Uwe Meixner

Grundzüge der logischen Grammatik der natürlichen Sprache

Ein Vorlesungsskript

Universität Augsburg

(Wintersemester 2013/14 – Wintersemester 2021/22)

Inhaltsverzeichnis

Vorwort……4

I. Terme und Prädikate ……………………………………………………………………………………………7

Aufgaben zum Kapitel I ………………………………………………………………………………………………11

II. Verwendungsweisen von „sein“ in konjugierter präsentischer Form in einfachen Sätzen.12

Anhang: Ungewöhnliche Verwendungen von „sein“ …………………………………………………….18

Aufgaben zum Kapitel II ……………………………………………………………………………………………20

III. Existenz und Nichtexistenz ………………………………………………………………………………21

Aufgaben zum Kapitel III ……………………………………………………………………………………………29

IV. Identität und Verschiedenheit (bei singularisch-partikularen Termen) …………………………30

Aufgaben zum Kapitel IV ……………………………………………………………………………………………39

V. Logische Kategorien, mit besonderer Berücksichtigung von Quantoren und prädikatbezogenen Kennzeichnern ………………………………………………………………………………40

Anhang: Zur Einschränkung bzw. Erweiterung des angegebenen Systems logischer Kategorien ……53

Aufgaben zum Kapitel V ……………………………………………………………………………………………60

VI. Satzoperatoren, mit besonderer Berücksichtigung von Modaloperatoren und des „Wenn, dann“ ………61

Anhang: Verschiedenes im Umkreis von „Wenn, dann“ …………………………………………………74

Aufgaben zum Kapitel VI ……………………………………………………………………………………………80

VII. Indexikalität, Bedeutung, Intension, Extension ………………………………………………………81

Anhang: Nonstandardindexikalität ………………………………………………………………………………91

Aufgaben zum Kapitel VII ……………………………………………………………………………………………92

VIII. Vagheit, Mehrdeutigkeit, Analogie ………………………………………………………………………93

Aufgaben zum Kapitel VIII …………………………………………………………………………………………102

IX. Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 1. Teil: Die Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik und andere reine Satzoperatorensprachen ………….103

Aufgabe zum Kapitel IX 113

X. Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 2. Teil: Die Sprache der elementaren Prädikatenlogik 114

Aufgabe zum Kapitel X 122

XI. Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 3. Teil: Erweiterungen der Sprache der elementaren Prädikatenlogik 123

Aufgabe zum Kapitel XI 134

Aufgaben ohne explizite Kapitelzuordnung 136

Vorwort

Philosophen behaupten hinsichtlich der formalen Logik nicht selten, dass deren Präzision zwar unübertrefflich sei, dass sie aber mit dem realen menschlichen Diskurs – insbesondere dem philosophischen – so gut wie nichts zu tun habe. Diese Behauptung passt wenig dazu, dass Studierende der Philosophie standardmäßig im Laufe ihres Studiums eine „Einführung in die Logik" erfolgreich absolviert haben müssen – was doch zweifellos bedeutet, dass der Logik jedenfalls ein gewisser Wert für die Philosophie zugemessen wird. Aber *warum* nur? Tatsächlich vergessen die meisten Studierenden der Philosophie in kürzester Zeit wieder all das, was sie sich, um die Klausur bestehen zu können, bei einer Einführung in die Logik angelernt haben, und können jedenfalls das Gelernte nicht im Mindesten anwenden, es schlicht nicht gebrauchen. Hat die Philosophie also doch eigentlich gar nichts mit der Logik zu tun?

Manchmal wird hier differenziert: zwischen der traditionellen Logik (der „aristotelischen") und der modernen, (voll)formalen Logik (früher auch gerne als „Logistik" bezeichnet): Die traditionelle Logik sei brauchbar, wenn auch in begrenztem Maße; die moderne Logik hingegen sei gänzlich unbrauchbar, ein mathematischer Fremdkörper – „Formelkram" – im Fleisch der Philosophie. Diese (oft von einer Art von Ekel, von tiefer Abneigung begleitete) Ansicht verkennt aber, in welch hohem Maße die formalen Kunstsprachen der modernen Logik die *logische* – nicht unbedingt die *philologische* – Grammatik der natürlichen Sprache abbilden; sodass *das*, was schon durch die traditionelle Logik hinsichtlich der Abbildung der natursprachlichen logischen Grammatik geleistet wird, *weit* dahinter zurückbleibt. Jene Ansicht verkennt zudem, *was* die Philosophie für die ihr eigenen Erkenntnisanliegen tatsächlich braucht.

Die verinnerlichte, habituelle *Kenntnis* des Abbildungsverhältnisses zwischen Aspekten der logischen Grammatik der natürlichen Sprache (hier des Deutschen) und gewissen logischen Symbolsprachen und, darauf gründend, die *Fähigkeit*, auch komplexere logische Formen einzelner natursprachlicher Sätze aus den Sätzen herauszuschauen und symbolsprachlich in Reinkultur darzustellen (die Sätze zu „formalisieren"), ist die unabdingbare Voraussetzung dafür, mit der formalen Logik etwas „anfangen zu können", sie in Alltag und Philosophie (argumentkritisch oder gar systembauend) anwenden zu können. Zu eben dieser Kenntnis und eben dieser Fähigkeit gelangen allerdings nur die wenigsten

Studierenden. Aber die Gründe für diesen Mangel (welchen Gründen ich hier nicht weiter nachgehen will) haben wahrlich nichts mit einer Vernachlässigbarkeit der sachlich-fachlichen Bedeutung der formalen Logik für die Philosophie zu tun.

Das vorliegende „Vorlesungsskript“ – eigentlich handelt es sich um die Arbeitsgrundlage für ein zwischen 2013 und 2021 jedes Wintersemester stattfindendes Hauptseminar mit dem Titel „Logische Analyse in Alltag und Philosophie“ – hat das Ziel, Studierenden und anderen einschlägig Interessierten ein Stück der *logischen Grammatik des Deutschen* explizit zu machen, es ihnen vor Augen zu führen, es ihnen als Betrachtungsgegenstand (also „theoretisch“) zu vermitteln (leider ohne besondere didaktische Rücksichtnahmen, von den vielen Übungsaufgaben einmal abgesehen), in der – freilich nur prinzipiellen – Hoffnung, dass sie das behandelte, nicht ganz unwesentliche Stück Logikgrammatik für ihre Denk- und Argumentationspraxis wenigstens da und dort werden fruchtbar machen können. Dabei leuchtet durch die – naturgemäß – sprachbezogenen Ausführungen eher öfter als selten unverkennbar auch das per se und eigentlich Philosophische hindurch, nämlich „die Grammatik des Seienden“: *die Ontologie*. (Allen Lesern und Leserinnen sei nebenbei gesagt: *Tanzen lernt man nicht ohne zu tanzen*; was das logische Analysieren – und Synthetisieren – angeht, ist es nicht anders.)

Wie die philologische Grammatik hat die logische Grammatik nicht nur eine deskriptive, sondern auch eine normative Seite. Die Logik dient den Wissenschaften, allgemein: der Erkenntnis; daraus ergibt sich die normative Ausrichtung der Logik hin auf die Erkenntniswerte der Eindeutigkeit, Präzision und Vollständigkeit – eine Ausrichtung, der die Sprache, wie sie *de facto* ist, *oft* nicht entspricht, aber jedenfalls im wissenschaftlichen Diskurs entsprechen *soll*, mit anderen Worten: *im wissenschaftlichen Ideal – in ihrer wissenschaftlichen Idealform – entspricht*.

Deshalb, *zum einen*, stellt die im Folgenden umrissene logische Grammatik nicht nur zentrale logische Gestaltbildungselemente der natürlichen Sprache vor (die oft auf ontologische Strukturen verweisen), sondern auch diejenigen Erscheinungen, die in der natürlichen Sprache ubiquitär der eben spezifizierten normativen Ausrichtung der Logik *nicht gemäß sind*: Mehrdeutigkeit und Vagheit, sowie auch (mit Einschränkung) Indexikalität [die festinstallierte, geregelte semantische Komplettierbarkeit]. Für das ubiquitäre Auftreten dieser Erscheinungen im diskursiven Alltag – in „Alltag und Philosophie“ – gibt es gute Gründe (welche im Fall *mancher* Art von Indexikalität wohl nicht bloß sprachpraxisbezogener

Natur sind), *ebenso* aber gute Gründe für deren weitestmögliche Vermeidung jedenfalls im wissenschaftlichen Diskurs, oder allgemeiner gesagt: in jedem Teil des natursprachlichen Diskurses, wo es auf Sachgemäßheit (m. a. W.: *Wahrheit*) ankommt.

Deshalb, *zum anderen*, untersteht die im Folgenden umrissene logische Grammatik den im sprachlichen Allgemeinbewusstsein anerkannten *drei hauptsächlichen semantischen Normen*: (1) dass Worte *eine* bestimmte Bedeutung haben mögen; (2) dass singuläre Terme *ein* Bestimmtes bezeichnen mögen; (3) dass Aussagesätze entweder wahr oder falsch sein mögen. Diese Normen sind nichts, was der Sprache von außen aufgedrückt wäre; vielmehr ist das in diesen Normen liegende *Normative* für die Sprache aus inneren Gründen – jedenfalls, was den *Wahrheits*diskurs angeht – etwas *Idealdeskriptives* (mit der Konsequenz, dass an den Stellen im Wahrheitsdiskurs, wo vorderhand eine jener drei Normen *de facto* nicht realisiert ist, ihre Realisierung *hergestellt* wird, wenn die Angelegenheit nicht ganz und gar vernachlässigbar ist).

Alle hier zum Ausdruck gebrachten Gedanken sind aus dem eigenen Fundus geschöpft und selbstständig geformt (im originalen Verfassen und im mehrfachen Überarbeiten des Skripts). Hinter dem Skript steht aber selbstverständlich die nun schon nicht mehr kurze Geschichte sprachbewusster analytischer Philosophie: Elemente aus den Werken verschiedener analytischer Philosophen der näheren und ferneren Vergangenheit sind in ihm verbaut worden. Es war aber nicht Aufgabe des Skripts, aus historischem Interesse historischen Bezügen zu folgen (die sich weit verzweigen können) oder systematische Betrachtungen historisch zu vertiefen (und so ohnehin komplexe Gedanken noch komplexer zu machen). Eine historische Literaturdiskussion ist daher unterblieben (von gelegentlichen Hinweisen abgesehen). Unterblieben ist auch eine Diskussion mehr oder minder gegenwärtiger analytisch-philosophischer Literatur. Bezüge zu dieser Gegenwartsliteratur dürften sich zweifelsohne aufzeigen bzw. ergänzen lassen; ich habe aber solche Bezüge weder bewusst gesucht, noch bin ich ihnen bewusst nachgegangen.

Augsburg, im Juli 2022 Uwe Meixner

I. Terme und Prädikate

(A) Terme [*Namen i. w. S.*]

1. Partikulare Terme [*Namen i. e. S.*]

<u>(a) singularisch-partikulare Terme [*„singuläre Terme“*]</u>

<u>(aa) nicht explizit beschreibende</u>: „die Erde“, „Egon Müller“, „Harry Potter“, „die Zugspitze“, „Rot“, „Eins“, „Zwei“, „Drei“, „965“, „23.4.1567“, „Pi“, „ich“, „du“, „heute“, „hier“, „jetzt“, „Osten“, „Westen“, „Berlin“, „Bayern“, „Augsburg“, „das Heilige Römische Reich Deutscher Nation“, „der Atlantik“, „Atlantis“, „Gott“;

<u>(ab) explizit beschreibende</u>: „der Vater von Wittgenstein“, „der Sohn von Wittgenstein“, „der Präsident der Vereinigten Staaten im Jahre 2002“, „die Eigenschaft, rot zu sein“, „die kleinste Primzahl“, „die größte Primzahl“, „die Menge der natürlichen Zahlen“, „die Menge aller Mengen, die nicht Element von sich selber sind“, „der Sachverhalt, dass die Erde um die Sonne kreist“, „die Anzahl der Planeten“, „der Untergang der Titanic“;[1]

<u>(b) pluralisch-partikulare Terme</u>

<u>(ba) nicht explizit beschreibende</u>: „wir“, „ihr“, „Otto, Fritz und Ewald“, „Rot, Gelb und Blau“;

<u>(bb) explizit beschreibende</u>: „die Nebenflüsse der Donau“, „die Quadratwurzeln aus 2“, „die Tage des Jahres 2014“, „diese Männer“, „die Männer“[2].

---

[1] Die Unterscheidung *explizit beschreibend / nicht explizit beschreibend* ist vage. Sind die partikularen Terme „Rot“ und „Gott“ explizit beschreibend oder nicht? Ich habe mich für Letzteres entschieden (als *implizit* beschreibend wird man sie aber ansehen müssen). Auf die Idee, dass „Rot“ und „Gott“ explizit beschreibend sind, kommt man, weil die beiden partikularen Terme von generellen Termen etymologisch abgeleitet sind; denn generelle Terme sind nun eben *per se* explizit beschreibend: sie dienen *eo ipso* und offensichtlich zu nichts anderem als zur Beschreibung. (Doch „Rot“ bezeichnet nun gerade nichts, was korrekt als „rot“ beschrieben werden könnte, und „Gott“ könnte man selbst dann in seiner semantischen Funktion – in Bezug und Bedeutung – vollständig erfassen, wenn im Deutschen der generelle Term „[ein] Gott“ durch einen anderen überall ersetzt wäre, z. B. durch „[ein] Divinus“.) Zu beachten ist auch, dass manche partikularen Terme nur so aussehen, als wären sie explizit beschreibend: „das Heilige Römische Reich Deutscher Nation“ offeriert tatsächlich keine explizite Beschreibung des von ihm bezeichneten Gebildes und will (so, wie der Term tatsächlich verwendet wird) auch keine solche offerieren. Man beachte schließlich, dass wenn ein partikularer Term eine Beschreibung enthält, diese bei manchen Termen *eindeutig kennzeichnend* gemeint ist, bei anderen Fällen nicht. Die *implizite* Beschreibung, die der singuläre Term „Egon Müller“ enthält, besagt, dass das Bezeichnete irgendeine menschliche männliche Person ist, mehr nicht. Die *explizite* Beschreibung, die der singuläre Term „der Vater von Wittgenstein“ enthält, besagt hingegen, dass das Bezeichnete *der* Vater von Wittgenstein ist.

[2] „Die Männer“ kann ein schlichterer Ausdruck anstelle von „diese Männer“ sein, kann aber auch so viel heißen wie „die Männer überhaupt“ – ein Fall von Mehrdeutigkeit. (Zur Mehrdeutigkeit siehe Kap. VIII.)

Ein mit einem bestimmten Artikel oder mit einem Demonstrativpronomen beginnender Term ist immer ein partikularer Term: ein Name i. e. S. Doch nicht jeder partikulare Term beginnt mit einem bestimmten Artikel oder mit einem Demonstrativpronomen.

2. Generelle Terme

<u>(a) singularisch-generelle Terme [*generelle Terme i. e. S*]</u>

<u>(aa) in der Sinnauffassung einfache</u>

(i) substantivische: „Mensch“, „Giraffe“, „Baum“, „Haus“, „Tisch“, „Berg“, „Stern“, „Land“, „Meer“, „Mann“, „Frau“, „Kind“, „Vertrag“, „Farbe“, „Zahl“, „Eigenschaft“, „Substanz“, „Gott“[3];

(ii) adjektivische: „rot“, „blau“, „verheiratet“, „groß“, „klein“, „neu“, „zerbrochen“, „bunt“;[4]

<u>(ab) in der Sinnauffassung komplexe</u>

(i) substantivische: „verheirateter Mann“, „blaues Quadrat“, „rundes Quadrat“, „größte Primzahl“, „kleinste Primzahl“, „Frau im blauen Kleid“, „Wellenberg“;

(ii) adjektivische: „sehr schnell“, „groß und dick“, „blau und quadratisch“, „175 cm groß“, „größer als alles, was gedacht werden kann“, „rund mit Ausbuchtung“;[5]

<u>(b) pluralisch-generelle Terme</u>

<u>(ba) in der Sinnauffassung einfache</u>

(i) substantivische: „Menschen“, „Giraffen“, „Götter“;

(ii) adjektivische: „grüne“, „geteilte“, „viele“, „mehrere“, „drei“;[6]

---

[3] Das Wort „Gott“ fungiert sowohl als singularisch-partikularer Term als auch als singularisch-genereller Term; in *beiden* Funktionen nebeneinander kommt das Wort vor in „Gott ist ein Gott“. „Götter“ (siehe weiter unten) ist ein pluralisch-genereller Term; „die Götter“ dagegen ist ein pluralisch-partikularer Term.

[4] Die Unterscheidung zwischen substantivischen und adjektivischen generellen Termen ist möglicherweise keine tiefe: Ein adjektivisches Prädikatsnomen kann man wohl immer logisch gleichwertig durch ein substantivisches ersetzen (wenn auch der Satz dadurch umständlicher wird). Beispiel: „ist rot“ wird gleichwertig ersetzt durch „ist etwas Rotes“, „sind rot“ gleichwertig durch „sind jeweils etwas Rotes“.

[5] Die Unterscheidung *in der Sinnauffassung einfach / in der Sinnauffassung komplex* ist vage und zudem relativ (d. h.: sprecherrelativ und/oder hörerrelativ). Die Frage bei der Anwendung dieser Unterscheidung ist, inwieweit ein Termsinn durch den Term selbst *artikuliert* wird? Wenn er überhaupt nicht oder so gut wie überhaupt nicht durch den Term artikuliert wird – aber was heißt das *präzise*? –, dann ist die Sinnauffassung einfach; sonst ist sie komplex. Die fragliche Unterscheidung ist *relativ*, insofern beispielsweise jemand, der den Gebrauch des Wortes „Atheist“ kennt, ohne den Gebrauch des Wortes „Theist“ und den der Negationsvorsilbe „a-“ zu kennen, eine einfache Sinnauffassung von „Atheist“ haben dürfte, jemand jedoch, dem das fragliche Wissen präsent ist, eine komplexe.

(bb) in der Sinnauffassung komplexe

(i) substantivische: „verheiratete Männer“, „viele Kinder“, „schöne Tage“, „vergangene Jahre“, „Jugendjahre“;

(ii) adjektivische: „sehr gute“, „viele schöne“, „kleine und dünne“.

(B) Prädikate

Ein *partikularer* Term *gibt vor* (seinem Sinn nach), auf ganz Bestimmtes (sei es eins oder mehreres) Bezug zu nehmen, darauf zu „referieren“ („refer“ im Englischen), ganz Bestimmtes herauszuheben, um davon etwas auszusagen. Das, was von dem/den durch einen partikularen Term Herausgehobenen ausgesagt wird, kann Verschiedenes sein – selbst in ein und demselben *Aussagesatz,*[7] der den heraushebenden partikularen Term enthält; denn jedes *Prädikat*, das aus einem Aussagesatz dadurch hervorgeht, dass ein partikularer Term in ihm (dem Aussagesatz) an einer oder mehreren oder allen Stellen seines Vorkommens durch eine (dieselbe) *Variable* ersetzt wird, bringt einen Inhalt zum Ausdruck, der von dem/den durch den partikularen Term Herausgehobenen im fraglichen Aussagesatz mittels des Prädikats ausgesagt wird. Betrachten wir den Aussagesatz „Hans liebt Hans“: (1) Das Prädikat „Hans liebt x“ drückt einen Inhalt aus, der von dem durch „Hans“ Herausgehobenen in „Hans liebt Hans“ ausgesagt wird, nämlich den Inhalt *von Hans geliebt*; (2) das Prädikat „x liebt Hans“ drückt einen Inhalt aus, der von dem durch „Hans“ Herausgehobenen ebenfalls in „Hans liebt Hans“ ausgesagt wird, nämlich den Inhalt *liebt Hans*; (3) das Prädikat „x liebt x“ drückt abermals einen Inhalt aus, der von dem durch „Hans“ Herausgehobenen in „Hans liebt Hans“ ausgesagt wird, nämlich den Inhalt *liebt sich selbst*. Das erste Prädikat drückt den Inhalt aus, der in „Hans liebt Anna“ von dem durch „Anna“ Herausgehobenen ausgesagt wird; und eben dieses Prädikat lässt sich auch aus dem letztgenannten Aussagesatz gewinnen (durch Ersetzung von „Anna“ durch „x“). Das zweite Prädikat drückt den Inhalt aus, der in „Anna liebt Hans“ von dem durch „Hans“ Herausgehobenen ausgesagt wird; und eben dieses Prädikat lässt sich auch aus diesem

[6] Das Wort „drei“ fungiert sowohl als singularisch-partikularer Term (in „Drei ist eine Primzahl“) als auch als pluralisch-genereller Term (in „Wir sind drei“). „Die drei“ hingegen (in „Die drei sind eins“) ist ein pluralisch-partikularer Term.

[7] Ein Aussagesatz *gibt vor*, etwas zu sagen, was entweder wahr oder falsch ist. Wie bei partikularen Termen ist es auch bei Aussagesätzen eine *andere, sich anschließende* Frage, ob das, was sie jeweils vorgeben, auch wirklich der Fall ist. (Es kommt nicht selten vor, dass es *nicht* der Fall ist.)

letzteren Aussagesatz gewinnen (wiederum durch Ersetzung von „Anna" durch „x"). Das dritte Prädikat schließlich drückt einen Inhalt aus, der in „Anna liebt Anna" von dem durch „Anna" Herausgehobenen ausgesagt wird; und eben dieses Prädikat lässt sich auch aus diesem letzteren Aussagesatz gewinnen (durch zweimalige Ersetzung von „Anna" durch „x").

Allgemein geht ein Prädikat aus einem Aussagesatz dadurch hervor, dass in ihm ein partikularer Term – oder mehrere solche – an einer Stelle – oder an mehreren – durch eine Variable („x", „y", „z", …) ersetzt wird; dabei wird genau eine Variable pro Term verwendet (wenn der Term mehrfach im Aussagesatz vorkommt und mehrfach ersetzt wird, dann wird dazu mehrfach dieselbe Variable verwendet), für verschiedene Terme verschiedene Variablen. Die Anzahl der Variablen (*nicht* die Anzahl der Vorkommnisse von Variablen) in einem Prädikat ist seine *Stellenzahl* („x liegt zwischen y und z" ist beispielsweise ein *dreistelliges* Prädikat, „x liebt y" ein *zweistelliges*, „x liebt x" hingegen ein *einstelliges*).

Prädikate sind oft mit einer Konjugationsform von „sein" gebildet [Beispiel: „x ist ein Mensch"], oft aber auch nicht [Beispiel: „x sitzt"]. Sie enthalten oftmals Terme [Beispiel: „x ist größer als Hans" enthält den adjektivischen und in der Sinnauffassung komplexen singularisch-generellen Term „größer als Hans" und zudem den singularisch-partikularen Term „Hans"], oftmals aber auch nicht [Beispiel: „x ist größer als y"[8]].

[8] „x ist größer als y" enthält keinen partikularen Term und auch keinen generellen Term, denn „größer als" ist kein Term – kein *Name i. w. S.* –, sondern ein Relationsausdruck. Auch sind „größer", „heller", „älter" usf. keine generellen Terme (und selbstverständlich keine partikularen), denn das Bezüglichkeit stiftende, namensprengende komparative „als" ist da schon implizit. „x ist so groß wie y" wiederum enthält zwar *gewissermaßen* den generellen Term (also Namen i. w. S.) „groß", aber doch nur rein syntaktisch, ohne eigene semantische Funktion; die ist vielmehr ganz aufgehoben in dem Relationsausdruck „so groß wie": die beiden Verglichenen können ja ganz klein sein! Verben übrigens, ob mit grammatischem Objekt oder ohne, kann man nicht als Namen ansehen, nicht einmal im weiten Sinn. Deshalb enthalten die Prädikate „x schlägt" und „x lebt" keinen Term – anders als die dazu logisch äquivalenten Prädikate „x ist [jetzt] schlagend" und „x ist [jetzt] lebendig".

Aufgaben zum Kapitel **Terme und Prädikate**

1. Geben Sie zehn singuläre Terme an, die (mindestens vertretbar) *nur vorgeben*, auf Bestimmtes [Einzelnes] Bezug zu nehmen (es also nicht wirklich tun).

2. Gewinnen Sie aus „Regensburg ist zwischen Nürnberg und München" wie in Kap. I beschrieben sämtliche einstelligen Prädikate, sämtliche zweistelligen Prädikate und sämtliche dreistelligen Prädikate. Verwenden Sie für die einstelligen Prädikate die Variable „x", für die zweistelligen die Variablen „x" und „y" (in der angegebenen Reihenfolge), für das dreistellige Prädikat die Variablen „x", „y" und „z" (in der angegebenen Reihenfolge). Füllen Sie dann das gewonnene dreistellige Prädikat in zehnfacher Weise durch singuläre Terme zu einem wahren Aussagesatz auf. Jeder der Aussagesätze soll dabei von einer anderen Art von Entitäten und nicht von Städten handeln.

3. Geben Sie zehn einstellige, zehn zweistellige und zehn dreistellige Prädikate an.

4. Geben Sie zehn pluralisch-partikulare Terme an, die (mindestens vertretbar) *nur vorgeben*, auf Bestimmtes [Mehreres] Bezug zu nehmen (es also nicht wirklich tun).

5. Geben Sie zehn generelle Terme an, und zu jedem generellen Term einen singulären, der auf etwas Bezug nimmt, was durch den jeweiligen generellen Term (nach allgemeinem Dafürhalten) korrekt beschrieben wird.

6. Geben Sie zehn Prädikate an, die den in 5. angegebenen generellen Termen eins-zu-eins entsprechen.

7. Sind die Ausdrücke „der Nachfolger von x" und „y ist der Nachfolger von x" beides Prädikate oder nicht? (Wenn ja, warum? Wenn nein, warum nicht?)

8. Geben Sie zehn einstellige Prädikate an, in denen dieselbe Variable mehrfach (also mindestens zweimal) vorkommt. Geben Sie bei fünf von diesen einen singulären Term an, sodass bei Füllung des Prädikats durch diesen ein wahrer Aussagesatz hervorgeht. Bei den übrigen fünf soll aber gelten, dass jede Füllung von ihnen durch einen singulären Term einen falschen Aussagesatz ergibt.

9. Geben Sie fünf zweistellige Prädikate an, die einen Relationsausdruck enthalten, aber keinen Term; und geben Sie fünf zweistellige Prädikate an, die einen Relationsausdruck und einen singulären Term enthalten, aber keinen generellen Term; und geben Sie fünf zweistellige Prädikate an, die einen Relationsausdruck und einen generellen Term enthalten, aber keinen singulären Term.

10. Geben Sie ein zweistelliges Prädikat an, das eine Kombination mittels „und" aus einem einstelligen und einem zweistelligen Prädikat ist. Geben Sie ein dreistelliges Prädikat an, das eine Kombination mittels „und" aus drei einstelligen Prädikaten ist.

II. Verwendungsweisen von „sein" in konjugierter präsentischer Form in einfachen Sätzen

(A) Kopulativ

1. Singularisch

<u>(a) prädikativ</u> [Schema: **a ist F**]

<u>(aa) prädikativ, 1. Stufe</u>

i) substantivisch-prädikatsnominal: „Hans ist ein Mensch", „Die Sonne ist ein Himmelskörper", „Dieses Schmuckstück ist etwas sehr Schönes";

ii) adjektivisch-prädikatsnominal: „Hans ist jung"; „Hans ist 175 cm groß", „Dieser Apfel ist rot", „Hans ist größer als Anna";

<u>(ab) prädikativ, 2. Stufe</u>

i) substantivisch-prädikatsnominal: „Rot ist eine Farbe", „Größer-als ist eine irreflexive Relation", „Größer-als-Anna ist eine Relationseigenschaft";

ii) adjektivisch-prädikatsnominal: „Die Relation Größer-als ist irreflexiv", „Rot ist beliebt";[9]

<u>(a*) pseudo-prädikativ</u>

<u>(a*a) subsumptiv</u> [Schema: **G ist F**]: „Rotes ist etwas Farbiges", „Rotes ist farbig", „Der Löwe ist ein Säugetier",[10] „Der Borkenkäfer ist ein Baumschädling".

---

[9] Die Verwendung von „ist" ist dadurch *prädikativ, 2. Stufe*, dass das Satzsubjekt – der partikulare Term vor dem „ist" – aus einem generellen Term oder aus einem ganzen Prädikat *mit den Mitteln abstraktiver Partikularisierung* gebildet und somit ein *partikularer Term 2. Stufe* ist: „rot" → „Rot", „[die] Röte", „die Eigenschaft, rot zu sein", „das Rotsein"; „Mensch" → „der Mensch [überhaupt; an sich]" bzw. „der Mensch [als Art]", „das Menschsein"; „gerecht" → „die Gerechtigkeit"; „schön" → „die Schönheit"; „schamlos" → „die Schamlosigkeit"; „x liebt y" → „die Liebe"; „x ist größer als y" → „die Größer-als Beziehung"; „x ist größer als Anna" → „die Eigenschaft, größer als Anna zu sein". Abstraktive Partikularisierung kann auch durch bloße Kursivierung des generellen Terms geschehen: „Mammut" → *„Mammut"* (wie in „*Mammut* ist eine Säugetierart", „*Mammut* ist ein zoologischer Begriff"). Manche Prädikate können *nur* mit partikularen Termen 1. Stufe zu Aussagesätzen ergänzt werden, andere dagegen *nur* mit partikularen Termen 2. Stufe: „x ist eine Farbe" durch „dieser Apfel" zu „dieser Apfel ist eine Farbe" zu ergänzen, ist nicht sinnvoll (die Ergänzung durch „Rot" ist hingegen sinnvoll); „x hat 7 cm Durchmesser" durch „Rot" zu „Rot hat 7 cm Durchmesser" zu ergänzen, ist nicht sinnvoll (die Ergänzung durch „dieser Apfel" ist hingegen sinnvoll).

[10] Die hier einschlägige Subsumption lässt sich, wie es scheint, auch (echt-)prädikativ ausdrücken, nämlich durch „Die Menge der Löwen ist eine Teilmenge der Menge der Säugetiere". Doch bei näherem Hinsehen besagt der letztere Satz *mehr* (ontologisch mehr) als „Jeder Löwe ist ein Säugetier" (welcher Satz ja von Mengen überhaupt nicht redet, auch nicht implizit). Etwas anderes: Der Verdacht entsteht, dass ein abstraktiver partikularer Term der Gestalt „der/die/das Φ [überhaupt; an sich]" (gebildet aus einem generellen Term Φ) womöglich keine unersetzliche Funktion in den Sätzen hat, in denen er vorkommt, sondern stets

(a*b) pseudo-subsumptiv: „Der Deutsche ist humorlos und fleißig“, „Der Hund ist ein Freund des Menschen“, „Der [Borken]Käfer ist ein Fichtenvernichter“.
(a*c) metaphorisch: „Der Osten ist ein Gefühl“; „Die Liebe ist ein seltsames Spiel“; „Die Stunde ist blau“;

(b) identifikativ [Schema: **a ist b**]: „Hans ist der ältere Bruder von Anna“, „Der Morgenstern ist der Abendstern“, „Lenin ist Wladimir Iljitsch Uljanow“, „Rot ist die wärmste Farbe“;[11]

(b*) pseudo-identifikativ
(b*a) abbildend-repräsentativ: „Dies [der Sprecher deutet auf eine bestimmte Stelle auf einem Photo] bin ich im Alter von 5 Jahren“;[12]
(b*b) „pars-pro-toto“-repräsentativ: „Dies [der Sprecher deutet auf eine Quelle] ist die Donau“, „Das [der Sprecher deutet auf einen Straßenabschnitt] ist die Straße nach Upfkofen“, „Das ist der Pazifik“ [der Sprecher weist von einem Strand aus auf ein Stück Meer]“, „Dies ist die Welt“ [der Sprecher macht eine „allumfassende“ Geste]; „Das ist Gold“ [der Sprecher deutet auf eine Statue oder einen Metallklumpen];[13]
(b*c) „per exemplum“-repräsentativ: „Das ist Karminrot“ [der Sprecher deutet auf ein karminrotes Stoffstückchen];[14]

„weginterpretiert“ werden kann. Ob sich aber z. B. „der/die/das Φ [überhaupt; an sich] ist [ein] Ψ“ stets durch „Jeder/-e/-es Φ ist [ein] Ψ“ oder, wenn das nicht in Frage kommt, durch „Die allermeisten Φ sind Ψ“ synonym oder wenigstens logisch äquivalent ersetzen lässt, bleibe dahingestellt.

[11] Man beachte den Unterschied zwischen „Das ist rot“ und „Das ist Rot“; der erste Satz ist prädikativ, der zweite identifikativ.

[12] Diese Verwendung von „ist“ ist *pseudo-identifikativ*, weil sie der Form nach *identifikativ*, doch dem Sinn nach *abbildend-repräsentativ* ist. Eine Verwendung von „ist“ kann zudem *pseudo-prädikativ* sein, weil sie der Form nach *prädikativ*, doch dem Sinn nach *abbildend-repräsentativ* ist. Das ist der Fall, wenn jemand auf eine (nämlich die richtige) Stelle des bekannten Bildes von René Magritte deutet und (in bloß *augenscheinlichem* Widerspruch zur französischen Aufschrift des Bildes) sagt: „Das da ist eine Pfeife.“

[13] „Gold“ ist ein singularisch-partikularer Term für ein gewisses (da und dort in der Welt verteilt auftretendes) Material; dasselbe gilt von „Milch“, „Bronze“, „Granit“, „Eis“, „Wasser“, „H_2O“. Hingegen sind „golden“ und „Stück [Klumpen, Barren, Körnchen, …] Gold“ generelle Terme. Im Gegensatz zu „ist“ in „Das ist Gold“ wird „ist“ in „Das ist aus Gold“ nicht pseudo-identifikativ, sondern prädikativ gebraucht („aus Gold“ ist ein genereller Term!). Frage (die die Leser erwägen mögen): Wie wird „Licht“ und „elektromagnetische Strahlung“ in „Licht ist elektromagnetische Strahlung“ verwendet, wenn dieser Satz wahr ist? Und ist „Dies ist elektromagnetische Strahlung“ pseudo-identifikativ und dabei „pars-pro-toto“-repräsentativ, oder vielmehr schlicht prädikativ, 1. Stufe? (Wenn Letzteres gilt, dann kann „elektromagnetische Strahlung“ auch als genereller Term verwendet werden, und zwar substantivisch-prädikatsnominal, *ohne* unbestimmten Artikel.)

[14] Bei den Beispielen zu (b*a), (b*b), (b*c) ist unterstellt, dass „Das“ und „Dies“ jeweils *das* bezeichnen, worauf der Sprecher hindeutet (gemäß dem normalen Verständnis seines Hindeutens). Wenn sie hingegen *das* bezeichnen, was der Sprecher mittels seines Hindeutens *letztlich* meint, dabei aber *indirekt* (in vermittelter Weise) meint, so liegt keine pseudo-identifikative Verwendung von „ist“ vor, sondern eine *identifikative*. Frage (die die Leser erwägen mögen): Ist die Verwendung von „ist“ in „Das ist Herr N.N.“, so wie derartige Aussagen normalerweise gebraucht werden (nämlich mit einer Zeigehandlung verbunden, die jedoch nicht auf eine Abbildung gerichtet ist), pseudo-identifikativ oder identifikativ?

(b*d) etikettierend: „Richtig, Sie sind [Plural, aber in singularischer Funktion] ja das Rehragout" [sagt die Kellnerin zum protestierenden Gast, dem sie irrtümlich einen Zander serviert hat], „Das [der Assistenzarzt deutet auf einen bettlägerigen Kranken] ist der Hüftbruch von gestern", „Sie sind also der schwierige Fall";
(b*e) metaphorisch: „Der Löwe ist der König der Tiere", „Der Mensch ist die Krone der Schöpfung", „Der Mensch ist das Maß aller Dinge". Keine metaphorischen, sondern *rein konventionell uneigentlich ausgedrückte, aber eigentlich gemeinte* identifikative Verwendungen von „ist" liegen hingegen vor bei Sätzen wie „Der Blauwal ist das größte Säugetier" oder „Der Gepard ist das schnellste Säugetier". Die angegebenen Sätze übersetzen sich leicht in: „Die zoologische Art *Blauwal* ist die Art der größten Säugetiere", „Die zoologische Art *Gepard* ist die Art der schnellsten Säugetiere".

Identifikative Verwendungen von „ist" sind mit *gewissen* prädikativen Verwendungen von „ist" logisch äquivalent; z. B. ist „Der Morgenstern ist der Abendstern" logisch äquivalent mit „Der Morgenstern ist *identisch mit dem Abendstern*." Allgemein gilt: Ein Satz der Gestalt „**a ist b**" ist logisch äquivalent mit einem Satz der Gestalt „**a ist *identisch mit* b**" [wobei *logische Äquivalenz* besagt: Es ist aufgrund des Sinngehalts der beiden Sätze unmöglich, dass einer von beiden ohne den anderen wahr ist]. Prädikative Verwendungen von „ist" wiederum sind *im Normalfall* mit *gewissen* subsumptiven Verwendungen von „ist" logisch äquivalent; z. B. ist „Hans ist blond" logisch äquivalent mit *„Mit Hans Identisches* ist blond". Allgemein gilt: Ein Satz der Gestalt „**a ist F**" ist *im Normalfall* logisch äquivalent mit einem Satz der Gestalt „***Mit* a *Identisches* ist F**"; der hier einschlägige Normalfall liegt immer dann vor, wenn der singularisch-partikulare Term **a** etwas bezeichnet.[15] (Würde **a** nichts bezeichnen, so wäre „**Mit a Identisches ist F**" trivialerweise wahr, während dies „**a ist F**" eher nicht wäre.)

Noch ein Nachtrag: Die Titulierung der subsumptiven Verwendungen von „ist" als „pseudo-prädikativ" (siehe oben) ist in erster Linie historisch motiviert. Denn lange Zeit gelang es den Logikern nicht, subsumptive „ist"-Aussagen von prädikativen zu unterscheiden, was an der mangelnden Unterscheidung zwischen partikularen Termen und generellen Termen lag: „Plato est animal" und „homo est animal" gleichen einander syntaktisch ja sehr. Die beiden Aussagen sind, dessen ungeachtet, logisch verschieden: Die erste „ist"-Aussage [oder: „est"-Aussage] ist prädikativ, die zweite subsumptiv. In krassester

[15] Prädikative „ist"-Aussagen mit nichtleerem singularisch-partikularem Term sind aber dennoch nicht auf subsumptive *reduzierbar*; denn das Prädikationsverhältnis (nicht das Subsumptionsverhältnis) steckt immer noch in der Wendung „**mit a Identisches**" [oder anders gesagt: „**alles, was mit a identisch ist**"].

Weise sind solche subsumptiven „ist"-Aussagen pseudo-prädikativ – und maximal geeignet mit prädikativen „ist"-Aussagen verwechselt zu werden –, die *haargenau so aussehen wie* prädikative „ist"-Aussagen, wie z. B. „Der Löwe ist ein Säugetier".[16] (Sätze der Umgangssprache haben nicht immer das Erscheinungsbild, das eigentlich zu ihrem Sinn passen würde; erst die logische Analyse zeigt dann die logische Form auf, die *in Wahrheit* ihrem Sinn entspricht.)

