

Modellkalibrierung – Ein oft unterschätzter Faktor für die Modellgüte

Albert Krohmer, Sebastian Utz und Andreas Wagner

Strompreismodelle sind seit der Liberalisierung der Elektrizitätsmärkte ein elementares Werkzeug bei der Bewertung von Risiken aus dem Großhandelsmarkt. Die Bereinigung der Daten von Saisonalitäten und Sprüngen sowie die Kalibrierung der Modellparameter sind entscheidende Schritte für die Qualität der Bewertung. Dieser Artikel stellt die Problematik einer aussagekräftigen Modellgestaltung dar und zeigt die wesentlichen Effekte in einer empirischen Studie an EEX-Marktpreisen.

Mittels ökonometrischer Modelle wird versucht, Strompreise abzubilden, um damit einhergehende Risiken beschreiben und vorhersehen zu können. Die charakteristischen Eigenschaften der Elektrizität als Wirtschaftsgut (Nichtlagerfähigkeit, periodische Nachfrage, geringe Preiselastizität etc.) determinieren das typische Verhalten des Strompreises. Verglichen mit anderen Märkten wird auf dem Strommarkt eine besonders hohe Volatilität beobachtet. Eine charakteristische Eigenschaft der Strompreise sind Sprünge, welche kurzlebige und extrem starke Preisänderungen repräsentieren. Nicht nur die Höhe der Sprünge ist unregelmäßig, sondern auch ihre Intensität ist über die Zeit nicht homogen.

Dieses Sprungverhalten stellt eine der Schwierigkeiten bei der Modellierung der Preise dar. Des Weiteren weisen Strompreise saisonales Verhalten bis in die einzelnen

Stunden eines Tages auf. Dieses Verhalten ist hauptsächlich durch die witterungsabhängigen Schwankungen der Stromnachfrage bedingt. Im Folgenden werden Methoden zur Saison- und Sprungbereinigung diskutiert und der Einfluss verschiedener Ansätze der Modellkalibrierung auf den Prognosepreis anhand des Phelix Day Base Index gezeigt.

Methoden der Saison- und Sprungbereinigung

Um Sprünge im Preisprozess abzubilden, gibt es in der Literatur unterschiedliche Ansätze aus der Zeitreihenanalyse, wie z. B. Regime-Switching-Modelle [1-3] und Jump-Diffusion-Modelle [4-6]. Kernbestandteil dieser Methoden ist die Interpretation der Strompreiszeitreihen als Überlagerung mehrerer Funktionen, wobei folgende Komponenten unterschieden werden:

- *Systematische Komponente* (auch Saisonkomponente): beschreibt die periodischen Schwankungen sowie den langfristigen Trend.
- *Nicht-systematische Komponente* (auch saisonbereinigte Komponente): beschreibt die zufälligen Abweichungen von der systematischen Komponente. Häufig wird hier zwischen einer Diffusions- (beschreibt die Volatilität und Mean-Reversion des Preises) und einer Sprungkomponente unterschieden.

In der Modellierung werden die beiden Komponenten separiert, wobei die Schwierigkeit insbesondere in der Auswahl geeigneter Verfahren besteht. Die Güte der Schätzung hängt hiervon entscheidend ab. Die systematische Komponente wird meist parametrisiert, d. h. es wird a priori eine Funktion für die Saisonkomponente definiert. Weitverbreitet

sind dabei lineare Regressionen mit Dummy-Variablen [4, 6–9], Fourier-Analysen [4, 6–11] und Wavelet-Transformationen [10, 11]. Mitunter finden auch nicht-parametrische Methoden wie der gleitende Durchschnitt [4, 11] oder das Phasendurchschnittsverfahren [11] Anwendung.

