georg Weigand

Impressum

Autoren

Prof. Dr. Gilbert Greefrath
Westfälische Wilhelms-Universität Münster
Professur für Mathematikdidaktik mit dem Schwerpunkt Sekundarstufen
Apffelstaedtstr. 19
48149 Münster
www.greefrath.de
greefrath@wwu.de

Prof. Dr. Reinhard Oldenburg
Universität Augsburg
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
86135 Augsburg
www.uni-augsburg.de/de/fakultaet/mntf/math/prof/dida/
reinhard.oldenburg@math.uni-augsburg.de

Prof. Dr. Hans-Stefan Siller
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Emil-Fischer-Str. 30
97074 Würzburg
www.mathematik.uni-wuerzburg.de/didaktik/
hans-stefan.siller@mathematik.uni-wuerzburg.de

Prof. Dr. Volker Ulm
Universität Bayreuth
Lehrstuhl für Mathematik und ihre Didaktik
95440 Bayreuth
www.dmi.uni-bayreuth.de
volker.ulm@uni-bayreuth.de

Prof. Dr. Hans-Georg Weigand
Julius-Maximilians-Universität Würzburg
Lehrstuhl für Didaktik der Mathematik
Emil-Fischer-Str. 30
97074 Würzburg
www.mathematik.uni-wuerzburg.de/didaktik/
weigand@mathematik.uni-wuerzburg.de

Test zur Erfassung von Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen (GV-AI)
1. Auflage
Augsburg, Bayreuth, Münster, Würzburg 2021

Online veröffentlicht bei Archive ouverte HAL (https://hal.archives-ouvertes.fr)

Inhalt

1 Ziele und fachdidaktischer Hintergrund

Der vorliegende Test dient dazu, zu erfassen, ob und inwieweit Probanden normativ gesetzte Grundvorstellungen zu den Begriffen der ersten Ableitung einer Funktion an einer Stelle und des bestimmten Integrals ausgebildet haben und in entsprechenden mathematischen Situationen aktivieren.

Grundlage dieses Tests ist das in der Mathematikdidaktik etablierte Konzept der Grundvorstellungen (vgl. z. B. vom Hofe 1995, 1996; vom Hofe et al. 2005; vom Hofe, Blum 2016; Greefrath et al. 2016b; Hefendehl-Hebeker et al. 2019):

Eine **Grundvorstellung** zu einem mathematischen Begriff ist eine inhaltliche Deutung des Begriffs, die diesem Sinn gibt.

Für den Begriff der Grundvorstellung gibt es zwei verschiedene Ausprägungen (vgl. z. B. Hofe et al. 2005; Hefendehl-Hebeker et al. 2019; Greefrath et al. 2020):

- Mit *normativen Grundvorstellungen* wird beschrieben, was sich Personen generell und idealerweise unter einem mathematischen Begriff vorstellen sollten. Dies resultiert aus fachdidaktischen Analysen des entsprechenden Begriffs. Die Entwicklung derartiger Grundvorstellungen bei Lernenden gehört zu den Zielen von Mathematikunterricht, sie können der Gestaltung von Lehr-Lern-Prozessen Orientierung verleihen.

- *Individuelle Grundvorstellungen* sind die bei einem Individuum tatsächlich vorhandenen Ausprägungen normativer Grundvorstellungen. Sie resultieren aus persönlichen Lernprozessen. Verschiedene Personen können sich also darin unterscheiden, über welche individuellen Grundvorstellungen sie zu einem mathematischen Begriff verfügen.

Die Beziehungen dieser Begriffe zur Theorie „Concept Image – Concept Definition“ von Tall und Vinner (1981) werden etwa von Greefrath et al. (2020) diskutiert.

Grundvorstellungen zur ersten Ableitung einer Funktion an einer Stelle

Welche Grundvorstellungen sollten Lernende im Mathematikunterricht der Sekundarstufe II idealerweise zum Begriff der ersten Ableitung $f(x)$ einer Funktion f an einer Stelle x entwickeln? Hierzu stellen Greefrath et al. (2016a, 2016b, 2017a, 2017b, 2018) vier normative Grundvorstellungen heraus:

Vorstellung der Tangentensteigung	Die Ableitung gibt die Steigung der Tangente an den Graphen an.
Vorstellung der lokalen Änderungsrate	Die Ableitung gibt die lokale Änderungsrate einer Größe an.
Vorstellung der lokalen Linearität	Der Graph ist lokal näherungsweise gerade und die Ableitung gibt die Steigung dieser Geraden an.
Vorstellung des Verstärkungsfaktors	Die Ableitung gibt an, wie stark sich kleine Änderungen der unabhängigen Variable auf die abhängige Variable auswirken: $\Delta y \approx m \cdot \Delta x$

Grundvorstellungen zum bestimmten Integral

Welche Grundvorstellungen sollten Schülerinnen und Schüler im Mathematikunterricht zum bestimmten Integral $\int_a^b f(x)dx$ einer Funktion f über einem Intervall $[a, b]$ entwickeln? Gemäß Greefrath et al. (2016a, 2016b, 2017a, 2017b, 2018, 2020) lassen sich dazu vier normative Grundvorstellungen identifizieren:

Flächeninhalts-vorstellung	Ein bestimmtes Integral ist eine Bilanz von Flächeninhalten.
Rekonstruktions-vorstellung	Ein bestimmtes Integral (re-)konstruiert die Gesamtänderung einer Größe aus ihrer Änderungsrate.
Mittelwerts-vorstellung	Ein bestimmtes Integral mittelt eine Größe.
Kumulations-vorstellung	Ein bestimmtes Integral ist das Ergebnis des Aufsummierens kleiner Summanden mit Produktstruktur.

Der vorliegende Test basiert auf diesen normativen Grundvorstellungen zum Ableitungs- und zum Integralbegriff. Mit dem Test lässt sich erfassen, ob und inwieweit diese Grundvorstellungen bei Probanden tatsächlich ausgeprägt sind. Er liefert also Informationen über individuelle Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen.

2 Aufbau des Testinstruments

Der Test besteht aus drei Teilen:

Allgemeine Daten der Person

Zunächst werden einige allgemeine Daten des Probanden erhoben (z. B. Alter, Geschlecht, Schulabschluss, schulische Mathematiknote, Studiengang, Fachsemesterzahl). Formuliert ist dies für Hochschul-Studierende des Fachs Mathematik in Lehramtsstudiengängen oder fachwissenschaftlichen Bachelor-/ Masterstudiengängen. Bei anderen Zielgruppen sollten die Formulierungen entsprechend adaptiert werden.

Test von Grundvorstellungen zur Ableitung

Die grundsätzliche Idee zur Erfassung von Grundvorstellungen mit dem vorliegenden Test besteht darin, den Probanden Argumentationen vorzulegen, die bestimmte Grundvorstellungen verwenden, und zu fragen, inwieweit diese Argumentationsweisen ihrem eigenen Denken nahekommen bzw. damit übereinstimmen.

Jede Aufgabe besteht aus der Darstellung einer mathematischen Situation als Impuls und vier korrekten Argumentationen im Rahmen dieser Situation als Antwortmöglichkeiten (entsprechend den vier Grundvorstellungen). Die Probanden werden aufgefordert, für jedes Item auf einer fünfstufigen Likert-Skala von (– –) bis (+ +) anzukreuzen, inwieweit die jeweilige Antwort ihrem Denken entspricht.

Die folgende Tabelle gibt an, welche Items sich auf welche der Grundvorstellungen

- Tangentensteigung (TS),
- lokale Änderungsrate (ÄR),
- lokale Linearisierung (LL),
- Verstärkungsfaktor (VF)

beziehen.