2. Pluralisch

<u>(a) prädikativ [*nichtdivisiv prädikativ*]</u>

<u>(aa) prädikativ, 1. Stufe</u>

i) substantivisch-prädikatsnominal: „Die beiden sind ein Paar", „Diese drei sind eine verschworene Gemeinschaft";

ii) adjektivisch-prädikatsnominal: „Die beiden sind schon lange zusammen", „Die drei Männer sind zusammen in der Lage, den Balken zu heben", „Die drei Frauen sind zusammen 75 Jahre alt"; „Die Ehefrauen von Heinrich VIII. sind sechs";[17]

<u>(ab) prädikativ, 2. Stufe</u>

i) substantivisch-prädikatsnominal: „Rot und Grün sind zueinander Komplementärfarben";

ii) adjektivisch-prädikatsnominal: „Rot und Grün sind komplementär zueinander";

<u>(a*) pseudo-prädikativ</u>

<u>(a*a) subsumptiv [*divisiv prädikativ*]</u>: „Die Löwen sind Säugetiere", „Hans, Anna und Georg sind Jugendliche", „Die drei Frauen sind groß und schlank", „Rot, Gelb und Blau sind Grundfarben";

<u>(a*b) pseudo-subsumptiv</u>: „Die Deutschen sind humorlos und fleißig", „Die Hunde sind Freunde des Menschen";

<u>(a*c) metaphorisch</u>: „Wir sind eine verlorene Generation";

<u>(b) identifikativ</u>: „Die Beneluxländer sind die Länder Belgien, Niederlande und Luxemburg", „Die Junggesellen sind die unverheirateten Männer", „Die Lebewesen mit Herz sind die

---

[16] Warum kann man aus „Leo ist ein Löwe" und „Der Löwe ist ein Säugetier" logisch korrekt schließen: „Leo ist ein Säugetier", aber nicht aus „Dieser Apfel ist rot" und „Rot ist eine Farbe" logisch korrekt schließen: „Dieser Apfel ist eine Farbe"? Warum jedoch kann man aus „Dieser Apfel ist rot" und „Rotes ist farbig" sehr wohl logisch korrekt schließen: „Dieser Apfel ist farbig"? (Die Leser mögen diese Fragen erwägen.)

[17] Angesichts solcher Beispiele stellt sich die Frage, ob in Satzumformungen, deren Resultat als logisch äquivalent zum Ursprungssatz intendiert ist, pluralisch-partikulare Terme immer vollständig durch singularisch-partikulare Terme ersetzt werden können. Was meinen Sie (liebe Leser)?

Lebewesen mit Niere“, „England, Schottland, Wales und Nordirland sind das Vereinigte Königreich“;[18]

(b*) pseudo-identifikativ

(b*a) abbildend-repräsentativ: „Das [der Sprecher deutet auf ein Photo] sind wir am Strand von Bibione im Jahre 1962“;

(b*b) „pars pro toto“-repräsentativ: „Wir sind das Volk“; „Die sind Gold“ [der Sprecher deutet auf zehn beieinanderliegende Münzen]“;

(b*c) „per exemplum“-repräsentativ: „Das sind die Grundfarben“ [der Sprecher deutet auf drei beieinanderliegende Stoffstückchen, von denen eines rot, eines blau und eines gelb ist];

(b*d) etikettierend: „Richtig, Sie sind ja die Rehragouts“ [sagt die Kellnerin zu drei protestierenden *Gästen*, denen sie irrtümlich dreimal Schweinebraten serviert hat];

(b*e) metaphorisch: „Die Kinder sind die Zukunft des Volkes“, „Wir sind die Unmöglichen“.

Die Formen des Pseudo-Identifikativen sind mit den obigen Auflistungen nicht erschöpft. In der Aussage „Der Preis dieser Holzkiste ist 5 Euro“ hat „ist“, wenn die Aussage rational-kompetent als *wahr* intendiert ist, den Sinn von „beträgt“ – *nicht* den Sinn von „ist identisch mit“; denn selbstverständlich wird der Preise der Holzkiste festgelegt, aber 5 Euro wird *nicht* festgelegt (jedenfalls nicht in im selben Sinn von „festgelegt“). In der Aussage „Die da sind 235“ hat „sind“, wenn die Aussage rational-kompetent als *wahr* intendiert ist, den Sinn von „zählen [ihrer]“ (wie in „Die Regierungsbezirke Bayerns zählen [ihrer] sieben“) – *nicht* den Sinn von „ist identisch mit“; denn *die da* (wer oder was auch immer mit „die da“ gerade bezeichnet wird) sind selbstverständlich nicht (numerisch) identisch mit der Zahl 235. Auch die Aussage „Ich bin 65“ ist, wenn sie rational-kompetent als wahre Aussage intendiert ist (wie sie es in aller Regel ist), keine echte Identitätsaussage; das „bin“ in ihr ist pseudo-identifikativ. (Würde ein Sprecher mit „Ich bin 65“ im Ernst behaupten wollen, dass er mit der Zahl 65 identisch ist, so würde er damit nur zeigen, dass er nicht rational-kompetent ist.)

[18] Im letzten Beispiel kommt *nur ein* pluraler Name bei der identifikativ verstandenen Kopula „sind“ vor, in den drei vorausgehenden Beispielen jeweils *zwei* plurale Namen. Bei identifikativen (und pseudo-identifikativen) pluralischen Verwendungen von „sein“ kommt es vor, dass beide beteiligte partikulare Terme pluralisch sind, oder eben auch nur einer von beiden pluralisch ist: sodass der zweite Name im Singular steht – *oder gar der erste*, wofür aber – *außer* im Fall von „Es sind …“, „Das sind …“ und „Dies sind …“ – nur eine Inverse der Satzordnung verantwortlich zu sein scheint und *das Satzsubjekt* dann doch im Plural steht (wie in „Das Vereinigte Königreich sind England, Schottland, Wales und Nordirland“).

(B) Nichtkopulativ

1. Singularisch: „Ich bin“, „Gott ist“.

2. Pluralisch: „Wir sind“.

Anhang: Ungewöhnliche Verwendungen von „sein“

Kopulativ und singularisch vor „nichts“ und hinter „alles“ bzw. vor „alles“ und hinter „nichts“: „Alles ist nichts. Nichts ist alles.“

Analyse: Hier liegen dem Sinn nach *keine* einfachen Sätze vor (die eigentlich allein Thema dieses Kapitels sind), sondern *quantifizierte*: „Für alle x: x ist nichts. Für kein x gilt: x ist alles.“ Weiter ist zu beachten: „nichts“ in „Alles ist nichts“ fungiert als ein adjektivischer genereller Term, in „Nichts ist alles“ hingegen als ein Quantor; und „alles“ in „Alles ist nichts“ fungiert dort als ein Quantor, in „Nichts ist alles“ hingegen als ein singulärer Term.

Nichtkopulativ und singularisch hinter „nichts“ und „alles“: „Nichts ist“, „Alles ist“.

Analyse: Diese Sätze besagen dasselbe wie „Nichts existiert“ und „Alles existiert“. Und sie sind ihrem Sinn nach keine einfachen Sätze, sondern quantifizierte: „Für kein x gilt: x ist/existiert“, „Für alle x gilt: x ist/existiert“.

Nichtkopulativ und singularisch hinter generellem Term: „Ein Gott *ist*“ (oder mit nachgestelltem logischen Subjekt [was beliebter ist]: „Es *ist* ein Gott“).

Analyse: Hier liegt wiederum dem Sinn nach kein einfacher Satz vor, sondern ein quantifizierter: „Für mindestens ein x gilt: x ist ein Gott und x ist.“ Weiter ist zu beachten: In dem letzteren Satz ist das erste Vorkommnis von „ist“ kopulativ und steht vor einem generellen [singularisch-generellen] Term: „ein Gott“; das zweite Vorkommnis von „ist“ ist hingegen nichtkopulativ und steht hinter einer Variable: „x“, für die nur ein singulärer [singularisch-partikularer] Term eingesetzt werden kann. In dem ursprünglichen Satz jedoch ist „ist“ nichtkopulativ und steht hinter einem generellen Term: „ein Gott“. Dennoch besagt der ursprüngliche Satz nichts anderes als der (angegebene) Satz, der ihn logisch analysiert. (Abermals ist zu konstatieren: Sätze der Umgangssprache haben nicht immer das Erscheinungsbild, das eigentlich ihrem Sinn entspräche; erst die logische Analyse zeigt die logische Struktur auf, die ihrem Sinn *in Wahrheit* entspricht.)

Nichtkopulativ und pluralisch hinter pluralisch-generellem Term und hinter „alle“: „Atome sind“, „Alle sind“. Derartige Sätze sind sehr ungewöhnlich, aber man kann sie gerade noch verstehen: „Atome sind“ kann nur so viel besagen wie „Atome existieren“, und „Alle sind“ nur so viel wie „Alle existieren“. (Zu „existieren“ bei singularisch- oder pluralisch-generellen Termen siehe nun aber das nächste Kapitel.)

Sätze der Gestalt „F ist a": Ein Satz dieser Gestalt ist z. B. „Rotes ist Rot" – im Unterschied zu „Rotes ist rot", welcher Satz die Gestalt **F ist G** hat, also subsumptiver Natur ist; und im Unterschied zu „Diese Farbe ist Rot", welcher Satz die Gestalt **a ist b** hat, also identifikativer Natur ist; und im Unterschied zu „Dieser Apfel ist rot", welcher Satz die Gestalt **a ist F** hat, also prädikativer Natur (1. Stufe) ist. „Rotes ist Rot" ist nun sicherlich ein notwendigerweise falscher Satz (ganz anders als der gleich*lautende* Satz „Rotes ist rot", der notwendigerweise wahr ist). Jedoch Sätze der Gestalt **F ist a** müssen durchaus nicht immer falsch sein, wie der Satz „Mit-Rot-Identisches ist Rot" zeigt.

Wie sind Sätze der Gestalt **F ist a** in den schon gegebenen Rahmen logischer Grammatik einzuordnen? Oder sind sie *sui generis*? Setzt man **F ist a** gleich mit **F ist Mit-a-Identisches** (welche Vorgehensweise am besten erscheint; **F ist a** ist dann also „ausanalysiert" zu lesen als: **Alles, was F ist, ist identisch mit a**), so handelte es sich bei ihnen um *besondere* Subsumptionen; „Mit-a-Identisches" ist ja, wegen seiner Entlegenheit, ein *besonderer* genereller Term – welchen singulären Term man für „a" auch einsetzen mag. Aber das ist nicht der einzige Grund ihrer Besonderheit: Sätze der Gestalte **F ist a** sind auch deshalb besondere Subsumptionen, weil sie *halb* im Kleid von Identitätsaussagen daherkommen (denn wenn hinter dem „ist" ein singulärer Term steht, ist das das Signal für eine Identitätsaussage; eine „ordentliche" Identitätsaussage kann diese aber wiederum nicht sein, da vor dem „ist" ja *kein* singulärer Term steht). Sie sind pseudo-identifikativer Natur – in einer Weise, die ganz anders ist als diejenigen Weisen des Pseudo-Identifikativen, die im Hauptteil dieses Kapitels schon angesprochen wurden.

Aufgaben zum Kapitel **Verwendungsweisen von „sein“ in konjugierter präsentischer Form in einfachen Sätzen**

1. Ordnen Sie die folgenden Sätze ein in die Rubriken „prädikativ“, „subsumptiv“, und „identifikativ“ und entscheiden Sie über Wahrheit und Falschheit: (1) „Der Rubin ist ein roter Edelstein.“ (2) „Ayer’s Rock ist ein riesiger roter Sandsteinblock.“ (3) „Der Diamant ist kein Saphir.“ (4) „Das ‚A‘ in ‚AU‘ ist rot. (5) „Das ‚U‘ in ‚AU‘ ist Blau.“ (6) „Die Farbe des ‚A‘ in ‚AU‘ ist rot.“ (7) „Die Farbe des ‚U‘ in ‚AU‘ ist Blau.“ (8) „Rot ist nicht rot.“ (9) „Die Farbe des unbedeckten Tageshimmels ist Himmelblau.“ (10) „Die Farbe des unbedeckten Tageshimmels ist himmelblau.“ (11) „Der unbedeckte Tageshimmel ist himmelbau.“ (12) „Der unbedeckte Tageshimmel ist Himmelblau.“

2. Geben Sie zehn wahre Beispielsätze mit prädikativem „ist“ an, zehn mit subsumptivem „ist“ und zehn mit identifikativem „ist“.

3. Geben Sie zehn generelle Terme (eigener Findung) an und zehn per abstraktiver Partikularisierung aus diesen generellen Termen gebildete singuläre Terme.

4. Geben Sie mit den generellen Termen aus der 3. Aufgabe zehn „ist“-Prädikationen 1. Stufe an, und mit den aus ihnen per abstraktiver Partikularisierung gebildeten singulären Termen zehn „ist“-Prädikationen 2. Stufe.

5. Der Satz „Farbiges ist rot“ lässt sich so verstehen, dass er falsch ist, aber durchaus auch so, dass er wahr ist. Wie gehen diese beiden Verständnisweisen genau? Und wie steht es diesbezüglich mit dem umgekehrten Satz: „Rotes ist farbig“?

III. Existenz und Nichtexistenz

Alle als Beispiele angeführten positiven bzw. negativen Existenzsätze werden jeweils von vielen Menschen für wahr gehalten.

(A) Existenz und Nichtexistenz bei partikularem Term

1. singularisch:

„Ich bin“, „Es gibt mich“, „Mich gibt es“, „Ich existiere“;
„Gott ist“, „Es gibt Gott“, „Gott gibt es“, „Gott existiert“;
„Gott ist nicht“, „Es gibt Gott nicht“, „Gott gibt es nicht“, „Gott existiert nicht“;
„Es gibt Pegasus nicht“, „Pegasus gibt es nicht“, „Pegasus existiert nicht“;
„Es gibt die Zugspitze“, „Die Zugspitze gibt es“, „Die Zugspitze existiert“;
„Es gibt die kleinste Primzahl“, „Die kleinste Primzahl gibt es“, „Die kleinste Primzahl existiert“;
„Es gibt die größte Primzahl nicht“, „Die größte Primzahl gibt es nicht“, „Die größte Primzahl existiert nicht“;
„Es gibt den Sohn Obamas nicht“, „Den Sohn Obamas gibt es nicht“, „Der Sohn Obamas existiert nicht“;
„Es gibt die Tochter Obamas nicht“, „Die Tochter Obamas gibt es nicht“, „Die Tochter Obamas existiert nicht“;
weitere singularische Existenz- und Nichtexistenzprädikate (solche, die spezifisch sind für die philosophische Sprache): „x ist existent“, „x ist nicht existent“, „x ist inexistent“, „x ist etwas Seiendes“, „x ist nichts Seiendes“, „x ist seiend“, „x ist nicht seiend“, „x ist nichtseiend“,[19] „x ist ein Seiendes“, „x ist kein Seiendes“, „x ist ein Sein“, „x ist kein Sein“;

2. pluralisch:

„Es gibt Venus, Mars und Jupiter“, „Venus, Mars und Jupiter gibt es“, „Venus, Mars und Jupiter existieren“;
„Es gibt Venus, Mars und Jupiter nicht“, „Venus, Mars und Jupiter gibt es nicht“, „Venus, Mars und Jupiter existieren nicht“;

---

[19] In *substantivisch*-prädikatsnominaler Gestalt: „x ist etwas Nichtseiendes“. Man beachte das Zusammentreffen von „etwas“ und „Nichtseiendes“.

„Es gibt die Quadratwurzeln aus 2“, „Die Quadratwurzeln aus 2 gibt es“, „Die Quadratwurzeln aus 2 existieren“;
„Es gibt die Töchter Obamas“, „Die Töchter Obamas gibt es“, „Die Töchter Obamas existieren“;
„Es gibt die Söhne Wittgensteins nicht“, „Die Söhne Wittgensteins gibt es nicht“, „Die Söhne Wittgensteins existieren nicht“;
„Es gibt die Summen aus 3 und 4 nicht“, „Die Summen aus 3 und 4 gibt es nicht“, „Die Summen aus 3 und 4 existieren nicht“;
weitere pluralische Existenz- und Nichtexistenzprädikate (solche, die spezifisch sind für die philosophische Sprache): „x sind existent“, „x sind nicht existent“, „x sind inexistent“, „x sind Seiende“, „x sind keine Seienden“, „x sind seiend“, „x sind nicht seiend“, „x sind nichtseiend“. Jedoch, die unter Verwendung von „etwas“ bzw. „nichts“ gebildeten pluralischen Existenz- und Nichtexistenzprädikate verdienen etwas mehr Aufmerksamkeit als dadurch gegeben ist, dass sie bloß aufgezählt werden:

„x sind etwas Seiendes“ kann man *divisiv* im Sinne von „x sind *jeweils* etwas Seiendes“ lesen, also im Sinne von „x sind Seiende“, aber auch *nichtdivisiv* im Sinne von „x sind [bilden] *zusammen* etwas Seiendes“. Entsprechendes gilt für „x sind nichts Seiendes“: man kann es *divisiv* im Sinne von „x sind *jeweils* nichts Seiendes“ lesen, also im Sinne von „x sind keine Seiende“, aber auch *nichtdivisiv* im Sinne von „x sind [bilden] *zusammen* nichts Seiendes“. Und Entsprechendes gilt für „x sind etwas Nichtseiendes“ (zur Singularform – mit „ist“ statt „sind“ – siehe Fußnote 19): man kann es *divisiv* im Sinne von „x sind *jeweils* etwas Nichtseiendes“ lesen, also im Sinne von „x sind nichtseiend“, aber auch *nichtdivisiv* im Sinne von „x sind [bilden] *zusammen* etwas Nichtseiendes“.

Zum Nachdenken: Kann es vorkommen, dass mehrere Seiende zusammen nichts Seiendes sind? Kann es vorkommen, dass mehrere Seiende zusammen etwas Nichtseiendes sind? Kann es vorkommen, dass mehrere Nichtseiende zusammen etwas Seiendes sind? Der Beachtung wert ist auch die folgende Singular-Plural-Asymmetrie: Daraus, dass *dies oder das* nichts Seiendes *ist*, folgt, dass *dies oder das* etwas Nichtseiendes *ist*, *und umgekehrt*; aber daraus, dass *diese oder jene* zusammen etwas Nichtseiendes *sind*, folgt nicht, dass *diese oder jene* zusammen nichts Seiendes *sind* [denn in anderer Weise als der, in der sie etwas Nichtseiendes bilden, könnten sie auch etwas Seiendes bilden]; und daraus, dass *diese oder* *jene* zusammen nichts Seiendes *sind*, folgt [selbstverständlich] auch nicht, dass *diese oder jene* zusammen etwas Nichtseiendes *sind*.

(B) Existenz und Nichtexistenz bei generellem Term

1. singularisch:

„Es gibt Gutes“, „Gutes gibt es“, „Gutes existiert“[, „Gutes ist“];

„Es gibt Schönes“, „Schönes gibt es“, „Schönes existiert“;[20]

„Quadratisches, das rund ist, gibt es nicht“, „Quadratisches, das rund ist, existiert nicht“;

2. pluralisch:

„Es gibt Wölfe“, „Wölfe gibt es“, „Wölfe existieren“[, „Wölfe sind“];

„Es gibt fliegende Fische“, „Fliegende Fische gibt es“, „Fliegende Fische existieren“;

„Fliegende Pferde gibt es nicht“, „Fliegende Pferde existieren nicht“;

„Götter gibt es nicht“, „Götter existieren nicht“.

Analyse der Existenz und Nichtexistenz bei generellem Term:

„Φ-es existiert“: „Für mindestens ein x gilt: x ist φ, ein Φ-es, etwas Φ-es und x existiert“;

„Φ-es existiert nicht“: „Für kein x gilt: x ist φ, ein Φ-es, etwas Φ-es und x existiert“;

„Φ-er/en/e existieren“: „Für mindestens zwei x gilt: x ist ein [oder eine] Φ und x existiert“ / “Für mindestens ein x gilt: x ist ein Φ und x existiert“;[21]

„Φ-er/en/e existieren nicht“: „Es gilt nicht für mindestens zwei x: x ist ein Φ und x existiert“ / “Für kein x gilt: x ist ein Φ und x existiert“.[22]

Analyse der Existenz und Nichtexistenz bei singularisch-partikularem Term:

„τ existiert“ besagt (1) so viel wie „τ ist mit etwas identisch“;

oder „τ existiert“ besagt (2) so viel wie „τ ist etwas Wirkliches“;

[20] „Die Schönheit gibt es“ ist, ihrem Sinn nach, eine wesentlich andere Aussage als „Schönes gibt es“; denn „die Schönheit“ ist ein singularisch-partikularer Term, „Schönes“ ein singularisch-genereller Term. Obwohl sinnverschieden, könnte es immer noch sein, dass die beiden Aussagen wechselseitig auseinander logisch folgen. Es ist eine philosophisch sehr interessante Frage, ob aus „Die Schönheit gibt es“ „Schönes gibt es“ logisch folgt, und umgekehrt aus „Schönes gibt es“ „Die Schönheit gibt es“. Aber warum ist das eine philosophisch interessante Frage? (Bitte nachdenken.)

[21] In pluralischen Aussagen der Existenz bzw. Nichtexistenz bei generellem Term kann der Plural *wirklich gemeint* sein, oder aber nicht; *je nachdem* ist die erste, oder aber die zweite angegebene Analyse einschlägig.

[22] Vgl. hierzu die vorausgehende Fußnote.

oder „τ existiert“ besagt (3) so viel wie „τ ist etwas Vorhandenes“;
oder „τ existiert“ besagt (4) so viel wie „der singuläre Term ‚τ‘ bezeichnet etwas“, wobei aber *das Prädikat* „x existiert“ dann, wenn es *nicht* mit einem singularisch-partikularen Term τ, sondern mit einem Quantor („Für mindestens ein x gilt:“, „Für alle x gilt:“, usw.) einen Aussagesatz bildet, so viel besagt wie „x ist mit etwas identisch“.

[Es gilt: „τ ist mit etwas identisch“ *ist wahr gdw.* „‚τ‘ bezeichnet etwas“ *wahr ist*, wobei für „τ“ jeder singuläre Term eingesetzt werden darf – der Term *selbst*, nicht etwa dessen mit Anführungszeichen gebildeter Name; korrekte Einsetzungsresultate sind demnach z. B.: „2 ist mit etwas identisch“ *ist wahr gdw.* „‚2‘ bezeichnet etwas“ *wahr ist*; „Napoleon ist mit etwas identisch“ *ist wahr gdw.* „‚Napoleon‘ bezeichnet etwas“ *wahr ist*. Das Satzgebilde „Für alle singulären Terme x: x ist mit etwas identisch gdw. ‚x‘ etwas bezeichnet“ ist hingegen unsinnig, genauso unsinnig wie das Satzgebilde „Für alle x, die keine singulären Terme sind: x ist mit etwas identisch gdw. ‚x‘ etwas bezeichnet“.]

Bei Deutung (1) und (4) ist demnach der Satz „Alles existiert“ wahr; aber beispielsweise der Satz „Der König von Frankreich im Jahre 2004 existiert“ ist bei Deutung (4) *falsch* und wenigstens *nicht wahr* bei Deutung (1).[23] Das klassische Schluss-Schema **Für alle x: A[x] →** **A[τ]** ist also bei Deutung (1) und (4) – vorderhand – nicht korrekt, da nun eben ein Satz der Form **Für alle x: A[x]** wahr ist (nämlich „Alles existiert“), aber ein Satz der Form **A[τ]** (nämlich „Der König von Frankreich im Jahre 2004 existiert“) falsch ist bzw. wenigstens nicht wahr ist.

Die Korrektheit des fraglichen klassischen Schluss-Schemas wird jedoch durch die *Sicherstellung* dessen gerettet, *dass jeder singuläre Term etwas bezeichnet*; wird gerettet dadurch, *dass man es so einrichtet*, dass jeder singuläre Term etwas bezeichnet. Damit ist – sei es bei Deutung (4) oder bei Deutung (1) – „τ existiert“ mit jedem beliebigen singulären Term τ wahr (auch mit „der König von Frankreich im Jahre 2004“). Dem Vorwurf der Absurdität entgeht man dadurch, dass man zwar, beispielsweise, sicherstellt, dass der Term „der König von Frankreich im Jahre 2004“ etwas bezeichnet: es so einrichtet, dass dies der Fall ist – aber dies doch dann unweigerlich in solcher Weise der Fall ist, dass jener Term nach

[23] Da der singuläre Term „der König von Frankreich im Jahre 2004“ nichts bezeichnet, ist der Satz „Der König von Frankreich im Jahre 2004 existiert nicht“ *bei Deutung* (4) wahr, also „Der König von Frankreich im Jahre 2004 existiert“ falsch. Aus demselben (genannten) Grund ist der zuletzt angeführte Satz *bei Deutung* (1) sicherlich nicht wahr, wenn auch nicht unbedingt falsch: Man könnte dafürhalten, dass auch seine Negation nicht wahr ist, dass er selbst also (nicht nur nicht wahr, sondern auch) nicht falsch ist. (Die Negation eines Satzes ist genau dann wahr, wenn er selbst falsch ist; ein Satz ist also genau dann nicht falsch, wenn seine Negation nicht wahr ist.)

wie vor *nichts* bezeichnet, *was seinem Sinn gemäß wäre*; er hat vielmehr nur ein ihm mehr oder minder sinnfremdes Bezugsobjekt (etwa Obama) *künstlich* zugeordnet bekommen. (Das muss im Sinn behalten werden, so ist zu betonen.)

Alternativ kann man bezugslose singuläre Terme und damit die Inkorrektheit des Schemas **Für alle x: A[x] $\rightarrow$ A[τ]** – des sogenannte *dictum de omni* – auch einfach akzeptieren. Dann hat man den Boden der klassischen Logik verlassen. Die konservativste Weise, *in der Logik* bezugslose singuläre Terme zuzulassen, ist die sogenannte Freie Logik, die das *dictum de omni* zwar aufgibt, aber das *Bivalenzprinzip* wahrt. (Zum Bivalenzprinzip siehe Fußnote 26.)

Das Bivalenzprinzip *ohne das dictum de omni* wahrt auch *Russells Methode*, bei der singuläre Terme, die Kennzeichnungsterme sind, also die Gestalt **dasjenige x: B[x]** haben, *kontextuell weginterpretiert* werden: **A[dasjenige x: B[x]]** besagt nach Russells Methode nichts anderes als **Für mindestens ein x gilt: B[x], und alles, was B ist, ist identisch mit x, und A[x]**. Bezugslose singuläre Terme treten bei *Russells Methode* nicht (*echt*) auf: denn alle singulären Kennzeichnungsterme unterliegen der beschriebenen kontextuellen Weginterpretierbarkeit*;* und für alle singulären Terme, die keine Kennzeichnungsterme sind, ist der jeweilige Bezug *sichergestellt* – wovon bei Russells Methode von vornherein ausgegangen wird). Dennoch ist unmittelbar ersichtlich, dass das *dictum de omni* verletzt ist, denn „Alles existiert“ ist bei Deutung (1) – von der bei *Russells Methode* ebenfalls von vornherein ausgegangen wird – wahr, aber „dasjenige, das von sich selbst verschieden ist, existiert“ ist nach Russells Methode dennoch falsch (also nicht wahr).

[*Russells Methode* stellt *insofern* eine radikalere Abweichung von der klassischen Logik als die Freie Logik dar, als *Russells Methode* sich sehr weitgehend, in sehr großem Ausmaß, schlicht weigert, Ausdrücke, die als singuläre Terme auftreten, *als solche* zu akzeptieren. Das hat Folgen, die nicht ganz unproblematisch sind: Deutschsprechenden Personen ist es *eindeutig*, was mit „Der Sohn Wittgensteins ist nicht 1923 geboren“ gesagt ist; nach *Russells Methode* ist es aber im Gegenteil *mehrdeutig*, was mit dem gerade angeführten Satz gesagt ist, denn die Methode lässt zwei ganz verschiedene Wege offen, mit Negationsaussagen umzugehen. Besagt der angeführte Satz so viel wie der Satz *„Es ist nicht der Fall,* dass für mindestens ein x gilt: x ist Sohn Wittgensteins, und alles, was Sohn Wittgensteins ist, ist identisch mit x, und x ist 1923 geboren“, oder besagt er so viel wie der Satz „Für mindestens ein x gilt: x ist Sohn Wittgensteins, und alles, was Sohn Wittgensteins ist, ist identisch mit x, und x ist *nicht* 1923 geboren“? Der erste der zuletzt angeführten Sätze ist wahr, der zweite hingegen falsch; die beiden Sätze besagen also Grundverschiedenes.]

Anders als bei Deutung (1) und (4) ist bei Deutung (2) und (3) die Wahrheit von „Alles existiert“ nicht evident. Und während gemäß Deutungen (1) und (4) es klar scheint, dass notwendigerweise alles existiert und dass alles notwendigerweise existiert, ist das gemäß Deutungen (2) und (3) durchaus nicht klar.[24]

Die Unterscheidung zwischen Deutungen (1) und (2) – die Existenz eines Unterschieds – ist bei *Individuen* sehr kontrovers, bei *Eigenschaften* weit weniger: (i) Die Eigenschaft, ein Einhorn zu sein, ist (mit) *etwas* (identisch); (ii) aber sie ist *nichts Wirkliches*. Die Aussagen (i) und (ii) scheinen vielen *beide* wahr zu sein. Frage: Worin aber besteht das Wirklichsein einer Eigenschaft?[25]

Weitere Fragen (nun ohne dass eine Antwort hier gegeben wird): Welches der Prädikate „x ist ein/e wirkliche/s/r Φ“ ist grundlegend, welches abgeleitet? Und was besagt „x ist etwas Wirkliches“ *simpliciter*? Besagt es überhaupt etwas, oder besagt nur „x ist ein/e wirkliche/s/r Φ“ etwas, bei *gegebenem* generellen Term Φ (wobei Φ *echt* inhaltsvoll zu sein hat, anders als die generellen Terme „Etwas“ und „Entität“)?

Analyse der Existenz und Nichtexistenz bei pluralisch-partikularem Term:

Es scheint, dass „Die Φ-er/en/e existieren“ nichts anderes meint als „Für mindestens zwei x gilt: x ist ein Φ, und für alle y gilt: wenn y ein Φ ist, dann existiert y“; dass *mithin* „Die Φ-er/en/e existieren *nicht*“ nichts anderes meint als „Für höchstens ein x gilt: x ist ein Φ, oder für mindestens ein y gilt: y ist ein Φ und y existiert nicht“, also etwas meint, was logisch äquivalent mit der Verneinung von „Für mindestens zwei x gilt: x ist ein Φ, und für alle y gilt:

[24] Vielen Philosophen scheint es, dass es zwar notwendig ist, dass alles existiert, dass es aber nicht für alles notwendig ist, dass es existiert. Das ergibt sich bei Deutung (3) *dann*, wenn das Wort „alles“ in jeder möglichen Welt genau *das in der jeweiligen Welt Vorhandene* meint (nichts anderes) und wenn manches, was in der wirklichen Welt vorhanden ist, nicht in jeder möglichen Welt vorhanden ist. Es ist ja dann notwendig, dass alles existiert (denn zweifelsohne gilt für jede möglichen Welt, dass alles in ihr Vorhandene in ihr vorhanden ist), aber es ist nicht für alles notwendig, dass es existiert (denn manches in der wirklichen Welt Vorhandene ist nicht in jeder Welt vorhanden).

[25] Für manche Eigenschaften (z. B. die Eigenschaft, ein Einhorn zu sein, und die Eigenschaft, ein Pferd zu sein) besteht Wirklichsein darin, durch etwas Wirkliches exemplifiziert zu werden (was im Fall der ersten Eigenschaft nicht gegeben ist, im Fall der zweiten aber schon). Für andere Eigenschaften besteht Wirklichsein schlicht darin, exemplifiziert zu werden, sei der Exemplifikator etwas Wirkliches oder nicht. Als Beispiel wäre etwa zu nennen *die Eigenschaft, von Platon einmal imaginiert zu werden* – die schon deshalb etwas Wirkliches ist, weil Platon einmal Atlantis imaginierte, Atlantis also die fragliche Eigenschaft exemplifiziert; dass Atlantis nichts Wirkliches ist, ist für das Wirklichsein der fraglichen Eigenschaft unerheblich.

wenn y ein Φ ist, dann existiert y“ ist. Und es scheint, dass „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren“ nichts anderes meint als „τ_1 existiert, τ_2 existiert … und τ_N existiert“; dass *mithin* „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren nicht“ nichts anderes meint als „τ_1 existiert nicht, oder τ_2 existiert nicht … oder τ_N existiert nicht“, also etwas meint, was logisch äquivalent mit der Verneinung von „τ_1 existiert, τ_2 existiert … und τ_N existiert“ ist. Bei näherem Zusehen jedoch wird klar, dass dies nicht so recht dem Sprachgebrauch gerecht wird: Man kann nicht (wahrheitsgemäß) sagen: „Die Heiligen existieren“; denn St. Christophorus ist ein Heiliger und existiert nicht; man kann aber *auch nicht* sagen: „Die Heiligen existieren nicht“; denn das wäre ja nur dann wahr, wenn alle Heiligen nicht existierten, was jedoch nicht der Fall ist. Zudem: Man kann nicht sagen: „Kaiser Wilhelm II. und König Arthur existieren“; denn König Arthur existiert nicht; man kann aber *auch nicht* sagen: „Kaiser Wilhelm II. und König Arthur existieren nicht“; denn das wäre nur dann wahr, wenn sowohl Kaiser Wilhelm II. als auch König Arthur nicht existieren, was jedoch nicht der Fall ist.

Gilt also für Existenzaussagen mit pluralisch-partikularem Term das Bivalenzprinzip[26] *nicht*, da es vorkommt, dass sowohl „Die Φ[-er/en/e] existieren“ als auch „Die Φ[-er/en/e] existieren nicht“ *nicht wahr* ist, und vorkommt, dass sowohl „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren“ als auch „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren nicht“ *nicht wahr* ist? – Eine Verletzung des Bivalenzprinzips liegt hier tatsächlich aber nicht vor, da jede Aussage der Gestalt „Die Φ existieren“ expliziter formuliert die Aussage „Die Φ existieren *alle*“ ist und da jede Aussage der Gestalt „Die Φ existieren nicht“ expliziter formuliert die Aussage „Die Φ existieren *alle nicht*“ ist. Es ist ersichtlich: Die Aussage „Die Φ existieren nicht“ – alias „Die Φ existieren *alle nicht“ – ist gar nicht* die Negation von „Die Φ existieren“; die Negation von „Die Φ existieren“ – alias „Die Φ existieren *alle*“ – ist vielmehr „Die Φ existieren *nicht alle*“. Entweder diese Aussage oder die Aussage, von der sie die Negation ist: „Die Φ existieren *alle*“, oder weniger explizit formuliert: „Die Φ existieren“, ist wahr – *vorausgesetzt*, der pluralisch-partikulare Kennzeichnungsterm „die Φ“ bezeichnet mehreres ganz Bestimmtes (so, wie er *qua* pluralisch-partikularer Term vorgibt zu tun). Das Bivalenzprinzip wird also – unter der genannten *Voraussetzung* (die im Fall, dass Φ leer ist oder auf nur ein bestimmtes Etwas

[26] *Das Bivalenzprinzip*: Jeder Aussagesatz ohne „Defekt“ (d. h.: ohne unerfüllte Präsupposition, ohne Indexikalität, Vagheit, leere partikulare Terme, bedeutungslose Ausdrücke, oder Ausdrücke, deren Bedeutung zweifelhaft ist) ist entweder wahr oder falsch; *oder logisch äquivalent formuliert*: Bei jedem Aussagesatz ohne „Defekt“ ist entweder er selbst oder *seine Negation* wahr. (Die logische Äquivalenz der beiden Formulierungen des Bivalenzprinzips ergibt sich dadurch, dass mit logischer Notwendigkeit die Negation eines Aussagesatzes genau dann wahr ist, wenn der Aussagesatz selbst falsch ist.)

zutrifft, *künstlich* gewährleistet werden muss) – eingehalten. (Diese Überlegungen lassen sich selbstverständlich auch für Aussagen der Gestalt „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren“ und „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren nicht“ durchspielen.)[27]

[27] Schreibt man statt „Die Φ existieren“ und „τ_1, τ_2 … und τ_N existieren“ synonym „Die Φ sind existent“ und „τ_1, τ_2 … und τ_N sind existent“, so erkennt man, dass „sind“ hier nicht eigentlich *prädikativ*, sondern *pseudo-prädikativ* verwendet wird, nämlich *subsumptiv* (oder *divisiv prädikativ*); siehe dazu Kap. II, (A), 2., (a*a).

Aufgaben zum Kapitel **Existenz und Nichtexistenz**

1. Nichts ist ein fliegendes Pferd, aber Pegasus – also *etwas* – ist ein fliegendes Pferd. Was nun?

2. „Es gibt etwas, was es nicht gibt." Ist das eine Kontradiktion?

3. „Es gibt eine mögliche Welt, die es nicht gibt." Ist das eine Kontradiktion?

4. Geben Sie zehn singuläre Existenzsätze an [„Existenz beim singulären Term"], die alle nicht wahr sind.

5. Geben Sie zehn generelle Existenzsätze an [„Existenz beim generellen Term"], die alle nicht wahr sind.

6. Geben Sie zehn Prädikate an, die auf etwas zutreffen und bei denen gelten muss, dass alles, auf was sie zutreffen, existiert [„existiert" im Sinne von „ist etwas Wirkliches"].

7. Geben Sie zehn Prädikate an, die auf etwas zutreffen und bei denen gelten muss, dass alles, auf was sie zutreffen, nicht existiert [„nicht existiert" im Sinne von „ist nichts Wirkliches"].

8. Geben Sie zehn Prädikate an, die auf etwas zutreffen und bei denen gilt, dass manches, auf was sie zutreffen, existiert und manches, auf was sie zutreffen, nicht existiert [„existiert" bzw. „nicht existiert" im Sinne von „ist etwas Wirkliches" bzw. „ist nichts Wirkliches"].

9. Geben Sie zehn Prädikate an, sodass ohne Zweifel alles, auf was sie zutreffen, existiert, und alles, auf was sie zutreffen, auch nicht existiert (und zwar im selben Sinn von „existiert").

IV. Identität und Verschiedenheit (bei singularisch-partikularen Termen)

<u>Identitätsprädikate</u>: „x ist y“, „x ist [ein und] dasselbe [derselbe, dieselbe] wie y“, „x ist identisch mit y“, „x und y sind [miteinander] identisch“, „x und y sind dasselbe“.

<u>Verschiedenheitsprädikate</u>: „x ist verschieden von y“, „x ist etwas anderes als y“, „x und y sind [voneinander] verschieden“.

Die Identitäts- und Verschiedenheitsprädikate sind durcheinander durch schlichte Verneinung definierbar. Beispielsweise:
x ist verschieden von y $=_{\mathrm{Def}}$ x ist *nicht* y [x ist *nicht* dasselbe wie y; x ist *nicht* identisch mit y; x und y sind *nicht* identisch; x und y sind *nicht* dasselbe].
x ist y $=_{\mathrm{Def}}$ x ist *nicht* verschieden von y [x ist *nichts* [*nicht* etwas] anderes als y; x und y sind *nicht* verschieden].