Zur Modellierung der nicht-systematischen Komponente muss die Zeitreihe von möglichen Sprüngen bereinigt werden. Zur Sprungidentifikation wird häufig ein Schwellenwert verwendet, dessen Überschreitung einen Sprung kennzeichnet. Die Definition des Schwellenwertes beeinflusst die Anzahl der erkannten Ausreißer wesentlich. Typischerweise wählt man einen variablen Schwellenwert bezüglich des Preises (z. B. Mittelwert plus drei Standardabweichungen [7, 10]) oder bezüglich der Preisänderung (z. B. drei Standardabweichungen [5, 10, 12]). Alternativ können die Sprünge mittels einer Wavelet-Transformation identifiziert werden [3, 12].

In einem zweiten Schritt müssen die Sprünge durch einen „normalen“, d. h. einen weniger sprunghaften Preis ersetzt werden. Borovkova und Permana schlagen vor, den Preissprung durch einen gewählten Schwellenwert zu ersetzen [4], Nomikos und Soldatos wollen ihn durch das Mittel der beiden benachbarten Preise ersetzen [5]. Janczura et al. schlagen

hier hingegen das Mittel der saisonbereinigten Zeitreihe als Ersatz vor [10].

Kritische Aspekte der Kalibrierung

Bei der Modellkalibrierung stellt sich die Frage, ob Sprünge die Schätzung der Saisonkomponente verfälschen und deshalb zuerst bereinigt werden sollen. Janczura et al. zeigen, dass eine Saisonschätzung auf der unbereinigten Zeitreihe zu Verzerrungen führt [10]. Weiterhin folgt aus dieser und der Darstellung von Trück et al. [12], dass sich die Ergebnisse der Prognosemodelle in Abhängigkeit des verwendeten Ansatzes zu Sprungidentifikation stark unterscheiden. Insbesondere ist der Sprungbegriff aber noch nicht abschließend einheitlich definiert [13]. Janczura et al. und Trück et al. tragen mit einer Übersicht und Vergleichen zur Priorisierung zwischen den verschiedenen Alternativen der Sprungbereinigung bei.

Nach Villaplana wirkt sich auch die Basisgröße eines Modells stark auf die Schätzung von Sprüngen aus [15]. Man unterscheidet Spot- und Log-Preis basierte Modelle. Letztere sind aufgrund der inzwischen häufig auftretenden negativen Marktpreise in der Modellierung geeignet, weshalb diese Variante im Folgenden nicht weiter betrachtet wird. Ein weiterer Aspekt bei der Kalibrierung betrifft die

Gewichtung der vorhandenen Daten. So sprechen einige Arbeiten (vgl. [9, 14]) den Preisen an Wochenenden und Feiertagen weniger statistischen Informationsgehalt zu und schließen in ihre Schätzungen lediglich die Daten der Arbeitstage ein.

Vorgehensweise und Daten

Die Relevanz der dargestellten Aspekte ist empirisch nachweisbar. In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse einer Studie zur Sensitivität der Prognose bezüglich verschiedener Kalibrierungsalternativen aufgezeigt. Dazu wurden die folgenden drei Aspekte untersucht:

- Berücksichtigung der Preise an Wochenenden (fünf vs. sieben Tage).
- Vergleich der Sprungbereinigungsverfahren PRS vs. MIT: Zur Sprungidentifikation wird jeweils eine Preisschwelle (Mittelwert plus drei Standardabweichungen) verwendet, wobei einerseits ein erkannter Ausreißer durch den jeweiligen Schwellenwert (PRS) und andererseits durch das Mittel der zu bereinigenden Zeitreihe (MIT) ersetzt wird.
- Unterschiede der Saisonbereinigungsverfahren Dummy- und Fourier-Regression.

Die Vergleiche basieren auf den Ergebnissen einer Modellierung der

systematischen Komponente (beinhaltet linearen Trend, wöchentliche und jährliche Saisonalität) analog zur Vorgehensweise in [12]. Als Basismodell liegt den Ergebnissen ein Spotpreis-basiertes, siebentägiges Modell zugrunde, wobei die Saisonbereinigung mittels einer Dummy-Regression und die Sprungidentifikation mittels der PRS-Methode geschieht.