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4
Aufgabe 1	ÄR	TS	LL	VF
Aufgabe 2	TS	LL	VF	ÄR
Aufgabe 3	ÄR	TS	LL	VF
Aufgabe 4	ÄR	TS	LL	VF
Aufgabe 5	VF	LL	TS	ÄR
Aufgabe 6	TS	LL	ÄR	VF
Aufgabe 7	LL	ÄR	VF	TS
Aufgabe 8	LL	ÄR	VF	TS
Aufgabe 9	VF	ÄR	LL	TS
Aufgabe 10	ÄR	TS	VF	LL
Aufgabe 11	TS	VF	LL	ÄR
Aufgabe 12	ÄR	TS	LL	VF
Aufgabe 13	TS	LL	ÄR	VF

Test von Grundvorstellungen zum Integral

Ebenso wie beim Test zur Ableitung werden auch beim Test zum Integral jeweils mathematische Situationen dargestellt, die auf Basis der vier Grundvorstellungen inhaltlich interpretiert bzw. erklärt werden können. Den Probanden werden dazu bei jeder Aufgabe vier korrekte Interpretationen bzw. Erklärungen vorgelegt. Sie sollen jeweils auf einer 5-stufigen Likert-Skala von (– –) bis (+ +) angeben, inwieweit die jeweilige Argumentationsweise ihrem eigenen Denken entspricht.

Die folgende Tabelle gibt an, welche Items sich auf welche der Grundvorstellungen
- Flächeninhaltsvorstellung (FL),
- Rekonstruktionsvorstellung (RE),
- Mittelwertsvorstellung (MW),
- Kumulationsvorstellung (KU)

beziehen.

	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4
Aufgabe 1	FL	RE	MW	KU
Aufgabe 2	RE	KU	FL	MW
Aufgabe 3	MW	FL	KU	RE
Aufgabe 4	KU	MW	RE	FL
Aufgabe 5	RE	FL	MW	KU
Aufgabe 6	KU	RE	MW	FL
Aufgabe 7	FL	MW	KU	RE
Aufgabe 8	MW	KU	RE	FL

3 Durchführung des Tests

Der Test kann als Einzeltest in Gruppen ohne Einschränkungen an die Teilnehmerzahl durchgeführt werden. Die Probanden können den Test entweder auf Papier oder alternativ in digitaler Form – bei entsprechender technischer Aufbereitung – bearbeiten.

Die Testteilnehmer dürfen hierbei nicht zusammenarbeiten und sich nicht untereinander austauschen, damit Rückschlüsse auf individuelle Grundvorstellungen möglich sind. Entsprechend sind auch weitere Hilfsmittel (Bücher, Internetrecherche, Taschenrechner, …) nicht erlaubt.

Eine Beschränkung der Bearbeitungszeit ist nicht zwingend erforderlich. Insbesondere bei einer Online-Durchführung können die Teilnehmer die Aufgaben ohne Zeitlimit bearbeiten. Damit erhebt der Test, ob und inwieweit Grundvorstellungen zur Ableitung und zum Integral ausgeprägt sind, nicht dagegen, ob sie ggf. unter Zeitdruck aktiviert werden können.

Als Anhaltspunkt zum Zeitbedarf können für die Bearbeitung der 13 Aufgaben zur Ableitung etwa 35 min veranschlagt werden. Entsprechend empfiehlt es sich, für die 8 Aufgaben zum Integral etwa 25 min vorzusehen.

Beide Testteile – zu Ableitungen und zu Integralen – können auch unabhängig voneinander genutzt werden, wenn nur Grundvorstellungen zu einem dieser beiden Begriffe erhoben werden sollen.

4 Testentwicklung und Validierung

Die beiden Testteile wurden in mehreren Durchgängen pilotiert und weiterentwickelt. Eine ausführliche Beschreibung des Entwicklungsprozesses für die Items zur Integralrechnung findet sich in Greefrath et al. (2020). Eine entsprechende Beschreibung für die Differentialrechnung ist in Arbeit.
Für die statistischen Auswertungen wurden die Likert-Skalen durch natürliche Zahlen aus dem Intervall von 1 bis 5 codiert (5 als höchste Zustimmung). Alle Auswertungen wurden mit R (https://www.r-project.org) durchgeführt.

Test von Grundvorstellungen zur Ableitung

Die finale Validierungsstudie für den Test zur Differentialrechnung wurde mit 266 (109 m, 152 w, 5 d/o.A.) Mathematikstudierenden (Lehramt und Bachelor) überwiegend aus Erstsemestervorlesungen der am Projekt beteiligten Universitäten durchgeführt.

Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Skalen zur Differentialrechnung in der Validierungsstichprobe waren:

	TS	ÄR	LL	VF
Mittelwerte	4.27	3.72	3.56	2.72
Standardabweichung	0.73	0.74	0.86	0.88

Die folgende Tabelle zeigt die durchweg guten Reliabilitäten der Skalen zur Differentialrechnung:

	TS	ÄR	LL	VF
Cronbach Alpha	0.79	0.76	0.86	0.90
Lambda 4	0.83	0.78	0.88	0.90

Test von Grundvorstellungen zum Integral

Die Validierungsdaten für den Test zur Integralrechnung stammen von 428 Mathematikstudierenden (259 m, 163 w, 6 d/o.A.), überwiegend aus Erstsemestervorlesungen der am Projekt beteiligten Universitäten. Dies ist eine größeren Studierendengruppe als die in Greefrath et al. (2020) benutzte.

Die Mittelwerte und Standardabweichungen der Skalen zur Integralrechnung waren:

	FL	RE	MW	KU
Mittelwerte	3.84	3.24	2.89	3.07
Standardabweichung	0.74	0.74	0.77	0.78

Die folgende Tabelle zeigt die Reliabilitäten der Skalen:

	FL	RE	MW	KU
Cronbach Alpha	0.58	0.54	0.63	0.70
Lambda 4	0.61	0.64	0.66	0.75

Die relativ geringen Reliabilitätswerte der Integralskalen werden in Greefrath et al. (2020) ausführlich diskutiert. Die Gründe dürften darin liegen, dass die theoretischen Voraussetzungen von Cronbachs Alpha (äquivalente Items) in diesem Testteil nicht gut erfüllt sind, wie die Analyse mithilfe einer konfirmatorischen Faktorenanalyse in der genannten Publikation zeigt. Wir gehen davon aus, dass der vorliegende Test trotz der geringen Reliabilitätswerte sinnvoll verwendet werden kann. Eine leichte Verbesserung der Reliabilitätswerte kann erreicht werden, indem Aufgabe 3 und bei Aufgabe 5 das dritte Item (zur Mittelwertsvorstellung) weggelassen werden.

Bei keinem der Testteile sind Boden- oder Deckeneffekte aufgetreten.

5 Literatur

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., Weigand H.-G. (2016a): Didaktik der Analysis, Aspekte und Grundvorstellungen zentraler Begriffe, Springer Spektrum, Heidelberg, https://doi.org/10.1007/978-3-662-48877-5

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., Weigand H.-G. (2016b): Aspects and "Grundvorstellungen" of the Concepts of Derivative and Integral, Subject Matter related Didactical Perspectives of Concept Formation, Journal für Mathematikdidaktik, 37, Suppl. 1, S. 99-129, https://doi.org/10.1007/s13138-016-0100-x

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., Weigand H.-G. (2017a): Aspects and Basic Mental Models ("Grundvorstellungen") of Basic Concepts of Calculus, in: Kaur, B., Ho, W. K., Toh, T. L., Choy, B. H. (Hrsg.): Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol. 4, Singapore, S. 313-320

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., Weigand H.-G. (2018): Grundvorstellungen von Ableitung und Integral als Zugang zur Analysis, MU, Der Mathematikunterricht, 64, Heft 3/18, S. 50-56

Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V., Weigand H.-G. (2020): Basic Mental Models of Integrals – Theoretical Conception, Development of a Test Instrument, and first Results, ZDM, Mathematics Education, https://doi.org/10.1007/s11858-020-01207-0

Greefrath, G., Siller, H.-S., Oldenburg, R., Ulm, V., Weigand H.-G. (2017b): Aspekte und Grundvorstellungen von Ableitung und Integral, in: Kortenkamp, U., Kuzle, A. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2017, WTM-Verlag, Münster, S. 329-332, https://doi.org/10.17877/DE290R-18498