<u>Zwei Interpretationen der Identitätsprädikate</u>: (1) als *numerische* (oder *strikte*) Identität; (2) als *qualitative* Identität, für die man manchmal auch „Gleichheit“ sagt.[28] Welche der beiden Interpretationen gemeint ist, kann durch den Zusatz von „numerisch“ bzw. „in Hinsicht *X*“ zu „identisch“ oder zu „dasselbe“ deutlich gemacht werden,[29] ergibt sich aber auch vielfach einfach aus dem Äußerungskontext: „Das Auto von Herrn Müller ist dasselbe wie das Auto von Herrn Meier“ besagt in den allermeisten Äußerungskontexten *keine* numerische Identität, sondern bloß eine qualitative, nämlich so viel wie „Das Auto von Herrn Müller ist in Hinsicht *Typ und Machart* dasselbe wie das Auto von Herrn Meier“, m. a. W.: „das Auto von

[28] Die Unterscheidung zwischen „dasselbe“ und „das Gleiche“ ist künstlich. Im *unbefangenen* Sprechen werden die beiden Ausdrücke *beide* sowohl zum Ausdruck der numerischen Identität als auch zum Ausdruck der qualitativen Identität verwendet: Man sagt, „Dieses Auto ist dasselbe wie jenes“ und „Dieses Auto ist das Gleiche wie jenes“, und meint beide Male eine qualitative Identität (nämlich eine Identität hinsichtlich des Typs und der Machart). Man sagt, „2^2 ist dasselbe wie 4“ und „2^2 ist das Gleiche wie 4“ (oder mathematisch knapp: „2^2 ist gleich 4“), und meint beide Male eine numerische Identität: 2^2 ist keine andere Zahl als 4.
[29] Die numerische Identität kann auch durch den Zusatz von „ein und“ zu „dasselbe“ spezifiziert werden. Allerdings ist diese Spezifizierung weniger deutlich als die, die durch den Zusatz „numerisch“ erreichbar ist.

Herrn Müller ist *vom selben Typ und derselben Machart* wie das Auto von Herrn Meier“.[30] Eine besondere Form der qualitativen Identität ist die *intrinsische Identität*: „Dieses Elektron und jenes sind identisch“ besagt so viel wie „Dieses Elektron und jenes sind in Hinsicht *intrinsischer Eigenschaften* identisch“ [oder kurz: „Dieses Elektron und jenes sind *intrinsisch identisch*“], m. a. W.: „Dieses Elektron und jenes haben *dieselben intrinsischen Eigenschaften*“.[31]

Als Synonym für Identitätsprädikate, die im strikten, im numerischen Sinn gemeint sind, setzt man auch (und offenbar mit 100-prozentiger Einheitlichkeit): „x = y“. Daraus, dass x = y, folgt, dass x und y *in jeder Hinsicht* dasselbe sind, m. a. W., dass x und y *dieselben Eigenschaften* haben; es folgt also aus der numerischen Identität von x und y die maximale qualitative Identität von x und y. Nicht ganz unumstritten ist, ob auch die Umkehrung dieser eben gemachten Aussage, also die Umkehrung des sogenannte *Leibniz-Prinzips*, wahr ist.[32] Daraus, dass x = y, folgt auch, dass x und y einander *maximal ähnlich* sind; die umgekehrte Folgerungsbeziehung wird man hingegen nicht annehmen: Auch maximale Ähnlichkeit schließt numerische Verschiedenheit nicht schlechterdings aus; denn gewöhnlich besteht maximale Ähnlichkeit ja nur relativ zu einer gewissen Ähnlichkeitshinsicht (beispielsweise *genetisch*, oder *in Form und Farbe*). Anders sieht es bei *maximaler Ähnlichkeit in jeder Hinsicht* aus; aus ihr folgt in der Tat die numerische Identität. Und auch wenn x und y *maximal eins* sind (was freilich – entgegen gewissen anderslautenden Behauptungen – keine *Liebenden* jemals sind, nicht einmal Gottvater und Gottsohn), so folgt daraus in der Tat, dass

[30] Gemäß dem normalen Sprachgebrauch kann jedoch *nicht bei jeder beliebigen* möglichen Einsetzung für „*X*“ ein Satz „τ ist *in der Hinsicht X* dasselbe wie τ´“ kurz als „τ ist dasselbe wie τ´“ geschrieben bzw. gesagt werden, auch nicht in einem Äußerungskontext; z. B. geht das nicht, wenn für „*X*“ „*Farbe*“ eingesetzt wird.

[31] Eine intrinsische Eigenschaft *1. Grades* ist eine Eigenschaft, sodass, wenn eine Sache sie hat bzw. nicht hat, *in diesem Haben bzw. Nichthaben* keine externen Beziehungen involviert sind, in denen die Sache zu anderen Sachen steht. Eine intrinsische Eigenschaft *2. Grades* ist eine Eigenschaft, sodass, wenn eine Sache sie hat bzw. nicht hat, *sowohl in diesem Haben bzw. Nichthaben selbst als auch in seinem Zustandekommen* keine externen Beziehungen involviert sind, in denen die Sache zu anderen Sachen steht. Unter „intrinsischen Eigenschaften“ werden *hier* intrinsische Eigenschaften 1. Grades verstanden.

[32] Ob man die Umkehrung des *Leibniz-Prinzips* akzeptiert oder nicht, hängt davon ab, was man unter „Eigenschaften“ versteht. Leibniz selbst identifizierte die Eigenschaften mit den *intrinsischen* Eigenschaften und nahm dementsprechend bei seinem berühmten *principium identitatis indiscernibilium* an, dass schon aus der *intrinsischen* Identität von x und y folge, dass x = y. Das dürfte falsch sein. Wenn man aber unter die „Eigenschaften“ auch die Eigenschaft, mit y numerisch identisch zu sein, zählt (für jedes beliebige y), dann ist des Leibniz-Prinzips *Umkehrung – das Prinzip der Identität der Ununterscheidbaren* – trivialerweise richtig. [Warum ist das so? – Nun, man kann das beweisen. Aber eine andere Frage: Ist, mit y identisch zu sein, für beliebige y eine intrinsische Eigenschaft? Wenn *ja* – *wenn* es so wäre –, dann wären x und y schon (numerisch) identisch, wenn die eigenschaftliche Übereinstimmung zwischen x und y sich nur auf alle intrinsischen Eigenschaften bezieht – und Leibniz hätte doch noch Recht gehabt.]

x = y – wie ja auch umgekehrt aus der numerischen Identität von x und y deren maximales Einssein folgt.

Zum Leibniz-Prinzip: Das Leibniz-Prinzip lässt sich in der einfachen Form „Für alle x und y: wenn x = y, dann haben x und y dieselben Eigenschaften [d. h.: jede Eigenschaft von x ist eine Eigenschaft von y, und jede Eigenschaft von y ist eine Eigenschaft von x]“ nur dann formulieren, wenn mit „Eigenschaften“ ausschließlich *omnitemporale* Eigenschaften gemeint sind (also Eigenschaften, die etwas immer hat, wenn es sie einmal hat, und immer nicht hat, wenn es sie einmal nicht hat[33]). Wenn man unter „Eigenschaften“ auch Eigenschaften begreift, die nicht omnitemporal sind, dann muss man das Leibniz-Prinzip anders formulieren: „Für alle x und y: wenn x = y, dann haben x und y *zu jedem Zeitpunkt* dieselben Eigenschaften.“ Der Einfachheit halber seien mit „Eigenschaften“ hier (wenn nichts anderes gesagt wird) stets *omnitemporale* Eigenschaften gemeint.

Numerische Identität *über die Zeit hinweg* scheint von vornherein keine grundsätzlich andere Identitätsform als die gewöhnliche numerische Identität zu sein, scheint sie doch durch Letztere definierbar zu sein: x zu t ist numerisch identisch mit y zu t´ $=_{Def}$ x existiert zu t und y existiert zu t´ und x = y. Was aber, wenn x zu t existiert, aber nicht zu t´? Das Ergebnis wäre dann, dass x zu t nicht numerisch identisch ist mit x zu t´. Ist das akzeptabel? Sollte nicht vielmehr gelten: x zu t ist numerisch identisch mit x zu t´? Dass dies gilt, ist am einfachsten zu erreichen, wenn man definiert: x zu t ist numerisch identisch mit y zu t´ $=_{Def}$ x = y, wodurch freilich die numerische Identität über die Zeit hinweg mit der gewöhnlichen numerischen Identität schlicht zusammenfällt und der Zeitbezug trivialisiert wird, nämlich sachlich irrelevant wird. Ist das aber nicht vielleicht die Wahrheit in dieser Sache? Ebenso sollte wohl die *zeitabhängige numerische Identität* – „x ist zu t mit y numerisch identisch“ – am besten durch die gewöhnliche numerische Identität definiert werden, wodurch auch hier der Zeitbezug sachlich irrelevant wird. Es spielt dann keine Rolle mehr, auf welche Zeitpunkte man sich bezieht.

[33] Im vorausgehenden Kapitel wurde übrigens das Prädikat „x existiert“ omnitemporal verstanden: Wenn es einmal auf x zutrifft, dann immer; wenn es einmal nicht auf x zutrifft, dann nie (Sokrates existiert in diesem Sinn, Pegasus aber nicht). Das ergibt sich beispielsweise, wenn „x existiert“ im Sinne von „x existiert zu irgendeiner Zeit“ (oder: „x existiert einmal“) verstanden wird. Selbstverständlich kann man „x existiert“ auch nicht omnitemporal verstehen, etwa im Sinne von „x existiert jetzt“: Auf manches trifft „x existiert“ dann einmal zu, ohne doch immer auf es zuzutreffen (und folglich einmal nicht zu, ohne doch nie auf es zuzutreffen).

[Natürlich kann ein x mit einem y zu einer Zeit t *deckungsgleich* – „identisch“ – sein, zu einer anderen Zeit t´ aber nicht; *Deckungsgleichheit* ist aber nun eben nicht numerische Identität *im eigentlichen Sinn*. Und natürlich kann x zu t *kontinuierlich in hinreichend Konstanz wahrender Weise hervorgegangen sein aus* – „genidentisch sein mit“ – y zu t´, während x zu t nicht in dieser Weise hervorgegangen ist aus (nicht genidentisch ist mit) y zu t´´; aber auch *kontinuierliches hinreichend Konstanz wahrendes Hervorgegangensein* – *Genidentität* – ist nun eben nicht numerische Identität *im eigentlichen Sinn*.][34]

Im Folgenden ist mit „Identität“ und „Verschiedenheit“ stets die (gewöhnliche) *numerische* Identität und Verschiedenheit gemeint.

Vier Probleme der Identität

(I) Seien τ und ν singuläre Terme. Für *singuläre* – für *singularisch-partikulare* – Terme gilt, dass sie höchstens eine Entität bezeichnen, solange sie nicht den Defekt der Mehrdeutigkeit haben; es sei hier davon ausgegangen, dass τ und ν diesen Defekt mit logischer Notwendigkeit nicht haben (die Sprache also in diesem Punkt *ideal* ist bzw. „idealisiert“ wurde).

Ist „τ ist mit etwas identisch“ logisch äquivalent mit „‚τ‘ bezeichnet etwas“? Ist „τ ist identisch mit ν“ logisch äquivalent mit „‚τ‘ und ‚ν‘ bezeichnen dasselbe“? Es liegt vorderhand nahe, diese Fragen zu bejahen. Aber „τ ist mit *nichts* identisch“ und „‚τ‘ bezeichnet *nichts*“ sind jedenfalls *nicht* miteinander logisch äquivalent; das Gleiche gilt von „τ ist *nicht* identisch mit ν“ und „‚τ‘ und ‚ν‘ bezeichnen *nicht* dasselbe“. <u>Wenn ‚τ‘ nichts bezeichnet und ‚ν‘ etwas bezeichnet</u>, dann ist „‚τ‘ und ‚ν‘ bezeichnen *nicht* dasselbe“ gewiss wahr; aber die Wahrheit von „τ ist *nicht* identisch mit ν“ folgt *damit*, mit dem Unterstrichenen, noch nicht: „τ ist *nicht* identisch mit ν“ könnte aufgrund des Unterstrichenen gerade ebenso *nicht wahr* sein, wie „τ ist identisch mit ν“ aufgrund des Unterstrichenen *nicht wahr* ist (sodass dann also „τ ist identisch mit ν“ weder wahr noch falsch wäre[35]). Ebenso folgt mit dem Unterstrichenen

---

[34] Das zeigt sich insbesondere hieran: „x zu t ist genidentisch mit y zu t´ wie auch mit z zu t´, ohne dass y zu t´ mit z zu t´ genidentisch ist“ ist ein erfüllbares Prädikat; setzt man aber in ihm „numerisch identisch“ anstelle von „genidentisch“, so wird aus dem erfüllbaren Prädikat ein unerfüllbares. Gleiches gilt für das Prädikat „y zu t und z zu t sind mit x zu t´ genidentisch, ohne dass y zu t mit z zu t genidentisch ist“; auch aus diesem erfüllbaren Prädikat wird ein unerfüllbares, wenn „genidentisch“ durch „numerisch identisch“ ersetzt wird. (Die beiden Unerfüllbarkeiten ergeben sich aufgrund der Symmetrie und Transitivität der numerischen Identität.)

[35] Wäre „τ ist identisch mit ν“ *falsch*, so wäre „τ ist *nicht* identisch mit ν“ ja wahr (denn die Negation eines Satzes ist mit logischer Notwendigkeit genau dann wahr, wenn er selbst falsch ist) – entgegen der (unter den

noch nicht die Wahrheit von „τ ist mit *nichts* identisch“: „τ ist mit *nichts* identisch“ könnte aufgrund des Unterstrichenen gerade ebenso *nicht wahr* sein, wie „τ ist mit etwas identisch“ aufgrund des Unterstrichenen *nicht wahr* ist (sodass dann also „τ ist mit etwas identisch“ weder wahr noch falsch wäre).

Nehmen wir nun an, es gelte Folgendes: „∃z(τ = z)“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“ *besagten dasselbe* (woraus ihre logische Äquivalenz folgen würde). Das (wenn es wahr ist) hat zur Folge, dass dann, wenn „τ“ nichts bezeichnet, nicht nur der Satz „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“ falsch ist, sondern auch der Satz „∃z(τ = z)“. Ist es aber nicht eher so, dass, wenn „τ“ nichts bezeichnet, „∃z(τ = z)“ weder wahr *noch falsch* ist? Und nehmen wir an, es gelte Folgendes: „τ = ν“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚ν‘ bezeichnet z)“ *besagten dasselbe*, mithin auch „τ = τ“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚τ‘ bezeichnet z)“. Das hat zur Folge, dass dann, wenn „τ“ nichts bezeichnet, der Satz „τ = τ“ falsch ist; denn der Satz „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚τ‘ bezeichnet z)“ ist dann (wenn „τ“ nichts bezeichnet) falsch. Ist es aber nicht eher so, dass, wenn „τ“ nichts bezeichnet, „τ = τ“ weder wahr *noch falsch* ist? Gegen die (probeweise) angenommene metasprachliche Deutung von Aussagen der Form „τ = ν“ und „∃z(τ = z)“ spricht zudem, dass das Identitätsprädikat auch in wahren Aussagen vorkommt, die inhaltlich nichts mit sprachlichen Zeichen zu tun haben und bei denen man schlecht behaupten kann, dass sie „in Wahrheit“ („eigentlich“) von singulären (oder irgendwelchen) Termen handeln – z. B. in „Alles ist mit etwas identisch“.

„τ = ν“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚ν‘ bezeichnet z)“ zum einen, und „∃z(τ = z)“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“ zum anderen, besagen also offenbar eher nicht dasselbe – und sie sind gemäß der eben vorgebrachten, gegen die Annahme, dass sie es doch tun, gerichteten Argumentationen auch eher nicht logisch äquivalent.

[Die logische Äquivalenz besteht *gewissermaßen nur einseitig*, will sagen, *nur für die Seite der Wahrheit*: Wenn „τ = ν“ wahr ist, so folgt zweifellos daraus logisch die Wahrheit von „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚ν‘ bezeichnet z)“, *und umgekehrt*. Aber wenn „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚ν‘ bezeichnet z)“ falsch ist, so folgt nicht immer logisch daraus – jedenfalls nicht immer unzweifelhaft – die Falschheit von „τ = ν“ (denn es mag *nur die Nichtwahrheit* von „τ = ν“ sein, was da logisch folgt); *die Umkehrung* der fraglichen logischen Folgerung hingegen mag

gegebenen – unterstrichenen – Bedingungen zulässigen und unterstellbaren) Annahme, dass dieser letztere Satz *nicht wahr* ist.

gelten, auch für den besonderen Fall der Falschheit von „τ = τ“.[36] Wiederum: Wenn „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“ wahr ist, so folgt zweifellos daraus logisch die Wahrheit von „∃z(τ = z)“, *und umgekehrt*. Aber wenn „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“ falsch ist, so folgt nicht logisch daraus – jedenfalls nicht unzweifelhaft – die Falschheit von „∃z(τ = z)“ (denn es mag *nur die Nichtwahrheit* von „∃z(τ = z)“ sein, was da logisch folgt); die Umkehrung der fraglichen logischen Folgerung hingegen mag gelten (die Argumentation dafür ist mutatis mutandis analog zu der in Fußnote 36 angegebenen).]

Die Verhältnisse ändern sich, *wenn* man postuliert (und irgendwie garantiert), dass alle singulären Terme etwas bezeichnen. Aber selbst bei Erfülltheit dieser Bedingung könnte man von (uneingeschränkter, klassischer) logischer Äquivalenz bei „τ = ν“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚ν‘ bezeichnet z)“ zum einen und bei „∃z(τ = z)“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“ zum anderen vorbehaltlos nur dann ausgehen, wenn aufgrund der Erfülltheit jener Bedingung es als *logisch notwendig* erachtet wird, dass jeder singuläre Term etwas bezeichnet. Die fraglichen logischen Äquivalenzen lassen sich aber auch dann erreichen, wenn man bei den Aussagen der Formen „τ = ν“ und „∃z(τ = z)“ – die objektsprachlich sind – einfach davon ausgeht, dass sie auf jeden Fall das Bivalenzprinzip erfüllen – als eine Sache der logischen Notwendigkeit, genauso wie die entsprechenden metasprachlichen Aussagen der Formen „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚ν‘ bezeichnet z)“ und „∃z(‚τ‘ bezeichnet z)“.

(II) Es scheint Gegenbeispiele zum Leibniz-Prinzip zu geben, etwa die folgenden (deren Qualität *als anscheinende Gegenbeispiele zum Leibniz-Prinzip* in der Reihe von (1) nach (3) abnimmt):

(1) (i) Der Morgenstern ist die Venus; (ii) die Venus hat die Eigenschaft, notwendigerweise die Venus zu sein; (iii) aber der Morgenstern hat nicht die Eigenschaft, notwendigerweise die Venus zu sein.[37]
(2) (i) Wasser ist H_2O; (ii) H_2O hat die Eigenschaft, notwendigerweise (mit) H_2O (identisch) zu sein; (iii) aber Wasser hat nicht die Eigenschaft, notwendigerweise H_2O zu sein.
(3) (i) Die Eigenschaft, Schmerzen zu haben, ist die Eigenschaft, das Feuern von C-Fasern aufzuweisen; (ii) die Eigenschaft, Schmerzen zu haben, hat die Eigenschaft, notwendigerweise die

[36] Entweder „τ = τ“ kann falsch sein, oder aber nicht. Im letzteren Fall folgt aus der Annahme der Falschheit von „τ = τ“ trivialerweise die Falschheit von „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚τ‘ bezeichnet z)“ [*ex impossibile quodlibet*]. Im ersteren Fall muss man sagen (rhetorisch fragen): In was soll die Falschheit von „τ = τ“ denn sonst bestehen, wenn nicht in der Falschheit von „∃z(‚τ‘ bezeichnet z u. ‚τ‘ bezeichnet z)“?
[37] Ein anscheinendes Gegenbeispiel zum Leibniz-Prinzip, das genauso gut ist wie das in (1) angegebene (abgesehen, vielleicht, davon, dass in ihm von abstrakten Entitäten – Zahlen – die Rede ist), ist das folgende: Die Anzahl der Planeten ist 8; 8 hat die Eigenschaft, notwendigerweise 8 zu sein; aber die Anzahl der Planeten hat nicht die Eigenschaft, notwendigerweise 8 zu sein.

Eigenschaft, Schmerzen zu haben, zu sein; (iii) aber die Eigenschaft, das Feuern von C-Fasern aufzuweisen, hat nicht die Eigenschaft, notwendigerweise die Eigenschaft, Schmerzen zu haben, zu sein.

Das in (II) angesprochene Problem für das Leibniz-Prinzip kommt in den Fällen, wo es wirklich da ist [also nicht bei (2) und (3): bei (3) ist die Wahrheit der Aussage (i) zweifelhaft, bei (2) die Wahrheit der Aussage (iii)], zustande durch die Verwendung *nichtrigider* singulärer [d. h.: singularisch-partikularer] Terme neben *rigiden*.[38] Gegen den folgenden Einwand gegen das Leibniz-Prinzip hilft die Beschränkung auf rigide singuläre Terme (als zulässige Einsetzungen für die Quantifikationsvariablen „x“ und „y“) jedoch nicht; denn die im Einwand auftretenden singulären Terme sind beide rigide, das Problem tritt aber trotzdem in Erscheinung:

(4) (i) Tullius ist Cicero. Zudem weiß Georg, dass Tullius Tullius ist [auf die Frage, ob Tullius Tullius ist, antwortet er mit „Ja“], wiewohl er nicht weiß, dass Cicero Tullius ist [auf die Frage, ob Cicero Tullius ist, antwortet er mit „Nein“ oder „Ich weiß nicht“]. (ii) Tullius hat also die Eigenschaft, von Georg als mit Tullius identisch gewusst zu werden; (iii) Cicero jedoch hat nicht die Eigenschaft, von Georg als mit Tullius identisch gewusst zu werden.[39]

(III) Neben den *reinen* Identitäts- und Verschiedenheitsprädikaten gibt es *sortal ergänzte*: „x ist dasselbe [derselbe, dieselbe] Φ wie y“, „x ist ein anderes Φ als y“, wobei für „Φ“ ein substantivischer genereller Term einzusetzen ist. Manche Philosophen meinen, die Analyse von „x ist dasselbe Φ wie y“ als „x ist ein Φ, und y ist ein Φ, und x ist identisch mit y“ sei nicht immer korrekt. Insbesondere wird die Meinung vertreten, dass aus „x ist dasselbe Φ wie y“ nicht folge „x ist mit y identisch“ (ja, dass das letztere Prädikat gar nicht recht verständlich sei; wenn dem so wäre, dann müsste allerdings auch „x ist verschieden von y“ nicht recht verständlich sein). Man spricht von *relativer* (numerischer) Identität, im Unterschied zur absoluten. Aber wie kann man denn auf *so etwas* kommen? Wie folgt kann man es; d. h., man mag wie folgt denken:

Hier ist: A (genannt „s_1“). Und hier ist abermals: A (genannt „s_2“). Es gilt: s_2 ist dasselbe Zeichen wie s_1, aber s_2 ist nicht dieselbe Inskription wie s_1. Aus „s_2 ist dasselbe Zeichen wie

[38] Ein *rigider* singulärer Term bezeichnet, seinem (festzuhaltenden) Sinn nach, in allen möglichen Welten *dasselbe*.
[39] Die folgende *Modifikation* des Leibniz-Prinzips ist auch durch die (relativ besten) Widerlegungsversuche (1) und (4) unangefochten (weil das Antezedenz der Modifikation durch diese Widerlegungsversuche nicht erfüllt wird): „Für alle x, y und z: Wenn z *weiß, dass notwendigerweise* x = y, dann haben x und y dieselben Eigenschaften.“

s_1“ folgt also in der Tat nicht „s_2 ist identisch mit s_1“, aus „s_2 ist verschieden von s_1“ folgt in der Tat nicht „s_2 ist ein anderes Zeichen als s_1“. Anderes Beispiel (das bedeutsamste Beispiel, das man hier überhaupt vorbringen kann): Der Sohn ist derselbe Gott wie der Vater, aber der Sohn ist nicht dieselbe Person (Hypostase) wie der Vater. Aus „Der Sohn ist derselbe Gott wie der Vater“ folgt also in der Tat nicht „Der Sohn ist identisch mit dem Vater“ (die Wahrheit der orthodoxen Interpretation des christlichen Glaubens einmal vorausgesetzt), aus „Der Sohn ist verschieden vom Vater“ folgt in der Tat nicht „Der Sohn ist ein anderer Gott als der Vater“.

Ist dem *trinitarischen Monotheismus* des Christentums hiermit geholfen? – Hierzu ist zu sagen: *Entweder* hat man es bei „x ist dasselbe [derselbe, dieselbe] Φ wie y“ – so wie es im jeweiligen Kontext gemeint ist – nicht mit numerischer, sondern nur mit qualitativer Identität zu tun. Dann folgt „x ist [numerisch] identisch mit y“ nicht aus „x ist [qualitativ] dasselbe [derselbe, dieselbe] Φ wie y“ (und aus „x ist [numerisch] verschieden von y“ folgt nicht „x ist nicht [qualitativ] dasselbe Φ wie y“). Aber damit (setze „Gott“ für „Φ“) wäre dem trinitarischen *Monotheismus* des Christentums [*Emphase* beachten!] nicht geholfen: man hätte es bei dem Vater und dem Sohn mit zwei nur qualitativ – also nur in manchen Hinsichten – identischen Göttern zu tun, *nicht* mit *dem einen Gott*. *Oder aber* man hat es bei dem Prädikat „x ist dasselbe [derselbe, dieselbe] Φ wie y“ eben doch mit numerischer Identität zu tun. Dann folgt „x ist [numerisch] identisch mit y“ aus „x ist [numerisch] dasselbe [derselbe, dieselbe] Φ wie y“ – womit nun freilich (setze wiederum „Gott“ für „Φ“) dem *trinitarischen* Monotheismus des Christentums [wiederum *Emphase* beachten!] nicht geholfen wäre: man hätte es bei dem Vater und dem Sohn mit numerisch demselben Gott zu tun und, da der Vater und der Sohn jeweils eine Person ist, mit numerisch derselben Person, *nicht* mit *zwei Personen* (und von genau drei göttlichen Personen/Hypostasen – dem Vater, dem Sohn *und* dem Heiligen Geist – könnte folglich schon keine Rede mehr sein).

(IV) Ein Identitätskriterium für Φ-er/en/e gibt – ohne kriteriale Anwendung des Identitätsprädikats auf irgendein/en/e Φ (was zirkulär wäre) und ohne die simple Heranziehung der *Umkehrung* des Leibniz-Prinzips bei uneingeschränktem (dabei omnitemporalen) Eigenschaftsbegriff (was trivial wäre) – eine (analytisch) hinreichende und notwendige Bedingung dafür an, dass x dasselbe [dieselbe, derselbe] Φ wie y ist. Beispiel: x ist *dieselbe Menge* wie y genau dann, wenn x eine Menge ist und y eine Menge, und jedes Element von x ein Element von y ist, und jedes Element von y ein Element von x.

Ein Identitätskriterium zu finden ist manchmal nicht einfach. Am prominentesten ist diesbezüglich die immer noch anhaltende Suche nach einem Kriterium der *personalen Identität*: Was ist (in nichtzirkulärer und nichttrivialer Weise analytisch) hinreichend und notwendig dafür, dass x *dieselbe Person* ist wie y? Das ist eine wichtige Frage, wenn sie auch wohl nicht *so* wichtig ist, *wie* es durch den Slogan „No entity without identity" von W. V. Quine nahegelegt wird. In der Anwendung auf den Personbegriff wäre mit dem Slogan nämlich impliziert: „Keine ontologische Anerkennung von Personen ohne ein Kriterium der personalen Identität"; aber das erscheint als eine etwas übertriebene Forderung.

Festzuhalten ist, dass das, was für viele Prädikate gilt, insbesondere auch für das Prädikat der numerischen Identität von Personen gilt: Seine Anwendung „in der Praxis" richtet sich nach Gesichtspunkten (z. B.: nach den Ergebnissen von DNA-Analysen), die *keine* absolut sichere Feststellung seines tatsächlichen Zutreffens bzw. Nichtzutreffens liefern und die hinter dem, was das Prädikat *bedeutet* (also dem Aussagehalt von „x ist dieselbe Person wie y"), weit zurückbleiben. Empiristen (Locke, Hume, Parfit) meinen, *dass dürfe doch nicht sein* – und „reformieren" dementsprechend die Begriffe der Person und der personalen Identität mit dem Ziel, das Gegebensein bzw. Nichtgegebensein von *Person* und *personaler Identität* epistemisch vollkommen zugänglich zu machen. Sie nehmen dabei *de facto* in Kauf, diesen beiden Begriffen, was nun ihren vollen (ihren *ontologischen*) Gehalt angeht, nicht gerecht zu werden, sie schlicht *zu verfehlen*.

Aufgaben zum Kapitel **Identität und Verschiedenheit (bei singularisch-partikularen Termen)**

1. Widerlegen Sie durch Anwendung des Leibniz-Prinzips, indem Sie eine Eigenschaft *nennen* (per Infinitivphrase: „die Eigenschaft, [ein/e] F zu sein"), die das eine hat, das andere nicht, bzw. die das eine nicht hat, das andere schon (*ohne* das eine oder das andere dabei mitzunennen!): (a) Der Autor von „Ivanhoe" ist Karl May. (b) Sokrates ist der weiseste aller Menschen. (c) England ist das Vereinigte Königreich. (d) Platon ist der Stagirite. (e) Die positive Wurzel aus 25 ist 4,9. (f) Das Zentralgestirn des Sonnensystems ist der Jupiter.

2. Bearbeiten Sie die folgenden Aufgaben, so gut es geht (die eine oder andere von diesen Aufgaben mag sich einfach nicht bearbeiten lassen; geben Sie dann den Grund an, warum das so ist): (a) Geben Sie eine notwendigerweise wahre Identitätsaussagen mit zwei nichtrigiden singulären Termen an. (b) Geben Sie eine notwendigerweise wahre Identitätsaussagen mit zwei rigiden singulären Termen an. (c) Geben Sie eine notwendigerweise wahre Identitätsaussage mit einem rigiden und einem nichtrigiden singulären Term an. (d) Geben Sie eine wahre, aber nicht notwendigerweise wahre Identitätsaussagen mit zwei nichtrigiden singulären Termen an. (e) Geben Sie eine wahre, aber nicht notwendigerweise wahre Identitätsaussagen mit einem rigiden und einem nichtrigiden singulären Term an. (f) Geben Sie eine wahre, aber nicht notwendigerweise wahre Identitätsaussage mit zwei rigiden Termen an.

3. Zum Zeitpunkt t_1 sitzt Egon, zum Zeitpunkt t_2 steht Egon. *Muss* es sich hier gemäß dem Leibniz-Prinzip in Wahrheit um *zwei Egons* handeln?

4. In der möglichen Welt w_1 sitzt Egon zum Zeitpunkt t_1, in der möglichen Welt w_2 steht Egon zum Zeitpunkt t_1. *Muss* es sich hier gemäß dem Leibniz-Prinzip in Wahrheit um *zwei Egons* handeln?

5. Mit dem prädikativen „a ist F" (wo „a" für einen singulären Term steht, und „F" für einen einfachen – logisch unmodifizierten – singularisch-generellen Term) ist gewöhnlich auch das subsumptive „Mit-a-Identisches ist F" wahr, *und umgekehrt*. Welche Bedingung ist hinreichend und notwendig dafür, dass dieser Zusammenhang (insbesondere der durch „und umgekehrt" angesprochene) garantiert ist?

6. Geben Sie drei Substitutionen für „F" an, sodass aus „der/die/das F von x ist der/die/das F von y" für Menschen x und y in aller Regel sich ergibt: „x ist y" [„x = y"], und geben Sie drei andere Substitutionen für „F" an, sodass aus „der/die/das F von x ist der/die/das F von y" für Menschen x und y sich *nicht* in aller Regel „x ist y" ergibt.

V. Logische Kategorien, mit besonderer Berücksichtigung von Quantoren und prädikatbezogenen Kennzeichnern

Logische Kategorien

1. **S**: die logische Kategorie der Aussagesätze („Sätze").

2. **N**: die logische Kategorie der singularisch-partikularen Terme („Namen").

3. Sind $K_1, \ldots, K_n$ logische Kategorien, so auch $(K_1, \ldots, K_n \rightarrow \mathbf{N})$ und $(K_1, \ldots, K_n \rightarrow \mathbf{S})$.[40]

4. Logische Kategorien sind nur Ausdrücke gemäß 1. – 3.

Diese vier Stipulationen spezifizieren nicht nur, was (die hier betrachteten) logische Kategorien sind, sondern „in einem Atemzug damit" auch, was die Standardbezeichnungen logischer Kategorien sind. Eine Standardbezeichnung der Gestalt $K_1, \ldots, K_n \rightarrow Q$ für eine logische Kategorie liest man wie folgt: *die* [logische] *Kategorie derjenigen Ausdrücke, die aus* n *Ausdrücken jeweils der* [logischen] *Kategorien* K_1 *bis* K_n [der 1. Ausdruck ist aus der Kategorie K_1, …, der n-te Ausdruck ist aus der Kategorie K_n] *einen Ausdruck der Kategorie* Q *bilden* [wobei Q entweder „**S**" oder „**N**" ist]. Endet die Standardbezeichnung einer logischen Kategorie mit „→ **S**", nennt man die Angehörigen der Kategorie „Satzbildner"; endet ihre Standardbezeichnung mit „→ **N**", nennt man ihre Angehörigen „Namenbildner".

N → **S**: die Kategorie der einstelligen Prädikate

N, N → **S**: die Kategorie der zweistelligen Prädikate

N, N, N → **S**: die Kategorie der dreistelligen Prädikate

… [usw.]

S → **S**: die Kategorie der einstelligen Satzoperatoren

S, S → **S**: die Kategorie der zweistelligen Satzoperatoren

S, S, S → **S**: die Kategorie der dreistelligen Satzoperatoren

… [usw.]

(N → S) → S: **die Kategorie der Quantoren**[41]

---

[40] Im Folgenden gilt die Vereinfachungskonvention, dass *äußere Klammern* weggelassen werden können.

[41] Sind singularisch-partikulare Terme (Ausdrücke der Kategorie **N**) nicht ebenfalls Ausdrücke, die aus einem Ausdruck der Kategorie **N** → **S** (also aus einem einstelligen Prädikat) einen Ausdruck der Kategorie **S**, also einen Satz, *bilden*? Durchaus, in gewissem Sinne. Aber die singularisch-partikularen Terme – und zudem die Sätze – haben nicht den in sich unvollständigen und unselbständigen, zu komplettierenden, überleitenden,

(N → S) → N: die Kategorie der prädikatbezogenen Kennzeichner

S → N: die Kategorie der satzbezogenen Kennzeichner[42]

N → N: die Kategorie der einstelligen Funktionsausdrücke[43]

N, N → N: die Kategorie der zweistelligen Funktionsausdrücke[44]

N, N, N → N: die Kategorie der dreistelligen Funktionsausdrücke

… [usw.]

N, S → S: die Kategorie der satzrelativ-einstelligen Prädikate[45]

N, N, S → S: die Kategorie der satzrelativ-zweistelligen Prädikate

… [usw.]

Quantoren [Kategorie: (N → S) → S]

Einfache Beispiele des Quantorengebrauchs

Umgangssprache:	Logisch standardisierte Sprache:
„Manches/etwas ist ein fliegender Fisch“	**Für mindestens ein x gilt: x** fliegt und **x** ist ein Fisch.
„Mancher Fisch fliegt“	**Für mindestens ein x gilt: x** ist ein Fisch und **x** fliegt.
„Ein Fisch fliegt“	**Für mindestens ein x gilt: x** ist ein Fisch und **x** fliegt.[46]
„Ein fliegender Fisch existiert“	**Für mindestens ein x gilt: x** fliegt und **x** ist ein Fisch und **x** existiert.
„Es gibt einen fliegenden Fisch“	**Für mindestens ein x gilt: x** gibt es und **x** fliegt und **x** ist ein Fisch.

---

funktionalen Charakter, der hier für *Bildner* (Satzbildner oder Namenbildner) als erforderlich erachtet wird. (Der Pfeil „→“ in der Standardbezeichnung einer *Bildner*kategorie deutet diesen Charakter an.)

[42] Beispiele satzbezogener Kennzeichner sind auf Sätze angewendete Anführungszeichen und „dass“: (a) „Schnee ist weiß“ ist ein Satz; „„Schnee ist weiß““ ist ein Name jenes Satzes (dadurch gebildet, dass um den Satz herum doppelte Anführungsstriche gesetzt werden); (b) „Schnee ist weiß“ ist ein Satz; „dass Schnee weiß ist“ ist ein Name (singulärer Term) für die Proposition (oder alternativ: den Sachverhalt), die jener Satz ausdrückt.

[43] Beispielsweise „x^2“.

[44] Beispielsweise „x + y“.

[45] Beispielsweise „x glaubt, dass A“ (für „A“ ist ein Satz einzusetzen).

[46] Mit einer „Eine/Ein Φ“-Aussage kann aber auch dasselbe wie mit einer „Jede/r/s Φ“-Aussage *gemeint* sein: „Ein Indianer kennt keinen Schmerz“ *meint dasselbe wie* „Jeder Indianer kennt keinen Schmerz“ (was freilich nicht wahr ist; aber genauso ist, *dem entsprechend verstanden*, „Ein Indianer kennt keinen Schmerz“ nicht wahr), und das scherzhafte „Eine alte Frau / ein alter Mann ist kein D-Zug*“ meint dasselbe wie* „Jede alte Frau / jeder alte Mann ist kein D-Zug“ (was wahr ist).

„Manche/einige sind fliegende Fische“	**Für mindestens zwei x gilt: x** fliegt und **x** ist ein Fisch.
„Manche/einige Fische fliegen“	**Für mindestens zwei x gilt: x** ist ein Fisch und **x** fliegt.
„Fliegende Fische existieren“	**Für mindestens zwei x gilt: x** fliegt und **x** ist ein Fisch und **x** existiert.
„Es gibt fliegende Fische“	**Für mindestens zwei x gilt:** es gibt **x** und **x** fliegt und **x** ist ein Fisch.
„Nichts ist ein fliegendes Pferd“	**Für kein x gilt: x** fliegt und **x** ist ein Pferd.
„Kein Pferd fliegt“	**Für kein x gilt: x** ist ein Pferd und **x** fliegt.
„Fliegende Pferde existieren nicht“	**Für kein x gilt: x** fliegt und **x** ist ein Pferd und **x** existiert.
„Es gibt keine fliegenden Pferde“	**Für kein x gilt:** es gibt **x** und **x** fliegt und **x** ist ein Pferd.
„Alle Menschen sind sterblich“	**Für alle/jedes x gilt:** wenn **x** ein Mensch ist, dann ist **x** sterblich.
„Jeder Mensch ist sterblich“	**Für jedes/alle x gilt:** wenn **x** ein Mensch ist, dann ist **x** sterblich.
„Menschen sind sterblich“	**Für alle/jedes x gilt:** wenn **x** ein Mensch ist, dann ist **x** sterblich. [Es sei denn, „Menschen sind sterblich“ ist – von einem noch wenig Erfahrenen! – im Sinn von „Es kommt vor, dass Menschen sterblich sind“ gemeint; wie ist es dann in logisch standardisierter Sprache wiederzugeben?]

Eine passende „**Von** […] **x gilt**“-Formulierung kann in jedem Fall die „**Für** […] **x gilt**“-Formulierung synonym ersetzen. Ersetzt man ihn einem Quantor nur die Variable durch eine andere, so hat man es nach wie vor mit demselben Quantor zu tun; will man dennoch differenzieren (wie es oft notwendig ist), so sagt man etwa „*der und der* Quantor mit der Variable ‚x‘ und *derselbe* Quantor mit der Variable ‚z‘“. Im *losen* Sprachgebrauch kann man aber z. B. bei „Für alle x gilt:“ und „Für alle z gilt:“ auch ruhig von *zwei Quantoren* sprechen.