Es wird ausgehend vom unbereinigten Preis die Saisonkomponente geschätzt. Anhand der saisonbereinigten Preise werden die Sprünge identifiziert. Die Saisonbereinigung im ersten Schritt soll mögliche Verzerrungen bei der Sprungidentifikation verhindern. Aus den resultierenden sprungbereinigten Daten wird anschließend die Saisonkomponente neu bewertet. Die Analyse beruht auf dem EEX Day Base Index ab Einführung des CO₂-Emissionshandels, d. h. vom 1.1.2005–8.12.2012.

Fünf vs. sieben Tage

Zunächst werden die Schätzungen jeweils für die Zeitreihe inklusive und exklusive der Wochenendpreise verglichen. Wenn Samstag und Sonntag ebenfalls betrachtet werden, identifiziert die PRS-Methode fast doppelt so viele Sprünge als sie ohne Beachtung des Wochenendes feststellen würde (siehe Tab. 1 und die Abb.). Die Sprünge sind bei siebentägiger

Modellierung im Durchschnitt deutlich niedriger. Der Eindruck, dass ein großer Teil der Sprünge an Wochenendtagen geschieht, ist jedoch eine Fehlinterpretation. Von den 57 erkannten Sprüngen finden nur drei an einem Samstag oder Sonntag statt.

Entscheidend ist, dass aufgrund des niedrigeren mittleren Preisniveaus der siebentägigen Zeitreihe der sich aus diesem ergebende Schwellenwert niedriger ist. Dadurch werden mehr Sprünge identifiziert. Die Dummy-Regressionen zur Saisonschätzung fallen für die beiden Zeitreihen teilweise mit wesentlichen Unterschieden aus. Die Parameter der Monate April und September fließen bei der Betrachtung der siebentägigen Daten signifikant ($\alpha=5\%$) in das Modell ein, während das aus der fünftägigen Zeitreihe geschätzte Modell keine Signifikanzen für die angesprochenen Parameter aufweist. Weiterhin sind die Erwartungswerte der Parameter aus den fünftägigen Daten betragsmäßig höher, außer für Februar und Juni. Die deskriptiven Statistiken der Saisonkomponenten in Tab. 2 lassen vor allem unterschiedlich hohe Standardabweichungen erkennen, die sich auf monatlicher Basis noch stärker unterscheiden.

Es zeigt sich also, dass die Gewichtung der Tage sich auf die systematische sowie die nicht-systematische Modellkomponente auswirkt. Ein siebentägiges Modell

kann hohe Preisspitzen nicht genügend abbilden, entsprechend unterschätzt allerdings das fünftägige Modell die auftretenden negativen Preise (siehe Min/Max in Tab. 1 und 2).

PRS vs. MIT

Beim Vergleich der beiden Sprungbereinigungsverfahren erkennt MIT nicht nur deutlich mehr Ausreißer, diese sind im Durchschnitt beträchtlich höher als die PRS-identifizierten Sprunghöhen. Der Mittelwert der Sprünge aus MIT ist um mehr als das Doppelte höher (siehe Tab. 1 und Abb.). Für eine spätere Modellierung der Sprünge ist die Wahl des Sprungbereinigungsverfahrens ausschlaggebend für den Ausgang der Kalibrierung, da die Frequenz und die Sprunghöhe des Modells auf der Identifikation der Ausreißer beruht.

Die Saisonkomponente, die aus der Zeitreihe der MIT ermittelt wird, streut geringer als die aus den mittels PRS bereinigten Daten (siehe Tab. 2). Auch sind die Werte im Durchschnitt niedriger als die Saisonkomponente aus PRS. Weil durch MIT die Daten stärker geglättet werden, könnten stark schwankende Preise fälschlicherweise als Sprünge erkannt werden. Daher eignet sich das MIT-Verfahren besser in Märkten mit relativ geringer Preisvarianz. Für Strommärkte halten wir entsprechend PRS für empfehlenswert.