Hefendehl-Hebeker, L., Hofe, R. vom, Büchter, A., Humenberger, H., Schulz A., Wartha, S. (2019): Subject-matter didactics, in: Jahnke, H. N., Hefendehl-Hebeker, L. (Hrsg.): Traditions in German-speaking mathematics education research, Springer, Cham, S. 25-59, https://doi.org/10.1007/978-3-030-11069-7_2

Hofe, R. vom (1995): Grundvorstellungen mathematischer Inhalte, Spektrum Akademischer Verlag, Heidelberg

Hofe, R. vom (1996): Über die Ursprünge des Grundvorstellungskonzepts in der deutschen Mathematikdidaktik, Journal für Mathematikdidaktik, 17 (3-4), S. 238-264, https://doi.org/10.1007/BF03338832

Hofe, R. vom, Kleine, M., Blum, W., Pekrun, R. (2005): On the role of "Grundvorstellungen" for the development of mathematical literacy – First results of the longitudinal study PALMA, Mediterranean Journal for Research in Mathematics Education, 4 (2), S. 67-84

Hofe, R. vom, & Blum, W. (2016): "Grundvorstellungen" as a category of subject-matter didactics, Journal für Mathematikdidaktik, 37 (Suppl. 1), S. 225-254, https://doi.org/10.1007/s13138-016-0107-3

Tall, D., Vinner, S. (1981): Concept image and concept definition in mathematics with particular reference to limits and continuity, Educational Studies in Mathematics, 12 (2), S. 151-169, https://doi.org/10.1007/BF00305619

Ulm, V., Oldenburg, R., Drösemeier, A., Greefrath, G., Siller, H.-S., Weigand H.-G. (2018): Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen, eine theoretische Konzeption und empirische Überprüfung, in: Fachgruppe Didaktik der Mathematik der Universität Paderborn (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2018, WTM-Verlag, Münster, S. 1835-1838, https://doi.org/10.17877/DE290R-19734

Weigand H.-G., Drösemeier, A., Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V. (2018): An Empirical Study for Identifying Basic Mental Models for the Derivative and the Integral, in: Graven, M., Venkat, H., Essien, A., Vale, P. (Hrsg.): Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 4), Pretoria, South Africa, PME, S. 114

Weigand H.-G., Drösemeier, A., Greefrath, G., Oldenburg, R., Siller, H.-S., Ulm, V. (2020): Eine empirische Überprüfung von Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen, in: Frank, A., Krauss, S., Binder, K. (Hrsg.): Beiträge zum Mathematikunterricht 2019, WTM-Verlag, Münster, S. 881-884, https://doi.org/10.17877/DE290R-20737

Untersuchung über Grundvorstellungen zu Ableitungen und Integralen

Liebe Studierende,

wir sind interessiert daran, welche Vorstellungen Sie zu der Ihnen bereits aus der Schule bekannten Differential- und Integralrechnung haben. Deshalb haben wir den nachfolgenden Test erstellt.

Die Testergebnisse haben selbstverständlich keinerlei Einfluss auf zukünftige Bewertungen in Ihrem Studium. Die Daten werden ausschließlich zu Forschungszwecken sicher und anonym gespeichert.

Damit wir ggf. die Ergebnisse aus weiteren Befragungen der gleichen Person zuordnen können und die Befragung dabei dennoch anonymisiert erfolgt (d.h. es werden weder Name, Matrikelnummer noch Anschrift erhoben), benötigen wir einen sogenannten „persönlichen“ Code. Dieser persönliche Code besteht aus einer Kombination von Buchstaben und Zahlen, die Sie sich selbst immer wieder herleiten können (siehe Beispiel unten).

Wir versichern, dass die Daten streng vertraulich behandelt werden und keine Anstrengungen zu einer Re-Identifizierung einzelner Personen unternommen werden.

Die Bearbeitungszeit des Tests beträgt 60 min. Taschenrechner sind nicht zugelassen.

Herzlichen Dank für Ihre Unterstützung!

Verfahren zur Erstellung Ihres persönlichen Codes

Erster Buchstabe des Vornamens Ihrer Mutter. *Beispiel: Karen → K*
Letzter Buchstabe des Nachnamens Ihrer Mutter: *Beispiel: Müller → R*
Erster Buchstabe Ihres Geburtsortes. *Beispiel: Berlin → B*
Letzte Stelle des Tages Ihres Geburtstages. *Beispiel: 18. März 1982 → 8*

Tragen Sie hier Ihren persönlichen Code nach dem genannten Verfahren ein:

Einige Daten zur Person

Alter in Jahren: ________________________________

Geschlecht: ☐ *weiblich* ☐ *männlich* ☐ *divers*

Besuchte Schulart, an der Hochschulreife erworben wurde:

☐ *Gymnasium* ☐ *Zweiter Bildungsweg*

☐ *Berufliche Schule* ☐ *Sonstige:* ________________________________

☐ *Gesamtschule*

Höchster Schulabschluss:

☐ *Allgemeine Hochschulreife* ☐ *Fachgebundene Hochschulreife*

☐ *Sonstige*: ________________________________

Jahr, in dem dieser Schulabschluss erreicht wurde: ________________________________

Bundesland, in dem dieser Schulabschluss erreicht wurde: ________________________________

Grund- oder Leistungskurs Mathematik in der Schule:

☐ *weder Grund- noch Leistungskurs* ☐ *Grundkurs* ☐ *Leistungskurs*

Durchschnittliche Mathematiknote in den letzten beiden Schuljahren:

auf der Notenskala 1 bis 6: ________________________________

auf der Punkteskala von 0 bis 15: ________________________________

Fachsemester Mathematik im Studium: ________________________________

Im Falle eines Lehramtsstudiengangs: Angestrebte Schulart:

☐ *Gymnasium* ☐ *Haupt-/Mittelschule*

☐ *Realschule* ☐ *Grundschule*

☐ *Berufsbildende Schulen* ☐ *Förderschule*

Im Falle keines Lehramtsstudiengangs: Bezeichnung des Studiengangs: ________________________________

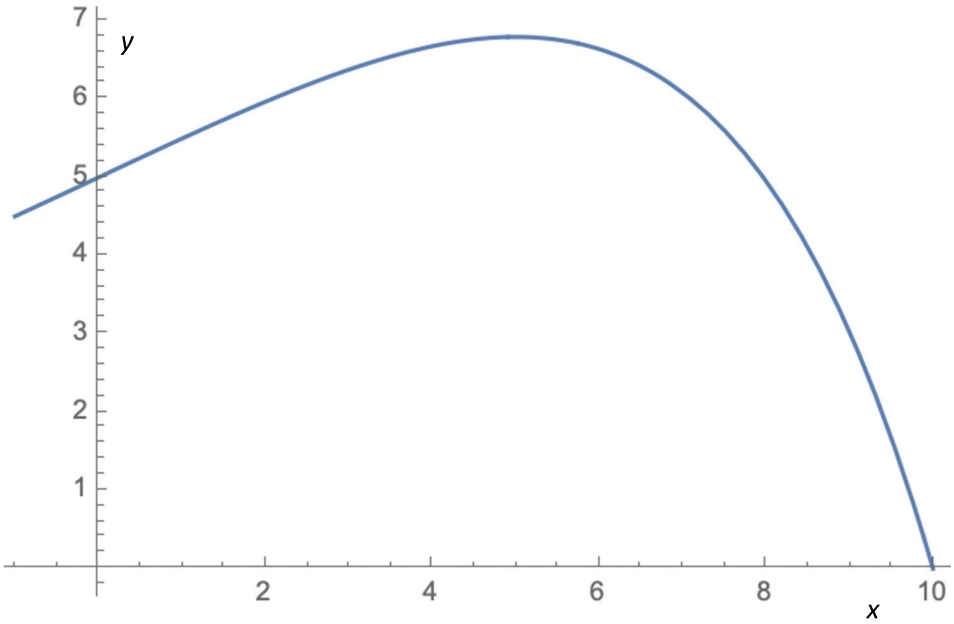
Weiteres Studienfach neben Mathematik: ________________________________