Arten von Quantoren (ihrem Aussageinhalt nach)

<u>Quantoren der endlichen Anzahl</u>:

Mindestquantoren:	**Für mindestens *N* x gilt:** A[**x**].
„Mehr als“-Quantoren:	**Für mehr als *N* x gilt:** A[**x**].
Höchstquantoren:	**Für höchstens *N* x gilt:** A[**x**].

„Weniger als"-Quantoren: **Für weniger als *N* x gilt:** A[**x**].

Exaktquantoren: **Für genau *N* x gilt:** A[**x**].

Zwischenquantoren: **Für mindestens *N* und höchstens *N´* x gilt:** A[**x**]; **Für mindestens *N* und weniger als *N´* x gilt:** A[**x**]; **Für mehr als *N* und höchstens *N´* x gilt:** A[**x**]; **Für mehr als *N* und weniger als *N´* x gilt:** A[**x**].

Anstelle von „***N***" und „***N´***" ist die Standardbezeichnung einer beliebigen positiven ganzen endlichen Zahl zu setzen, also eine arabische Ziffer. Die arabischen Ziffern sind die rein mit den Elementarziffern „0", …, „9" gebildeten endlichen, aber nichtleeren Zeichenfolgen, sodass „0" nur bei den eingliedrigen solchen Folgen *initial* vorkommt (und da zugleich *final*). [*Anzahlen* können weder negativ noch gebrochen sein; das rechtfertigt die Einsetzungsregel. Es kann ein wenig Nachdenken erfordern, den Sinn des jeweils durch Ziffersetzung resultierenden Quantors zu erfassen. Mancher Quantor ist „kontradiktorisch": kein mit ihm gebildeter Aussagesatz ist wahr, mancher „tautologisch": jeder mit ihm gebildete Aussagesatz ist wahr.]

<u>Unendlichkeitsquantoren (einige):</u>

Für unendlich viele x gilt: A[**x**]; **Für abzählbar unendlich viele x gilt:** A[**x**]; **Für überabzählbar unendlich viele x gilt:** A[**x**].

<u>Vage Quantoren (einige):</u>

Für wenige x gilt: A[**x**]; **Für viele x gilt:** A[**x**].

<u>Verhältnisquantoren (einige):</u>

Für die meisten x gilt: A[**x**];[47] **Für ein Drittel der x gilt:** A[**x**]; **Für 80% der x gilt:** A[**x**]; **Für jedes zehnte x gilt:** A[**x**].

<u>Ausnehmende Quantoren:</u>

Für alle x bis auf/außer *N* x gilt: A[**x**]; **Für kein x bis auf/außer *N* x gilt**: A[**x**].

Definitionen von Quantoren

Sämtliche <u>Quantoren der endlichen Anzahl</u> lassen sich durch den „Mindestens 1"-Quantor und das Prädikat der numerischen Identität definieren.

[47] „**Für die meisten x gilt:** A[**x**]" ist zudem ein *vager* Quantor, sofern man mit ihm *nicht* dasselbe meint wie mit „**Für mehr als die Hälfte der x gilt:** A[**x**]" (wobei „die Hälfte" wohldefiniert sei), sondern z. B. mit ihm dasselbe meint wie mit „**Für weit mehr als die Hälfte der x gilt:** A[**x**]".

Wie? –„Höchstens *N*“ besagt dasselbe wie „Nicht mindestens *N*+1“; „Weniger als *N*“ besagt dasselbe wie „Nicht mindestens *N*“; „Mehr als *N*“ besagt dasselbe wie „Mindestens *N*+1“; „Genau *N*“ besagt dasselbe wie „Mindestens *N* und nicht mindestens *N*+1“. (Wie Zwischenquantoren zu behandeln sind ist hiernach schon klar.)
„Für mindestens 2 *x* gilt: A[*x*]“ besagt dasselbe wie „Für mindestens 1 *y* gilt: (A[*y*] und für mindestens 1 *x* gilt: (A[*x*] und *y*≠*x*))“.
„Für mindestens 3 *x* gilt: A[*x*]“ besagt dasselbe wie „Für mindestens 1 *z* gilt: (A[*z*] und für mindestens 1 *y* gilt: (A[*y*] und *z*≠*y* und für mindestens 1 *x* gilt: (A[*x*] und *z*≠*x* und *y*≠*x*)))“.
„Für mindestens 4 *x* gilt: A[*x*]“ besagt dasselbe wie „Für mindestens 1 *u* gilt: (A[*u*] und für mindestens 1 *z* gilt: (A[*z*] und *u*≠*z* und für mindestens 1 *y* gilt: (A[*y*] und *u*≠*y* und *z*≠*y* und für mindestens 1 *x* gilt: (A[*x*] und *u*≠*x* und *z*≠*x* und *y*≠*x*))))“.
„Für mindestens 5 *x* gilt: A[*x*]“ besagt dasselbe wie „Für mindestens 1 *v* gilt: (A[*v*] und für mindestens 1 *u* gilt: (A[*u*] und *v*≠*u* und für mindestens 1 *z* gilt: (A[*z*] und *v*≠*z* und *u*≠*z* und für mindestens 1 *y* gilt: (A[*y*] und *v*≠*y* und *u*≠*y* und *z*≠*y* und für mindestens 1 *x* gilt: (A[*x*] und *v*≠*x* und *u*≠*x* und *z*≠*x* und *y*≠*x*)))))“.
Usw.
Schließlich noch (der Vollständigkeit halber): „Für mindestens 0 *x* gilt: A[*x*]“ besagt dasselbe wie „Für mindestens 1 *x* gilt: A[*x*], oder auch nicht“.

Die Definition des **0-Quantors**: **Für kein x gilt:** A[**x**] $=_{\text{Def}}$ Es ist nicht der Fall, dass **für mindestens ein [1] x gilt:** A[**x**].

Die Definition des **All-Quantors**: **Für alle/jedes x gilt:** A[**x**] $=_{\text{Def}}$ **Für kein x gilt:** nicht-A[**x**].

Die Definition des **Existenzquantors**: **Es gibt ein x, von dem gilt:** A[**x**] $=_{\text{Def}}$ **Für mindestens ein x gilt:** es gibt **x** und A[**x**]. Auch für den „Mindestens 1“-Quantor hat sich die Bezeichnung „Existenzquantor“ eingebürgert, was nicht ganz verkehrt ist: Der Zusatz „es gibt **x**“, durch den sich der Existenzquantor vom „Mindestens 1“-Quantor unterscheidet, ist ggf. logisch redundant und kann weggelassen werden, *nämlich dann*, wenn „es gibt **x**“ nichts weiter heißt als „**x** ist mit etwas [numerisch] identisch“. Wenn es aber *mehr als das* heißt (z. B. so viel bedeutet wie „x ist etwas Wirkliches“), so ist es verkehrt und irreführend, den „Mindestens 1“-Quantor „Existenzquantor“ zu nennen.

Die Definition des **Endlichkeitsquantors**: **Für endlich viele x gilt:** A[**x**] $=_{\text{Def}}$ Es ist nicht der Fall, dass **für unendlich viele x gilt:** A[**x**].

Mit Quantoren analysierbare – „quantorielle" – Ausdrücke

„**Irgendwo** ist ein Ausweg": „**Für mindestens ein x gilt: x ist ein Ort** und **an x** ist ein Ausweg", kurz: „**Für mindestens einen Ort x gilt: an x** ist ein Ausweg".

„**Nirgends [nirgendwo]** ist ein Ausweg": „**Für kein x gilt: x ist ein Ort** und **an x** ist ein Ausweg", kurz: „**Für keinen Ort x gilt: an x** ist ein Ausweg".

„**Überall** ist es schön": „**Für alle x gilt: wenn x ein Ort ist**, dann ist es schön **an x**", kurz: **Für alle Orte x gilt: an x** ist es schön".

„**Immer** lächelt sie": „**Für jedes x gilt: wenn x ein Zeitpunkt ist**, dann lächelt sie **zu x**", kurz: **Für jeden Zeitpunkt x gilt:** sie lächelt **zu x**".

„**Niemals** lächelt er": „**Für kein x gilt: x ist ein Zeitpunkt** und er lächelt **zu x**", kurz: „**Für keinen Zeitpunkt x gilt:** er lächelt **zu x**".

„**Einmal** lächelt er": „**Für mindestens ein x gilt: x ist ein Zeitpunkt** und er lächelt **zu x**", kurz: „**Für mindestens einen Zeitpunkt x gilt:** er lächelt **zu x**".

„**Keiner [niemand]** glaubt ihr": „**Für kein x gilt: x ist ein Mensch** und **x** glaubt ihr", kurz: „**Für keinen Menschen x gilt: x** glaubt ihr".

„**Jeder [jedermann]** glaubt ihm": „**Für alle x gilt: wenn x ein Mensch ist**, dann glaubt **x** ihm", kurz: „**Für jeden Menschen x gilt: x** glaubt ihm".

„**Jemand** glaubt es": „**Für mindestens ein x gilt: x ist ein Mensch** und **x** glaubt es", kurz: „**Für mindestens einen Menschen x gilt: x** glaubt es".

Uneingeschränktes und eingeschränktes Verständnis der Quantoren

Bei Quantoren kommen zwei Einschränkungen vor, *explizite* und *implizite*: Der Quantor „Für keinen [*oder auch*: alle, mindestens einen] **Menschen x** gilt:" enthält gegenüber dem Quantor „Für kein [*bzw.*: alle; mindestens ein] **x** gilt:" *eine explizite Einschränkung*, nämlich die auf **Menschen**. Und eben diese beiden Quantoren enthalten beispielsweise dann *eine implizite Einschränkung*, wenn sie verwendet werden, um den Sinn von „**Keiner** glaubt ihr" zu analysieren (siehe oben das drittletzte Beispiel). Mit „**Keiner** glaubt ihr" ist ja *normalerweise* nicht gemeint, dass **überhaupt keiner** ihr glaubt (sie selbst, zumindest, wird sich schon glauben), sondern nur, dass **keiner der ins Auge gefassten Menschen** ihr glaubt; *welche* Menschen jeweils **die ins Auge gefassten Menschen** sind, das ergibt sich gewöhnlich in hinreichender Klarheit aus der Äußerungssituation von „Keiner glaubt ihr". Macht man diese implizite Einschränkung in der Analyse *explizit*, dann sieht das so aus: „**Für kein x <u>der in der Situation betrachteten Entitäten</u> gilt: x ist ein Mensch** und **x** glaubt ihr", oder kürzer:

„**Für keinen Menschen x der in der Situation betrachteten Entitäten gilt: x** glaubt ihr“, oder kurz: „**Für keinen in der Situation betrachteten Menschen x gilt: x** glaubt ihr“.

Bei den drei Quantoren „Für alle x“, „Für mindestens ein x“, „Für kein x“ ist demnach jeweils mit *zwei Weisen* des Gemeintseins zu rechnen, von denen eine *implizit eingeschränkt* ist:

„Für alle x“: **1.** Für alle x **überhaupt**; **2.** für alle **in der Situation betrachteten** x;
„Für mindestens ein x“: **1.** Für mindestens ein x **überhaupt**; **2.** für mindestens ein **in der Situation betrachtetes** x;
„Für kein x“: **1.** Für kein x **überhaupt**; **2.** für kein **in der Situation betrachtetes** x.

Die beiden Interpretationen gehen *dann* auseinander, *wenn*, wie es gewöhnlich der Fall ist, **die in der Situation betrachteten Entitäten** nicht **die Entitäten überhaupt** sind.[48]

Verhältnisquantoren mit expliziter Einschränkung lassen sich nicht immer durch die entsprechenden Verhältnisquantoren *ohne* explizite Einschränkung ersetzen: „**Für 50% der natürlichen Zahlen x ≤ 99 gilt: x** ist eine gerade Zahl“ lässt sich *nicht* analysieren durch „**Für 50% der x** [implizit eingeschränkt auf die natürlichen Zahlen] **gilt:** *wenn* **x ≤ 99**, *dann* ist **x** eine gerade Zahl“; denn die zu analysierende Aussage ist wahr, die angegebene, sie angeblich analysierende Aussage ist aber *nicht wahr* [„*wenn* **x ≤ 99**, *dann* ist **x** eine gerade Zahl“ gilt von 50 natürlichen Zahlen **x** mit **x ≤ 99** und von allen natürlichen Zahlen **x** mit **x > 99** (sofern man nur, wie üblich in der Mathematik, „wenn, dann“ als die sogenannte *Materiale Implikation* versteht, welche Letztere ja schon dann wahr ist, wenn ihr Antezedenz falsch ist); das sind mehr als 50% der natürlichen Zahlen]. Und schon gar nicht lässt sich die fragliche Aussage analysieren durch „**Für 50% der x** [implizit eingeschränkt auf die natürlichen Zahlen] **gilt: x ≤ 99** *und* **x** ist eine gerade Zahl“; denn die zu analysierende Aussage ist wahr, die sie nun (im zweiten Versuch) angeblich analysierende Aussage ist aber wiederum *nicht wahr* [„**x ≤ 99** *und* **x** ist eine gerade Zahl“ gilt von 50 natürlichen Zahlen; das sind weniger als 50% der natürlichen Zahlen].

[48] Es ist der Beachtung wert, dass die eingeschränkte Quantorinterpretation nicht immer die logisch schwächere gegenüber der uneingeschränkten ist. Zwar folgt aus „Für kein / jedes x *überhaupt* gilt: A[x]“ logisch „Für kein / jedes *in der Situation betrachtetes* x gilt: A[x]“, und das umgekehrte Folgerungsverhältnis gilt nicht; aber es folgt auch aus „Für mindestens ein *in der Situation betrachtetes* x gilt: A[x]“ logisch „Für mindestens ein x *überhaupt* gilt: A[x]“, und das umgekehrte Folgerungsverhältnis gilt nicht.

***De-re*-Interpretation und *De-dicto*-Interpretation von B[τ]**

In sehr vielen Aussagen der Gestalt B[τ] fallen *De-dicto-* und *De-re*-Interpretation logisch zusammen [sind sie logisch äquivalent]. In manchen solchen Aussagen sind sie aber doch logisch divergent. Dann kann mithilfe des „Mindestens 1"-Quantors und des Identitätsprädikats ihr logischer Unterschied *explizit* gemacht werden. Entweder ist eine Aussage B[τ] mit einer Aussage „**Für mindestens ein x gilt: x =** τ und B[**x**]" – d. h.: mit der *De-re*-Modifikation von B[τ] – *schlechterdings* logisch äquivalent; oder aber sie ist es nicht, wie z. B. im Fall von „Die Anzahl der Planeten [der Sonne] ist notwendigerweise 8". Dieser Satz lässt zwei Lesarten zu: Die *lectio facilior* dieses Satzes ist diejenige, die dazu führt, dass er nicht wahr ist; das ist seine *De-dicto*-Interpretation. Die *lectio difficilior* dieses Satzes bedingt im Gegenteil, dass er wahr ist; das ist seine *De-re*-Interpretation, die darin besteht, dass er dasselbe besagt wie „**Für mindestens ein x gilt: x =** die Anzahl der Planeten und **x** ist notwendigerweise 8".

Im vorliegenden Beispielfall ist eine Aussage der Gestalt B[τ] *nicht wahr*, ihre *De-re*-Modifikation aber *wahr*; aber natürlich kommt auch „das Umgekehrte" vor: dass eine Aussage der Gestalt B[τ] *wahr* ist, aber ihre *De-re*-Modifikation *nicht wahr*: „Es ist notwendig, dass die Anzahl der Planeten die Anzahl der Planeten ist" ist wahr, aber „**Für mindestens ein x gilt: x =** die Anzahl der Planeten und **x** ist notwendigerweise die Anzahl der Planeten" ist nicht wahr.

<u>Prädikatbezogene Kennzeichner</u> [Kategorie: (N → S) → N]

Auch bei einstelligen Prädikaten stehen – wie bei Sätzen (siehe Fußnote 42) – die Anführungszeichen zur Verfügung, um aus jedem Prädikat einen Namen für eben dieses Prädikat selbst zu machen. Aber es gibt viele andere prädikatbezogene – *zudem nichtmetasprachliche* – Kennzeichner.

Einfache Beispiele des Gebrauchs prädikatbezogener, nichtmetasprachlicher Kennzeichner

<u>Umgangssprache</u>	<u>Logisch standardisierte Sprache:</u>
„der Bruder von Fritz"	**dasjenige x, von dem gilt: x** ist ein Bruder von Fritz

„die Töchter Obamas“	**diejenigen x, von denen gilt: x** ist eine Tochter von Obama[49]
„die größte Primzahl“	**dasjenige x, von dem gilt: x** ist eine größte Primzahl
„die Söhne Wittgensteins“	**diejenigen x, von denen gilt: x** ist ein Sohn Wittgensteins
„die Menschen“	**diejenigen x, von denen gilt: x** ist ein Mensch[50]
„die Anzahl der Planeten [der Sonne]“	**die Anzahl der x, von denen gilt: x** ist ein Planet [der Sonne]
„die Menge der natürlichen Zahlen“	**die Menge der x, von denen gilt: x** ist eine natürliche Zahl
„die Gesamtheit der Menschen“	**die Gesamtheit der x, von denen gilt: x** ist ein Mensch[51]
„die Eigenschaft, ein Mensch zu sein“[52]	**λ^{E}x: x** ist ein Mensch (λ^{E}: Symbol des *Eigenschaftsabstraktors*)
„der Mensch an sich“	**λ^{T}x: x** ist ein Mensch (λ^{T}: Symbol des *Typ-Abstraktors*)

[49] Strenggenommen gehört das nicht hierher, da der fragliche Ausdruck ein *pluralisch*-partikularer Term ist, kein *singularisch*-partikularer – oder *singulärer* – Term (also kein Ausdruck der Kategorie **N** im zu Anfang dieses Kapitels angegebenen Sinn). Gleiches ist über das übernächste und das auf dieses unmittelbar folgende Beispiel zu sagen. Aber es gibt eben nicht nur singularische Kennzeichner, sondern auch pluralische; das sollen die Beispiele vor Augen führen.

[50] „Die meisten Menschen“ ist kein partikularer Term (wenn es auch so aussieht, als wäre es einer, nämlich ein pluralisch-partikularer Term) – im Unterschied zu „die weiblichen Menschen“ und „die Menschen“. Wäre es ein partikularer Term, so müsste aus „Die meisten Menschen sind die unter-50-jährigen Menschen, und die meisten Menschen sind die in Asien lebenden Menschen“ logisch folgen: „Die unter 50-jährigen Menschen sind die in Asien lebenden Menschen“ – was aber nicht folgt, denn der erstere Satz ist wahr, der letztere nicht. (Wenn „die meisten Menschen“ ein partikularer Term wäre, so müsste sein Bezug wenigstens in ein und derselben Äußerung stabil bleiben – was aber, wie gesehen, nicht der Fall ist.) Worum also handelt es sich bei „die meisten Menschen“ in Wahrheit? Es handelt sich um die (problematische) Nominalisierung eines Quantors, nämlich des explizit eingeschränkten Verhältnisquantors „Für die meisten Menschen x gilt:“.

[51] Die Gesamtheit der Menschen – oder kurz: die Menschheit – ist etwas anderes als die Menge der Menschen (im Sinne der Mengenlehre). Jeder Mensch ist ein Teil der Gesamtheit der Menschen, aber kein Mensch ist ein Teil der Menge der Menschen. Allgemein gilt: (1) Keine Gesamtheit ist leer, und für alle x gilt: die Gesamtheit der y, die mit x identisch sind, ist x. (2) Genau eine Menge ist leer, und für kein x gilt: die Menge der y, die mit x identisch sind, ist x.

[52] *Alias*: „das Menschsein“. „Der Begriff *Mensch*“ hingegen wäre in logisch standardisierter Sprache „**λ^{B}x: x** ist ein Mensch“, wobei „λ^{B}“ das Symbol für den *basalen Begriffsabstraktor* ist, der in verschiedenen Weisen auftritt (siehe dazu Fußnote 60) – nicht immer so, wie gerade vorgeführt. Hier schon sei gesagt: Nicht jeder Abstraktor wird auf einstellige Prädikate angewendet (wie aus dem Anhang zu diesem Kapitel hinreichend hervorgeht); insbesondere ist das Wörtchen „dass“ (Kategorie: **S $\rightarrow$ N**) ein auf *Sätze* angewendeter Abstraktor, ob als *Propositionsabstraktor* (**λ^{P}:** A, m.a.W.: *die Proposition, dass* A) oder als Sachverhaltsabstraktor (**λ^{SV}:** A, m. a. W.: *der Sachverhalt, dass* A).

„der Mensch dort“	**dasjenige x, von dem gilt: x** ist ein Mensch und **x** ist dort
„dieser Mensch“	**dasjenige x, von dem gilt: x** ist ein Mensch und **x** ist dieser[53]

Eine passende „**für** […] **gilt**“-Formulierung kann in jedem Fall die „**von** […] **gilt**“-Formulierung synonym ersetzen. Ersetzt man ihn einem prädikatbezogenen Kennzeichner nur die Variable durch eine andere, so hat man es nach wie vor mit demselben Kennzeichner zu tun; will man dennoch differenzieren (wie es oft notwendig ist), so sagt man etwa „*der und der* prädikatbezogene Kennzeichner mit der Variablen ‚x‘ und *derselbe* Kennzeichner mit der Variablen ‚z‘“. Im *losen* Sprachgebrauch kann man aber z. B. bei „dasjenige x, von dem gilt:“ und „dasjenige z, von dem gilt:“ auch ruhig von *zwei prädikatbezogenen Kennzeichnern* sprechen.

Übrigens: Manche prädikatbezogenen Kennzeichner bilden partikulare Terme, bei denen man – wider Erwarten und mit einer gewissen Bestürzung – feststellen musste, dass sie, sofern nicht eine Referenzersatz beschaffende Maßnahme getroffen wird, *nichts bezeichnen* (obwohl sie, wie alle partikularen Terme, vorgeben, etwas zu bezeichnen); eines der (mittlerweile) bekanntesten Beispiele ist: „die Menge der x, für die gilt: $x \notin x$“ [„die Menge all dessen, was kein Selbstelement ist“]. Diesem partikularen Term ist es gar nicht logisch möglich, etwas seinem Sinn Entsprechendes zu bezeichnen; dies hat er mit „dasjenige x, von dem gilt: x ist verschieden von x“ gemeinsam – nur dass das logisch notwendige Referenzversagen bei dem letzteren partikularen Term stets offensichtlich war, dagegen bei „die Menge der x, für die gilt: $x \notin x$“ zunächst durchaus nicht offensichtlich war. Demgegenüber: Der partikulare Term „dasjenige x, von dem gilt: x ist eine Tochter von Wittgenstein“ [„die Tochter von Wittgenstein“, „Wittgensteins Tochter“] bezeichnet zwar auch nichts, was seinen Sinn entspricht (also: überhaupt nichts oder ein seinem Sinn fremdes Ersatzobjekt); aber es ist ihm *sehr wohl* logisch möglich, etwas zu bezeichnen, was seinem Sinn entspricht.

[53] Der Ausdruck „der Mensch“ wiederum kann (a) so gemeint sein, wie er dasteht: als singulärer Term, und dann kann mit ihm *der Mensch an sich* gemeint sein, oder aber *der Mensch dort*, oder aber *dieser Mensch*, oder aber *der Mensch, von dem gerade die Rede war und den ich jetzt wieder meine* (anaphorischer Sprachgebrauch); derselbe Ausdruck kann (b) *nicht* so gemeint sein, wie er dasteht: *nicht* als singulärer Term gemeint sein, obwohl er so dasteht und rein in syntaktischer Hinsicht ein singulärer Term perfekt sein könnte; denn „Der Mensch ist sterblich“ besagt (gewöhnlich) nichts anderes als „Jeder Mensch ist sterblich“.

Der Zusammenhang zwischen den Quantoren und dem Anzahlkennzeichner [„die Anzahl der x, von denen gilt:"]

Für das Folgende ist vorausgesetzt, dass für jedes Prädikat A[x] „die Anzahl der x, von denen gilt: A[x]" diejenige Anzahl bezeichnet, die dem Sinn des jeweiligen so geformten Anzahlnamens und *den Tatsachen* entspricht (auch dann, wenn jene Anzahl unbekannt, gar unerkennbar sein sollte).

Die genannte Voraussetzung kann freilich problematisch erscheinen, insbesondere im Fall des Prädikats „x = x": *Welche Anzahl* ist denn die Anzahl der x, von denen gilt: x = x, wenn die x, auf die man sich bezieht, in keiner Weise eingeschränkt sind? Diese Anzahl ist *nicht* die sogenannte *Mächtigkeit [Kardinalität]* der Menge der x *überhaupt*, von denen gilt: x = x; denn diese Menge – *die Allmenge* – existiert jedenfalls gemäß der hier favorisierten Mengentheorie nicht (und zwar existiert sie nicht im Sinne der – in Kap. III angegebenen – Deutung (4) von „τ existiert"). Die Anzahl der x *überhaupt*, von denen gilt: x = x – das ist vielmehr *die* [postulierte] *Superzahl*, von der gilt, dass die Mächtigkeit jeder Menge nicht größer ist als sie.

Quantorsatz		Anzahlsatz, der zum Quantorsatz logisch äquivalent ist
Für mindestens *N* x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $\geq N$.
Für mehr als *N* x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $> N$.
Für höchstens *N* x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $\leq N$.
Für weniger als *N* x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $< N$.
Für genau *N* x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $= N$.
Für unendlich viele x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $\geq \aleph_0$.
Für abz. unendlich viele x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $= \aleph_0$.
Für üabz. unendlich viele x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $> \aleph_0$.
Für endlich viele x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $< \aleph_0$.
Für wenige x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], ist klein.
Für viele x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], ist groß.
Für kein x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x], $= 0$.
Für alle/jedes x gilt: A[x]	:	Die Anzahl der x, von denen gilt: nicht-A[x], $= 0$.

Für die meisten x gilt: A[x]	:	(Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x]) – (die Anzahl der x, von denen gilt: nicht-A[x]) $>$ 0.[54]
Für 1**/***N* der x gilt: A[x]	:	(Die Anzahl der x, von denen gilt: A[x]) **/** (die Gesamtzahl der x) = 1**/***N*.
Für 1**/***N* der x, die Φ/φ sind, gilt: A[x]:		(Die Anzahl der x, die Φ/φ sind und von denen gilt: A[x]) **/** (die Gesamtzahl der x, die Φ/φ sind) = 1**/***N*.

Anzahlsätze können also Quantorsätze logisch ersetzen, Letztere *in* Erstere logisch äquivalent (wenn auch nicht unbedingt *sinn*äquivalent) übersetzt werden (und umgekehrt natürlich auch Erstere in Letztere).

[Zu beachten ist freilich, dass die arithmetischen Operationen, von denen in den letzten drei rechten Gliedern der obigen zweispaltigen Liste Gebrauch gemacht wird, mindestens zunächst nur für endliche Anzahlen definiert sind. Die Division etwa durch *die Gesamtzahl der* x – also: durch die Anzahl der x, von denen gilt: x = x – ist mindestens zunächst nur definiert, wenn jene Gesamtzahl eine endliche Anzahl ist (wenn also die x, von denen man redet, stark eingeschränkt sind); dasselbe gilt für die Division durch *die Gesamtzahl der* x, *die* Φ/φ *sind* – also: durch die Anzahl der x, von denen gilt: Φ/φ[x]. *Jedoch*: Schwierigkeiten, die zu den Schwierigkeiten beim Verständnis der fraglichen Anzahlsätze vollkommen analog (ja eigentlich mit diesen Schwierigkeiten identisch) sind, treten eben auch beim Verständnis der diesen Anzahlsätzen logisch entsprechenden Quantorsätze auf.]

Das Übersetzen eines Quantorsatzes in einen Anzahlsatz scheint prima facie schwierig (vielleicht gar unmöglich), wenn die Quantoren im Quantorsatz miteinander verschränkt sind, wie in „Jeder liebt jemanden“, m. a. W.: „Jeder Mensch liebt einen Menschen“. Aber die fragliche Ersetzung geht sehr wohl auch da: Jeder Mensch liebt einen Menschen ⇔ Für alle x gilt: wenn x ein Mensch ist, dann gilt für mindestens ein y: y ist ein Mensch und x liebt y ⇔ Für *kein* x gilt: x ist ein Mensch solcher Art, dass für *kein* y gilt: y ist ein Mensch und x liebt y ⇔ Die Anzahl der x, von denen gilt: x ist ein Mensch solcher Art, dass die Anzahl der y, von denen gilt: y ist ein Mensch und x liebt y, 0 ist, ist 0 ⇔ Die Anzahl der Menschen, sodass die Anzahl der Menschen, die sie lieben, 0 ist, ist 0.

[54] Das entspricht *einer* möglichen Deutung von „die meisten x“, nämlich der Deutung durch „die Mehrheit der x“.

Der Zusammenhang zwischen *den natürlichen Kennzeichnungsoperatoren im engen Sinn* („dasjenige x, für das gilt:“, „diejenigen x, für die gilt:“) und *dem Anzahlkennzeichner* („die Anzahl der x, von denen gilt:“):

„**dasjenige x, für das gilt:** A[**x**]“ bezeichnet die Entität, auf welche das Prädikat A[x] zutrifft, wenn **die Anzahl der x, von denen gilt:** A[**x**], = 1**.**

„**dasjenige x, für das gilt:** A[**x**]“ bezeichnet nichts oder *ein* (für alle solche Fälle einheitlich gewähltes) *Ersatzobjekt*, wenn **die Anzahl der x, von denen gilt:** A[**x**], ≠ 1**.**

„**diejenigen x, für die gilt:** A[**x**]“ bezeichnet die Entitäten, auf welche das Prädikat A[x] zutrifft, wenn **die Anzahl der x, von denen gilt:** A[**x**], > 1**.**

„**diejenigen x, für die gilt:** A[**x**]“ bezeichnet nichts oder *zwei* (für alle solche Fälle einheitlich gewählte) *Ersatzobjekte zusammen*, wenn **die Anzahl der x, von denen gilt:** A[**x**], nicht > 1**.**

Ein *künstlicher*, aber in der Logik sehr nützlicher *Kennzeichnungsoperator im engen Sinn*:

Das vorfindliche Erscheinungsbild der Umgangssprache bei Kennzeichnungsoperatoren im engen Sinn inspiriert zur (*zunächst* natürlich *künstlichen*) Erweiterung der Umgangssprache durch einen *zwischen Singular und Plural neutralen Kennzeichnungsoperator im engen Sinn*:

„**diasjenige x, für dias gilt:** A[**x**]“ bezeichnet die Entitäten/Entität, auf welche das Prädikat A[x] zutrifft, wenn **die Anzahl der x, von denen gilt:** A[**x**], ≥ 1. [Die Lautfolge „ia“ ist kein Versehen!]

„**diasjenige x, für dias gilt:** A[**x**]“ bezeichnet die Entitäten/Entität, auf welche das Prädikat nicht-A[x] zutrifft, wenn **die Anzahl der x, von denen gilt:** A[**x**], = 0.

Was besagt dann wohl ein Satz der Gestalt „nicht-A[diasjenige x, für dias gilt: A[x]]“ bzw. der Gestalt „A[diasjenige x, für dias gilt: nicht-A[x]]“?

Die Definition *des Mengenkennzeichners* und *des Gesamtheitskennzeichners* unter Verwendung *des singularischen Kennzeichnungsoperators im engen Sinn*:

die Menge der x, von denen gilt: A[**x**] $=_{\mathrm{Def}}$ **dasjenige y, von dem gilt: y ist eine Menge** und für alle **x** gilt: **x** ist ein Element von **y** genau dann, wenn A[**x**]. (Voraussetzung dabei: Die Variable **y** kommt in A[**x**] nicht vor.)

die Gesamtheit der x, von denen gilt: A[**x**] $=_{\mathrm{Def}}$ **dasjenige y, von dem gilt: y ist eine Gesamtheit** und für alle **x** gilt: **x** ist ein Mitglied von **y** genau dann, wenn A[**x**].
(Voraussetzung dabei: Die Variable **y** kommt in A[**x**] nicht vor, und das Prädikat A[**x**] trifft auf etwas zu.)

Anhang: Zur Einschränkung bzw. Erweiterung des angegebenen Systems logischer Kategorien

Gemäß der zu Anfang dieses Kapitels aufgestellten induktiven (oder: rekursiven) Definition sind unendlich viele logische Kategorien in Standardbezeichnung gegeben. Die meisten dieser Kategorien sind aber bzgl. der natürlichen Sprache leer oder redundant: Man findet keine Beispiele für sie innerhalb der natürlichen Sprache, oder das, was ein Beispiel für sie sein könnte, findet sich schon in einer anderen, elementareren Kategorie. Was etwa wäre ein Beispiel für die Kategorie **((N → S) → S) → S**, also für die Kategorie der Ausdrücke, die mit einem Quantor einen Satz bilden? Dazu kommt einem einzig und allein in den Sinn: Jedes beliebige einstellige Prädikat wäre ein solches Beispiel. Doch die einstelligen Prädikate fallen ja bereits unter die Kategorie **N → S** (die Kategorie der Ausdrücke, die mit einem Namen einen Satz bildet). Die Kategorie **((N → S) → S) → S** scheint also leer zu sein, oder wenn nichtleer, dann redundant.

Es erscheint sinnvoll, die meisten der gegebenen logischen Kategorien als leer oder redundant außer Acht zu lassen – *bis auf diejenigen, deren jeweilige Standardbezeichnung höchstens zwei Pfeilvorkommnisse* (Vorkommnisse von „**→**") *enthält*. Dies stellt eine drastische Einschränkung des Kategoriensystems dar, allerdings eine höchst dienliche.

Betrachten wir dann beispielsweise die folgenden beiden – *nach wie vor* der Beachtung für wert befundenen – logischen Kategorien: **(S → S) → S** und **(S → S) → N**. Einen Ausdruck der erstgenannten Kategorie haben wir, wenn der Satz „Gott weiß alles, was wahr ist" in der folgenden Weise logisch standardisiert wird: „**Für alle A gilt:** Wenn es wahr ist, dass **A**, dann weiß Gott, dass **A**". Denn der Ausdruck „**Für alle A gilt:**" bildet aus dem einstelligen Satzoperator „Wenn es wahr ist, dass **A**, dann weiß Gott, dass **A**" [also aus einem Ausdruck der Kategorie **S → S**] den angegebenen logisch standardisierten Satz (der umgangssprachlich idiomatisch „Gott weiß alles, was wahr ist" lautet). „**Für alle A gilt:**" ist ein *satzvariabliger Quantor*; was wir bisher schlicht als „die Quantoren" bezeichnet haben, waren, rechtbesehen, nur die *namenvariabligen Quantoren*. Freilich lässt sich „Gott weiß alles, was wahr ist" auch in der folgenden Weise logisch standardisieren: „**Für alle x gilt:** Wenn **x** wahr ist, dann weiß Gott **x**"; sodass es überflüssig erscheinen mag, neben den namenvariabligen Quantoren auch satzvariablige anzunehmen.[55]

Einen Ausdruck der zweitgenannten Kategorie – also der Kategorie **(S → S)** → **N** – haben wir vor uns, wenn der Ausdruck „die (Satz-)Negation" wie folgt erklärt wird: „λ^F**A:** Es ist nicht der Fall, dass **A**". Der Ausdruck „λ^F**A:**" ist ein *satzvariabliger* (und „einfüßiger"[56]) *Funktionsabstraktor*, und ist als solcher *analog* zu dem *namenvariabligen* (und ebenfalls „einfüßigen") *Funktionsabstraktor* „λ^F**x:**" [Kategorie: **(N → N)** → **N**], der beispielsweise aus dem einstelligen Funktionsausdruck „x^2" den Funktionsnamen „λ^F**x:** $\mathbf{x}^2$" – *synonym*: „die Quadratfunktion" – bildet, also einen Namen (einen singulären Term) für diejenige Funktion, die „x^2" ausdrückt. *Entsprechend*: „λ^F**A:**" bildet aus dem einstelligen Satzoperator „Es ist nicht der Fall, dass A" den Namen derjenigen Funktion, die dieser Satzoperator ausdrückt: „λ^F**A:** Es ist nicht der Fall, dass **A**" – *synonym*: „die (Satz-)Negation".

Und der satzvariablige (und „zweifüßige") Funktionsabstraktor „λ^F**AB:**" (Kategorie **(S, S → S)** → **N**) bildet aus dem zweistelligen Satzoperator „A und B" den Namen derjenigen Funktion, die dieser Satzoperator ausdrückt: „λ^F**AB: A** und **B**" [„die (Satz-)Konjunktion"]; so wie der namenvariablige (und „zweifüßige") Funktionsabstraktor „λ^F**xy:"** (Kategorie **(N, N → N)** → **N**) aus dem zweistelligen Funktionsausdruck „x + y" den Namen derjenigen Funktion bildet, die dieser Funktionsausdruck ausdrückt: „λ^F**xy: x** + **y**" [„die (arithmetische) Addition"].[57]

---

[55] Ebenfalls eine Ausdrucksredundanz haben wir vor uns beim [namenvariabligen „Mindestens-1"-] *Paarquantor* – einem Ausdruck der Kategorie **(N, N → S)** → **S** –, der beispielsweise in „**Für mindestens ein xy gilt: x** liebt **y**" zum Einsatz kommt. Man kann ja unter bloßer Benutzung des gewöhnlichen „Mindestens 1"-Quantors das, was ein Satz der Gestalt „**Für mindestens ein xy gilt:** A[**x**, **y**]" sagt, auch so sagen: „**Für mindestens ein x gilt: für mindestens ein y gilt:** A[**x**, **y**]." Der Paarquantor erscheint somit neben dem „Mindestens 1"-Quantor als überflüssig. Anders scheint es prima facie um den [namenvariabligen] *Paarkennzeichner* – einen Ausdruck der Kategorie **(N, N → S)** → **N** – zu stehen, der etwa in „**dasjenige xy, für das gilt: x** ist eine natürliche Zahl und größer als 1 und kleiner als 6 und **y** ist eine natürliche Zahl und größer als 1 und das Produkt von **x** und **y** ist 35" zum Einsatz kommt. Aber auch den Paarkennzeichner braucht man nicht unbedingt: Man kann ja das, was „**dasjenige xy, für das gilt:** A[**x**, **y**]" zum Ausdruck bringt, auch so ausdrücken (mit dem gewöhnlichen singularischen Kennzeichnungsoperator): „**dasjenige u, für das gilt: Für mindestens ein x gilt: für mindestens ein y gilt: u** = **<x,y> und** A[**x**, **y**]" (wobei <x,y> das geordnete Paar aus, *erstens*, x und, zweitens, y ist).

[56] Was mit „einfüßig" gemeint ist, wird gleich im nächsten Absatz deutlich, wenn man es mit dem dort befindlichen „zweifüßig" zusammenstellt (und auf das jeweilige Beispiel schaut).

[57] Anders als der (namenvariablige) Paarkennzeichner „**dasjenige xy, für das gilt:**" (Kategorie **(N, N → S)** → **N**; siehe die vorletzte Fußnote) ist der namenvariablige (und „zweifüßige") Relationsabstraktor „λ^R**xy:**" (ebenfalls Kategorie **(N, N → S)** → **N**) durch nichts leicht zu ersetzen. „λ^R**xy:**" bildet aus einem zweistelligen Prädikat den Namen der Relation, die das Prädikat ausdrückt, z. B. aus dem Prädikat „x liebt y" den Namen „λ^R**xy: x** liebt **y**" („die Liebe").