Dummy vs. Fourier

Die Statistiken der erkannten Sprünge (siehe Tab. 1) unterscheiden sich beim Vergleich der Dummy- mit der Fourier-Regression nicht wesentlich. Auch die Zeitpunkte der erkannten Ausreißer sind vergleichbar (siehe Abb. 1). Deutlich stärker variiert jedoch die resultierende Saisonkomponente. Im Durchschnitt wird diese zwar ähnlich hoch eingeschätzt, allerdings führt die Dummy-Regression zu einer unruhigeren und stärker gestreuten Schätzung. Die Ursache liegt klar in den gleichmäßigen Kurvenverläufen der trigonometrischen Funktionen der Fourier-Analyse. Diese reagieren weniger stark auf Ausreißer in den Daten. Dem Dummy-Verfahren ist es im Gegensatz dazu besser möglich, einzelnen Monaten ein stärkeres saisonales Gewicht zu verleihen.

Daher ist das Fourier-Verfahren bei eher gleichmäßig auftretenden Effekten wie Temperaturabhängigkeiten besser geeignet. Effekte, die von binären Ereignissen wie einem spezifischen Wochentag abhängen, können damit nicht abgebildet werden. Hier ist die Dummy-Regression klar vorzuziehen. Ebenso kann mit vergleichsweise wenig Aufwand das Dummy-Verfahren um zusätzliche Informationen (z. B. Wetterprognosen) erweitert werden.

Kalibrierung an den Anwendungsbezug anpassen

Die empirischen Vergleiche der diskutierten Verfahren zeigen deutlich, dass es keine allgemeingültigen Empfehlungen hinsichtlich bestimmter Methoden geben kann. Die Art der Kalibrierung sollte daher immer den Anwendungshorizont in Betracht ziehen. Für die Bewertung von Stromderivaten ist die Güte der Verteilungsanpassung wichtig, weniger eine exakte Nachbildung historischer Preise. Preisprognosemodelle hingegen müssen möglichst nahe am realisierten Preis liegen und daher vor allem binäre Ereignisse abbilden können.

Insbesondere zeigt die Analyse jedoch, dass schon bei der Modellentwicklung stets die entsprechenden Kalibrierungstechniken zu diskutieren sind, da diese einen wesentlichen Einfluss auf die Qualität des Modells haben. Die überlegte Wahl der Schätzmethode hilft, die in der Modellkalibrierung auftretenden hochdimensionalen Optimierungsprobleme geeignet zu zerlegen. Weiterhin empfiehlt sich an kalibrierten Modellen Sensitivitätsanalysen bzgl. der Eingangsparameter durchzuführen, um belastbarere Aussagen hinsichtlich deren Güte treffen zu können.