Untersuchung über Grundvorstellungen zu Ableitungen

1. Die Ableitung $f'(x)$ einer Funktion f an einer Stelle x kann unterschiedlich erklärt werden!

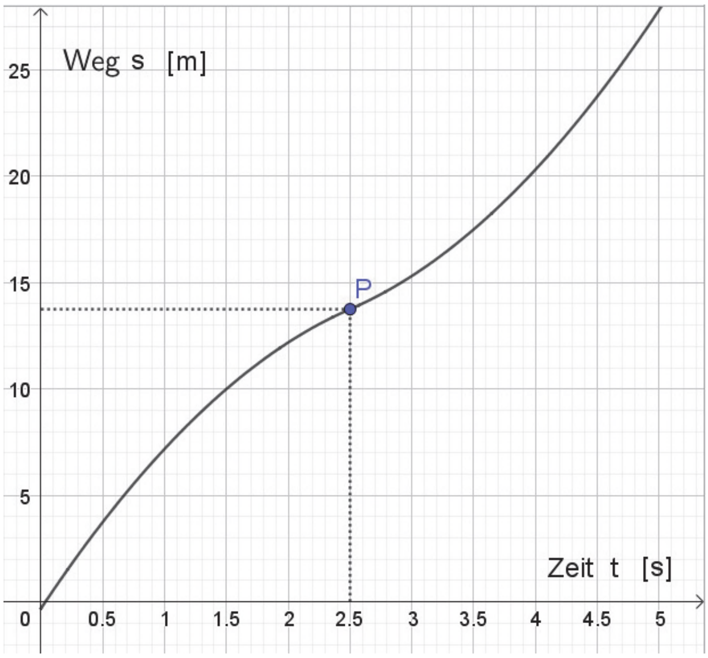
Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Die Ableitung gibt die momentane Änderungsrate an der Stelle x an.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Ableitung gibt die Steigung der Tangente in einem Punkt des Graphen von f an.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Graph kann in der Nähe von x gut durch eine Gerade angenähert werden. Die Ableitung gibt die Steigung dieser Geraden an.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man von x ein kleines Stückchen Δx nach rechts oder links geht, ändert sich der Funktionswert um den Wert $\Delta y \approx f'(x) \cdot \Delta x$.	☐	☐	☐	☐	☐

2. Die folgende Abbildung zeigt den Graphen einer Funktion. Die Situation beim Maximum kann unterschiedlich beschrieben werden.



Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Die Tangente im Maximum des Graphen verläuft waagrecht.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man an die Stelle des Maximums heranzoomt, erscheint der Graph nahezu geradlinig und waagrecht.	☐	☐	☐	☐	☐
In der Umgebung des Maximums ist $\Delta y \approx 0 \cdot \Delta x$, d. h. die Funktionswerte ändern sich kaum.	☐	☐	☐	☐	☐
In der Umgebung des Maximums ist die Änderungsrate $\Delta y / \Delta x$ nahezu 0.	☐	☐	☐	☐	☐

3. Betrachtet wird die Fahrt eines Fahrrads. Folgender Graph zeigt den Zusammenhang zwischen der Zeit t und dem zurückgelegten Weg s. Die Situation zur Zeit $t = 2{,}5\ s$ kann in unterschiedlicher Weise beschrieben werden.

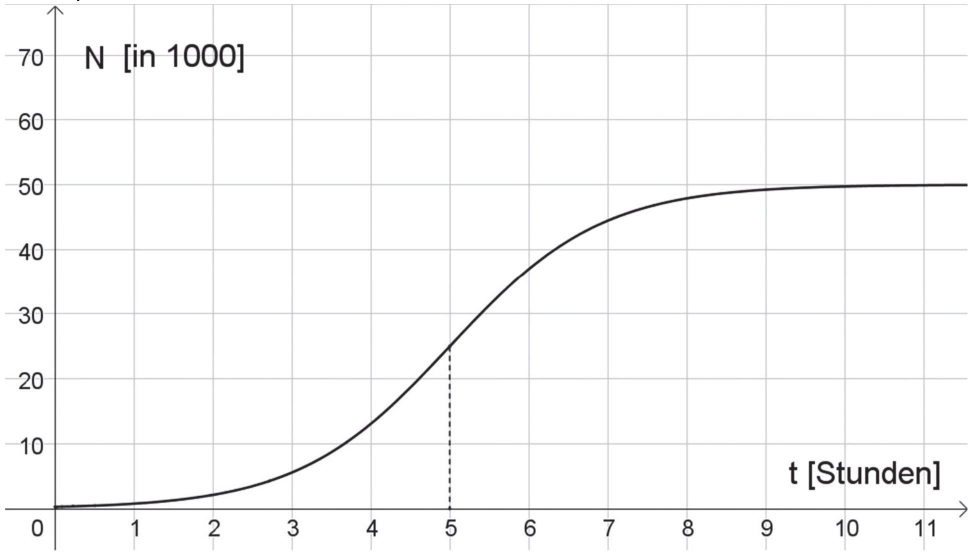


Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise"** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise"**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Die Änderungsrate der dargestellten Funktion ist die Geschwindigkeit des Fahrrads. Sie ist im Zeitpunkt $t = 2{,}5\ s$ am kleinsten.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Steigung der Tangente entspricht der Geschwindigkeit des Fahrrads. Diese ist zum Zeitpunkt $t = 2{,}5\ s$ am kleinsten.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Graph kann zu jedem Zeitpunkt durch eine Gerade angenähert werden. Diese hat zum Zeitpunkt $t = 2{,}5\ s$ die kleinste Steigung, also ist dann auch die Geschwindigkeit am kleinsten.	☐	☐	☐	☐	☐
Für kleine Zeitintervalle Δt ändert sich der Weg um $\Delta s \approx m \cdot \Delta t$. Der zugehörige Faktor m ist zum Zeitpunkt $t = 2{,}5\ s$ am kleinsten.	☐	☐	☐	☐	☐

4. Dass eine Funktion f an einer Stelle x nicht differenzierbar ist, lässt sich unterschiedlich erklären!

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise"** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise"**	**− −**	**−**	**o**	**+**	**++**
Es existiert keine Änderungsrate, weil $\frac{\Delta f(x)}{\Delta x}$ keinen eindeutigen Grenzwert hat.	☐	☐	☐	☐	☐
Man kann keine eindeutige Tangente anlegen.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Graph kann in der Nähe von x nicht durch eine Gerade angenähert werden.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man von x ein kleines Stückchen Δx nach rechts oder links geht, ändert sich der Funktionswert nicht annähernd proportional zu Δx.	☐	☐	☐	☐	☐

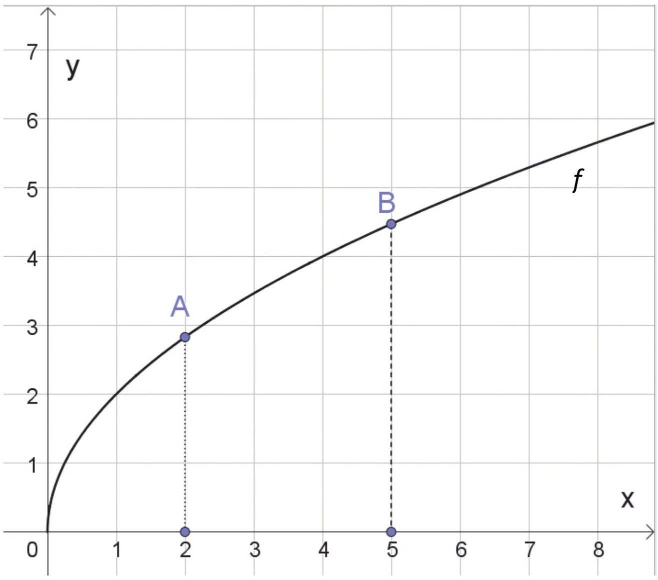
5. Nachstehende Abbildung zeigt die Anzahl der Bakterien N in einer Nähr-Lösung in Abhängigkeit von der Zeit t (in Stunden).