Es erscheint nun angesichts der logischen Phänomene der Umgangssprache nicht nur angezeigt, dass System der logischen Kategorien einzuschränken;[58] es erscheint auch angezeigt, es (in anderer Hinsicht) zu erweitern. Betrachten wir etwa den folgenden Text: „Hans ist manches, was Georg nicht ist: Hans ist ehrlich, Georg aber nicht." Der erste Satz ist offenbar eine logische Folge aus dem zweiten, und in logisch standardisierter Sprache geschrieben lautet er: „**Für mindestens ein F gilt:** Hans ist **F**, und Georg ist nicht **F**." Offensichtlich ist der Ausdruck „**Für mindestens ein F gilt:**" ein *genereller-Term-variabliger* Quantor – so wie „Für mindestens ein x gilt:" ein *namenvariabliger* [expliziter gesagt: *singulärer-Term-variabliger*] Quantor ist und „Für mindestens ein A gilt:" ein *satzvariabliger* Quantor ist. Wenn man im System der logischen Kategorien einen Platz auch für die erstgenannten Quantoren schaffen will, so muss man die Kategorie der generellen Terme, **G**, als Grundkategorie neben **N** und **S** aufnehmen. Die konservativste Erweiterung des Kategoriensystems (*mit* seiner Beschränkung auf Kategorien mit maximal zwei Pfeilvorkommnissen in ihrer jeweiligen Standardbezeichnung) wäre dann *diejenige*, bei der **G** neben **N** und **S** Grundkategorie ist, bei der aber in den kategorialen Standardbezeichnungen hinter dem Pfeil nach wie vor nur „**N**" oder „**S**" auftauchen, und nie „**G**" (oder etwas anderes), wo also generelle Terme nicht als Resultate (Outputs) zugelassen werden, sondern nach wie vor nur singularisch-partikulare Terme (**N**) – „Namen" – und Sätze (**S**).

Dann resultieren beispielsweise die folgenden neuen Kategorien: **G** → **S** [Beispiel (für ein Mitglied dieser Kategorie): „Hans ist F, und Georg ist nicht F"); **(G → S) → S** [Beispiel: „Für mindestens ein F gilt:"); **N, G → S** [Beispiel: „x ist F"], **G → N** [Beispiel: „die F-h[k]eit"]. [„F", „F´", etc. sind hier nun Variablen für generelle Terme; an ihre Stelle können – wo sie in den Ausdrücken frei dastehen und nicht durch einen Quantor oder Kennzeichner gebunden sind – ohne Weiteres generelle Terme treten.]

Es empfiehlt sich nun (indem der Blick sich weitet und gleichzeitig tiefer dringt), die neue Kategorie **G** entgegen ihrer ersten Deutung nun doch nicht die Kategorie der generellen Terme sein zu lassen, sondern sie für „ausgreifendere" Ausdrücke vorzusehen. Generelle Terme treten im Satzgefüge nie für sich auf, sondern stets als Teil von etwas, was man gut als *Prädikatskörper* bezeichnen könnte. *Der Körper eines Prädikats* ist das, was von ihm

[58] Auch mit der angegebenen Einschränkung des Kategoriensystems kann es Mühe machen, für eine Kategorie der logischen Grammatik ein umgangssprachliches Beispiel anzugeben. Was wäre etwa ein umgangssprachliches Beispiel für einen Ausdruck der Kategorie **N, (N → S) → S**? – *Dieses*: „x <u>weiß, dass für alle y:</u> A[y]". Der angegebene Ausdruck bildet bei Einsetzung eines Namens für „x" und eines einstelligen Prädikats (mit „y" als freier Variable) für „A[y]" einen Satz. Er gehört also zu der fraglichen Kategorie.

übrigbleibt, wenn man die Vorkommnisse von (namenvertretenden) Variablen in ihm von ihm abzieht, und zwar unter Wahrung im „Abzugsresultat" der Ordnung, die diese Variablenvorkommnisse im Prädikat hatten. Es ist nicht schwer, Prädikate und die Variablenvorkommnisse in ihnen so darzustellen, dass die (hier nun so bezeichneten) *Körper der Prädikate* von den besagten Variablenvorkommnissen – unter Wahrung der Reihenfolge, die diese im jeweiligen Prädikat haben – *separiert* werden:

x ist ehrlich ⇒ [– ist ehrlich](x);

x ist ein Fisch und x fliegt ⇒ [– ist ein Fisch und – fliegt](x, x);

x liebt Hans ⇒ [– liebt Hans](x);

x liebt y ⇒ [– liebt –](x, y);

x liebt x ⇒ [– liebt –](x, x);

Regensburg liegt zwischen y und z ⇒ [Regensburg liegt zwischen– und –](y, z);

z ist x genauso ähnlich wie y z ähnlich ist ⇒ [– ist – genauso ähnlich wie – – ähnlich ist](z, x, y, z).

Man kann nun unter der oben eingeführten zusätzlichen Grundkategorie **G** anstelle von generellen Termen *gleich ganze Prädikatskörper* verstehen. Um die Wirkungsweise von Ausdrücken zu verstehen, die dann etwa unter die Kategorien **G** → **S** und **(G** → **S)** → **S** und **G, N** → **S** und **G** → **N** und **(G** → **S)** → **N** fallen, muss man allerdings mit einem hohen Maß an logisch standardisierter Umformulierung (und entsprechend hoher Abweichung von der idiomatischen Oberfläche) der Sprache arbeiten: **(0)** Beispiel für **G** (Kategorie der *Prädikatskörper*): „[– ist ehrlich]". **(1)** Beispiel für **G** → **S** (Kategorie der *einstelligen Satzkerne*): „F(Hans), und nicht F(Georg)". Dieser einstellige Satzkern liefert bei Komplettierung durch den *einstelligen Prädikatskörper*[59] „[– ist ehrlich]" den folgenden Satz der logisch standardisierten Sprache: „[– ist ehrlich](Hans), und nicht [– ist ehrlich](Georg)"; ihm entspricht in der Umgangssprache der idiomatische Satz „Hans ist ehrlich, Georg aber

[59] Die Stellenzahl eines Prädikatskörpers richtet sich nach der Anzahl seiner Leerstellen (also: derjenigen Stellen, die durch „–" markiert werden und die die vom Prädikatskörper separierte Folge von Vorkommnissen von [namenvertretenden] Variablen der Reihe nach von links nach rechts zu füllen hat, wenn die Separation wieder aufgehoben wird, zum Prädikat übergegangen wird). Für einstellige Prädikatskörper verwende man die Variablen F, F´ …; für zweistellige Prädikatskörper die Variablen R, R´, …; für dreistellige Prädikatskörper die Variablen Z, Z´, … . Weitere Festsetzungen sind nicht getroffen, aber die prädikatskörpervertretenden Variablen sollten jeweils nach der Stellenzahl der vertretenen Prädikatskörper einen anderen zugrundeliegenden Buchstaben zugeordnet bekommen. Wir haben also: namenvertretende Variablen: x, y, z, u, v, x´, y´ …; satzvertretende Variablen: A, B, C, D, A´, B´, …; Variablen, die einstellige Prädikatskörper vertreten: F, F´, F´´, …; Variablen, die zweistellige Prädikatskörper vertreten: R, R´, R´´, …; Variablen, die dreistellige Prädikatskörper vertreten: Z, Z´, Z´´, …; usw. usf. Alle diese Variablen können in Ausdruckschemata als Schemabuchstaben für das von ihnen jeweils Vertretene (singulärer Term, Satz, Prädikatskörper) fungieren, aber auch durch Quantor oder Kennzeichner gebunden werden.

nicht.“ **(2)** Beispiel für die Kategorie **(G → S)** → **S**: „Für mindestens ein F gilt:“. Dieser *prädikatskörpervariablige Quantor* liefert bei Komplettierung durch den einstelligen Satzkern „F(Hans), und nicht F(Georg)“ den folgenden Satz der logisch standardisierten Sprache: „Für mindestens ein F gilt: F(Hans), und nicht F(Georg)“; ihm entspricht in der Umgangssprache der idiomatische Satz „Hans ist manches, was Georg nicht ist“. **(3)** Beispiel für die Kategorie **G, N** → **S**: „F(x)“. Dieses *zu einstelligen Prädikatskörpern relative einstellige Prädikat* (oder: dieser *zu singulären Termen relative einstellige Satzkern*) liefert bei Komplettierung durch den einstelligen Prädikatskörper „[– ist ehrlich]“ und den singulären Term „Hans“ den folgenden Satz der logisch standardisierten Sprache: „[– ist ehrlich](Hans)“; ihm entspricht in der Umgangssprache der idiomatische Satz „Hans ist ehrlich“. **(4)** Beispiel für die Kategorie **G** → **N**: „λ: F“. Dieser auf einstellige Prädikatskörper anwendbare Abstraktor liefert bei Komplettierung durch den einstelligen Prädikatskörper „[– ist ehrlich]“ den singulären Term „λ: [– ist ehrlich]“ der logisch standardisierten Sprache; ihm entspricht in der Umgangssprache der idiomatische singuläre Term „die Ehrlichkeit“. Weitere Beispiele für die Kategorie **G** → **N** sind: „λ: R“ und „λ: Z“ (zu den damit angesprochenen unterschiedlichen Variablentypen siehe Fußnote 59). Diese auf zweistellige bzw. dreistellige Prädikatskörper anwendbaren Abstraktoren funktionieren wie folgt: „λ: [– liebt –]“ (also die Komplettierung von „λ: R“ durch den zweistelligen Prädikatskörper „[– liebt –]“ zu einem singulären Term) entspricht umgangssprachlich der idiomatische singuläre Term „die Liebe“; „λ: [– ist zwischen – –]“ (also der Komplettierung von „λ: Z“ durch den dreistelligen Prädikatskörper „[– ist zwischen – –]“ zu einem singulären Term entspricht (immer noch halbwegs) umgangssprachlich der singuläre Term „das Zwischensein“.[60] **(5)** Beispiele für die Kategorie **(G → S)** → **N**: „die Anzahl der F, für die gilt:“; „die Anzahl der R, für die gilt:“. Die genannten

[60] Wie man sich beim Abstraktor „λ:“ in Anwendung auf Sätze entscheiden muss, ob man ihn im Sinne von „λ^{SV}:“ oder aber im Sinne von „λ^{P}:“ versteht (vgl. Fußnote 52), so muss man sich bei diesem selben Abstraktor „λ:“ in Anwendung auf Prädikatskörper entscheiden, ob man ihn im Sinne von „λ^{U}:“ versteht – dann werden Namen für Universalien: für Eigenschaften bzw. Relationen gebildet – oder im Sinne von „λ^{B}:“ – dann werden Namen für Begriffe gebildet (der jeweils angemessenen Stellenzahl n, wobei n ≥ 1). [Zum Unterschied zwischen *Sachverhalten* und *Propositionen*, und *Universalien* – Eigenschaften und Relationen – und *Begriffen*: siehe die ontologische Literatur sowie ansatzweise Kap. VII.] Man beachte, dass offenbar gilt: λ^{U}: [– ist ehrlich] = λ^{E}x: x ist ehrlich, λ^{U}: [– liebt –] = λ^{R}xy: x liebt y, λ^{U}: [– ist zwischen – –] = λ^{R}xyz: x ist zwischen y z; *sowie auch*: λ^{B}: [– ist ehrlich] = λ^{B}x: x ist ehrlich, λ^{B}: [– liebt –] = λ^{B}xy: x liebt y, λ^{B}: [– ist zwischen – –] = λ^{B}xyz: x ist zwischen y z. Es scheint somit, dass die Kategorie **G** → **N** angesichts der (in gewissem Sinne nicht einfacheren, aber in gewissem Sinne doch) elementareren Kategorien **(N → S) → N, (N, N → S) → N, (N, N, N → S) → N** überflüssig ist. Doch angesichts der andersartigen Bildungsweise der **N**-Ausdrücke bei der Kategorie **G** → **N** von den Bildungsweisen der **N**-Ausdrücke bei den Kategorien **(N → S) → N, (N, N → S) → N, (N, N, N → S) → N** sollte man von einem solchen Urteil absehen.

Anzahlkennzeichner – der Erste arbeitet mit einer Variablen, die einstellige Prädikatskörper vertritt, der Zweite mit einer, die zweistellige Prädikatskörper vertritt – funktionieren wie folgt: „die Anzahl der F, für die gilt: F(Hans), und nicht F(Georg)“, z. B., ist die Komplettierung von „die Anzahl der F, für die gilt:“ durch den einstelligen Satzkern „F(Hans), und nicht F(Georg)“ [und „die Anzahl der F, für die gilt: F(Philipp)“ ist die durch den einstelligen Satzkern „F(Philipp)“]; „die Anzahl der R, für die gilt: R(Hans, Anna)“ wiederum ist die Komplettierung von „die Anzahl der R, für die gilt:“ durch den einstelligen Satzkern „R(Hans, Anna)“.[61] Die Anzahl der F, für die gilt: F(Hans), und nicht F(Georg), ist nichts anderes als die Anzahl der Eigenschaften [bzw. einstelligen Begriffe: vgl. Fußnote 60], die Hans hat, aber Georg nicht; die Anzahl der R, für die gilt: R(Hans, Anna), ist nichts anderes als die Anzahl der zweistelligen Relationen [bzw. zweistelligen Begriffe], in denen Hans zu Anna steht.

Um Missverständnissen vorzubeugen, bleibt noch hervorzuheben, dass x, y, z, … zwar Namen (hier sind damit ausschließlich gemeint: singuläre Terme) vertreten, A, B, C, … Sätze vertreten, F, F´, F´´, … einstellige Prädikatskörper vertreten, R, R´, R´´, … zweistellige Prädikatskörper, Z, Z´, Z´´, … dreistellige Prädikatskörper vertreten, usw.; dass aber „Für alle x gilt: A[x]“ keineswegs aus „Für alle Namen ν gilt: A[ν]“ logisch folgt, und „Für alle B gilt: A[B]“ keineswegs aus „Für alle Sätze σ gilt: A[σ]“, und „Für alle F gilt: A[F]“ keineswegs aus „Für alle einstelligen Prädikatskörper φ gilt: A[φ]“, etc. Nähme man diese Folgerungsverhältnisse an, so würde man *von einem durch die Sprache eingeschränkten Verständnis* der – in gewissem Sinne doch *sehr wohl* – namen- bzw. satz- bzw. prädikatskörperbezogenen All-Quantoren ausgehen, nämlich präzise *von einem durch sprachlichen Ausdruck ausschöpfbaren Verständnis*, und gerade nicht von deren *üblichen* Verständnis, welches zulässt, dass die Ontologie weiter reicht als die sprachliche Ausdrückbarkeit.[62] Das übliche Verständnis etwa von „Für alle F gilt:“ ist der Tatsache *angemessen*, dass die Anzahl der F, für die gilt: F(Hans), und nicht F(Georg), überabzählbar unendlich groß ist, und dass daher die F, für die gilt: F(Hans), und nicht F(Georg),

[61] Was wären *zweistellige* Satzkerne? Das wären z. B. „F(Hans), und F´(Georg)“ und „R(Hans, Anna), und nicht R´(Anna, Hans)“.

[62] Lässt man, entgegen dem üblichen Verständnis des namenbezogenen All-Quantors, „Für alle x gilt: A[x]“ aus „Für alle Namen ν gilt: A[ν]“ logisch folgen – *generell*, also egal, welches einstellige Prädikat für „A[x]“ substituiert wird –, und sieht man es zudem für die Wahrheit bzw. Falschheit von A[N] als irrelevant an, ob der Name N (Kategorie **N**) etwas bezeichnet oder nicht – egal, um welchen Namen N es sich handelt –, so spricht man von einem *rein substitutionellen* – oder *vollständig nichtontischen* – Verständnis des Quantors „Für alle x gilt:“. Ein *solches* Verständnis dieses Quantors ist ein großer Schritt in Richtung eines vollständig nichtontischen Verständnisses *der Sprache überhaupt*.

überabzählbar unendlich viele sind; dass somit diese F durch sprachlichen Ausdruck nicht ausschöpfbar sind (denn eine Sprache – im normalen Sinn – hat stets *höchstens abzählbar* unendlich viele Ausdrücke). Folglich kann „Für alle F gilt: A[F]“ – so verstanden, wie es üblicherweise verstanden wird – nicht (generell) aus „Für alle einstelligen Prädikatskörper φ gilt: A[φ]“ logisch folgen.

Aufgaben zum Kapitel **Logische Kategorien, mit besonderer Berücksichtigung von Quantoren und prädikatbezogenen Kennzeichnern**

1. Schreiben Sie *in logisch standardisierter Sprache* (unter Verwendung von passenden Variablen und Prädikaten, von passenden Quantoren bzw. prädikatbezogenen Kennzeichnern):
„die Königin von England“
„das Gut, nach dem jeder Mensch strebt“
„Jeder Mensch, der sich selbst liebt, wird von einem Menschen geliebt“
„Manches Lebewesen ist kein Mensch“
„Etwas ist eine Ursache von allem“
„das, was größer als alles andere ist“
„Alles ist sich selbst am nächsten“
„Kein Blatt gleicht einem anderen“
„Alles ist von etwas verschieden, aber nichts ist von allem verschieden“

2. Schreiben Sie *in idiomatischer Umgangssprache*:
„dasjenige x, für das gilt: x ist ein Philosoph und für alle y gilt: wenn y ein Mensch ist, dann kennt y x“
„Für alle x gilt: für kein y gilt: y ist x ähnlicher als x x ist“
„Für alle x gilt: für mindestens ein y gilt: x ist mit y identisch. Aber für kein x gilt: für alle y: x ist identisch mit y“
„Für mindestens ein x gilt: x ist ein Himmelskörper und x ist kein Planet“
„dasjenige x, für das gilt: für alle y gilt: wenn y von x verschieden ist, dann ist x kleiner als y“
„Für mindestens ein x gilt: für alle y: x ist verschieden von y“
„Für kein x gilt: x ist eine Schneeflocke und für ein y gilt: y ist eine Schneeflocke und y ist verschieden von x und x gleicht y“
„dasjenige x, für das gilt: x ist Vater von Wittgenstein“
„Für jedes x gilt: wenn x ein Mensch ist und x x erkennt, dann gilt für mindestens ein y: y ist ein Mensch und y erkennt x“

Hinweis: Die beiden vorausgehenden Aufgaben sind in gewisser Weise Schlüssel füreinander.

3. Bilden Sie mittels satz- oder prädikatbezogenen Kennzeichnern, gegebenenfalls mittels Abstraktoren (aber nicht mittels Anführungszeichen), singularisch-partikulare Terme aus den folgenden Ausdrücken (so viele, wie Ihnen einfallen): „Die Erde kreist um die Sonne“, „x kreist um die Sonne“, „die Erde kreist um y“, „x kreist um y“. [Der Anhang von Kap. V kann hilfreich sein.]

VI. Satzoperatoren, mit besonderer Berücksichtigung von Modaloperatoren und des „Wenn, dann"

Das Schema einer zu vervollständigenden bivalenten Wahrheitstafel für einen *einstelligen* Satzoperator O ist:

A	O(A)
w	_
f	_

Das Schema einer zu vervollständigenden bivalenten Wahrheitstafel für einen *zweistelligen* Satzoperator O ist:

A	B	O(A, B)
w	w	_
w	f	_
f	w	_
f	f	_

Das Schema einer zu vervollständigenden bivalenten Wahrheitstafel für einen *dreistelligen* Satzoperator O ist:

A	B	C	O(A, B, C)
w	w	w	_
w	w	f	_
w	f	w	_
w	f	f	_
f	w	w	_
f	w	f	_
f	f	w	_
f	f	f	_

Usw.

Wie bivalente Wahrheitstafeln für n-stellige Satzoperatoren (n ≥ 1) aussehen, ist nach diesen Beispielen klar, insbesondere auch, was mit „Zeilen" und „Spalten" bezogen auf solche

Wahrheitstafeln gemeint ist. Die jeweilige Füllung einer Zeile einer bivalenten Wahrheitstafel für einen n-stelligen Satzoperator *in ihrer letzten* (sei es zweiten, dritten, vierten, …, n+1-ten) *Spalte* ist in den obigen Schemata gänzlich offengelassen; als Füllungen kommen *da* aber in Frage: „w", „f" – *und auch* „?". Eine bivalente Wahrheitstafel für einen n-stelligen Satzoperator ist *lückenlos* genau dann, wenn in ihrer letzten Spalte in jeder ihrer Zeilen entweder „w" oder „f" steht (dort, wo jetzt „_" steht), d. h.: in keiner ihrer Zeilen in ihrer letzten Spalte „?".

Einstellige Satzoperatoren [Kategorie S $\rightarrow$ S]

<u>*Wahrheitsfunktionale* einstellige Satzoperatoren [einstellige Satzoperatoren, die über eine *lückenlose* bivalente Wahrheitstafel verfügen]</u>:

Kernbeispiele: „Nicht-(A)" [*dergestalt* in logisch standardisierter Sprache; in der Umgangssprache wird „nicht" gewöhnlich an geeigneter Stelle *im Satzinneren* platziert], „Es ist wahr, dass A", „Es ist falsch, dass A", „Es ist der Fall, dass A".[63]

<u>*Nichtwahrheitsfunktionale* einstellige Satzoperatoren [einstelligen Satzoperatoren, die nicht über eine lückenlose bivalente Wahrheitstafel verfügen; Modaloperatoren *im weiten Sinn*]</u>:

Ontische [oder *alethische*] *Modaloperatoren* [Modaloperatoren *im engen Sinn*]; Kernbeispiele: (**1**) „Es ist [allgemeinst-ontisch] möglich, dass A", (**2**) „Es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass A", (**3**) „Es ist [allgemeinst-ontisch] notwendig, dass A".[64]

Deontische Modaloperatoren; Kernbeispiele: (**1**) „Es ist erlaubt, dass A", (**2**) „Es ist verboten, dass A", (**3**) „Es ist geboten, dass A".

Doxastische Modaloperatoren; Kernbeispiele: (**1**) „Es wird nicht ausgeschlossen, dass A" [*oder* in logisch standardisierter Sprache: „Nicht-(es wird ausgeschlossen, dass A)"], (**2**) „Es wird ausgeschlossen, dass A", (**3**) „Es wird ausgeschlossen, dass nicht-(A)".

[63] Der Schemabuchstabe „A" (oder „B", oder „C" …) darf in Ausdrucksschemata durch einen Satz ersetzt werden; damit sind im Deutschen oft Änderungen der Wortstellung verbunden. Aber: „Rom liegt am Rhein", „dass Rom am Rhein liegt", „Weder liegt Rom am Rhein, noch liegt es am Lech" – die grammatisch erforderliche Änderung der Wortstellung ändert nichts daran, dass in den drei angeführten Sprachsequenzen *ein und derselbe Satz* vorkommt: „Rom liegt am Rhein". Die grammatisch erforderliche Änderung der Wortstellung ändert nichts an der Identität eines Satzes – selbst dann nicht, wenn diese Änderung mit dem anaphorischen Gebrauch zweier Pronomen und der Abwandlung einer Präposition verbunden ist: In „Wenn Rom am Rhein liegt, dann liegt es an ihm" kommt *zweimal* ein und derselbe Satz vor: „Rom liegt am Rhein".

[64] Gewöhnlich sind „möglich", „unmöglich" und „notwendig" *ontisch* gemeint, aber nicht immer: Nicht selten meint „ist möglich" so viel wie „wird nicht ausgeschlossen", manchmal so viel wie „ist erlaubt". Ontische Modaloperatoren wiederum sind im Alltag eher selten *allgemeinst*-ontisch gemeint, sondern gewöhnlich *mit einer Spezifizierung* ontisch gemeint – einer Spezifizierung in Richtung: Fähigkeiten und Dispositionen, Naturgesetze, Umstände, welche Spezifizierung aber in aller Regel vage und unausdrücklich bleibt.

Vergangenheitsoperatoren; Kernbeispiele: (**1**) „Es war [einmal] der Fall, dass A“ [*dergestalt* in logisch standardisierter Sprache, wobei der durch „A“ angedeutete Satz im Präsens steht; in der freien Umgangssprache hingegen erfolgt die Vergangenheitsmodalisierung *gewöhnlich* durch Tempusmodifikation des Verbs *im Satzinneren*]; (**2**) „Es war nie der Fall, dass A“ [dito]; (**3**) „Es war immer der Fall, dass A“ [dito].

Zukunftsoperatoren; Kernbeispiele: (**1**) „Es wird [einmal] der Fall sein, dass A“ [*dergestalt* in logisch standardisierter Sprache, wobei der durch „A“ angedeutete Satz im Präsens steht; in der freien Umgangssprache hingegen erfolgt die Zukunftsmodalisierung *gewöhnlich* durch Tempusmodifikation *im Satzinneren*]; (**2**) „Es wird nie der Fall sein, dass A“ [dito]; (**3**) „Es wird immer der Fall sein, dass A“ [dito].

Ungerichtete Zeitoperatoren; Kernbeispiele: (**1**) „Es ist einmal der Fall, dass A“ [*dergestalt* in logisch standardisierter Sprache, wobei der durch „A“ angedeutete Satz im Präsens steht; in der freien Umgangssprache erfolgt die ungerichtete temporale Modalisierung *gewöhnlich* durch Zeitadverb im Inneren jenes – immer noch präsentischen – Satzes]; (**2**) „Es ist nie der Fall, dass A“ [dito]; (**3**) „Es ist immer der Fall, dass A“ [dito];

Modaloperatoren des Ortes; Kernbeispiele: (**1**) „Es ist irgendwo der Fall, dass A“; (**2**) „Es ist nirgendwo [nirgends] der Fall, dass A“; (**3**) „Es ist überall der Fall, dass A“.[65]

[Die (**1**)-Kernbeispiele in obiger Auflistung stehen in einer formalen Analogie zueinander; Gleiches gilt von den (**2**)-Kernbeispielen und den (**3**)-Kernbeispielen.]

Zweistellige Satzoperatoren [Kategorie S, S $\rightarrow$ S]

<u>Wahrheitsfunktionale</u>:

Kernbeispiele: „A und B“, „A oder B“, „Weder A noch B [*dergestalt* in logisch standardisierter Sprache; in der Umgangssprache ist die Platzierung von „weder“ flexibler]; „Entweder A oder B“ [*dergestalt* in logisch standardisierter Sprache; in der Umgangssprache ist die Platzierung von „entweder“ flexibler].

<u>Nichtwahrheitsfunktionale</u>:

[65] Jede Anwendung eines Modaloperators i. w. S. (der als solcher ein einstelliger Satzoperator, also ein Ausdruck der Kategorie **S** $\rightarrow$ **S** ist) lässt sich uminterpretieren in die Anwendung eines Prädikats (also eines Ausdrucks der Kategorie **N** $\rightarrow$ **S**): <u>Es ist möglich, dass</u> A $\Leftrightarrow$ Dass A<u>, ist möglich</u>; […] <u>Es wird ausgeschlossen, dass nicht-(</u>A<u>)</u> $\Leftrightarrow$ Dass nicht-(A)<u>, wird ausgeschlossen</u>; […] <u>Es ist überall der Fall, dass</u> A $\Leftrightarrow$ Dass A<u>, ist überall der Fall</u>. [Die angeführten drei Beispiele vertreten die ganze Liste.] Auch, übrigens, jede Anwendung der (oben angeführten) wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren „Es ist wahr, dass A“, „Es ist falsch, dass A“, „Es ist der Fall, dass A“ lässt sich uminterpretieren in die Anwendung eines Prädikats, z. B.: <u>Es ist der Fall, dass</u> A $\Leftrightarrow$ Dass A<u>, ist der Fall</u>.

Kernbeispiele: „A, weil B“, „Dass A, schließt aus, dass B“, „Wenn A, dann B“, „Wenn es der Fall wäre, dass A, dann [so] wäre es der Fall, dass B“, „Wenn es der Fall sein würde, dass A, dann würde es der Fall sein, dass B“, „Wenn es der Fall gewesen wäre, dass A, dann wäre es der Fall gewesen, dass B“.

Der letztere zweistellige Satzoperator ist a*usschließlich* ein Bildner *kontrafaktischer Konditionalsätze*, also von *Konditionalsätzen, bei denen die Falschheit des Antezedens – des Vordersatzes,* durch den Buchstaben „A“ markiert – *unterstellt ist*;[66] die beiden unmittelbar davor angeführten Satzoperatoren bilden dagegen nicht ausschließlich kontrafaktische Konditionalsätze.[67]

Ontisches und epistemisches „Wenn, dann“

Die ontische und die epistemische Verwendung von „Wenn, dann“ lässt sich in der Logiksprache zeichentechnisch explizit machen (in der Umgangssprache jedoch unterbleibt die Anzeige per Symbol): „Wenn$_{\mathbf{O}}$ A, dann$_{\mathbf{O}}$ B“ (*ontisches* „Wenn, dann“) und „Wenn$_{\mathbf{E}}$ A, dann$_{\mathbf{E}}$ B (*epistemisches* „Wenn, dann“).

Beispiel für die Verwendung von *ontischem* „Wenn, dann“: „Wenn die Außentemperatur 20 Grad Celsius ist, dann zeigt das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius an.“ Hieraus **folgt** *zusammen mit* „Die Außentemperatur ist 20 Grad Celsius“: „Das Thermometer im Garten zeigt 20 Grad Celsius an, *weil*$_1$ [*seinskausales* „Weil“] die Außentemperatur 20 Grad Celsius ist.“ Der „Weil$_1$“-Satz antwortet auf *die Frage nach der Ursache*: „Was ist die Ursache dafür?“

Beispiel für die Verwendung von *epistemischem* „Wenn, dann“: „Wenn das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius anzeigt, dann ist die Außentemperatur 20 Grad Celsius.“ Hieraus **folgt** *zusammen mit* „Das Thermometer im Garten zeigt 20 Grad Celsius an“ **nicht**: „Die Außentemperatur ist 20 Grad Celsius, *weil*$_1$ [*seinskausales* „Weil“] das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius anzeigt“; es folgt **allerdings**: „*Es ist vernünftig zu glauben*, dass die

[66] Ist diese Unterstellung, seine *Präsupposition*, verkehrt, so ist ein kontrafaktischer Konditionalsatz *falsch* – oder aber, *eigentlich*, er ist *weder falsch noch wahr*. Es sei hier jedoch – hier, wo der Rahmen der klassischen Logik nicht verlassen werden soll – davon ausgegangen, dass ein kontrafaktischer Konditionalsatz, bei dem die Unterstellung (Präsupposition), dass sein Antezedens falsch ist, falsch ist, selbst *falsch* ist [also seine Verneinung wahr ist]. (Zur Behandlung – Umdeutung – von Präsuppositionen im Rahmen der klassischen Logik siehe auch noch Fußnote 69.)

[67] Konditionalsätze können in der freien Umgangssprache mit oder ohne „wenn“, mit oder ohne „dann“, ja sogar *ohne beides* formuliert sein: „Fällt er in den Graben, fressen ihn die Raben“. Hier sind nur logische Standardformen von Konditionalsätzen angegeben. Abweichend davon wird in der freien Umgangssprache bei konjunktivischen Konditionalsätzen der Konjunktiv *gewöhnlich* in die Argumentsätze (die durch „A“ und „B“ indizierten Sätze) hineingenommen, sodass die Verwendung von „wäre es der Fall, dass“, „würde es der Fall sein, dass“ und „wäre es der Fall gewesen, dass“ *gewöhnlich* unterbleibt.

Außentemperatur 20 Grad Celsius ist, *weil*$_2$ [*glaubensbegründendes* „Weil“] das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius anzeigt“, ja sogar „Die Außentemperatur ist 20 Grad Celsius, *weil*$_3$ [*wissensbegründendes* „Weil“] das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius anzeigt“ (anders gesagt: „Die Außentemperatur ist 20 Grad Celsius, *denn* das Thermometer im Garten zeigt 20 Grad Celsius an“). Der „Weil$_2$“-Satz antwortet auf *die Frage nach dem Grund des Glaubens (Meinens)*: „Warum glaubst du das?“, der „Weil$_3$“-Satz auf *die Frage nach dem Grund des Wissens*: „Woher weißt du das?“

Einige logische Zusammenhänge zwischen nichtwahrheitsfunktionalen und wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren

Es ist der Fall, dass A $\Rightarrow$ Es ist möglich, dass A [aber die Umkehrung gilt nicht].

Es ist unmöglich, dass A $\Rightarrow$ nicht-(A) [aber die Umkehrung gilt nicht].

Es ist notwendig, dass A $\Rightarrow$ Es ist der Fall, dass A [aber die Umkehrung gilt nicht].

Wenn A, dann B $\Rightarrow$ nicht-(A und nicht-(B)) [aber die Umkehrung gilt nicht; in manchen Kontexten – etwa in der Mathematik – wird „Wenn A, dann B“ jedoch durchaus *so* verstanden, dass es *nicht mehr* besagt als „nicht-(A und nicht-(B))“!].

A, weil B $\Rightarrow$ A und B [aber die Umkehrung gilt nicht].

Einige Definitionen nichtwahrheitsfunktionaler Satzoperatoren

Es ist unmöglich, dass A $=_{\text{Def}}$ Nicht-(es ist möglich, dass A).

Es ist notwendig, dass A $=_{\text{Def}}$ Nicht-(es ist möglich, dass nicht-(A)).

Es ist bloß möglich, dass A $=_{\text{Def}}$ Nicht-(A), und es ist möglich, dass A.

Es ist kontingent der Fall, dass A $=_{\text{Def}}$ A, und es ist möglich, dass nicht-(A).

Es ist kontingent, ob A $=_{\text{Def}}$ Es ist möglich, dass A, und es ist möglich, dass nicht-(A).

A, weil$_{\mathbf{O}}$ B $=_{\text{Def}}$ B und (wenn$_{\mathbf{O}}$ B, dann$_{\mathbf{O}}$ A). [Definiert wird hier das *ontische* „Weil“; ein Beispielsatz mit ontischem – weil **seinskausalem** – „Weil“ findet sich im Abschnitt **Ontisches und epistemisches „Wenn, dann“**; dort befindet sich auch ein Beispielsatz mit *epistemischem* – weil **erkenntnisbegründendem** – „Weil“.]

Dass A, schließt aus, dass B $=_{\text{Def}}$ Es ist unmöglich, dass A und B.

Wenn es der Fall gewesen wäre, dass A, dann wäre es der Fall gewesen, dass B $=_{\text{Def}}$ Nicht-(A) und (wenn$_{\mathbf{OK}}$ A, dann$_{\mathbf{OK}}$ B). [„Wenn$_{\mathbf{OK}}$, dann$_{\mathbf{OK}}$“ ist das *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* „Wenn, dann“, welches eine Verstärkung des *ontischen* „Wenn, dann“ – „Wenn$_{\mathbf{O}}$, dann$_{\mathbf{O}}$“ – ist. Siehe dazu weiter unten.]

Einige Analysen von Modaloperatoren (oder: Der Zusammenhang zwischen Modaloperatoren und Quantoren)

Im Folgenden ist mit „mögliche Welt“ immer gemeint: *allgemeinst-ontisch* mögliche Welt.

(**1**) Es ist [allgemeinst-ontisch] möglich, dass A ⇔ **Für mindestens ein x gilt: x** ist eine mögliche Welt und es ist in **x** der Fall, dass A.

(**2**) Es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass A ⇔ **Für kein x gilt: x** ist eine mögliche Welt und es ist in **x** der Fall, dass A.

(**3**) Es ist [allgemeinst-ontisch] notwendig, dass A ⇔ **Für alle x gilt:** Wenn **x** eine mögliche Welt ist, dann ist es in **x** der Fall, dass A.

(**1**) Es ist [moralisch bzw. rechtlich] erlaubt, dass A ⇔ **Für mindestens ein x gilt: x** ist eine deontisch [moralisch bzw. rechtlich] zulässige mögliche Welt und es ist in **x** der Fall, dass A.

(**2**) Es ist [moralisch bzw. rechtlich] verboten, dass A ⇔ **Für kein x gilt: x** ist eine deontisch [moralisch bzw. rechtlich] zulässige mögliche Welt und es ist in **x** der Fall, dass A.

(**3**) Es ist [moralisch bzw. rechtlich] geboten, dass A ⇔ **Für alle x gilt:** Wenn **x** eine deontisch [moralisch bzw. rechtlich] zulässige mögliche Welt ist, dann ist es in **x** der Fall, dass A.[68]

(**1**) Es wird nicht ausgeschlossen, dass A ⇔ **Für mindestens ein x gilt: x** ist eine mögliche Welt, die doxastisch [für ein gewisses Erkenntnissubjekt, oder für gewisse Erkenntnissubjekte] als wirkliche Welt in Frage kommt, und es ist in **x** der Fall, dass A.

(**2**) Es wird ausgeschlossen, dass A ⇔ **Für kein x gilt: x** ist eine mögliche Welt, die doxastisch als wirkliche Welt in Frage kommt, und es ist in **x** der Fall, dass A.

(**3**) Es wird ausgeschlossen, dass nicht-(A) ⇔ **Für alle x gilt:** wenn **x** eine mögliche Welt ist, die doxastisch als wirkliche Welt in Frage kommt, dann ist es in **x** der Fall, dass A.

(**1**) Es war der Fall, dass A ⇔ **Für mindestens ein x gilt: x** ist ein vergangener Zeitpunkt und es ist zu **x** der Fall, dass A.

(**2**) Es war nie der Fall, dass A ⇔ **Für kein x gilt: x** ist ein vergangener Zeitpunkt und es ist zu **x** der Fall, dass A.

[68] Eine andere Deutung der deontischen Modaloperatoren ergibt sich, wenn man in den sie analysierenden Ausdrücken „perfekte“ an die Stelle von „zulässige“ setzt: Jede deontisch perfekte Welt ist eine deontisch zulässige, aber nicht jede deontisch zulässige eine deontisch perfekte.

(**3**) Es war immer der Fall, dass A ⇔ **Für alle x gilt:** wenn **x** ein vergangener Zeitpunkt ist, dann ist es zu **x** der Fall, dass A.

(**1**) Es wird der Fall sein, dass A ⇔ **Für mindestens ein x gilt: x** ist ein zukünftiger Zeitpunkt und es ist zu **x** der Fall, dass A.

(**2**) Es wird nie der Fall sein, dass A ⇔ **Für kein x gilt: x** ist ein zukünftiger Zeitpunkt und es ist zu **x** der Fall, dass A.

(**3**) Es wird immer der Fall sein, dass A ⇔ **Für alle x gilt:** wenn **x** ein zukünftiger Zeitpunkt ist, dann ist es zu **x** der Fall, dass A.

(**1**) Es ist einmal der Fall, dass A ⇔ **Für mindestens ein x gilt: x** ist ein Zeitpunkt und es ist zu **x** der Fall, dass A.

(**2**) Es ist nie der Fall, dass A ⇔ **Für kein x gilt: x** ist ein Zeitpunkt und es ist zu **x** der Fall, dass A.

(**3**) Es ist immer der Fall, dass A ⇔ **Für alle x gilt:** wenn **x** ein Zeitpunkt ist, dann ist es zu **x** der Fall, dass A.

Der besonderen Beachtung wert ist: In diesen Analysen wird – unabdingbar – Gebrauch gemacht von satzrelativ-einstelligen Prädikaten (man könnte genauso gut von namenrelativ-einstelligen Satzoperatoren reden), also von Prädikaten (Satzoperatoren) der Kategorie: **N, S** → **S**: „Es ist in x der Fall, dass A“, „Es ist zu x der Fall, dass A“. Ein weiteres satzrelativ-einstelliges Prädikat ist „Es ist an x der Fall, dass A“; dieses kommt bei der (hier nicht angegebenen) Analyse der Modaloperatoren des Ortes zum Einsatz.