Literatur

- [1] Huisman, R., Mahieu, R.: Regime jumps in electricity prices. In: *Energy Economics*, Vol. 25, No. 5 (2003), S. 425–434.
- [2] Janczura, J., Weron, R.: Efficient estimation of Markov regime-switching models: An application to electricity spot prices. In: *ASTA Advances in Statistical Analysis*, Vol. 96, No. 3 (2012), S. 385–407.
- [3] Stevenson, M. J., Amaral, M., Felipe, L., Peat, M.: Risk Management and the Role of Spot Price Predictions in the Australian Retail Electricity Market. In: *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, Vol. 10, No. 3 (2006).
- [4] Borovkova, S., Permana, F.: Modelling electricity prices by the potential jump-diffusion. In: Shiryayev, A. N., Grossinho, M. R., Oliveira, P. E., Esquivel, M. L.: *Stochastic Finance*, Eds. Springer US, 2006, S. 239–263.
- [5] Nomikos, N. K., Soldatos, O.: Using Affine Jump Diffusion Models for Modelling and Pricing Electricity Derivatives. In: *Applied Mathematical Finance*, Vol. 15, No. 1 (2008), S. 41–71.
- [6] Seifert, J., Uhrig-Homburg, M.: Modelling jumps in electricity prices: theory and empirical evidence. In: *Review of Derivatives Research*, Vol. 10, No. 1 (2007), S. 59–85.
- [7] Crespo Cuaresma, J., Hlouskova, J., Kossmeier, S., Obersteiner, M.: Forecasting electricity spot prices using linear univariate time series models. In: *Applied Energy*, Vol. 77, No. 1 (2004), S. 87–106.
- [8] Lucia J. J., Schwartz, E. S.: Electricity Prices and Power Derivatives: Evidence from the Nordic Power Exchange. In: *Review of Derivatives Research*, Vol. 5, No. 1 (2002), S. 5–50.
- [9] Meyer-Brandis, T., Tankov, P.: Multi-Factor Jump-Diffusion Models of Electricity Prices. In: *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 11, No. 5 (2008), S. 503–528.
- [10] Janczura, J., Trueck, S., Weron, R., Wolff, R.: Identifying Spikes and Seasonal Components in Electricity Spot Price Data: A Guide to Robust Modeling. In: *Energy Economics*, Vol. 38, No. 1 (2013), S. 96–110.
- [11] Weron, R., Simonsen, I., Wilman, P.: Modeling highly volatile and seasonal markets: evidence from the Nord Pool electricity market. In: Takayasu, H.: *The Application of Econophysics*, Tokyo, 2004, S. 182–191.
- [12] Trück, S., Weron, R., Wolff, R.: Outlier treatment and robust approaches for modeling electricity spot prices. In: *MPRA Paper 4711*, 2007.
- [13] Weron, R.: *Modeling and forecasting electricity loads and prices*, Wiley, 2006.
- [14] Pirino, D., Renò, R.: Electricity Prices: A Nonparametric Approach. In: *International Journal of Theoretical and Applied Finance*, Vol. 13, No. 2 (2010), S. 285–299.

[15] Villaplana, P.: Pricing Power Derivatives: A Two-Factor Jump-Diffusion Approach. In: EFMA 2004 Basel Meetings Paper, 2003.

A. Krohmer, Dr. S. Utz, Lehrstuhl für Finanzierung, Universität Regensburg; A. Wagner, Abteilung

Finanzmathematik, Fraunhofer ITWM, Kaiserslautern
sebastian.utz@ur.de

Andreas Wagner bedankt sich für die finanzielle Unterstützung durch das Innovationszentrum Applied System Modeling.

TABELLENÜBER- UND ABBILDUNGSUNTERSCHRIFT

Tab. 1: Deskriptive Statistiken der erkannten Sprünge für die Zeitreihe 1.1.2005–8.12.2012

	# Sprünge	Min	Max	Mittelwert	Std.abw.	Schiefe	Kurtosis
5 Tage vs.	33	0,27	199,19	24,13	39,18	3,41	13,13
7 Tage	57	-34,66	205,09	17,07	33,80	3,79	18,26
PRS vs.	57	-34,66	205,09	17,07	33,80	3,79	18,26
MIT	90	-77,48	247,25	48,43	35,72	1,42	13,70
Dummy vs.	57	-34,66	205,09	17,07	33,80	3,79	18,26
Fourier	55	-33,84	205,04	17,88	34,39	3,70	17,35

Tab. 2: Deskriptive Statistiken der Saisonkomponente

	N	Min	Max	Mittelwert	Std.abw.	Schiefe	Kurtosis
5 Tage vs.	2070	39,85	63,97	51,62	5,07	0,12	-0,61
7 Tage	2899	25,57	60,91	47,33	8,20	-0,73	-0,23
PRS vs.	2899	26,48	58,58	47,00	7,83	-0,79	-0,19
MIT	2899	27,41	56,02	45,83	6,89	-0,88	-0,07
Dummy vs.	2899	25,57	60,91	47,33	8,20	-0,73	-0,23
Fourier	2899	33,73	61,55	47,33	7,03	0,00	-0,97

Abb.: Phelix Day Base Index der EEX für den Zeitraum 1.1.2005–8.12.2012 nach der Sprungbereinigung und die identifizierten Ausreißer jeweils für die empirischen Vergleiche fünf Tage vs. sieben Tage (1. Zeile), PRS vs. MIT (2. Zeile) und Dummy vs. Fourier (3. Zeile)