Die besondere Bedeutung der Zeit $t = 5$ kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
In kleinen Zeitintervallen Δt ändert sich die Bakterienzahl um $\Delta N \approx m \cdot \Delta t$. Der zugehörige Faktor m ist zur Zeit $t = 5$ am größten.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man den Graphen stark heranzoomt, erscheint er an jeder Stelle wie eine Gerade. Diese hat für t = 5 die größte Steigung.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Steigung der Tangente an den Graphen ist bei t = 5 am größten.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Zahl der Bakterien ändert sich zum Zeitpunkt t = 5 am schnellsten.	☐	☐	☐	☐	☐

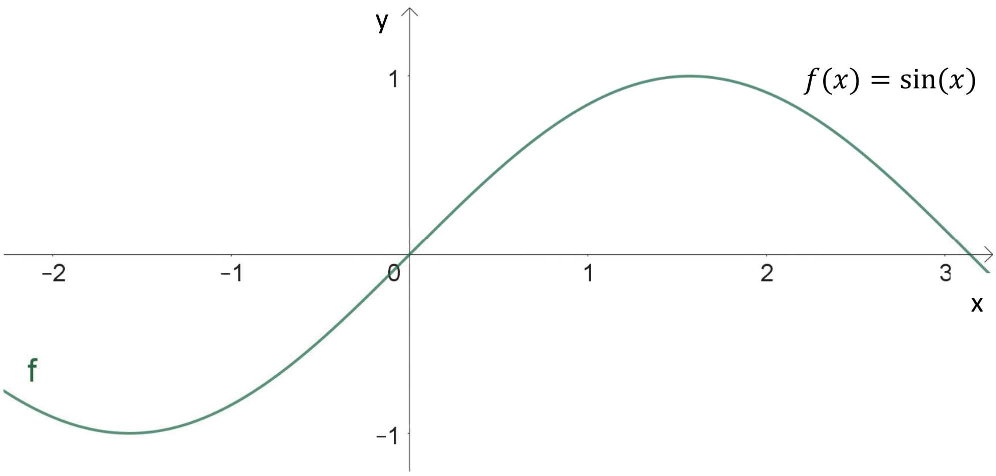
6. Gegeben sind der Graph einer Funktion f und die Punkte A und B.



Es kann unterschiedlich erklärt werden, dass der Wert der ersten Ableitung im Punkt A größer ist als im Punkt B.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Die Tangente im Punkt A hat eine größere Steigung als die Tangente im Punkt B.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man an die Punkte A und B heranzoomt, erscheint der Graph jeweils lokal wie eine Gerade. Beim Punkt A hat diese Gerade eine größere Steigung als beim Punkt B.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn der Graph die Abhängigkeit einer Größe von der Zeit darstellt, ändert sich diese Größe bei A schneller als bei B.	☐	☐	☐	☐	☐
Für jeden Punkt bewirken kleine Änderungen Δx ungefähr proportionale Änderungen $\Delta y \approx m \cdot \Delta x$. Dieser Proportionalitätsfaktor m ist für A größer als für B.	☐	☐	☐	☐	☐

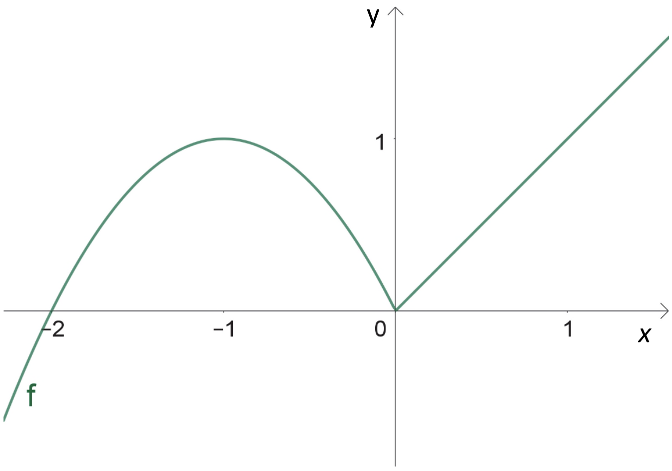
7. Der folgende Graph zeigt eine Sinusfunktion:



Der Zusammenhang $f'(0) = 1$ kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise"** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise"**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Der Graph ist in der Umgebung des Nullpunkts näherungsweise eine Gerade mit der Steigung 1.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn der Graph die Abhängigkeit einer Größe von der Zeit darstellt, so ist zur Zeit 0 die momentane Änderungsrate gleich 1.	☐	☐	☐	☐	☐
In der Nähe von 0 ist näherungsweise $\Delta y \approx \Delta x$.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Graph hat im Nullpunkt eine Tangente mit der Steigung 1.	☐	☐	☐	☐	☐

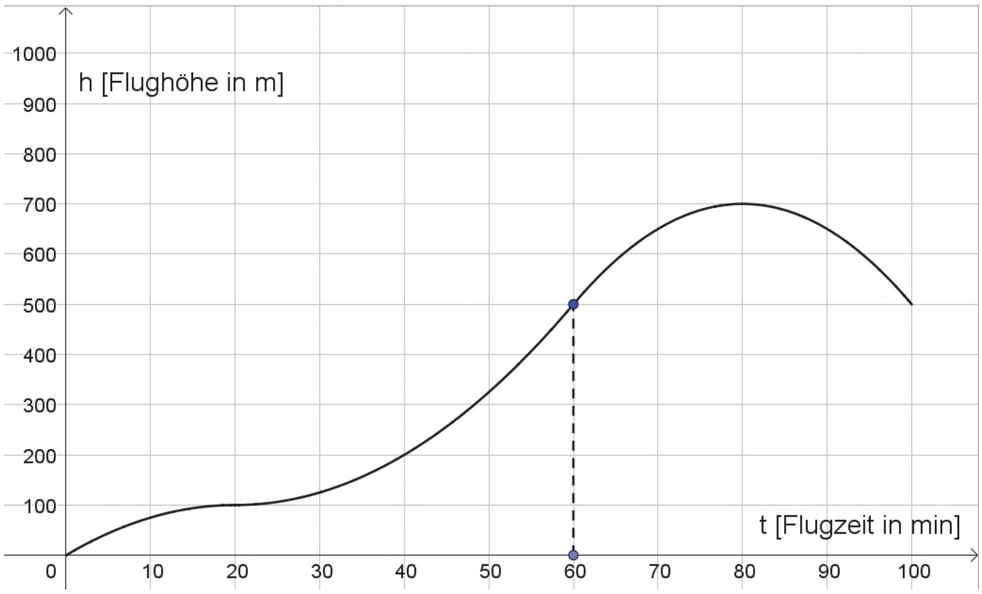
8. Der Graph einer Funktion f hat folgenden Verlauf:



Es kann unterschiedlich erklärt werden, warum f an der Stelle $x = 0$ nicht differenzierbar ist.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Wie stark man auch immer an den Punkt $(0; 0)$ heranzoomt, der Graph erscheint dort nicht geradlinig.	☐	☐	☐	☐	☐
Die zugehörige Änderungsrate hat in der Umgebung von 0 einen sprunghaften Verlauf.	☐	☐	☐	☐	☐
In der Umgebung von 0 müsste $\Delta y \approx m \cdot \Delta x$ mit einer festen Zahl m sein. Dies ist hier aber nicht der Fall.	☐	☐	☐	☐	☐
Im Punkt $(0; 0)$ gibt es keine eindeutige Tangente.	☐	☐	☐	☐	☐