Analyse kontrafaktischer Konditionalsätze

Schon in einem vorausgehenden Abschnitt dieses Kapitels wurde definiert:

Wenn es der Fall gewesen wäre, dass A, dann wäre es der Fall gewesen, dass B $=_{\mathrm{Def}}$ Nicht-(A) und (wenn$_{\mathbf{OK}}$ A, dann$_{\mathbf{OK}}$ B).

Es steht noch aus: die Analyse von „Wenn$_{\mathbf{OK}}$ A, dann$_{\mathbf{OK}}$ B“. Dazu sei zunächst angegeben: die Analyse von „Wenn A, dann B“ *überhaupt*. Ein einfacher dahingehender Vorschlag ist **die Basis-Theorie** von „Wenn, dann“ – eine Konditionalsatztheorie, die sich bei allen Typen von Konditionalaussagen, insbesondere den kontrafaktischen, eng anschließen lässt an die tatsächlich gegebenen kognitiven Operationen bei den Sprechenden, wenn sie solche

Aussagen machen (was man von den Konditionalsatztheorien à la Lewis und Stalnaker nun gerade nicht behaupten kann):

Wenn A, dann B $\Leftrightarrow$ **[Basis]** und *es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass zugleich* (i) A und (ii) **[Basis]** und (iii) nicht-(B).

Der Ausdruck „**[Basis]**" indiziert hier eine im Äußerungskontext *implizit* als wahr unterstellte Annahme; sie ist **die Basis** für den geäußerten „Wenn, dann"-Satz. Dieser ist nur dann wahr, wenn diese Basis wahr ist,[69] und seine Wahrheit (wenn er wahr ist) ist *relativ* zu seiner Basis und zu deren Wahrheit. (In verschiedenen Äußerungskontexten können für lexikalisch-syntaktisch denselben „Wenn, dann"-Satz verschiedene Basen verwendet werden, was sich selbstverständlich auf den Wahrheitswert des „Wenn, dann"-Satzes im Äußerungskontext auswirken kann; „Wenn, dann"-Sätze haben also einen entschieden *indexikalischen* Charakter.)

Kommt jeder (Aussage)Satz als Basis eines Satzes der Gestalt „Wenn A, dann B" in Frage? Wohl doch nicht. Um die logische Verbindung, die die Basis eines „Wenn, dann"-Satzes zwischen dessen Vordersatz und dessen Hintersatz stiftet, nicht zu trivialisieren, sollte sie zum einen zusammen mit der Negation des Vordersatzes wahr sein können [allgemeinst-ontisch] und zum anderen auch zusammen mit der Negation des Hintersatzes.[70] *Die Bedingung* eines Bedingungssatzes sollte nämlich durch dessen Basis niemals überflüssig oder fehl-am-Platz werden – wie das in einer Weise der Fall ist, wenn sich der Vordersatz mit

---

[69] Eigentlich ist *seine Basis* eine *Präsupposition* für einen Satz der Gestalt „Wenn A, dann B" – ganz so, wie der zugehörige Wissensobjektsatz (der im Folgenden durch „A" angedeutet wird) eine Präsupposition für einen Satz der Gestalt „N.N. weiß, dass A" ist. Wenn die Präsupposition eines Aussagesatzes nicht wahr ist, dann ist der Aussagesatz – *eigentlich* – weder wahr noch falsch. Aber um am Prinzip der Bivalenz festhalten zu können, ist es gängige Praxis in der logischen Analyse, eine Präsupposition zur logischen *conditio sine qua non* nicht der *Wahrheit-oder-Falschheit*, sondern schlicht *der Wahrheit* des Satzes, dessen Präsupposition sie ist, umzudeuten (sodass also aus „Wenn A, dann B" die unterstellte Basis logisch folgt, und aus „N.N. weiß, dass A" der zugehörige Wissensobjektsatz A: N.N. weiß, dass A $\Rightarrow$ A). Im Rahmen der klassischen Logik ergibt sich dann aus der Nichtwahrheit – der Falschheit einer Präsupposition – die Nichtwahrheit – die Falschheit – des Satzes, dessen Präsupposition sie ist (denn in der klassischen Logik sind wegen des in ihr – qua klassischer Logik – respektierten Bivalenzprinzips Nichtwahrheit und Falschheit logisch äquivalent).

[70] Ein willkommener Nebeneffekt dieser Einschränkung ist, dass die Basis eines „Wenn, dann"-Satzes – auch unabhängig von der für sie ohnehin geforderten Wahrheit – kein Satz sein kann, der unmöglich wahr ist; denn: wenn sie ein Satz wäre, der unmöglich wahr ist, dann kann sie gerade nicht zusammen mit der Negation des Vordersatzes wahr sein, genauso wie sie dann nicht zusammen mit der Negation des Hintersatzes wahr sein kann. Ein vielleicht nicht so willkommener Nebeneffekt der fraglichen Einschränkung für „Wenn, dann"-Basen ist aber, dass der Vordersatz eines „Wenn, dann"-Satzes kein Satz sein kann, der notwendigerweise wahr ist; dasselbe gilt vom Hintersatz (die angegebene Einschränkung für Basen ist eben auch eine für Vorder- und Hintersätze). Dadurch, dass die Basis kein Satz sein kann, der unmöglich wahr ist, ist selbstverständlich nicht ausgeschlossen, dass der Vordersatz unmöglich wahr ist, und auch nicht, dass der Hintersatz unmöglich wahr ist; aber es gibt gute Gründe, auch dieses (beides) auszuschließen (siehe gleich im Folgenden im Haupttext).

Notwendigkeit aus der Basis ergibt [m. a. W.: seine Negation mit der Basis allgemeinst-ontisch unvereinbar ist], und in anderer Weise, wenn sich der Hintersatz mit Notwendigkeit aus der Basis ergibt. Dies gesagt, ist nun aber klar, dass die Basis auch zusammen mit dem Vordersatz wahr sein können sollte [„können" wiederum allgemeinst-ontisch genommen], sowie zusammen mit dem Hintersatz. Auch *das Bedingte* eines Bedingungssatzes sollte ja durch dessen Basis niemals überflüssig oder fehl-am-Platz werden – wie das in einer Weise der Fall ist, wenn sich die Negation des Vordersatzes mit Notwendigkeit aus der Basis ergibt [wenn, m. a. W., er mit der Basis allgemeinst-ontisch unvereinbar ist]: an die Stelle des Hintersatzes kann dann jeder beliebige Satz treten; und in anderer Weise, wenn sich die Negation des Hintersatzes mit Notwendigkeit aus der Basis ergibt: der (gegebene) Hintersatz ist dann offensichtlich „fehl am Platz" (und auf den Vordersatz, zudem, kommt es auch nicht an).

Besondere (semantische) Formen von „Wenn, dann" – etwa: *ontisches* „Wenn, dann" und *ontisches und Kontrafaktizität aufnehmendes* „Wenn, dann" – werden nach dem *der jeweiligen Form entsprechenden* Charakter der verwendeten Basis unterschieden:

Wenn$_{\mathbf{O}}$ A, dann$_{\mathbf{O}}$ B $\Leftrightarrow$ **[Basis$_{\mathbf{O}}$]** und *es ist unmöglich, dass zugleich* (i) A und (ii) **[Basis$_{\mathbf{O}}$]** und (iii) nicht-(B). [*Ontisches* „Wenn, dann", womit indikativische ontische Konditionalsätze gebildet werden.]

Wenn$_{\mathbf{OK}}$ A, dann$_{\mathbf{OK}}$ B $\Leftrightarrow$ **[Basis$_{\mathbf{OK}}$]** und *es ist unmöglich, dass zugleich* (i) A und (ii) **[Basis$_{\mathbf{OK}}$]** und (iii) nicht-(B). [*Ontisches und Kontrafaktizität aufnehmendes* „Wenn dann", womit indikativische, aber Kontrafaktizität aufnehmende ontische Konditionalsätze gebildet werden; was damit gemeint ist, wird deutlich werden.]

„**[Basis$_{\mathbf{O}}$]**" steht für eine *ontische* Basis, „**[Basis$_{\mathbf{OK}}$]**" für eine *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* Basis. Man beachte, dass „Wenn A, dann B", „Wenn$_{\mathbf{O}}$ A, dann$_{\mathbf{O}}$ B" und Wenn$_{\mathbf{OK}}$ A, dann$_{\mathbf{OK}}$ B" in der gewöhnlichen gesprochenen Sprache und in der gewöhnlichen geschriebenen Sprache völlig gleich *lauten* (bzw. völlig gleich *aussehen*); eine eventuelle logische Differenzierung zwischen ihnen (auf welche die zuweilen eingefügten Indices in der hier geschriebenen – gedruckten – Sprache hinweisen) ist rein semantisch und beruht allein auf der jeweiligen implizit unterstellten Basis. Die Situation kann, übrigens, auch die sein, dass keine logische Differenz der Äußerungen gegeben ist: Wenn die Basis von „Wenn A, dann B" in allen Äußerungskontexten (oder in allen *betrachteten* Äußerungskontexten) dieselbe *ontische* und sogar *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* Basis ist, dann gilt in und zwischen allen (bzw. allen betrachteten) Äußerungskontexten: Wenn A, dann B $\Leftrightarrow$ Wenn_{O} A, dann_{O} B $\Leftrightarrow$ Wenn_{OK} A, dann_{OK} B.

Manchem „Wenn, dann“-Satz sieht man seine Basis (und wie es aussieht: für alle Äußerungskontexte) förmlich an: „Wenn der Gärtner den Grafen nicht ermordet hat, dann hat ihn der Butler ermordet“; **Basis**: „Der Gärtner oder der Butler hat den Grafen ermordet“. Oder: „Wenn Oswald Kennedy nicht erschossen hat, dann hat ihn jemand anderer erschossen“; **Basis**: „Jemand hat Kennedy erschossen“; „Wenn es [auf die Straße herab] regnet, wird die Straße nass“; **Basis**: „Die Straßenoberfläche ist in keiner Weise gegen zudringende Nässe geschützt“. (Der Konditionalsatz „Wenn es regnet und die Straße vollständig dicht überdacht ist, wird die Straße [trotzdem] nass“ muss offensichtlich eine wesentlich andere Basis als die eben angeführte Basis haben, um wahr zu sein – denn „Die Straßenoberfläche ist in keiner Weise gegen zudringende Nässe geschützt“ ist mit „Die Straße ist vollständig dicht überdacht“ unvereinbar –, und er kann offenbar überhaupt nur bei einer sehr „gesuchten“ Basis aus dem zuletzt vor ihm angeführten Konditionalsatz logisch folgen [welcher dafür – für die logische Folgerung – dieselbe Basis oder eine logisch stärkere haben muss]. „Wenn A, dann B $\Rightarrow$ Wenn A und C, dann B“ ist also kein generell gültiges logisches Schema!)

Die Wahrheit der beiden im vorausgehenden Absatz zuerst angeführten „Wenn, dann“-Sätze hängt nach der Basis-Theorie nur noch von der Wahrheit ihrer jeweiligen Basis ab. Denn beispielsweise beim zweiten dieser „Wenn, dann“-Satz gilt ja bereits gewiss: *Es ist unmöglich, dass zugleich* (i) Oswald Kennedy nicht erschossen hat und (ii) **jemand Kennedy erschossen hat** und (iii) *niemand* anderer als Oswald Kennedy erschossen hat [m. a. W.: (iii) nicht-(jemand anderer als Oswald hat Kennedy erschossen)]. Da „Jemand hat Kennedy erschossen“ wahr ist, folgt also gemäß der Basis-Theorie die Wahrheit von „<u>Wenn Oswald Kennedy nicht erschossen hat [zur bekannten Zeit], dann hat ihn [zu eben dieser Zeit] jemand anderer erschossen</u>“ (welches Ergebnis nur erwünscht sein kann).

Wie steht es aber nun mit dem kontrafaktischen Konditionalsatz „<u>Wenn Oswald Kennedy nicht [zur bekannten Zeit] erschossen hätte, dann hätte ihn [zu eben dieser Zeit] jemand anderer erschossen</u>“? Im Gegensatz zum genau entsprechenden indikativischen Konditionalsatz (dem zuvor angeführten) erscheint dieser konjunktivische Konditionalsatz als *falsch*. Woran liegt das? Es liegt an der Falschheit seiner Basis: Der fragliche kontrafaktische

Konditionalsatz ist falsch, weil der in ihm steckende „Wenn, dann"-Satz „Wenn$_{\mathbf{OK}}$ Oswald Kennedy nicht erschossen hat, dann$_{\mathbf{OK}}$ hat ihn jemand anderer erschossen" falsch ist, und dieser *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* indikativische Konditionalsatz ist falsch, weil seine Basis falsch ist – welche Basis zugleich die Basis des fraglichen kontrafaktischen Konditionalsatzes ist. Wie lautet diese Basis? Sie lautet *nicht* „Jemand hat Kennedy [zur bekannten Zeit] erschossen", denn das ist keine *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* Basis, keine **Basis$_{\mathbf{OK}}$**. Die Basis lautet vielmehr: „Jemand hat Kennedy erschossen [zur bekannten Zeit], und zuvor [vor Kennedys Erschießung] war es schon determiniert [durch das Schicksal, die Naturgesetze-plus-Anfangsbedingungen, oder durch was auch immer], dass jemand Kennedy erschießen wird [zu eben jener Zeit]." *Diese* Basis stützt perfekt den kontrafaktischen konjunktivischen Konditionalsatz und den ontischen und Kontrafaktizität aufnehmenden indikativischen Konditionalsatz, der in ersterem steckt;[71] aber sie macht diese Sätze nicht wahr, sondern falsch, weil sie eben selbst falsch ist (jedenfalls falsch ist, so viel wir wissen: wir nehmen ihre Falschheit auf der Grundlage unseres – allerdings beschränkten – Wissens gewöhnlich an).

Ein weiteres Beispiel: „Wenn das Weinglas gegen die Mauer geworfen wird,[72] dann zerbricht es" ist wahr; **Basis**: „Es gelten die einschlägigen Naturgesetze"; *Analyse*: Wenn das Weinglas gegen die Mauer geworfen wird, dann zerbricht es ⇔ **Es gelten die einschlägigen Naturgesetze** und *es ist unmöglich, dass zugleich* (i) das Weinglas gegen die Mauer geworfen wird und (ii) **die einschlägigen Naturgesetze gelten** und (iii) das Weinglas nicht zerbricht.

Zudem: „Wenn$_{\mathbf{OK}}$ das Weinglas gegen die Mauer geworfen wird, dann$_{\mathbf{OK}}$ zerbricht es" ist ebenfalls wahr; **Basis$_{\mathbf{OK}}$**: „Es gelten die einschlägigen Naturgesetze" (denn dieser Satz ist nicht nur schlicht eine Basis, sondern auch eine *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* Basis). Die zugehörige Analyse ist *genau dieselbe* wie die im vorausgehenden Absatz für den dort thematisierten Konditionalsatz angegebene; die einzige hier nun zusätzlich explizit

[71] Denn: *Es ist unmöglich, dass zugleich* (i) Oswald Kennedy nicht erschossen hat und (ii) **jemand Kennedy erschossen hat und es zuvor schon determiniert war, dass jemand Kennedy erschießt,** und (iii) niemand anderer als Oswald Kennedy erschossen hat.

[72] Im Vordersatz steckt unausgesprochen: (1) Das Weinglas ist so, wie Weingläser *normalerweise* sind: handlich, nicht dickwandig, nicht gegen Bruch verstärkt; (2) die Mauer ist so, wie Mauern *normalerweise* sind: sehr hart (von der Oberfläche an), undurchlässig, ohne Öffnungen; (3) der Wurf ist so, wie Würfe gegen Mauern *normalerweise* sind: mit verhältnismäßig großer Wucht ausgeführt, aus verhältnismäßig geringer Distanz; (4) das Ende des Wurfs des Weinglases gegen die Mauer ist so, wie ein solches Ende *normalerweise* ist: das Weinglas trifft mit relativ großer Wucht auf die Mauer.

gemachte Information ist die, dass die genannte Basis eine *ontische und Kontrafaktizität aufnehmende* Basis ist.

Und zudem: „Wenn das Weinglas gegen die Mauer geworfen worden wäre, dann wäre es zerbrochen“[73] ist ebenfalls wahr; denn hinzukommend zu der (eben festgestellten) Wahrheit des *nomologischen* (daher *ontischen und Kontrafaktizität aufnehmenden*) Konditionalsatzes „Wenn$_{\mathbf{OK}}$ das Weinglas gegen die Mauer geworfen wird, dann$_{\mathbf{OK}}$ zerbricht es“ ist das Weinglas – wie angenommen sei – nun *eben nicht* gegen die Mauer geworfen worden.

Der Unterschied zwischen einer bloßen **Basis**$_{\mathbf{O}}$ und einer **Basis**$_{\mathbf{OK}}$ lässt sich auch gut anhand des folgenden Beispiels ersehen: Angesichts der Indizien in einem Mordfall mag der Kommissar feststellen: „Wenn der Gärtner den Grafen nicht ermordet hat [zur feststehenden Mordzeit], dann hat ihn [zu dieser Zeit] der Butler ermordet“; denn der Kommissar ist aufgrund der Indizien zu der Auffassung gelangt, dass der Gärtner oder der Butler den Grafen ermordet hat. Mindestens ungewöhnlich wäre es aber, wenn der Kommissar, nachdem sich herausgestellt hat, dass der Gärtner der Mörder war, behaupten würde: „Wenn der Gärtner den Grafen nicht ermordet hätte [zur feststehenden Mordzeit], dann hätte ihn [zu dieser Zeit] der Butler ermordet.“[74] Die wahre **Basis**$_{\mathbf{O}}$ „Der Gärtner oder der Butler hat den Grafen [zur Mordzeit] ermordet“ reicht für die Wahrheit dieses kontrafaktischen Konditionalsatzes nicht aus (sondern nur für die Wahrheit des zuvor angeführten indikativischen ontischen Konditionalsatzes); sie ist keine **Basis**$_{\mathbf{OK}}$. Welche Basis würde denn, wenn sie wahr wäre, für die Wahrheit jenes kontrafaktischen Konditionalsatzes ausreichen? – also (angesichts der Analyse kontrafaktischer Konditionalsätze) auch für die Wahrheit von „Wenn$_{OK}$ der Gärtner den Grafen nicht ermordet hat, dann$_{OK}$ hat ihn der Butler ermordet“, welcher Konditionalsatz nun zwar indikativisch ist, in welchem aber „Wenn, dann“ *ontisch und Kontrafaktizität aufnehmend* verstanden wird (was alles andere als die in den umgangssprachlichen Vorkommnissen von „Wenn der Gärtner den Grafen nicht ermordet hat, dann hat ihn der Butler ermordet“ *gewöhnliche* Auffassung von „Wenn, dann“ ist). Es ist die folgende **Basis**$_{\mathbf{OK}}$: „Der Gärtner oder der Butler hat den Grafen ermordet [zur Mordzeit], und zuvor [vor dem Mord] war es schon determiniert, dass der Gärtner oder der Butler den Grafen ermorden wird [zu eben jener Zeit].“ Dass *dies* wahr ist, ist weit

[73] In logischer Standardform: „Wenn es der Fall gewesen wäre, dass das Weinglas gegen die Mauer geworfen wird, dann wäre es der Fall gewesen, dass es zerbricht“.

[74] In logischer Standardform: „Wenn es der Fall gewesen wäre, dass nicht der Gärtner den Grafen [zur feststehenden Mordzeit] ermordet hat, dann wäre es der Fall gewesen, dass der Butler den Grafen [zu eben dieser Zeit] ermordet hat“.

weniger wahrscheinlich – wenigstens vorderhand – als bloß, dass der Gärtner oder der Butler den Grafen ermordet hat.

Anhang: Verschiedenes im Umkreis von „Wenn, dann“

Zur Basis epistemischer Konditionalsätze:

Der nichtontische, sondern epistemische Charakter mancher Konditionalsätze – Beispiel: „Wenn das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius anzeigt, dann ist die Außentemperatur 20 Grad Celsius“ – muss auf den Charakter ihrer Basis zurückzuführen sein, da sie sich sonst in ihrer Analyse nicht von ontischen Konditionalsätzen unterscheiden.

Die Basis eines epistemischen Konditionalsatzes ist stets eine Normalitätsaussage; im vorliegenden Beispiel ist es die folgende: „Das Thermometer funktioniert normal [im Sinne seiner menschbedingten Zweckbestimmung], und die Interaktion zwischen Thermometer und seiner Umgebung ist [im Sinne dieser Zweckbestimmung] gegeben und normal.“ Das allein kann aber die Epistemizität des Konditionalsatzes nicht ausmachen, da *rein logisch* dieselbe Basis auch geeignet ist, den umgekehrten, *ontischen* Konditionalsatz „Wenn die Außentemperatur 20 Grad Celsius ist, dann zeigt das Thermometer im Garten 20 Grad Celsius an“ zu fundieren. Was muss hier jeweils hinzukommen, um eine epistemisch, oder aber im Gegenteil ontisch, fungierende Basis zu konstituieren? – Im Fall des epistemischen Konditionalsatzes ist es dies: „Die Thermometeranzeige ist nicht kausalursächlich für die Außentemperatur.“ Im Fall des ontischen Konditionalsatzes ist es dies: „Die Außentemperatur ist kausalursächlich für die Thermometeranzeige.“[75]

Da Normalitätsaussagen im Allgemeinen keine Zwangsläufigkeit oder Vorausdeterminiertheit bedingen, nehmen durch Normalitätsaussagen fundierte Konditionalsätze (ob ontische oder epistemische) in der Regel keine Kontrafaktizität auf.

Die logischen Verhältnisse zwischen Strikter Implikation, „Wenn, dann“ und Materialer Implikation:

<u>Aus „Wenn A, dann B“ folgt logisch – egal, bei welcher Basis – „$A \supset B$“.</u> *Beweis*:

1. Wenn A, dann B

[75] Ein anderes Beispielpaar: „Wenn es Macbeth so scheint, als ob vor ihm ein Messer schwebt, dann schwebt vor ihm ein Messer“ (epistemisch); „Wenn vor Macbeth ein Messer schwebt, dann scheint es Macbeth so, als ob vor ihm ein Messer schwebt“ (ontisch). Gemeinsamer Teil der Basen (welcher Teil in Shakespeares *Macbeth falsch* ist, wodurch allein schon die jeweilige ganze Basis falsch wird): „Macbeths Sinnesapparat funktioniert normal [im Sinne seiner evolutionsbedingten Zweckbestimmung], und die Interaktion zwischen seinem Sinnesapparat und seiner Umgebung ist [im Sinne dieser Zweckbestimmung] gegeben und normal.“ Beim epistemischen Konditionalsatz kommt hinzu: „Die subjektive Erscheinung des Messerschwebens ist nicht kausalursächlich für das Messerschweben.“ Beim ontischen Konditionalsatz kommt hinzu: „Das Messerschweben ist kausalursächlich für die subjektive Erscheinung des Messerschwebens.“

2. **[Basis]** und *es ist unmöglich, dass zugleich* A und **[Basis]** und nicht-(B). [Aus 1.]

3. **[Basis]** und *es ist notwendig, dass* ((A und **[Basis]**) ⊃ B). [Aus 2.; ⊃: die Mat. Imp.]

4. **[Basis]** und *es ist notwendig, dass* (**[Basis]** ⊃ (A ⊃ B)). [Aus 3.]

5. A ⊃ B. [Aus 4.]

<u>Aus „A > B“ folgt logisch bei [allgemeinst-ontisch] notwendiger Basis des „Wenn, dann“-Satzes [z. B. bei „1 = 1“]: „Wenn A, dann B“ – *vorausgesetzt*, weder Vorder- noch Hintersatz sind notwendigerweise wahr oder unmöglich wahr.</u> *Beweis*:

1. A > B [eine Strikte Implikation]
2. *Es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass zugleich* A und nicht-(B). [Aus 1.]
3. **1 = 1**, und *es ist unmöglich, dass zugleich* A und **1 = 1** und nicht-(B). [Aus 2.; wegen der Wahrheit von „1 = 1“]

Nun kommt „1 = 1“ (und jeder andere allgemeinst-ontisch notwendigerweise wahre Satz) hier als Basis in Frage: Wegen der *vorausgesetzten* Wahrheit von „Es ist [allgemeinst-ontisch] möglich, dass nicht-(A)“ und „Es ist [allgemeinst-ontisch] möglich, dass A“ haben wir: „Es ist möglich, dass **1 = 1** und nicht-(A)“ und „Es ist möglich, dass **1 = 1** und A“ (denn „1 = 1“ ist allgemeinst-ontisch notwendigerweise wahr); und wegen der ebenfalls vorausgesetzten Wahrheit von „Es ist möglich, dass nicht-(B)“ und „Es ist möglich, dass B“ haben wir: „Es ist möglich, dass **1 = 1** und nicht-(B)“ und „Es ist möglich, dass **1 = 1** und B“ (denn *dito*). Also (da das, was von Basen von „Wenn, dann“-Sätzen zu verlangen ist, von „1 = 1“ aufgrund des *Vorausgesetzen* erfüllt wird):

4. **[Basis**/1 = 1**]** und *es ist unmöglich, dass zugleich* A und **[Basis**/1 = 1**]** und nicht-(B).
5. Wenn A, dann B. [Aus 4.]

Es gilt angesichts des gerade geführten Beweises offensichtlich auch:
<u>Aus „Wenn A, dann B“ folgt logisch bei [allgemeinst-ontisch] notwendiger Basis des „Wenn, dann“-Satzes: „A > B“ – *vorausgesetzt*, weder Vorder- noch Hintersatz sind notwendigerweise wahr oder unmöglich wahr.</u>

[Die Nennung der eben genannten *Voraussetzung* ist *hier* eigentlich unnötig, da deren Erfülltsein zum Sinnvollsein des „Wenn, dann“-Satzes ohnehin dazugehört; siehe die Erfordernisse gemäß der **Basis-Theorie** für *Basen* von Konditionalsätzen, angegeben im Kapitelabschnitt **Analyse kontrafaktischer Konditionalsätze**.]

Es ist allgemein bekannt, dass aus „A ⊃ B“ [aus einem Satz *solcher* allgemeiner Gestalt] nicht generell „Wenn A, dann B“ folgt, und aus „A > B“ [m. a. W.: „Es ist [allgemeinst-ontisch] notwendig, dass (A ⊃ B)“] ebenfalls nicht generell „Wenn A, dann B“. „Wenn A, dann B“ folgt aber (offensichtlich), wenn die Materiale Implikation „A ⊃ B“ oder die Strikte Implikation „A > B“ die (verwendete) **Basis** des „Wenn, dann“-Satzes ist (also auch sämtliche an diesen Status – den Status: **Basis** des „Wenn, dann“-Satzes – geknüpften Erfordernisse erfüllt sind); und wenn „A > B“ die **Basis** ist, so folgt sogar „Wenn_{OK} A, dann_{OK} B“, und also bei Falschheit von „A“ / Wahrheit von „nicht-(A)“: „Wenn es der Fall gewesen wäre, dass A, dann wäre es der Fall gewesen, dass B“.

Je ein Beispiel: (I) „Wenn der Gärtner den Grafen nicht ermordet hat, dann hat ihn der Butler ermordet“ *folgt* bei der **Basis** „Der Gärtner hat den Grafen nicht ermordet ⊃ Der Butler hat den Grafen ermordet“ – m. a. W.: „Der Gärtner oder der Butler hat den Grafen ermordet“ [denn „nicht-(A) ⊃ B“ besagt nichts anderes als „A oder B“; was nur das Pendant dazu ist, dass „A ⊃ B“ nichts anderes besagt als „nicht-(A) oder B“] – *aus* der dem gegebenen „Wenn, dann“-Satz genau entsprechenden Materialen Implikation: *aus* eben der genannten Basis. (II) „Wenn das erste Jahr unserer Zeitrechnung das Jahr 0 gewesen wäre, dann wäre das zweitausendste Jahr unserer Zeitrechnung das Jahr 1999 gewesen“ *folgt* bei der **Basis** „Das erste Jahr unserer Zeitrechnung ist das Jahr 0 > Das zweitausendste Jahr unsere Zeitrechnung ist das Jahr 1999“ [m. a. W.: „Es ist notwendig, dass (das erste Jahr unserer Zeitrechnung ist das Jahr 0 ⊃ das zweitausendste Jahr unserer Zeitrechnung ist das Jahr 1999)“] *aus* der dem gegebenen „Wenn, dann“-Satz genau entsprechenden Strikten Implikation – nämlich *aus* der genannten Basis – *zusammen mit* „Das erste Jahr unserer Zeitrechnung ist *nicht* das Jahr 0 [sondern das Jahr 1]“.

Der „Wenn, dann“-Satz als seine eigene Basis?

Es ist nicht verboten, einen „Wenn, dann“-Satz als seine eigene Basis zu nehmen; *sofern* nur gewährleistet ist, dass der fragliche „Wenn, dann“-Satz – wie jede Konditionalsatzbasis – zusammen mit der Negation des Vordersatzes [hier: seines eigenen Vordersatzes] und dem Vordersatz selbst wahr sein kann, *wie auch* wahr sein kann zusammen mit der Negation des Hintersatzes [hier: seines eigenen] und dem Hintersatz selbst. In aller Regel ist beides gewährleistet. Gemäß der Basis-Theorie hat man dann:

Wenn A, dann B ⇔ **[Basis**/Wenn A, dann B**]** und *es ist unmöglich, dass zugleich* (i) A und (ii) **[Basis**/Wenn A, dann B**]** und (iii) nicht-(B).

Und diese logische Äquivalenz ist auch ganz ohne Basis-Theorie beweisbar: Wegen der logischen Wahrheit von „*Es ist unmöglich, dass zugleich* (i) A und (ii) [Wenn A, dann B] und (iii) nicht-(B)“ läuft sie auf die trivialerweise bestehende Äquivalenz „Wenn A, dann B ⇔ Wenn A, dann B“ hinaus. [*Einschränkend im Sinne der Basis-Theorie* ist nur hinzuzufügen, dass Vorder- und Hintersatz des Konditionals und deren Negationen den soeben am Anfang noch einmal erwähnten Bedingungen der Vereinbarkeit ihrer Wahrheit mit der Wahrheit der Basis genügen müssen – auch im besonderen Fall, dass „Wenn A, dann B“ die Basis von „Wenn A, dann B“ ist.]

So weit, so gut. Allerdings ist „Wenn A, dann B“ keine *begründungsmäßig hilfreiche* Basis für „Wenn A, dann B“. Jemand behauptet: „Wenn A, dann B.“ Er wird gefragt: „Warum glaubst du das? Warum hältst du das für wahr?“ Hiermit wird er nach nichts anderem als nach der **Basis** seiner Konditionalbehauptung gefragt. Seine Antwort: „Wenn A, dann B.“ Er wiederholt also nur seine Behauptung. Ist man wohlwollend, so kann man dieses merkwürdige Verhalten so verstehen, dass „Wenn A, dann B“ für den Behauptenden eine nicht weiter zu rechtfertigende Grundannahme darstellt. Aber *ohne Basis* ist „Wenn A, dann B“, wie gesehen, selbst dann nicht: es ist sich dann selbst seine Basis.

Präsupposition konjunktivischer, aber nicht kontrafaktischer Konditionalsätze:
Die beiden Satzoperatoren „Wenn es der Fall wäre, dass A, dann [so] wäre es der Fall, dass B“ und „Wenn es der Fall sein würde, dass A, dann würde es der Fall sein, dass B“ bilden nicht ausschließlich kontrafaktische Konditionalsätze: Die Konditionalsätze, die sie bilden, können zwar jederzeit mit der Verneinung ihres jeweiligen Vordersatzes verbunden werden – „*Nicht-(*A*)*; aber wenn es der Fall wäre / sein würde, dass A, dann wäre es der Fall / würde es der Fall sein, dass B“ –, aber sie führen anders als der Satzoperator „Wenn es der Fall gewesen wäre, dass A, dann wäre es der Fall gewesen, dass B“ nicht per se die Präsupposition mit sich, dass der Vordersatz falsch ist. Man kann ja auch sagen: „*Ich weiß nicht, ob* A; aber wenn es der Fall wäre / sein würde, dass A, dann wäre es der Fall / würde es der Fall sein, dass B.“ Doch scheinen sie eine gewisse *andere* Präsupposition mit sich zu führen; denn was sonst bedingt die Konjunktivformen, die in den beiden Satzoperatoren zum Einsatz kommen? Welche Präsupposition ist das? Es scheint die folgende *disjunktive*

Präsupposition zu sein: Der Vordersatz ist falsch, *oder* es ist *mindestens* dem Sprecher unbekannt ist, ob er wahr ist.

Basisrelative Modaloperatoren:

Nicht nur Konditionalsätze haben Basen, sondern auch nichtkonditionale Modalaussagen. Beispiel: „Es ist unmöglich, dass ich während der Fahrt von der einen Zughälfte in die andere wechsele." Damit diese Aussage wahr ist, muss ihre Basis wahr sein: „Es gibt keine schon gebahnten Wege im fahrenden Zug von der einen Zughälfte in die andere, und ich nehme in fahrenden Zügen keine anderen Wege als schon gebahnte." Die allgemeine Analyse basisrelativer Modaloperatoren ist diese:

Es ist notwendig$_{\mathbf{B}}$, dass A $=_{\mathrm{Def}}$ **[Basis]** und es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass **[Basis]** und nicht-(A).
Es ist unmöglich$_{\mathbf{B}}$, dass A $=_{\mathrm{Def}}$ **[Basis]** und es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass **[Basis]** und A.
Es ist möglich$_{\mathbf{B}}$, dass A $=_{\mathrm{Def}}$ **[Basis]** und es ist [allgemeinst-ontisch] möglich, dass **[Basis]** und A.

Eigentlich ist die jeweilige Basis *die Präsupposition* der basisrelativen Modalaussage, also eine notwendige Bedingung dafür, dass die fragliche Aussage überhaupt einen Wahrheitswert hat: wahr oder falsch ist. Wie im Fall von Konditionalaussagen wird aber auch im Fall von basisrelativen Modalaussagen die jeweilige Basis [bzw. deren Wahrheit] als notwendige Bedingung schlicht *der Wahrheit* der Aussage behandelt; sie wird so behandelt, um im Rahmen der klassischen Logik (mit ihrer Wahrheitswertbivalenz) verbleiben zu können.

Die hervorragendsten Beispiele von basisrelativen Modalaussagen sind Aussagen der *naturgesetzlichen* Notwendigkeit, Unmöglichkeit und Möglichkeit. Die Basis ist hier immer dieselbe: die Konjunktion der Naturgesetze.[76]

[76] Man kann den Naturgesetzbegriff so fassen, dass nur wahre Aussagen Naturgesetze sein können. Dann ist die Basis von Aussagen der naturgesetzlichen Notwendigkeit, Unmöglichkeit, Möglichkeit trivialerweise wahr, ebenso die Aussage „Es gelten die Naturgesetze". Aber auch dann ist immer noch die Frage, was denn nun *die Naturgesetze* sind: *welche* Aussagen. Erst mit Beantwortung dieser Frage wird *inhaltlich spezifisch*, was naturgesetzlich notwendig, unmöglich, möglich ist.

Ein Rätsel und seine Lösung:

„Gäbe es kein H_2O, so gäbe es auch kein Wasser“ scheint wahr zu sein; „Gäbe es den Morgenstern nicht, so auch nicht die Venus“ scheint hingegen falsch zu sein. Was ist der Unterschied? Antwort: „Wasser ist [allgemeinst-ontisch] notwendigerweise H_2O“ ist die Basis des erstgenannten kontrafaktischen Konditionalsatzes und dürfte eine wahre Basis$_{OK}$ sein. Für den zweitgenannten kontrafaktischen Konditionalsatz bietet sich als Basis allein „Die Venus ist [allgemeinst-ontisch] notwendigerweise der Morgenstern“ an; doch dürfte dieser Satz nun eben gerade keine wahre Basis$_{OK}$ sein.

Ein weiteres Rätsel und seine Lösung:

„Wenn die Anzahl der Planeten kleiner ist, als sie ist, dann ist sie kleiner als 8“ ist kein sinnvoller Konditionalsatz (aber sowohl als *vermummte* Materiale Implikation als auch als *vermummte* Strikte Implikation sinnvoll und wahr: Materiale Implikationen [$A \supset B := \neg A \vee B$] und Strikte Implikationen [$A > B := \Box(A \supset B)$] werden oft der Bequemlichkeit und der idiomatischen Kürze halber als „Wenn, dann“-Sätze *rein graphisch-phonetisch* gelesen, dadurch jedoch gewissermaßen *vermummt*, nämlich in semantischer Hinsicht). Hingegen ist „Wenn die Anzahl der Planeten kleiner wäre, als sie in Wirklichkeit ist, dann wäre sie kleiner als 8“ nicht nur ein *sinnvoller kontrafaktischer Konditionalsatz*, sondern auch ein *wahrer*. Wie kann das sein? – Gemäß der Analyse kontrafaktischer Konditionalsätze im Sinne der **Basis-Theorie**, angewendet auf den vorliegenden kontrafaktischen Konditionalsatz, gilt: Wenn die Anzahl der Planeten kleiner wäre, als sie in Wirklichkeit ist [… kleiner wäre als die wirkliche Anzahl der Planeten], dann wäre sie kleiner als 8 $\Leftrightarrow$ Die Anzahl der Planeten ist *nicht* kleiner als die wirkliche Anzahl der Planeten, und **die wirkliche Anzahl der Planeten ist 8 [Basis]**, und *es ist [allgemeinst-ontisch] unmöglich, dass zugleich gilt*: (i) Die Anzahl der Planeten ist kleiner als die wirkliche Anzahl der Planeten und (ii) **die wirkliche Anzahl der Planeten ist 8 [Basis]** und (iii) die Anzahl der Planeten ist nicht kleiner als 8. (Zu der hier zum Einsatz kommenden *rigiden Auffassung von* „wirklich“ und „Wirklichkeit“ – man hätte zur expliziten Kenntlichmachung auch schreiben können: „wirklich*“ und „Wirklichkeit*“ – siehe das nächste Kapitel.)

Aufgaben zum Kapitel **Satzoperatoren, mit besonderer Berücksichtigung von Modaloperatoren und des „Wenn, dann“**

1. Handelt es sich bei den folgenden Satzoperatoren um wahrheitsfunktionale oder nicht? (Bitte die Antwort stets begründen.)

Es ist falsch zu meinen, dass A

Es ist unwahrscheinlich, dass B

Es ist falsch, dass C

Trump glaubte fälschlich, dass A

Dass A, erklärt, dass B

Dass C, ist wahr

Dass A, ist wahr in der möglichen Welt w_{253}

Trump bestreitet die These, dass A

Der Satz „C“ zählt höchstens 50 Zeichen (inklusive Leerzeichen)

[Wie schon im 3. und 6. Satzoperator auf dieser Liste, vertritt der Buchstabe „C“ auch im letzten Operator der Liste als Satzvariable einen Aussagesatz, nun allerdings einen, der zwischen Anführungszeichen steht.]