9. Nachstehende Abbildung zeigt die Flughöhe h eines Segelflugzeuges in Abhängigkeit von der Zeit t.



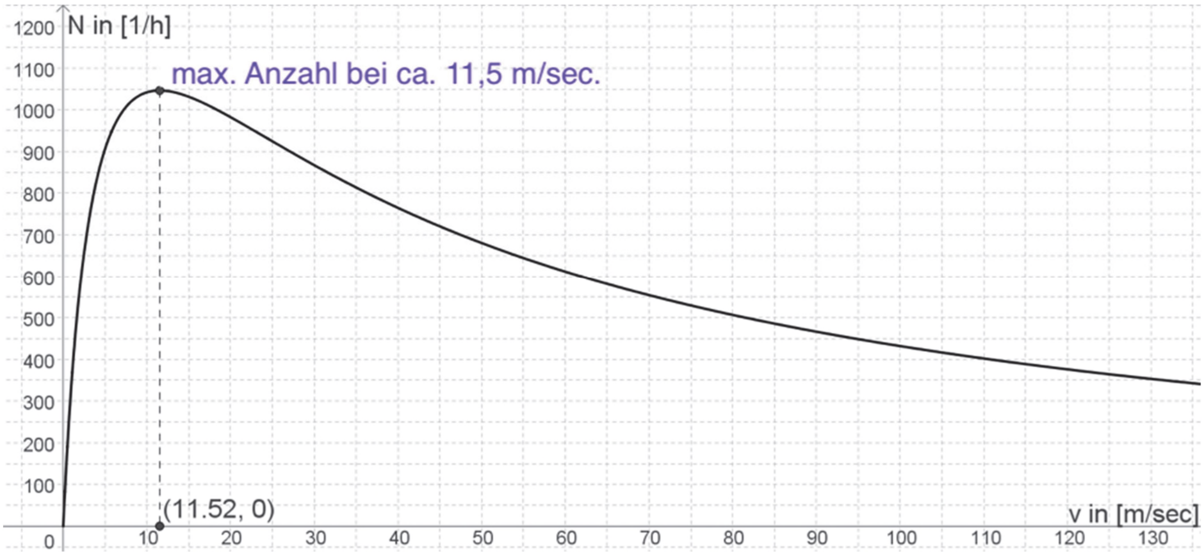
Es kann unterschiedlich erklärt werden, dass das Flugzeug zum Zeitpunkt t = 60 am schnellsten steigt.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise"** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise"**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Für festes Δt ändert sich die Höhe um $\Delta h \approx h'(t) \cdot \Delta t$. Dies ist zum Zeitpunkt t = 60 am größten.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Änderungsrate der Höhe ist zum Zeitpunkt t = 60 am größten.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Graph kann zu jedem Zeitpunkt durch eine Gerade angenähert werden. Diese hat zum Zeitpunkt t = 60 die größte Steigung.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Steigung der Tangente ist zum Zeitpunkt t = 60 am größten.	☐	☐	☐	☐	☐

10. Die Ableitung von $2 \cdot f(x)$ ist gleich $2 \cdot f'(x)$. Als Beispiel: $(2\sin x)' = 2\cos x$. Diese Regel kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Wenn man alle Funktionswerte verdoppelt, dann verdoppeln sich auch deren Änderungsraten.	☐	☐	☐	☐	☐
Beim Übergang von $f(x)$ zu $2 \cdot f(x)$ werden Steigungsdreiecke zu Tangenten um den Faktor 2 in Richtung der y-Achse gestreckt.	☐	☐	☐	☐	☐
Für die Funktion f ist $\Delta y \approx f'(x) \cdot \Delta x$. Beim Übergang von $f(x)$ zu $2 \cdot f(x)$ verdoppeln sich beide Seiten bei gleichbleibendem Δx.	☐	☐	☐	☐	☐
In einer Umgebung jeder Stelle ist die Funktion f nahezu linear. Die Multiplikation mit 2 verdoppelt die Steigung der linearen Funktion.	☐	☐	☐	☐	☐

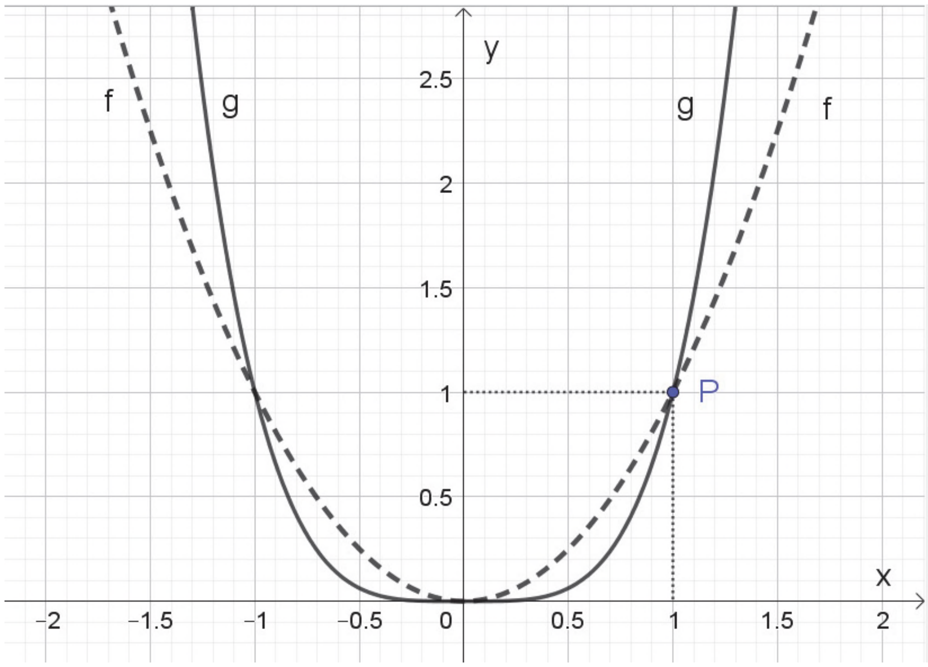
11. Die folgende Graphik zeigt, wie viele Autos N pro Stunde in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit v durch einen Tunnel fahren dürfen.
In der Nähe des Maximums im Intervall zwischen 11 m/s und 12 m/s ändert sich diese Anzahl N nur wenig.



Dieser Zusammenhang kann unterschiedlich beschrieben werden.

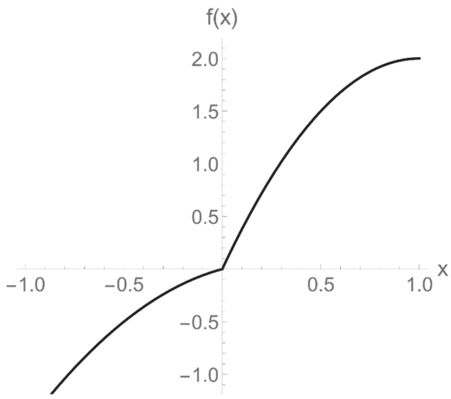
Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Die Steigungen der Tangenten im Bereich zwischen 11 m/s und 12 m/s sind nahezu 0 .	☐	☐	☐	☐	☐
Im Bereich zwischen 11 m/s und 12 m/s bewirkt eine Veränderung Δv der Geschwindigkeit kaum eine Veränderung ΔN der Fahrzeugzahl.	☐	☐	☐	☐	☐
Nähert man den Graphen von N zwischen 11 m/s und 12 m/s durch Geraden an, so unterscheiden sich diese kaum von einer Waagrechten.	☐	☐	☐	☐	☐
Im gesamten Bereich zwischen 11 m/s und 12 m/s ist die Änderungsrate $\Delta N/\Delta v$ nahezu 0.	☐	☐	☐	☐	☐

12. In das Koordinatensystem sind die Graphen der beiden Funktionen mit $f(x) = x^2$ und $g(x) = x^4$ eingezeichnet. Beide Graphen gehen durch den Punkt $P(1; 1)$. Das unterschiedliche Verhalten der Funktionen an der Stelle $x = 1$ kann verschieden beschrieben werden.