2. Geben Sie drei (möglichst einfache) kontrafaktische Konditionalsätze an, die Sie für wahr halten. Überlegen Sie dann, auf welcher in einem Aussagesatz – oder auch in mehreren Aussagesätzen – ausdrückbaren Grundlage (Basis) Sie diese Konditionale jeweils für wahr halten. Die jeweilige Grundlage müssen Sie natürlich ebenfalls für wahr halten (sonst wäre sie nicht glaubensbegründend); formulieren Sie sie. Versuchen Sie dabei dem folgenden Ideal gerecht zu werden: *Gegeben*, dass dem Konditionalsatz die Standardform „Wenn es der Fall gewesen wäre, dass A, dann wäre es der Fall gewesen, dass B“ verliehen wird, *so gilt* (als notwendige Bedingung seiner Wahrheit): Daraus, dass A, ergibt sich in Verbindung mit **der Grundlage** notwendigerweise, dass B [oder mit anderen Worten: Es ist unmöglich, dass A und [**die Grundlage]** und nicht-(B)].

VII. Indexikalität, Bedeutung, Intension, Extension

Mehrdeutigkeit und Vagheit sind im Folgenden bei den Beispielsätzen – und überhaupt bei den Sätzen, auf die sich die Betrachtungen beziehen – als *nicht vorkommend* vorausgesetzt. Dementsprechend gilt: Wenn ein Wort an sich mehrere Bedeutungen haben sollte oder vage sein sollte, wird es als auf *eine einzige präzise Bedeutung festgelegt* aufgefasst.

Indexikalität (von Aussagesätzen)

Ein im strengen Sinn *durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmter* Aussagesatz ist ein Aussagesatz, dessen Bedeutung zusammen mit *der Totalität (des Seins)* [kurz: **U**] es erlaubt, *ohne hinzutretende weitere Determinatoren* [welche etwa betreffen, wer der Sprecher ist und wann und wo gesprochen wird, …] dem Satz einen Wahrheitswert zuzuordnen. Z. B.: „Für mindestens eine mögliche Welt x gilt: in x ist es der Fall, dass Uwe Meixner am 13.12.2014 um 7:47 Uhr nicht auf seine Armbanduhr schaut“ [S_1]; „In W_{25} ist es der Fall, dass Uwe Meixner am 13.12.2014 um 7:47 Uhr auf seine Armbanduhr schaut“ [S_2].[77]

Das Schema der Nennung der Wahrheitswertdeterminatoren der hier ***an erster Stelle*** *betrachteten Sätze* S:

1. S**-Bedeutung**

2. **U**

[und keine weiteren Determinatoren]

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_1:

1. S_1**-Bedeutung**

2. **U**

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_2:

1. S_2-**Bedeutung**

2. **U**

---

[77] Besondere Fälle der durch ihre Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung streng-vollständig bestimmten Sätze sind die *analytisch wahren bzw. analytisch falschen Sätze*: Bei ihnen reicht zur Wahrheitswertzuweisung schon allein *ihre Oberflächenbedeutung* aus, ohne nähere, tiefere Bezugnahme auf **U**. (Auch die Oberflächenbedeutung ist freilich – wie *alles*; so auch das Faktum, dass der und der Satz die und die Bedeutung hat – in **U**.)

Ein im normalen Sinn *durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmter Aussagesatz* ist ein Aussagesatz, der *nicht* im strengen Sinn durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmt ist, aber dessen Bedeutung zusammen mit der Totalität *und* der Bestimmung, welche Welt aus der Totalität *die wirkliche Welt* [**W***] ist,[78] es erlaubt, *ohne hinzutretende weitere Determinatoren* dem Satz einen Wahrheitswert zuzuordnen. Z. B.: „Uwe Meixner schaut am 13.12.2014 um 7:47 Uhr[79] auf seine Armbanduhr“ [S_3].

Das Schema der Nennung der Wahrheitswertdeterminatoren der hier ***an zweiter Stelle*** *betrachteten Sätze* S:

1. S**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [aus **U**, wie alle Determinatoren]

[und keine weiteren Determinatoren]

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_3:

1. S_3**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [spezifiziert]

Ein im normalen Sinn *indexikalischer Aussagesatz*, ist ein Aussagesatz, der weder im strengen noch im normalen Sinn durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmt ist. Z. B.: „Ich schaue am 13.12.2014 um 7:47 Uhr auf meine Armbanduhr“ [S_4]; „Ich schaue auf meine Armbanduhr“ [S_5]; „Uwe Meixner schaut auf seine Armbanduhr“ [S_6]; „Uwe Meixner schaut*e* auf seine Armbanduhr“ [S_7]; „Der Mann dort schaut am 13.12.2014 um 7:47 Uhr auf seine Armbanduhr“ [S_8].

---

[78] Ist man der Auffassung, dass das Wirklichsein eine absolut-objektive Auszeichnung derjenigen möglichen Welt ist, die die wirkliche Welt ist, und nicht bloß das Ergebnis einer Festlegung ist, die sachlich-metaphysisch gleichberechtigt auch anders hätte getroffen werden können, also nur relativ-objektiv ist, dann wird die randständige, wenig wahrgenommene Indexikalität, bei der die streng-vollständige Bestimmtheit eines gegebenen Satzes durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung *zu verneinen* ist, aber seine normal-vollständige Bestimmtheit durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung *zu bejahen*, zu etwas metaphysisch höchst Bedeutsamem; sonst nicht.

[79] Stünde da nur „um 7:47 Uhr“ und nicht „am 13.12.2014 um 7:47 Uhr“, so wäre der Satz weder im strengen noch im normalen Sinn durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmt und daher im normalen Sinn indexikalisch; denn „um 7:47 Uhr“ ist – als für sich stehender temporaler Ausdruck, ohne Datumsergänzung – ein im normalen Sinn indexikalischer Ausdruck und macht den ganzen ihn enthaltenden (also von dessen ursprünglicher Gestalt solcherweise abgewandelten) Satz zu einem im normalen Sinn indexikalischen. [Diesen Hinweis verdanke ich Dr. Mariusz Grygianiec.]

Das Schema der Nennung der Wahrheitswertdeterminatoren der hier ***an dritter Stelle*** *betrachteten Sätze* S:

1. S**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W***

und weitere Determinatoren

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_4:

1. S_4**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [spezifiziert]

4. **(**S_4**, W*)-Sprecher** [spezifiziert]

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_5:

1. S_5**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [spezifiziert]

4. **(**S_5**, W*)-Zeit** [spezifiziert][80]

5. **(**S_5**, (**S_5**, W*)-Zeit, W*)-Sprecher** [spezifiziert]

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_6:

1. S_6**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [spezifiziert]

4. **(**S_6**, W*)-Zeit** [spezifiziert]

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_7:

1. S_7**-Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [spezifiziert]

4. **(**S_7**, W*)-Zeit** [spezifiziert]

Z. B. die Wahrheitswertdeterminatoren von S_8:

[80] Hat man sich für ein absolutes Verständnis des Wirklichseins von **W*** entschieden (vgl. Fußnote 78), dann ist es nur konsequent, auch ein (gewissermaßen) absolutes Verständnis des *Gegenwärtigseins* von **(**S_5**, W*)-Zeit** zu haben. Dann kann **(**S_5**, W*)-Zeit** nicht irgendeine Zeit in **W*** sein, auf die S_5 bezogen wird; es muss die *absolut* – aber dessen ungeachtet *vorübergehend – gegenwärtige Zeit* sein (in nächster Umgebung des wandernden *absoluten* Gegenwartspunkts).

1. S_8-**Bedeutung**

2. **U**

3. **W*** [spezifiziert]

4. **(**S_8**, W*)-Zeit** [spezifiziert]

5. **(**S_8**, (**S_8**, W*)-Zeit, W*)-Ort** [spezifiziert]

6. **[(**S_8**, (**S_8**, W*)-Zeit, W*)-Ort]-Richtung** [spezifiziert]

Ein <u>im weiten Sinn</u> *indexikalischer Aussagesatz*, ist ein Aussagesatz, der nicht im strengen Sinn durch seine Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmt ist, z. B. die schon **an dritter Stelle** betrachteten Beispielsätze S_4, …, S_8, aber auch der schon **an zweiter Stelle** betrachtete Beispielsatz S_3.

Das Schema der Nennung der Wahrheitswertdeterminatoren der hier ***an vierter Stelle*** *betrachteten Sätze* S:

1. S-**Bedeutung**

2. **U**

und weitere Determinatoren

Jeder *im normalen Sinn* indexikalische Aussagesatz ist auch *im weiten Sinn* indexikalisch, aber die Umkehrung gilt nicht. *Nur im weiten (nicht auch im normalen) Sinn* indexikalische Aussagesätze sind genau die <u>im normalen Sinn</u> (und deshalb *nicht* <u>im strengen Sinn</u>) *durch ihre Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung vollständig bestimmten Aussagesätze.*

Es ist nicht unwichtig, darauf hinzuweisen [hier nun ausdrücklicher als in Fußnote 77], dass die bei der Nennung der Wahrheitswertdeterminatoren nach **U** gelisteten Determinatoren (wie übrigens auch die *vor* **U** gelistete *Satzbedeutung*, d. h.: der *leitende* Wahrheitswertdeterminator) keine Wahrheitswertdeterminatoren *neben* **U** sind; vielmehr sind sie (selbstverständlich) alle in **U** – *der Totalität (des Seins)* – enthalten. Bei den durch ihre Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung streng-vollständig bestimmten Aussagesätzen beinhaltet die Bedeutung des Satzes allein schon in Vollständigkeit, auf genau welche Aspekte von **U** es für den Wahrheitswert des Satzes ankommt; bei den durch ihre Bedeutung für die Wahrheitswertzuweisung *nicht* streng-vollständig bestimmten Aussagesätzen sind die Aspekte von **U**, auf die es für den Wahrheitswert des Satzes ankommt, in größerem oder kleinerem Umfang durch die Bedeutung des Satzes allein *nicht gegeben* und müssen *ergänzt* werden (außerhalb der Bedeutung des Satzes). Die jeweils nach **U** gelisteten Wahrheitswertdeterminatoren sind genau die wahrheitswertrelevanten Aspekte von **U**, die *spezifiziert* zu ergänzen sind, damit der jeweilige Aussagesatz, um den es geht, einen Wahrheitswert bekommt (d. h. im Sinne des Bivalenzprinzips: *wahr* wird, oder aber im Gegenteil *falsch*, seine Negation wahr).

Indexikalische Ausdrücke und Ausdrucksweisen

Ausdrücke und Ausdrucksweisen heißen deshalb „im normalen Sinn indexikalisch" oder aber „nur im weiten Sinn (nicht auch im normalen Sinn) indexikalisch", weil sie *unter geeigneten Umständen* die entsprechende (normale oder nichtnormale) Indexikalität des sie enthaltenden Satzes anzeigen. Das Vorkommen eines normal-indexikalischen Ausdrucks in einem Satz ist aber *nicht* allgemein hinreichend für die entsprechende Indexikalität jenes Satzes: „2+2 = 4, oder ich bin ich" ist nicht im normalen (und auch nicht im weiten Sinn) indexikalisch, enthält aber den im normalen Sinn indexikalischen Ausdruck „ich". Das Vorkommen eines indexikalischen Ausdrucks in einem Satz ist zudem *nicht* allgemein notwendig für die Indexikalität jenes Satzes: „Bonn ist 1988 die Hauptstadt eines mitteleuropäischen Landes" ist im weiten (nicht aber im normalen) Sinn indexikalisch, enthält aber überhaupt keinen indexikalischen Ausdruck.

Im normalen Sinn indexikalische Ausdrücke (in Auswahl):
substantivisch: „Gegenwärtiges", „Vergangenes", „Zukünftiges";
pronominal (in Subjekt- oder Objektposition für sich stehend): „ich", „du", „er", sie", „es", „dies/e/er";[81]
adverbial (als Ergänzung zum Verb): „jetzt", „gegenwärtig", „heute", „morgen", gestern", „im vergangenen Jahr", „zukünftig [in Zukunft]", „hier", „links", „rechts", „dort";
adjektivisch (als nähere Bestimmung eines generellen Terms): „gegenwärtige/r/s Φ", „vergangene/r/s Φ", „zukünftige/r/s Φ" [etc.], „hiesige/r/s Φ" [etc.], „diese/r/s Φ";[82]

[81] Es gibt auch den rein anaphorischen (rein wiederaufnehmenden) Gebrauch von „er", „sie", „es", „dies"; dieser ist ganz und gar nichtindexikalisch. Z. B.: „Edmund Husserl wurde am 8. April 1859 geboren. *Er* …".
[82] Der Beachtung wert ist hier dies: „diese/r/s Φ" ist ein *singulärer Term*, während „gegenwärtige/r/s Φ" *etc.* ja kein singulärer Term ist, sondern immer noch ein genereller (wie Φ selbst). Obwohl „diese/r/s" sich in der fraglichen Anwendung *philologisch*-grammatisch wie ein Adjektiv verhält, ist es *logisch*-grammatisch ein prädikatbezogener Kennzeichner; seine logische Standardform ist: **dieses x, für das gilt:** A[**x**].

prädikatsnominal (als Nomen des Prädikats, adjektivisch oder substantivisch): „[ist] gegenwärtig", „[ist (etwas)] Gegenwärtiges", „[ist] vergangen", „[ist (etwas)] Vergangenes", „[ist] zukünftig", „[ist] hiesig";
verbal: die durch die Tempora modifizierten Verben und Hilfsverben. [Im Fall des *Präsens* muss Verb oder Hilfsverb wirklich *präsentisch* gemeint sein, und nicht etwa als sogenanntes „zeitloses Präsens", wie etwa „ist" in „Bonn ist 1988 die Hauptstadt eines mitteleuropäischen Landes".]

Mit dem angegebenen Ausdrucksmaterial lassen sich durch prädikatbezogene und satzbezogene Kennzeichner indexikalische singuläre Terme bilden, z. B.: „die Gegenwart", „der gegenwärtige Zeitpunkt", „dass Menschen auf dem Mars siedeln werden" [was bedeutungsgleich – und daher auch bezugsgleich – ist mit „dass es der Fall sein wird, dass Menschen auf dem Mars siedeln"].

<u>Nur im weiten Sinn, nicht im normalen Sinn</u> indexikalische Ausdrücke (in Auswahl):
substantivisch: „Wirkliches";
adverbial: „wirklich", „in Wirklichkeit";
adjektivisch: „wirkliche/r/s Φ";[83]
prädikatsnominal: „[ist] wirklich", [ist (etwas)] Wirkliches".

Mit dem angegebenen Ausdrucksmaterial lassen sich durch prädikatbezogene und satzbezogene Kennzeichner singuläre Termen bilden: „das Wirklichsein", „die Wirklichkeit", „die wirkliche Welt", „dass es wirklich so ist, dass manche Pferde fliegen" [was bei der – gleich nachfolgend charakterisierten – *flexiblen* Auffassung von „wirklich" bedeutungsgleich mit „dass manche Pferde fliegen" ist, daher damit auch bezugsgleich ist].

Bei manchen indexikalischen Ausdrücken gibt es eine *rigide/inflexible* und eine *nichtrigide/flexible* Auffassung von ihnen. „Es war einmal der Fall, dass ein Mensch soeben den Mond betritt" ist bei nichtrigider Auffassung von „soeben" wahr; bei rigider Auffassung von „soeben" – explizit ausgedrückt durch „soeben*" – ist es hingegen falsch; denn: weil kein Mensch soeben* den Mond betritt, war es nie der Fall, dass ein Mensch soeben* den Mond betritt. „Es ist möglich [es ist in einer möglichen Welt der Fall], dass es wirklich so ist,

[83] Das Wort „wirklich" wird oft – wie auch das Wort „wahr" – ohne deskriptive Funktion, sondern bloß zum Nachdruck verwendet; außerdem wird „wirklich" – wie auch „wahr" – oft in der Bedeutung von „echt", „genuin", „nicht gefälscht", „nicht bloß scheinbar", „nicht bloß anscheinend" sowie auch in der Bedeutung von „exemplarisch" und „paradigmatisch" verwendet. All diese Verwendungen sind *nicht* diejenigen, auf die es hier ankommt.

dass manche Pferde fliegen“ ist bei nichtrigider Auffassung von „wirklich“ wahr; bei rigider Auffassung von „wirklich“ – explizit ausgedrückt durch „wirklich*“ – ist es hingegen falsch; denn: weil es nicht wirklich* so ist, dass manche Pferde [durch eigene Kraft] fliegen, ist es unmöglich [ist es in keiner möglichen Welt der Fall], dass es wirklich* so ist, dass manche Pferde fliegen.

Es scheint, dass das Prädikatsnomen „[ist] wirklich“ neben seinem *flachen indexikalischen* Sinn auch einen *tiefen indexikalischen* Sinn hat (ob es wirklich so ist, ist allerdings unter den Philosophen umstritten ist). Ebenso scheint das Prädikatsnomen „gegenwärtig“ neben seinem *flachen indexikalischen* Sinn auch einen *tiefen solchen* zu haben (ob es wirklich so ist, ist unter den Philosophen ebenfalls umstritten). Im flachen indexikalischen Sinn verstanden ist „[Zeitpunkt] T ist gegenwärtig“ zu einem Zeitpunkt *t´* wahr, wenn *t´* mit T identisch ist; sonst ist es falsch zu *t´*. Aber im tiefen indexikalischen Sinn verstanden ist „T ist gegenwärtig“ zu einem Zeitpunkt *t´* wahr, wenn *t´* mit T identisch ist *und zudem t´* **die (absolute) Gegenwart** ist; sonst ist es falsch zu *t´*. *Analog*: Im flachen indexikalischen Sinn verstanden ist „[Mögliche Welt] W ist wirklich“ in einer möglichen Welt *w´* wahr, wenn *w´* mit W identisch ist; sonst ist es falsch in *w´*. Aber im tiefen indexikalischen Sinn verstanden ist „W ist wirklich“ in einer möglichen Welt *w´* wahr, wenn *w´* mit W identisch ist *und zudem w´* **die (absolute) Wirklichkeit** ist; sonst ist es falsch *in w´*.

Dem, was im Fall **der Gegenwart** *deren absolutes Fließen* ist – wodurch der singuläre Term „**die Gegenwart**“, in dem durch Fettdruck angedeuteten *tiefen* Sinn, *nicht immer* [in einem gewissen Sinn von „nicht immer“: einem Meta-Sinn] denselben Zeitpunkt bezeichnet, den er **jetzt** bezeichnet; *dem* entspricht im Fall **der Wirklichkeit** *deren absolute Kontingenz* – wodurch der singuläre Term „**die Wirklichkeit**“, in dem durch Fettdruck angedeuteten *tiefen* Sinn, die mögliche Welt *nicht* bezeichnen *muss* [in einem gewissen Sinn von „nicht muss“: einem Meta-Sinn], die er **in Wirklichkeit** bezeichnet. Zum *tiefen* Sinn von „die Gegenwart“ und „die Wirklichkeit“ passt offenbar nur die *rigide* Auffassung dieser indexikalischen Ausdrücke; voll explizit müsste es also heißen: „**die Gegenwart***“ und „**die Wirklichkeit***“.

Extension, Intension, Bedeutung (*oder*: Sinn)

Im Folgenden ist – zusätzlich zu dem, was am Anfang des Kapitels steht – von den betrachteten (Aussage)Sätzen vorausgesetzt, dass sie *nicht* im normalen Sinn indexikalisch sind; außerdem ist vorausgesetzt, dass die betrachteten singuläre Terme *nicht* im normalen Sinn indexikalisch sind. Von den zugehörigen Prädikaten ist vorausgesetzt, dass sie *dementsprechend* sind. Schließlich ist auch noch vorausgesetzt, dass die betrachteten Sätze das Bivalenzprinzip erfüllen und dass die betrachteten singulären Terme und Prädikate in ihrem semantischen Verhalten *dementsprechend* sind. Nur auf *solche* Sätze, singulären Terme und Prädikate ist – in ihrer Grundform – *die Methode von Extension und Intension* anwendbar, die auf Rudolf Carnap zurückgeht und deren primärer Zweck nichts anderes war als eine *erste* modellierende Approximation der Satz-, Term- und Prädikats*bedeutungen*.

[I]

Die **Extension** *eines singulären Terms* τ, z. B. „der 2001 3. Planet der Sonne", ist diejenige Entität, die er bezeichnet [„auf die er referiert": „which it refers to"]; falls kein „natürliches" Bezugsobjekt für τ vorhanden ist, steht ein (allgemein festgelegtes) künstliches bereit.

Die Extension eines singulären Terms τ *in einer möglichen Welt w* ist diejenige Entität, die er *in w* bezeichnet; falls kein „natürliches" Bezugsobjekt-in-*w* für τ vorhanden ist, steht ein (allgemein festgelegtes) künstliches bereit.

Die **Intension** *eines singulären Terms* ist diejenige *Funktion im mengentheoretischen Sinn* [also: Menge von geordneten Paaren, sodass keine zwei von diesen bei identischem ersten Glied verschiedene zweite Glieder haben], die jeder möglichen Welt *w* die Extension *in w* des singulären Terms zuordnet. Liegt für jede mögliche Welt *w* fest, welche Entität der singuläre Term *in w* bezeichnet, so liegt die Intension des singulären Terms vollständig fest – *und umgekehrt*.

Die Intension eines singulären Terms ist der mit ihm gemeinte [„gemeinte" wird hier – außerhalb der sprachlichen Normalität – als semantischer *terminus technicus* gebraucht] *Individualcharakter*, eigentlich gesprochen: sie ist *die mengentheoretische Repräsentation* des mit dem Term gemeinten Individualcharakters.[84]

[84] Das Wort „ist" ist hier (in dem Satz, auf den sich die Fußnote bezieht) zunächst das „ist" der Repräsentation, dann (nach dem Doppelpunkt) das „ist" der Identität. Die Intension des singulären Terms *repräsentiert* nämlich den gemeinten Individualcharakter nur, sie ist *nicht* mit ihm identisch; sie ist vielmehr identisch mit der angegebenen mengentheoretischen Entität (also mit der eben spezifizierten Funktion im mengentheoretischen Sinn), die nur eine Repräsentation des Individualcharakters ist. Alternativ könnte man freilich die Intension des singulären Terms auch mit dem gemeinten Individualcharakter *selbst* identisch sein lassen und sagen, Individualcharakter *und* Intension *in Einem* (oder: *in Identität*) würden repräsentiert durch die angegebene mengentheoretische Entität. Intensionen wurden jedoch ursprünglich als mengentheoretische Entitäten behandelt; dem folge ich hier (aber *ohne* weitergehende mengentheoretische Reduktionen vorzunehmen).

Die **Bedeutung** (der **Sinn**) *eines singulären Terms* ist dagegen der von ihm ausgedrückte *Individualbegriff*.[85]

Die Intension eines singulären Terms ist eine *Approximation* seiner Bedeutung.

[II]

Die **Extension** *eines einstelligen Prädikats* A[x], z. B. „x hat 2001 einen Mond", ist die Menge der x, auf die das Prädikat zutrifft (also dessen „Umfang").

Die Extension eines einstelligen Prädikats *in einer möglichen Welt w* ist die Menge der x, auf die das Prädikat *in w* zutrifft.

Die **Intension** *eines einstelligen Prädikats* ist diejenige *Funktion im mengentheoretischen Sinn*, die jeder möglichen Welt *w* die Extension *in w* des Prädikats zuordnet. Liegt für jede mögliche Welt *w* fest, welche Menge von Entitäten die Menge der Entitäten ist, auf die das Prädikat *in w* zutrifft, so liegt die Intension des Prädikats vollständig fest – *und umgekehrt*.

Die Intension eines einstelligen Prädikats ist die mit ihm gemeinte *Eigenschaft*, eigentlich gesprochen: sie ist die mengentheoretische Repräsentation der mit dem Prädikat gemeinten Eigenschaft.[86]

Die **Bedeutung** (der **Sinn**) *eines einstelligen Prädikats* ist dagegen der von ihm ausgedrückte *(einstellige) Begriff*.

Die Intension eines einstelligen Prädikats ist eine *Approximation* seiner Bedeutung.

[III]

Die **Extension** eines Aussagesatzes A, insbesondere der Gestalt A[τ], z. B. „Der 2001 dritte Planet der Sonne hat 2001 einen Mond", ist sein Wahrheitswert, also V[erum] oder F[alsum].

Die Extension eines Aussagesatzes *in einer möglichen Welt w* ist sein Wahrheitswert *in w*. (je nachdem, ob er wahr oder falsch *in w* ist).

[85] Carnap verwendete die Bezeichnung „Individualbegriff" [„individual concept"] in *Meaning and Necessity* für die *Intension* von singulären Termen, nicht für deren *Bedeutung*. Davon wird hier offensichtlich abgewichen. Besser als die Bezeichnung „Individualbegriff" für die *Bedeutung* von singulären Termen wäre allerdings die Bezeichnung „Begriffsobjekt", da Begriffe – kategorialontologisch betrachtet und eigentlich gesprochen – ungesättigte, ergänzungsbedürftige Entitäten (also: *Funktionen*) sind, die Bedeutungen von singulären Termen aber gesättigte, nicht ergänzungsbedürftige Entitäten sind: nicht Begriffe (weil nicht *Funktionen*), sondern *Objekte*, nämlich von Begriffen abgeleitete Objekte; doch wäre die Bezeichnung „Begriffsobjekt" gänzlich ungebräuchlich.

[86] Dass die Intension eines einstelligen Prädikats nur die Repräsentation der mit dem Prädikat gemeinten Eigenschaft ist, ergibt sich schon daraus, dass Eigenschaften – kategorialontologisch betrachtet und eigentlich gesprochen – *Funktionen* (ungesättigte, ergänzungsbedürftige Entitäten) sind, jedoch Intensionen zwar *im mengentheoretischen Sinn* Funktionen sind, aber nicht Funktionen *im eigentlichen Sinn* sind [man könnte schreiben: sie sind „Funktionen"]; *im eigentlichen Sinn* sind sie *Objekte* (gesättigte, nicht ergänzungsbedürftige Entitäten).

Die **Intension** eines Aussagesatzes ist diejenige *Funktion im mengentheoretischen Sinn*, die jeder möglichen Welt *w* die Extension *in w* des Aussagesatzes zuordnet. Liegt für jede mögliche Welt *w* fest, welcher Wahrheitswert der Wahrheitswert des Aussagesatzes *in w* ist, so liegt die Intension des Aussagesatzes vollständig fest – *und umgekehrt*.

Die Intension eines Aussagesatzes ist der mit ihm gemeinte *Sachverhalt*, eigentlich gesprochen: sie ist die mengentheoretische Repräsentation des mit dem Satz gemeinten Sachverhalts.

Die **Bedeutung** (der **Sinn**) eines Aussagesatzes ist dagegen die von ihm ausgedrückte *Proposition* [wobei, übrigens, sowohl der mit dem Satz gemeinte Sachverhalt als auch die von ihm ausgedrückte Proposition mit graphisch-phonetisch demselben aus dem Satz gebildeten „Dass“-Ausdruck bezeichnet werden können: ein Fall von systematischer Mehrdeutigkeit].

Die Intension eines Aussagesatzes ist eine *Approximation* seiner Bedeutung.

Es gelten die folgenden elementaren Zusammenhänge:

1. Die **Bedeutung** eines bedeutunghabenden Satzes, Prädikats, singulären Terms determiniert [per se] in jedem Fall seine **Intension**.
2. Die **Intension** eines bedeutunghabenden Satzes, Prädikats, singulären Terms determiniert *nicht* in jedem Fall dessen **Bedeutung**. Deshalb kommt es vor, dass Ausdrücke mit derselben Intension dennoch verschiedene Bedeutungen haben.
3. Die **Intension** eines bedeutunghabenden Satzes, Prädikats, singulären Terms determiniert [per se] in jedem Fall dessen Extension *in jeder möglichen Welt*.
4. Die **Intension** eines bedeutunghabenden Satzes, Prädikats, singulären Terms determiniert *nicht* in jedem Fall dessen [wirkliche, in der wirklichen Welt gehabte] **Extension** (*simpliciter*).[87]

[87] Sei W* die wirkliche Welt. Die Intension von „die Anzahl der Monde der Erde in 2001“ bestimmt in jeder möglichen Welt die Extension dieses singulären Terms (sei es 0, 1, 2, oder eine andere Anzahl); sie determiniert also auch dessen Extension in W*, determiniert sie da nämlich als 1. Aber sie determiniert dennoch nicht dessen **Extension**. Dazu müsste sie ja auch determinieren, welche mögliche Welt die wirkliche ist – was die Intension von „die Anzahl der Monde der Erde in 2001“ nun aber doch keineswegs tut. Somit: Bei Kenntnis der Intension eines singulären Terms kann es dennoch unbekannt sein, was seine **Extension** ist: was er *bezeichnet*.

Anhang: Nonstandardindexikalität

Betrachten wir – als repräsentatives Beispiel – den Satz „Das Motorrad steht links vom Baum“, den jemand, der scharfe Augen hat, äußert, um seine mit einem Binokular versehene Begleiterin darauf aufmerksam zu machen, wo „das Motorrad“ zu suchen ist. Es handelt sich hier offensichtlich um einen im normalen Sinn massiv indexikalischen Aussagesatz; *aber* neben seinen Standardindexikalitäten in Bezug auf Welt, Zeit, Ort und sprecherbezogene Orientierungsaspekte enthält er offensichtlich zusätzliche Indexikalitäten – „Extraindexikalitäten“ –, die allein *den Besonderheiten der spezifischen Äußerungssituation* geschuldet sind. Diese Nonstandardindexikalitäten geben Anlass zu der Frage, von *welchem* Motorrad genau und *welchem* Baum genau hier die Rede ist. Die (oben soeben) unterstellte Äußerungssituation wird (davon können wir ausgehen) die Antwort auf diese Frage bieten – wie auch natürlich auf die Fragen, die die Standardindexikalitäten in dem Satz aufwerfen; *aber* der Satz ist in seiner Indexikalität – anders als andere in Bezug auf Welt, Zeit, Ort, Sprecher und sprecherbezogene Orientierungsaspekte indexikalische Sätze – *zudem* sichtlich auf jene *besondere* Äußerungssituation zugeschnitten.

Aufgaben zum Kapitel **Indexikalität, Bedeutung, Intension, Extension**

1. Modifizieren Sie die folgenden 10 Sätze – mittels der Ersetzung indexikalischer Ausdrücke durch passende nichtindexikalische und mittels passender Beseitigung etwaiger impliziter Indexikalität – in solcher Weise, dass aus den Resultaten *jegliche Indexikalität* (auch die *im weiten Sinn*) verschwunden ist.

Er war 2018 Präsident der Vereinigten Staaten von Amerika.
In einer anderen möglichen Welt ist hier jetzt Sommer.
Ich bin pünktlich um 3 Uhr 30 aufgestanden.
Diese Welt ist die beste aller möglichen Welten.
Diese Zeit ist die beste Zeit, um geboren zu werden.
Hier stehe ich, und dort steht er.
Alles, was auf diesem Planeten einmal entsteht, geht auf diesem Planeten einmal zugrunde.
Morgen gibt es Freibier.
Mir und dir geht es gut hier.
Dort, wo alles begann, wird es auch enden.

Hinweis 1: Die Verwendung der Tempora (Imperfekt, Perfekt, Plusquamperfekt, Futur I, Futur II) geschieht von einer implizit unterstellten Gegenwart aus.
Hinweis 2: Nicht jedes „ist" bedeutet so viel wie „ist jetzt".

2. Modifizieren Sie dieselben 10 Sätze – mittels der Ersetzung indexikalischer Ausdrücke durch passende nichtindexikalische und mittels passender Beseitigung etwaiger impliziter Indexikalität – in solcher Weise, dass in den Resultaten *genau ein Indexikalitätsaspekt* erhalten bleibt. Sagen Sie jeweils, welcher Indexikalitätsaspekt das ist.

3. *Benennen* Sie (durch einen singulären Term, der nicht schon in dieser Aufgabenstellung vorkommt und der möglichst nicht die Metasprache involviert): (a) die Extension und die Bedeutung von „der Abendstern" und „der Morgenstern"; (b) die Extension und die Bedeutung von „x ist ein gleichseitiges Dreieck" und „x ist ein gleichwinkliges Dreieck"; (c) die Extension und die Bedeutung von „Niemand lebt jemals für sich allein" und „Keine Person lebt jemals für sich allein". Entscheiden Sie in jedem der drei Fälle, ob Extensionsidentität vorliegt oder nicht, *Intensionsidentität* vorliegt oder nicht, Bedeutungsidentität vorliegt oder nicht.

VIII. Vagheit, Mehrdeutigkeit, Analogie

Mehrdeutigkeit liegt bei einem Ausdruck vor, wenn er (an sich, außerhalb allen Kontexts) mehr als eine Bedeutung hat. **Vagheit** liegt bei einem Ausdruck vor, wenn mindestens eine Bedeutung von ihm mehr oder minder unpräzise ist.[88]

Vagheit kann ohne Mehrdeutigkeit auftreten: wenn ein Ausdruck nur eine Bedeutung hat, aber diese unpräzise ist.

Mehrdeutigkeit kann ohne Vagheit auftreten: wenn ein Ausdruck mehrere Bedeutungen hat, aber jede von diesen präzise ist.

Mehrdeutigkeit und Vagheit können zusammen auftreten: wenn ein Ausdruck mehrere Bedeutungen hat und mindestens eine von diesen unpräzise ist.

Mehrdeutigkeit und Vagheit können zusammen ausbleiben: wenn ein Ausdruck keine Bedeutung hat, oder aber eben *genau eine präzise Bedeutung* hat.

Zwischen Vagheit und Mehrdeutigkeit besteht zudem der folgende Zusammenhang: Die Eliminierbarkeit von Vagheit durch *Präzisierung* impliziert eine *potenzielle* Mehrdeutigkeit, denn obwohl Vagheit durch Präzisierung aufgehoben werden kann, kann sie auch immer in verschiedenen gleichberechtigten Weisen durch Präzisierung aufgehoben werden. Freilich wird diese potenzielle Mehrdeutigkeit nicht *aktual*, da man ja (vernünftigerweise) nur eine einzige Präzisierung unter den vielen möglichen in Geltung setzt (und zwar mehr oder minder *arbiträr*). Man wird die potenzielle Mehrdeutigkeit eines Ausdrucks jedoch auch ohne ihr Aktualsein schlicht (simpliciter) als *Mehrdeutigkeit* bezeichnen *dürfen* (wenn auch nicht gerade *müssen*). *In diesem besonderen Sinn* – wonach *potenzielle Mehrdeutigkeit* schon *Mehrdeutigkeit* ist – impliziert Vagheit *Mehrdeutigkeit*. Wenn demgegenüber oben gesagt ist, dass Vagheit ohne Mehrdeutigkeit auftreten kann, dann ist da natürlich mit „Mehrdeutigkeit“ *aktuale* Mehrdeutigkeit gemeint.

---

[88] Man kann sehr wohl von *Graden der Vagheit* sprechen. Grade der Vagheit dürfen aber nicht mit Graden der Allgemeinheit verwechselt werden. „x ist ein Lebewesen“ ist nicht etwa vager als „x ist ein Mensch“, und letzteres Prädikat ist nicht etwa vager als „x ist eine Frau“. – Grade der Vagheit bedingen eo ipso zu ihnen komplementäre *Grade der Präzision*. Der Grad 1 an Präzision – der Grad 0 an Vagheit – ist übrigens im Alltagsdiskurs kaum jemals gegeben; aber sehr geringfügige Grade an Vagheit werden von uns gar nicht wahrgenommen. (Um ein wittgensteinsches Beispiel aufzugreifen [vgl. *Philosophische Untersuchungen* I, § 80]: Wer würde etwa das Wort „Sessel“, das tatsächlich vage ist, für vage halten?) Vagheit *simpliciter* beginnt somit für uns Normalsprecher und -sprecherinnen erst bei einem Punkt, der ein gutes Stück oberhalb vom Vagheitsgrad 0 ist.

Ist Vagheit eine besondere Form der (aktualen) Mehrdeutigkeit?

Aktuale Mehrdeutigkeit wird gewöhnlich durch den Äußerungskontext aufgehoben, insbesondere dann, wenn *der Sprecher* zum Kontext zählt: Manche Ausdrücke haben (an sich und aktual) mehrere Bedeutungen; *im Kontext mit Sprecher* hat ein mehrdeutiger Ausdruck aber gewöhnlich „automatisch" nicht mehr mehrere Bedeutungen, da gewöhnlich *im Kontext mit Sprecher* seine Bedeutung *diejenige (einzige)* von seinen vielen Bedeutungen (die er an sich aktual hat) ist, die nun eben der Sprecher seiner Intention gemäß mit dem Ausdruck verbindet. Wenn aufseiten der Hörer noch nicht klar sein sollte, was der Sprecher sagen will, so genügt (meistens) eine diesbezügliche Nachfrage. Vagheit hingegen wird niemals „automatisch" durch den Äußerungskontext aufgehoben, auch nicht durch den Kontext mit Sprecher – *sondern nur dann, wenn ein expliziter Präzisierungsakt seitens des Sprechers vorgenommen wird*.

Könnte man nun aber nicht die unpräzise Bedeutung eines vagen Ausdrucks mit der Menge aller (präzisen) Bedeutungen, die mögliche Präzisierungen jener Bedeutung sind, identifizieren? Und dann davon sprechen, der vage Ausdruck sei, qua vage, eigentlich nur (aktual!) mehrdeutig in der Weise, die durch den Kontext niemals „automatisch" aufgehoben wird, auch nicht durch den Kontext mit Sprecher?