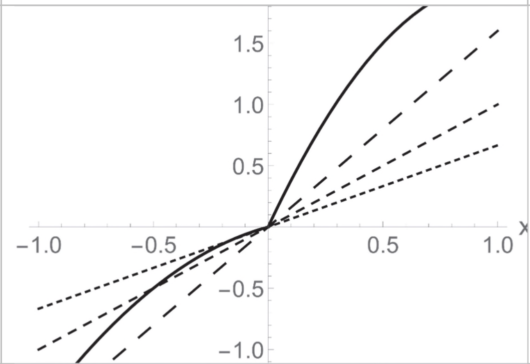
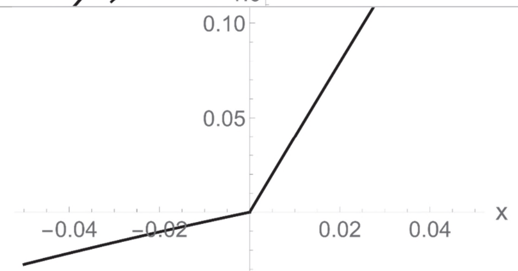
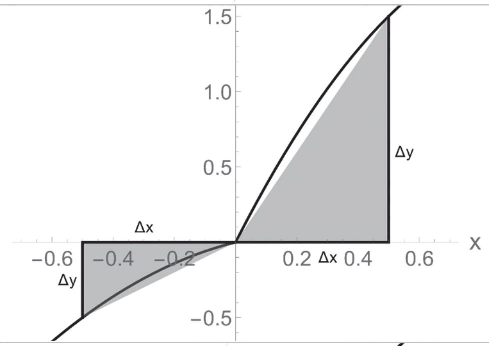
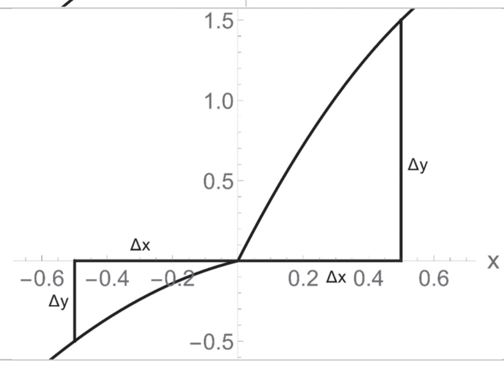
Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Die Änderungsrate von g ist im Punkt P größer als die von f.	☐	☐	☐	☐	☐
Die Steigung der Tangente im Punkt P ist für den Graphen von g größer als für den von f.	☐	☐	☐	☐	☐
Nähert man beide Graphen bei P jeweils durch eine Gerade an, so verläuft diese für g steiler als für f.	☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man von $x = 1$ ein kleines Stückchen Δx nach rechts oder links geht, ist die Änderung Δy bei der Funktion g größer als bei f.	☐	☐	☐	☐	☐

13. Der Graph der Funktion f hat den abgebildeten Verlauf.



Diese Funktion ist an der Stelle 0 nicht differenzierbar. Das kann man folgendermaßen erklären:

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht:

-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“ **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**		**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Man kann keine eindeutige Tangente anlegen.		☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man an den Punkt $(0; 0)$ heranzoomt, erscheint der Graph nicht geradlinig, sondern hat einen Knick.		☐	☐	☐	☐	☐
Steigungsdreiecke, die man von 0 nach links bzw. rechts abträgt, zeigen deutlich verschiedene Werte der Änderungsrate $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.		☐	☐	☐	☐	☐
Wenn man sich vom Nullpunkt aus um kleine Δx nach rechts oder links bewegt, müsste $\Delta y \approx m \cdot \Delta x$ mit der gleichen Zahl m gelten. Das ist hier nicht der Fall.		☐	☐	☐	☐	☐

Untersuchung über Grundvorstellungen zu Integralen

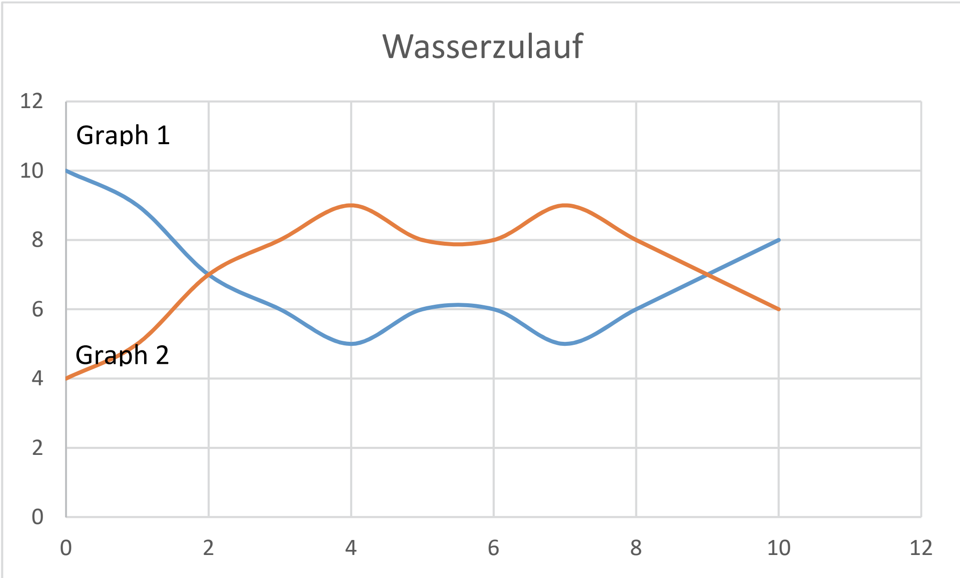
1. Das bestimmte Integral $\int_a^b f(x)dx$ kann unterschiedlich gedeutet werden!

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Das bestimmte Integral ist der orientierte Inhalt der Fläche zwischen dem Funktionsgraphen von f und der x-Achse im Intervall $[a; b]$.	☐	☐	☐	☐	☐
Das bestimmte Integral ist die Gesamtänderung einer Größe im Intervall $[a; b]$, deren Änderungsrate durch f beschrieben wird.	☐	☐	☐	☐	☐
Das bestimmte Integral ist der mittlere Funktionswert von f im Intervall $[a; b]$ multipliziert mit der Intervalllänge.	☐	☐	☐	☐	☐
Das bestimmte Integral ist der Grenzwert von vielen Summen aus Produkten, die aus einem Funktionswert und der Länge eines Teilintervalls von $[a; b]$ gebildet werden.	☐	☐	☐	☐	☐

2. Es gilt $\int_0^{2\pi} \sin(x)dx = 0$. Dies kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Ist $\sin(x)$ die Änderungsrate einer Größe, so ist die Zunahme der Größe in der ersten Intervallhälfte genauso groß wie die Abnahme in der zweiten Intervallhälfte. Die Gesamtänderung ist also 0.	☐	☐	☐	☐	☐
Ein Integral ist ein Grenzwert von Summen. Zu jedem positiven Summanden gibt es einen negativen Summanden mit dem gleichen Betrag. Insgesamt ist das Integral 0.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Graph begrenzt mit der x-Achse zwei kongruente Flächenstücke, oberhalb bzw. unterhalb der x-Achse. Da das eine positiv, das andere negativ gezählt wird, ist das Ergebnis 0.	☐	☐	☐	☐	☐
Im Mittel sind die Funktionswerte in diesem Intervall 0, denn zu jedem positiven Funktionswert gibt es einen entsprechenden negativen Funktionswert mit gleichem Betrag.	☐	☐	☐	☐	☐

3. Graph 1 und Graph 2 zeigen den Wasserzulauf in Liter/min in zwei identischen Becken. Die Becken waren zum Zeitpunkt Null leer.



Es kann unterschiedlich erklärt werden, warum zum Zeitpunkt t = 5 die beiden Becken gleich voll sind.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise"** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise"**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Der durchschnittliche Wasserzufluss im Intervall [0; 5] ist für die beiden Becken identisch.	☐	☐	☐	☐	☐
Für beide Graphen ist jeweils die Fläche zwischen dem Graphen und der t-Achse im Intervall [0; 5] gleich groß.	☐	☐	☐	☐	☐
Man stellt sich den Zufluss in vielen kleinen Intervallen konstant vor und addiert die Wassermengen für diese Intervalle auf. Zum Zeitpunkt t = 5 erhält man für beide Graphen den gleichen Wert.	☐	☐	☐	☐	☐
Man kann jeweils aus dem Graphen die Volumenfunktion ermitteln, die beschreibt, wie viel Wasser zur Zeit t im Becken ist. Bei t = 5 haben die beiden Volumenfunktionen den gleichen Wert.	☐	☐	☐	☐	☐

4. Der Funktionsterm $f(t)$ gibt die Geschwindigkeit eines Autos zum Zeitpunkt t in km/h an. Das Intervall $[t_0, t_{60}]$ beschreibt den Zeitraum von einer Stunde.
Die Bedeutung des Ausdrucks
$$f(t_0) \cdot (t_1 - t_0) + f(t_1) \cdot (t_2 - t_1) + \cdots + f(t_{59}) \cdot (t_{60} - t_{59})$$
kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Der Ausdruck ermöglicht, mit Hilfe vieler kleiner Intervalle aus der Geschwindigkeit f die zurückgelegte Strecke zu berechnen.	☐	☐	☐	☐	☐
Mit dem Ausdruck kann man ermitteln, wie die durchschnittliche Geschwindigkeit des Autos in der betrachteten Stunde ungefähr ist.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck gibt ungefähr an, wie lang die bisher zurückgelegte Strecke in der betrachteten Stunde ist.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck ist ein Maß dafür, wie groß die orientierte Fläche zwischen dem Graphen von f und der Zeitachse in der betrachteten Stunde ist.	☐	☐	☐	☐	☐

5. Ein Körper steht auf dem Boden und ist 2 m hoch. Schneidet man ihn parallel zum Boden in der Höhe $h \in [0; 2]$ durch, so hat die Querschnittsfläche den Flächeninhalt $A(h)$.

Welche Bedeutung hat der Ausdruck

$$\int_0^2 A(h)dh$$

in dieser Situation?

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Der Ausdruck gibt das Volumen des Körpers an.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck ist der Inhalt der Fläche, die vom Graphen der Funktion A und der h-Achse eingeschlossen wird.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck entspricht der mittleren Querschnittsfläche des Körpers multipliziert mit der Höhe.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck ist der Grenzwert von Summen der Volumina von Scheibchen.	☐	☐	☐	☐	☐

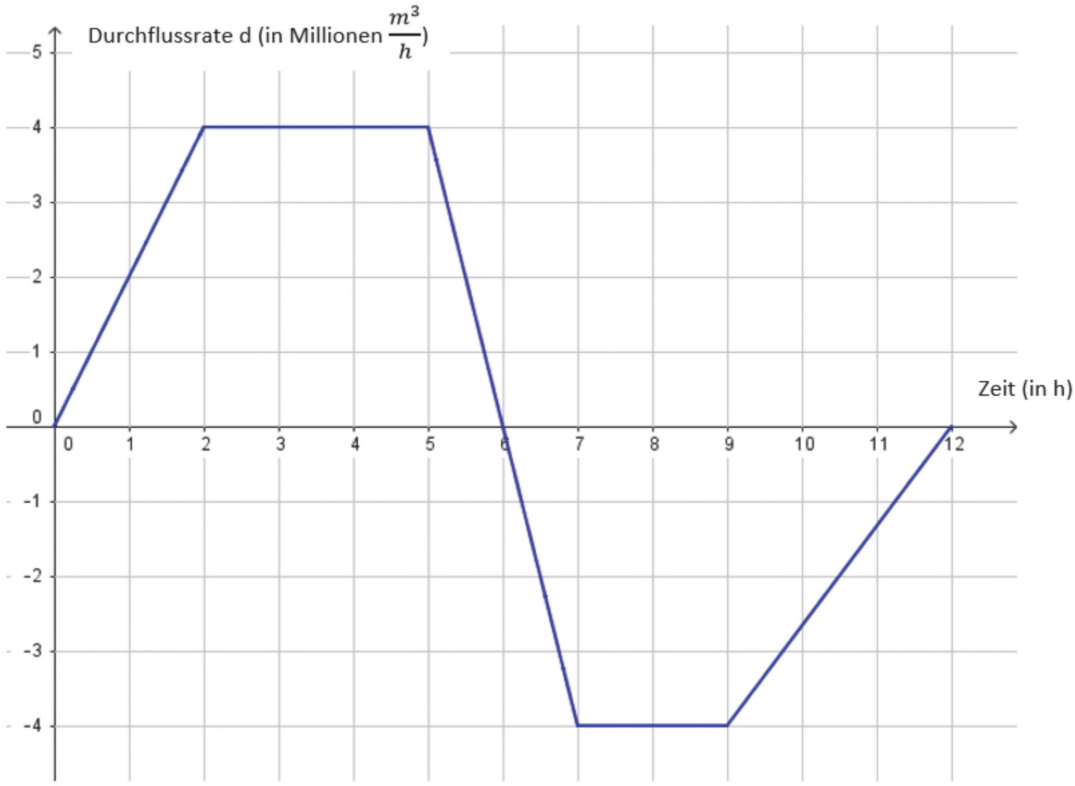
6. Ein Kreis mit dem Radius x hat den Umfang $U(x) = 2\pi x$ und den Flächeninhalt $A(x) = \pi x^2$. Der Zusammenhang

$$\int_0^r U(x)dx = A(r)$$

kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**− −**	**−**	**o**	**+**	**++**
Die Fläche eines Kreises setzt sich zusammen aus vielen dünnen Kreisringen. Das Integral summiert die Inhalte dieser Kreisringe.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Umfang ist die Änderungsrate des Flächeninhalts des Kreises. Daher kann der Flächeninhalt mit Hilfe des Integrals aus dieser Änderungsrate berechnet werden.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Umfang nimmt alle Werte zwischen 0 und $2\pi r$ an und ist im Durchschnitt gleich πr. Das Integral ist dieser Durchschnitt multipliziert mit der Intervalllänge r.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Flächeninhalt eines Kreises ist gleich dem Flächeninhalt unter dem Graphen der Umfangsfunktion.	☐	☐	☐	☐	☐

7. In einem Gezeitenkraftwerk wird das durchfließende Wasser zur Stromerzeugung genutzt. Es fließt bei Flut in einen Speicher hinein, bei Ebbe wieder heraus. Untenstehende Abbildung zeigt einen Verlauf der Durchflussrate d des Wassers (in Millionen m³ pro Stunde) innerhalb von 12 Stunden. Zu Beginn der Beobachtung ist der Speicher des Kraftwerks leer.



Welche Bedeutung hat der Ausdruck $\int_0^{12} d(t)\,dt$?

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise“** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise“**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Der Ausdruck ist der orientierte Inhalt der Fläche zwischen dem Funktionsgraphen von d und der Zeit-Achse im Intervall $[0; 12]$.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck ist die mittlere Durchflussrate im Intervall $[0; 12]$ multipliziert mit 12.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck gibt an, wie sich im Zeitraum $[0; 12]$ die Zu- und Abflüsse in sehr kleinen Zeiträumen zum Wasservolumen nach 12 Stunden aufsummieren.	☐	☐	☐	☐	☐
Der Ausdruck ermittelt aus der Durchflussrate das Volumen des Wassers im Speicher zum Zeitpunkt $t = 12$.	☐	☐	☐	☐	☐

8. Ein Gegenstand fällt zur Zeit t mit der Geschwindigkeit $v(t)$. Das Integral

$$\int_0^3 v(t)dt$$

kann unterschiedlich erklärt werden.

Bitte kreuzen Sie an, inwiefern die genannte Erklärung ihrem eigenen Denken entspricht: **-- : „Die Erklärung entspricht überhaupt nicht meiner Denkweise"** **++ : „Die Erklärung entspricht genau meiner Denkweise"**	**– –**	**–**	**o**	**+**	**++**
Das Integral entspricht dem Produkt aus der mittleren Geschwindigkeit und der Zeitdauer.	☐	☐	☐	☐	☐
Der zurückgelegte Weg besteht aus vielen kleine Stückchen der Länge $v(t) \cdot \Delta t$. Das Integral summiert alle diese kleinen Stückchen zu einer Gesamtstrecke.	☐	☐	☐	☐	☐
Das Integral ermittelt den zurückgelegten Weg aus der Geschwindigkeit v.	☐	☐	☐	☐	☐
Das Integral entspricht dem Flächeninhalt zwischen dem Graphen der Funktion v und der t-Achse.	☐	☐	☐	☐	☐