Das geht leider nur dann, wenn die Vagheit des Ausdrucks *präzise umreißbar* ist – was sie oft nicht ist. Betrachten wir ein einfaches Beispiel: „x ist ein [physisch] großer Mensch" ist ein vages Prädikat. Die unpräzise Bedeutung dieses Prädikats wäre nach dem gemachten Vorschlag gleichzusetzen mit der Menge aller ihrer möglichen Präzisierungen, also mit der Menge der (präzisen einstelligen Begriffe) y, sodass für eine reelle Zahl $r \geq r_A$ gilt: y = λ^Bx: x ist ein Mensch mit mindestens *r* cm Körpergröße.[89] Doch Vagheit löst sich hiermit nicht in

[89] „λ^Bx:" ist ein prädikatbezogener Kennzeichner: *der Abstraktor einstelliger Begriffe*, der neben den Eigenschaftsabstraktor „λ^Ex:" und den Typ-Abstraktor „λ^Tx:" tritt, die ebenfalls prädikatbezogene Kennzeichner sind: Kategorie **(N → S) → N** (siehe Kap. V). Der Abstraktor einstelliger Begriffe bildet singularisch-partikulare Terme der Gestalt λ^Bx: A[x]; diese bezeichnen den Begriff, den das einstellige Prädikat, auf das der fragliche Abstraktor angewendet wird, ausdrückt. Um in kanonischer Weise objektsprachliche singuläre Terme zu bilden, die den *Individualbegriff* bzw. den *Individualcharakter* bezeichnen, den ein singulärer Term als seine Bedeutung *ausdrückt* bzw. als seine Intension *meint*, braucht man hingegen Abstraktoren der Kategorie **N → N**. Zweifelsohne sind diese letzteren Abstraktoren *termini technici* – ohne Vorbilder in der natürlichen Sprache; in der natürlichen Sprache (ohne künstliche Erweiterungen) muss man sich zu Benennung der Bedeutung bzw. Intension eines singulären Terms τ beispielsweise mit der Kursivierung von τ *plus* spezifizierende Erläuterung behelfen: „der Individualbegriff τ" bzw. „der Individualcharakter τ" (beispielsweise „der Individualbegriff *der König von Frankreich in 2001*, der Individualcharakter *der König von Frankreich in 2001*"). Das Wörtchen „dass" ist demgegenüber in seiner einen (bedeutungsbezogenen) Funktion als *natürlicher* Propositionsabstraktor (Kategorie **S → N**) anzusehen, in seiner anderen (intensionsbezogenen) Funktion als *natürlicher* Sachverhaltsabstraktor (Kategorie **S → N**). Spezifizierend erläutern muss man allerdings auch hier, bei „dass":

bloße (aktuale) Mehrdeutigkeit auf, da der singuläre Term „die Menge der y, sodass für eine reelle Zahl $r \geq r_A$ gilt: $y = \lambda^B x$(x ist ein Mensch mit mindesten *r* cm Körpergröße)" wiederum *vage* ist: schon einfach deshalb, weil der in ihm vorkommende singuläre Term „r_A" – lies: „die [reelle Zahl, die die] minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen [ist]" – *vage* ist. Versucht man nun, die unpräzise Bedeutung von „r_A" ihrerseits durch die Menge ihrer möglichen Präzisierungen darzustellen, so stellt sich ein zu dem eben geschilderten Problem analoges Problem ein, sodass schließlich zu konstatieren ist: Vagheit löst sich *hier* definitiv nicht in (aktuale) Mehrdeutigkeit auf. Denn der nunmehr ins Auge gefassten Menge von Bedeutungspräzisierungen müsste, wenn sich da Vagheit in bloße Mehrdeutigkeit auflöste, offenbar die Menge derjenigen reellen Zahlen, die als die minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen in Frage kommen, genau entsprechen, d. h.: ihr müsste ein gewisses Intervall von reellen Zahlen genau entsprechen. Was aber wäre die unterste und was die oberste Grenze dieses Intervalls? – Das ist unbestimmt, und folglich ist ersichtlich: Der singuläre Term „die Menge derjenigen reellen Zahlen, die als die minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen in Frage kommen" ist *vage*. *Deshalb* ist aber nun eben auch der singuläre Term „die Menge der möglichen Präzisierungen der Bedeutung von ‚die [reelle Zahl, die die] minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen [ist]'" [kürzer gesagt: „die Menge der möglichen Präzisierungen der Bedeutung von ‚r_A'"] *vage*. *Nichts ist gewonnen*. Man wird hier die Vagheit nicht los: kann sie nicht in Mehrdeutigkeit auflösen, kann sie nicht ersetzen durch eine (präzise) Menge von möglichen Bedeutungspräzisierungen [sie nicht auf eine solche Menge zurückführen, reduzieren].[90]

Die extensionalen Auswirkungen von Vagheit

Die Vagheit eines Ausdrucks führt zur (mehr oder minder großen) Unbestimmtheit seiner Extension.[91] Extensionsunbestimmtheit ist, umgekehrt, bei einem Ausdruck ein Anzeichen

---

auf der einen Seite „die Proposition, dass 2 eine Primzahl ist" (*nicht dasselbe* bezeichnend wie „die Proposition, dass 4 keine Primzahl ist"), und auf der anderen Seite „der Sachverhalt, dass 2 eine Primzahl ist" (*dasselbe* bezeichnend wie „der Sachverhalt, dass 4 keine Primzahl ist").

[90] Die Vagheit von „x ist ein [physisch] großer Mensch" ist nicht präzise umreißbar wegen der Vagheit von „die minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen", welche Vagheit nicht präzise umreißbar ist wegen der Vagheit von „die Menge derjenigen reellen Zahlen, die als die minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen in Frage kommen", welche Vagheit wiederum nicht präzise umreißbar ist.

[91] Anders als bei der Indexikalität gibt die Bedeutung eines Ausdrucks bei der Vagheit eines Ausdrucks keine Auskunft darüber, welche zusätzlichen Faktoren dieser oder jener Art die Extension des Ausdrucks – in der gegebenen Situation – präzise bestimmen würden. Indexikalität ist kein Defekt, Vagheit offenbar schon. (Sie ist allerdings – vom Standpunkt der *realexistierenden Sprachpraxis* aus betrachtet – ein (pragmatisch) *zuzulassender* Defekt, wie übrigens auch die Mehrdeutigkeit. Wo kämen wir hin, wenn wir beim Sprechen und

seiner Vagheit. Ist ein singulärer Term vage, so ist unbestimmt, welche Entität er bezeichnet (siehe im vorausgehenden Abschnitt die singulären Terme „die [reelle Zahl, die die] minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen [ist]“ und „die Menge der reellen Zahlen, die als die minimale Mindestgröße in Zentimeter eines großen Menschen in Frage kommen“). Ist ein Prädikat vage, so ist für manche Entitäten unbestimmt, ob sie zu seinem Umfang zählen oder nicht (siehe im vorausgehenden Abschnitt das Prädikat „x ist ein physisch großer Mensch“). Ist ein (Aussage)Satz vage, so ist unbestimmt, ob er wahr ist oder falsch.[92]

Der ontologische Status von Vagheit

Es scheint: Ein Ausdruck ist [*sekundär, derivativ*] vage, *weil* seine Bedeutung unpräzise, mit einem anderen Wort: [*primär, nichtderivativ*] vage ist. Es scheint also vage *nichtsprachliche* Entitäten zu geben, denn Bedeutungen sind ja *nichtsprachliche* Entitäten (welche sprachlichen Ausdrücken – nämlich den sie *bedeutenden* Ausdrücken – per Konvention als von ihnen Ausgedrücktes zugeordnet sind). Die entschiedene Alternative zur Aufnahme der Vagheit in die Ontologie des Nichtsprachlichen ist es aber, zu leugnen, dass es vage *nichtsprachliche* Entitäten gibt. Man kann dann, strenggenommen, nicht davon sprechen, dass ein Ausdruck eine unpräzise/vage Bedeutung hat; dass seine Bedeutung unpräzise/vage ist. Was dann damit eigentlich gemeint ist, wenn man dennoch so spricht (diese *façon de parler* gebraucht), ist dies: dass mehrere – u. U. unendlich viele – Entitäten, und zwar *nichtvage* Entitäten, selbst nach Heranziehung des Kontexts (und seiner ausschließenden Wirkung) für die Rolle *der Bedeutung* des Ausdrucks noch in Frage kommen, mögliche Besetzungen für diese Rolle sind – ohne dass entschieden ist, welche von ihnen „die Rolle“ bekommt. Aber müsste man dann nicht – wenn das alles wäre, worin die Vagheit eines Ausdrucks besteht – diese Vagheit immer präzise umreißen können, m. a. W.: immer angeben können, was präzise die Menge der möglichen Kandidaten für die Besetzung der Rolle der Bedeutung eines vagen Ausdrucks ist? Wir haben gerade gesehen, dass das nicht immer gelingt. Man kann sich aber wohl auf den Standpunkt stellen, dass auch dann, wenn es keine vagen nichtsprachlichen Entitäten gibt, keineswegs daraus [dass es keine vagen nichtsprachlichen Entitäten gibt] folge, dass die Vagheit eines Ausdrucks immer präzise

Schreiben stets zuvor erst Präzision herstellen oder für jede neu intendierte Bedeutung ein eigenes neues Wort erfinden müssten? Das hielte ja „unerträglich“ auf!)

[92] Bitte beachten: Ein Satz ist nicht – nicht immer – schon dann vage, wenn er vage Ausdrücke enthält (ebenso wie ein Satz nicht schon dann indexikalisch ist, wenn er indexikalische Ausdrücke enthält).

umreißbar sein muss; Vagheit sei vielmehr etwas, was sich einzig und allein *zwischen* einem Ausdruck, der bei Absehung von seiner semantischen Beziehungsdimension nur als *nichtvage* Entität angesprochen werden kann, und ebenso *nichtvagen* nichtsprachlichen Entitäten abspielt. Warum sollte denn eine Vagheit in diesem *Zwischen* – eine Vagheit rein im konventionell Beziehungsmäßigen und rein anthropogen: in menschlicher Unentschiedenheit begründet – immer präzise umreißbar sein müssen?

Analogie

Mehrdeutigkeit [es geht nun allein um die *aktuale* Mehrdeutigkeit] ist gegenüber Vagheit (und auch gegenüber Indexikalität) das wesentlich einfachere sprachliche Phänomen. Mehrdeutigkeit gibt es in zwei basalen Formen: *äquivokativ* und *analogisch*. Eine äquivokative Mehrdeutigkeit (kurz: eine *Äquivokation*) liegt vor bei „x ist ein Schloss“; eine analogische Mehrdeutigkeit liegt vor bei „x ist gesund“. *Durchgängig-äquivokativ* ist eine Mehrdeutigkeit genau dann, wenn keine der Bedeutungen des mehrdeutigen Ausdrucks mit einer anderen seiner Bedeutungen *verwandt* ist.[93] *Durchgängig-analogisch* ist eine Mehrdeutigkeit genau dann, wenn jede der Bedeutungen des mehrdeutigen Ausdrucks mit jeder anderen seiner Bedeutungen verwandt ist.[94] Die Verwandtschaft *aller* Bedeutungen eines Ausdrucks miteinander kann sich insbesondere darin zeigen, dass man sie alle von *einer* Grundbedeutung von ihm – *der* Zentralbedeutung von ihm – definitorisch ableiten kann. Man spricht in diesem Fall von einer *zentrierten* [genauer: s*olozentrierten*] durchgängig-analogischen Mehrdeutigkeit. Der Ausdruck in seiner Zentralbedeutung ist dann der Ausdruck *in seinem eigentlichen* (oder: *primären, nichtderivativen*) *Sinn*, und der Ausdruck in jeder anderen seiner Bedeutungen ist dann der Ausdruck *in einem (nur) analogischen* (oder: *sekundären, derivativen*) *Sinn*, der, als solcher, stets auch ein *uneigentlicher* (aber *kein metaphorischer*) Sinn des Ausdrucks ist.

[93] Das Prädikat „x ist verwandt mit y“ ist erstens – und offensichtlich – *mehrdeutig* (es bleibe offen, ob es durchgängig-äquivokativ mehrdeutig ist oder durchgängig-analogisch mehrdeutig [siehe dazu unmittelbar im Haupttext], oder zwar mehrdeutig, aber weder durchgängig-äquivokativ noch durchgängig-analogisch mehrdeutig); und es ist zweitens *vage*: Ist die Bedeutung von „x ist möglich“, in der es so viel besagt wie „x wird nicht ausgeschlossen“, *verwandt* mit jener anderen Bedeutung von „x ist möglich“, in der es so viel besagt wie „x ist allgemeinst-ontisch möglich“, oder nicht? Eine Antwort – „Ja“ oder „Nein“ – kann durch Festlegung erzwungen werden, aber *an sich* steht sie nicht fest.

[94] *Partiell-äquivokativ-partiell-analogisch* ist eine Mehrdeutigkeit genau dann, wenn sie weder durchgängig-äquivokativ noch durchgängig-analogisch ist.

Ein Beispiel von zentrierter durchgängiger Analogie

Die zentrierte durchgängig-analogische Mehrdeutigkeit von „x ist gesund" – der Übersichtlichkeit halber: *soweit dieses Prädikat nur in der menschlichen Sphäre angewendet wird* – lässt sich wie folgt sichtbar machen:

(1.) Die mehreren Bedeutungen des Prädikats werden als die jeweiligen Bedeutungen von nur durch Indices unterschiedenen graphisch-phonetischen Varianten dieses Prädikats „nebeneinander gestellt": „x ist gesund_1", „x ist gesund_2", „x ist gesund_3", „x ist gesund_4", „x ist gesund_5", „x ist gesund_6", … .
(2.) Jede dieser Bedeutungen wird von der Zentralbedeutung – der von „x ist gesund_1" – definitorisch abgeleitet:
x ist gesund_2 $=_{\text{Def}}$ die Aktivität x [regelmäßig Sport zu treiben, nicht zu rauchen] ist geeignet, Menschen körperlich gesund_1 zu erhalten.
x ist gesund_3 $=_{\text{Def}}$ x [den Apfel, das Vollkornbrot] zu sich zu nehmen [diese x involvierende Aktivität], ist gesund_2.
x ist gesund_4 $=_{\text{Def}}$ x [der Appetit von N.N., die Gesichtsfarbe von N.N., der Urin von N.N.] zeigt an, dass der Mensch, von dem x ist, wenigstens partiell körperlich gesund_1 ist.
x ist gesund_5 $=_{\text{Def}}$ der Körperteil x [das Herz von N.N., der Magen von N.N., die Wirbelsäule von N.N.] ist so, wie er bei einem körperlich gesunden_1 Menschen ist.
x ist gesund_6 $=_{\text{Def}}$ das Seelenvermögen x [der Verstand von N.N., das Selbstvertrauen von N.N.] ist so, wie es bei einem seelisch gesunden_1 Menschen ist.
… .

Es ist der Beachtung wert: Die Bedeutung von „x ist körperlich gesund_1" und die Bedeutung von „x ist seelisch gesund_1" sind zwar durch unterschiedliche Ergänzungen – „körperlich" bzw. „seelisch" – hervorgebrachte Abwandlungen der *Zentralbedeutung* von „x ist gesund" (welche Bedeutung die Bedeutung von „x ist gesund" in seiner Anwendung auf *Menschen und nur auf Menschen* ist[95]), aber jene Prädikate bedingen keine weiteren Bedeutung*en* von „x ist gesund"; sie machen daher dieses mehrdeutige Prädikat nicht noch mehrdeutiger, als es ohnehin schon ist. Dasselbe gilt von den Prädikaten „x ist eine gesunde_1 Frau", „x ist ein gesunder_1 Mann", „x ist ein gesundes_1 Kind".

[95] „Für alle x gilt: Wenn x gesund_1 ist, dann ist x ein Mensch" ist eine analytische Wahrheit. Hiernach könnte aus (inhalts)logischen Gründen „x ist ein gesunder_1 Mensch" durch „x ist gesund_1" ersetzt werden; aber nicht immer ist die knappste Ausdrucksweise die verständlichste.

Man kann die obige Liste von Definitionen wie folgt fortsetzen:

x ist gesund$_7$ =$_{Def}$ Aktivität x ist geeignet, Menschen *seelisch* gesund$_1$ zu erhalten.

Um die Bedeutungsverwandtschaft zwischen „x ist gesund$_2$" und „x ist gesund$_7$" hervorzuheben, könnte man des Weiteren definieren: „x ist gesund$_{21}$ =$_{Def}$ x ist gesund$_2$" und „x ist gesund$_{22}$" =$_{Def}$ „x ist gesund$_7$". [Man beachte, dass dasselbe – z. B., Sport zu treiben – gesund$_{21}$ und gesund$_{22}$ sein kann. Es kann auch dasselbe – nämlich das Blut eines Menschen – gesund$_4$ und gesund$_5$ sein.)

Ist „x ist gesund" in seiner Mehrdeutigkeit noch ein durchgängig-analogisches Prädikat, wenn wir über den Tellerrand des Menschlichen hinausblicken und auch seine Anwendung außerhalb der menschlichen Sphäre betrachten (die ja tatsächlich vorkommt)? Vielleicht. In Anwendung auf Kater Micki – in „Kater Micki ist gesund" – liegt eine Bedeutung des Prädikats vor, die mit seiner Bedeutung in Anwendung auf Menschen – also mit der Bedeutung von „x ist gesund$_1$" – immer noch verwandt ist; aber die erstgenannte Bedeutung lässt sich von der letztgenannten nicht definitorisch ableiten (anders als die Bedeutungen von „x ist gesund$_2$", „x ist gesund$_3$", …, „x ist gesund$_7$"). Gleiches gilt von der Bedeutung von „x ist gesund" *in Anwendung auf Bäume* (z. B.). Freilich ist da die Verwandtschaft zur Bedeutung von „x ist gesund$_1$" schon einigermaßen „entfernt"; erst recht ist sie dies, wenn man von einer „gesunden Bausubstanz" spricht.

Am engsten ist das Verwandtschaftsverhältnis zu „x ist gesund$_1$" hingegen, wenn „x ist gesund" auf einen menschlichen Körper bzw. eine menschliche Psyche angewendet wird (wie in dem bekannten Leitspruch „Ein gesunder Geist in einem gesunden Körper": *„mens sana in corpore sano*"); es liegt da auch wieder die Definierbarkeit durch die Zentralbedeutung vor:

x ist ein gesunder$_8$ menschlicher Körper [oder kurz: x ist gesund$_8$] =$_{Def}$ x ist der Körper eines körperlich gesunden$_1$ Menschen [oder kurz:[96] eines/-r körperlich Gesunden$_1$].
x ist eine gesunde$_9$ menschliche Psyche [oder kurz: x ist gesund$_9$] =$_{Def}$ x ist die Psyche eines seelisch gesunden$_1$ Menschen [oder kurz: eines/-r seelisch Gesunden$_1$].

Das Verwandtschaftsverhältnis ist hier so eng, dass man vielleicht von einer bloßen Analogie nicht mehr sprechen will? Man sollte in dieser Frage aber sehen, dass ein gesunder menschlicher Körper bzw. eine gesunde menschliche Psyche in einem anderen Sinn gesund

[96] Vgl. Fußnote 95.

sind, als ein gesunder Mensch körperlich bzw. seelisch gesund ist; wohingegen Frau, Mann und Kind sehr wohl *im selben Sinn* körperlich bzw. seelisch gesund sind, *in dem* ein körperlich bzw. seelisch gesunder *Mensch* dies ist (nämlich im Sinn von „körperlich bzw. seelisch gesund_1“) – wenn auch bedingt durch Geschlecht und Lebensalter die Merkmale der körperlichen bzw. seelischen menschlichen Gesundheit bei Frau, Mann und Kind unterschiedlich ausfallen.

[Die beiden generellen Terme „gesunder Mann“ und „gesunde Frau“ haben sehr wohl einen verschiedenen Sinn, aber der generelle Term „gesund“, der eine Konstituente von ihnen beiden ist, hat in ihnen beiden denselben Sinn: den von „gesund_1“. Anders bei den beiden generellen Termen „gesunder menschlicher Körper“, „gesunde menschliche Psyche“: Der generelle Term „gesund“, der eine Konstituente von ihnen beiden ist, hat in ihnen jeweils verschiedenen Sinn – und beide Male nicht den von „gesund_1“.]

Durch die obigen Definitionsfolge ist schon hinreichend deutlich, dass *Analogie* begrifflich nicht per se etwas mit *Vergleich* und *Ähnlichkeit* zu tun hat [wodurch ein gewisser Gegensatz gegeben ist zu dem Analogieverständnis, das durch den gewöhnlichen, und auch durch den poetologischen und rhetorikwissenschaftlichen, Sprachgebrauch unübersehbar nahegelegt wird]. Das Gesundsein_3 eines Apfels ist nicht zu *vergleichen* mit – ist nicht *ähnlich* – dem Gesundsein_4 von Urin, und beide sind nicht zu vergleichen mit – und sind nicht ähnlich – dem Gesundsein_1 eines Menschen; und dennoch liegen hier *analogische* Sprachverwendungen vor. Analogische Rede, die auf *Ähnlichkeit* [auf *Analogie* in diesem engen Sinn] beruht, gibt es aber selbstverständlich auch, und gar nicht selten, wobei der Übergang zur Metapher [also: zur in einer Perspektive unpassenden, in anderer Perspektive „sensationell“ passender Rede] ein fließender sein kann.

Ein Beispiel ist das mehrdeutige Prädikat „x ist der Anfang von y“, das mit sicherlich unterschiedlichem, aber doch auch mit für Analogie hinreichend verwandtem Sinngehalt in den folgenden Aussagen verwendet wird: „0 ist der Anfang der Reihe der natürlichen Zahlen“, „Der Sonnenaufgang ist der Anfang jedes Erdentages“, „Der Neujahrstag 2022 ist der Anfang des Jahres 2022“, „Diese Quelle ist der Anfang der Donau“, „Müßiggang ist aller Laster Anfang“, „Das war der Anfang vom Ende“, „Gott ist der Anfang von allem“, „Das Ende vom Lied ist immer dasselbe, was auch immer sein Anfang ist“.

Die Bedeutung von „*Ereignis* x ist in zeitlicher Hinsicht der Anfang von *Ereignis* y“ sowie die Bedeutung von „*Ereignis* x ist in zeitlicher Hinsicht der Anfang von *Ereignisreihe* y“

dürften die primären Bedeutungen von „x ist der Anfang von y“ sein (wobei diese beiden Bedeutungen wiederum ihrerseits untereinander offensichtlich ähnlichkeitsverwandt sind). Die sekundären Bedeutungen des Prädikats *ähneln* diesen primären in einem mehr oder minder leicht nachzuvollziehenden Sinn. Es liegt hier offenbar eine durchgängig-analogische Mehrdeutigkeit vor, sogar eine zentrierte (aber nicht eine solozentrierte), ohne dass doch eine durchgängige Definierbarkeit der sekundären Bedeutungen durch die primären gegeben wäre.

Aufgaben zum Kapitel **Vagheit, Mehrdeutigkeit, Analogie**

1. Geben Sie zehn äquivokative generelle Terme an.

2. Weisen Sie den analogischen Charakter der folgenden analogisch mehrdeutigen generellen Terme durch die Definition einer Bedeutung von ihnen durch eine andere Bedeutung von ihnen nach: „[eine] Oper“, „[ein] Buchstabe“, „[ein] Geburtstag“, „[ein] Ton“. Demonstrieren Sie anhand von Beispielen zunächst das Verhalten (im Diskurs) jedes der angegebenen generellen Terme bei den zwei von Ihnen ins Auge gefassten unterschiedlichen Bedeutungen. [Gebrauchen Sie dabei die den generellen Termen in offensichtlicher Weise eins-zu-eins entsprechenden Prädikate.]

3. Geben Sie zehn vage generelle Terme an, von denen fünf auch mehrdeutig (aktual mehrdeutig) sind, fünf nicht.

IX. Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 1. Teil: Die Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik und andere reine Satzoperatorensprachen

Eine Sprache *gewisser* logischer Formen der natürlichen Sprache stellt *gewisse* Aspekte der logischen Grammatik der natürlichen Sprache in Isolation vollständig dar. Eine Sprache *aller* logischen Formen der natürlichen Sprache würde *alle* Aspekte der logischen Grammatik der natürlichen Sprache vollständig darstellen; aber von dem überaus ehrgeizigen Ziel, eine *all-aspektlich* vollständige Sprache der logischen Formen der natürlichen Sprache anzugeben, wird hier abgesehen; der Effekt der *Übersichtlichmachung*, den Formensprachen *gewöhnlich* haben, ginge bei jener Sprache ja auch verloren.

In den folgenden drei Kapiteln werden Sprachen *gewisser* logischer Formen der natürlichen Sprache behandelt, die historisch und auch sachlich von besonderer Bedeutung sind. Die Kenntnis dieser Sprachen, die Fähigkeit, umgangssprachliche Sätze in sie zu „übersetzen“ (m. a. W.: die Fähigkeit, die logische Form eines umgangssprachlichen Satzes so weit, wie sie sich in der jeweiligen Formensprache darstellen lässt, zu erkennen und anzugeben), ist für die Anwendung der Logik in Alltag und Philosophie unerlässlich. Nicht minder wichtig ist für deren Anwendung in Alltag und Philosophie die „umgekehrte“ Fähigkeit, logische Formen mit umgangssprachlichem Gehalt zu füllen (m. a. W.: die Fähigkeit, umgangssprachliche Sätze oder andere Ausdrücke anzugeben, die eine gewisse logische Form exakt haben).

Die oberste grammatische Ebene wird bei den Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, ebenso wie bei der natürlichen Sprache selbst, von den *Sätzen* gebildet. In den folgenden drei Kapiteln, wie auch in den Kapiteln davor, beziehe ich mich allein auf *Aussagesätze* (sodass hier „Satz“ mit „Aussagesatz“ äquivalent ist); es geht um deren logische Formen in erster Linie, und dann (zwangsläufig) auch um die logischen Formen derjenigen Ausdrücke, die in Aussagesätze eingehen und in verschiedenen Weisen dazu beitragen, dass diese ihre „Mission“ erfüllen, nämlich: etwas auszusagen, das entweder wahr oder falsch ist.

1. Die Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik

Auf *welche* logischen Formen sich eine Sprache der logischen Formen der natürlichen Sprache konzentriert: *welche* logischen Formen sie ausschließlich darstellt, kann man mittels Kategorien der logischen Grammatik angeben, indem man die *Signatur* der Formensprache – ihren „Steckbrief“ – angibt. Die erste Sprache der logischen Formen der natürlichen Sprache, die wir betrachten, ist die Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik, kurz: SALWF; ihre Signatur ist diese:

S: A, B, C, D, A´, B´, C´, D´, A´´, …

S → S: $\neg$

S, S → S: $\wedge$

Und hier nun die vollständige syntaktische Beschreibung von SALWF – der Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik –, welche Beschreibung im Gegensatz zu einer vollständigen syntaktischen Beschreibung der natürlichen Sprache etwas ganz Leichtes und Kurzes ist:

1. A, B, C, D, A´, B´, C´, D´, A´´, … und keine anderen Zeichen [qua Zeichen*typen*] sind elementare Sätze von SALWF.
2. Ist σ und σ' ein Satz von SALWF, so auch $\neg\sigma$ und $(\sigma \wedge \sigma')$.
3. Sätze von SALWF sind nur solche graphischen Sequenzen, die sich allein aufgrund von 1. und 2. bilden lassen [d. h.: aufgrund von 1. allein, oder aufgrund von 1. zusammen mit 2. allein].

Für das Verhältnis zwischen SALWF und der natürlichen Sprache (hier: Deutsch) ist nun entscheidend, dass „$\neg$“ ein einstelliger Satzoperator ist, der so viel bedeuten soll wie „Es ist nicht der Fall, dass“, und dass „$\wedge$“ ein zweistelliger Satzoperator ist, der so viel bedeuten soll, wie das Wörtchen „und“ ausdrückt, wenn es zwischen Aussagesätzen steht. SALWF leistet nichts anderes, als die wahrheitsfunktional-aussagenlogischen Formen der natürlichen Sprache in Vollständigkeit darzustellen.

In Vollständigkeit? Ja, denn bekanntlich lässt sich zeigen, dass sämtliche wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren durch „Es ist nicht der Fall, dass“ und „und“ definierbar sind. Hier die wichtigsten Definitionen (der Kürze halber gleich für SALWF):

$(\sigma \mid \sigma') := \neg(\sigma \wedge \sigma')$ [„Dass σ, besteht nicht zusammen damit, dass σ'“]

$(\sigma / \sigma') := (\neg\sigma \wedge \neg\sigma')$ [„Weder σ noch σ´“][97]

$(\sigma \vee \sigma') := \neg(\neg\sigma \wedge \neg\sigma')$[98] [„σ oder σ´“]

$(\sigma \vee\!. \ \sigma') := ((\sigma \vee \sigma') \wedge \neg(\sigma \wedge \sigma'))$[99] [„Entweder σ oder σ´“]

$(\sigma \supset \sigma') := \neg(\sigma \wedge \neg\sigma')$ [„Dass σ, impliziert wahrheitsfunktional, dass σ´“][100]

$(\sigma \equiv \sigma') := (\sigma \supset \sigma') \wedge (\sigma' \supset \sigma)$ [„Dass σ, ist wahrheitsfunktional äquivalent damit, dass σ´“]

Wie für jede Sprache gibt es auch für SALWF auf Konvention gegründete Wege, sich komprimiert und „idiomatisch“ auszudrücken, statt in aller Ausführlichkeit (und damit nicht selten unübersichtlich). Zu diesen Wegen zählt die Verwendung der eben angegebenen Definitionen und – nicht zu verachten! – die Anwendung der *Regeln der Klammerersparnis*:

(a) Äußere Klammern dürfen immer weggelassen werden.
(b) Die Bindungsstärke der Operatoren nimmt in der folgenden Reihe von links nach rechts ab: $\neg$, $\wedge$, $\vee$, $\vee.$, /, $|$, $\supset$, $\equiv$.
(c) Wenn bei Erweiterungen von SALWF weitere Satzoperatoren dazukommen, so binden die einstelligen unter diesen genauso stark wie $\neg$, und die zweistelligen unter diesen schwächer als $|$, aber stärker als $\supset$, und untereinander binden sie gleichstark.

Statt $\neg((\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg\neg(A \wedge B))$ kann man also unter Ersparnis von sechs Klammerzeichen und fünf Negationszeichen schreiben: $A / B \supset A \mid B$, was zu lesen ist als: „*Wenn* weder A noch B, *dann* besteht, dass A, nicht zusammen damit, dass B“. [Es ist in der Logik weitverbreitete idiomatische Praxis, die wahrheitsfunktionale Implikation *rein graphisch-phonetisch* als „Wenn, dann“ zu lesen; ein Fehler wäre es, sie auch *semantisch* – in der Sinnauffassung – als „Wenn, dann“ zu lesen!]

$A / B \supset A \mid B$ ist übrigens ein Beispiel für ein *Gesetz* der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik: *Egal*, welche natursprachlichen Aussagesätze für „A“ und „B“ eingesetzt werden, und *egal*, welche Umstände obwalten, es resultiert bei diesen Einsetzungen aus dem angegebenen Satz von SALWF immer ein wahrer Aussagesatz des [Logik-]Deutschen –

[97] Durch „|“ allein und durch „/“ allein sind übrigens, wenn man einen der beiden als einzigen Grundoperator wählt, sämtliche wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren definierbar. Da sämtliche wahrheitsfunktionalen Satzoperatoren durch „¬“ und „∧“ definierbar sind, braucht man dazu nur zeigen, dass „¬“ und „∧“ durch „|“ allein bzw. durch „/“ allein definierbar sind. Wie sehen die beiden Definitionen mit „|“ aus und wie mit „/“?
[98] Statt $(\neg\sigma \wedge \neg\sigma')$ kann hier auch gleich (σ / σ') gesetzt werden.
[99] Statt $\neg(\sigma \wedge \sigma')$ kann hier auch gleich $(\sigma \mid \sigma')$ gesetzt werden.
[100] „Wenn, dann“ besagt in wissenschaftlichen Kontexten nicht selten (aber nicht immer – weit davon entfernt!) nicht mehr als das, was hier im Definiens von „⊃“ – der wahrheitsfunktionalen Implikation – steht. Für die wahrheitsfunktionale Implikation ist seit langem die Bezeichnung „Materiale Implikation“ üblich; statt „impliziert wahrheitsfunktional“ kann man deshalb auch „impliziert material“ sagen.

vorausgesetzt [als Einschränkung für das „*egal*"], es ist zumindest im jeweils gegebenen gemeinsamen Äußerungskontext der Fall, dass die eingesetzten Sätze dem Bivalenzprinzip gehorchen, also entweder wahr oder falsch sind.

Die vorausgehende Aussage [*insgesamt*: von Doppelpunkt zu Punkt] ist eine Charakterisierung dessen, was es für den *angegebenen* Satz von SALWF – also: $\neg((\neg A \wedge \neg B) \wedge \neg\neg(A \wedge B))$, bzw. in Kurzform: $A / B \supset A \mid B$ – heißt, ein *Gesetz* der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik zu sein. Aber die *allgemeine* Charakterisierung von *Gesetzen* der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik ist daraus schon zu erkennen: Ein Satz σ von SALWF ist ein *Gesetz* der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik genau dann, wenn gilt: *Egal*, welche natursprachlichen Aussagesätze für die elementaren Sätze (von SALWF) in σ eingesetzt werden, und *egal*, welche Umstände obwalten, es resultiert aus σ immer ein wahrer Aussagesatz des [Logik-]Deutschen – *vorausgesetzt* [als Einschränkung für das „*egal*"], es ist zumindest im jeweils gegebenen gemeinsamen Äußerungskontext der Fall, dass die eingesetzten Sätze dem Bivalenzprinzip gehorchen, also entweder wahr oder falsch sind.

Beim „Übersetzen" von umgangssprachlichen Aussagesätzen in Sätze von SALWF entstehen Schwierigkeiten dadurch, dass das Erscheinungsbild der Umgangssprache die wahren logischen Verhältnisse verbirgt. Nicht jedes Vorkommnis von „nicht" zeigt eine Satznegation an (z. B. nicht das Vorkommnis von „nicht" in „Alle, alle sind sie nicht gekommen", wie auch nicht das Vorkommnis von „nicht" in „Manches ist nicht sterblich" – im Unterschied zu dem Vorkommnis von „nicht" in „Es ist nicht alles Gold, was glänzt"[101]); und nicht jedes Vorkommnis von „und" zeigt eine Satzkonjunktion an (z. B. nicht das Vorkommnis von „und" in „Hans und Peter heben zusammen den schweren Balken" – im Unterschied zu dem Vorkommnis von „und" in „Hans und Peter sind beide 45 Jahre alt").

Ein Fehler, der beim „Übersetzen" in SALW häufig auftritt, ist, dass die wahrheitsfunktional-aussagenlogische Form des umgangssprachlichen Satzes – repräsentierbar durch einen Satz von SALWF – nicht so genau angegeben wird, wie es eigentlich möglich ist. Allerdings kommt es auch vor, dass sie „genauer" angegeben wird, als es eigentlich möglich ist. Das ist beispielsweise so bei dem Satz: „Peter steigt auf einen Berg, und Hans macht ein Foto davon". Die wahrheitsfunktional-aussagenlogische Form dieses Satzes ist wegen des durch das Wort „davon" gegebenen Rückbezugs am Schluss des Satzes nicht etwa repräsentierbar durch $A \wedge B$, sondern kann tatsächlich nur durch einen

[101] Frage: Was ist hier der Satz, der verneint wird?

elementaren Satz von SALWF (im oben definierten Sinn) wiedergegeben werden (sodass *in SALWF* die logische *Binnen*form jenes umgangssprachlichen Satzes opak bleiben muss – ein Fall von unzähligen solchen Fällen).

Eine oft (aber nicht immer!) unschädliche Freiheit beim „Übersetzen" in SALWF, die man sich nimmt (weil sie so nützlich ist), ist die Wiedergabe des umgangssprachlichen „Wenn, dann" durch die Materiale Implikation „$\supset$".[102] Zentrale wahrheitsfunktional-aussagenlogische Gesetze für „$\supset$" können *lokal* (bei manchen – nicht wenigen – umgangssprachlichen Verwendungen von „Wenn, dann") als Gesetze der Konditionalsatzlogik fungieren.

2. Die Sprache der einfachen alethisch-modalen Aussagenlogik

Erweiterungen von SALWF, die wie SALWF reine Satzoperatorensprachen sind, gibt es unzählige. Die bekannteste Erweiterung solcher Art ist jedoch die Sprache der einfachen alethisch-modalen Aussagenlogik. Deren Signatur („Steckbrief") ist fast identisch mit der von SALWF; an einer Stelle jedoch findet sich eine Erweiterung:

S: A, B, C, D, A´, B´, C´, D´, A´´, …

S $\rightarrow$ **S**: $\neg$, $\Diamond$

S, S $\rightarrow$ **S**: $\wedge$

Und hier die vollständige syntaktische Beschreibung von SALAM – der Sprache der einfachen alethisch-modalen Aussagenlogik –, welche Beschreibung an einem Punkt gegenüber der Beschreibung von SALWF erweitert ist:

1. A, B, C, D, A´, B´, C´, D´, A´´, … und keine anderen Zeichen sind elementare Sätze von SALAM.
2. Ist σ und σ' ein Satz von SALAM, so auch $\neg\sigma$, $\Diamond\sigma$ und $(\sigma \wedge \sigma')$.

[102] Schädlich ist diese Übersetzungsfreiheit dann, wenn sie Nichtwahrheiten in Wahrheiten verwandelt: „Wenn der Geburtstag von U.M. am 9.4.1957 ist, dann ist am 20.1.2053 der Weltuntergang" ist nicht wahr; aber „Der Geburtstag von U.M. ist am 9.4.1957 $\supset$ der Weltuntergang ist am 20.1.2053" ist wahr. Freilich wäre der erstangeführte Satz (ein Konditionalsatz) wahr, wenn er den zweitangeführten Satz (eine Materiale Implikation) als seine **Basis** hätte (siehe Kap. VI). Aber der zweitangeführte Satz ist für sich genommen *aus inhaltlichen Gründen* nicht als Konditionalsatzbasis zulässig. Zulässig für diese Rolle wäre allerdings ein den fraglichen Satz logisch inkorporierendes, weithergeholtes *Szenario*, das eine *inhaltliche* Verbindung zwischen Antezedens und Sukzedens herstellt – ein *Text*, der aber auf jeden Fall nicht wahr sein dürfte, sodass dann der erstangeführte Satz (der Konditionalsatz) zwar eine zulässige Basis hätte, aber nach wie vor nicht wahr wäre (wie erwünscht): wegen der Unwahrheit seiner Basis. (Für die zugrundeliegenden Analysen siehe wiederum Kap. VI.)

3. Sätze von SALAM sind nur solche graphischen Sequenzen, die sich allein aufgrund von 1. und 2. bilden lassen.

Der neu hinzugekommene einstellige Satzoperator „◊“ soll so viel bedeuten wie „Es ist *alethisch* [oder*: ontisch*] möglich, dass“ – und SALAM leistet nichts anderes, als *die einfachen alethisch-modalen aussagenlogischen Formen der natürlichen Sprache* in Vollständigkeit darzustellen.

In Vollständigkeit? Ja, und in diesem Fall ist das einfach eine (triviale) Sache der Definition: *Die einfachen alethisch-modalen aussagenlogischen Formen der natürlichen Sprache* (zu denen aus Einfachheitsgründen auch sämtliche rein wahrheitsfunktionalen Formen gezählt werden) sind *per definitionem* keine anderen logischen Formen als die Sätze von SALAM. Außen vor bleibt dabei das „Wenn, dann“; die mit seiner Hilfe – bzw. mithilfe des „Wenn, dann“ entsprechenden Symbols – in einer reinen Satzoperatorensprache bildbaren aussagenlogischen Formen sind zwar im Fall des *ontischen* „Wenn, dann“ *alethisch-modale* aussagenlogische Formen, aber keine *einfachen*.

Hier nun die wichtigsten hinzukommenden Satzoperatordefinitionen (der Kürze halber gleich für SALAM):

$\Box\sigma := \neg\Diamond\neg\sigma$ [„Es ist [alethisch] notwendig, dass σ“]

$(\sigma > \sigma') := \neg\Diamond(\sigma \wedge \neg\sigma')$ [„Dass σ, impliziert alethisch-modal, dass σ′“][103]

$c^*\sigma := (\sigma \wedge \Diamond\neg\sigma)$ [„Es ist kontingent der Fall, dass σ“][104]

$\Diamond^*\sigma := (\neg\sigma \wedge \Diamond\sigma)$ [„Es ist bloß möglich, dass σ“]

In der Isolation, in der die einfachen alethisch-modalen aussagenlogischen Formen der natürlichen Sprache in der Sprache SALAM dargestellt werden, tritt ein Aspekt von ihnen deutlich hervor, der in der Umgangssprache, in der alltäglichen sprachlichen Praxis, nur rudimentär aufscheint, nämlich die – im Prinzip – *beliebigfache* Iterierbarkeit der einstelligen Satzoperatoren, insbesondere der beiden basalen, „◊“ und „¬“; wir haben es in SALAM zu tun mit:

[103] Wenn, dann“ besagt nicht selten (aber nicht immer) so viel wie das, was hier im Definiens steht. Für die alethisch-modale Implikation ist seit langem die Bezeichnung „Strikte Implikation“ üblich; statt „impliziert alethisch-modal“ kann man deshalb auch „impliziert strikt“ sagen.

[104] Manchmal wird hier auch gesagt: „Es ist *bloß faktisch* der Fall [also: der Fall, aber nicht notwendig der Fall], dass σ“.

◊, ¬;

◊◊, ◊¬, ¬◊, ¬¬;

◊◊◊, ◊◊¬, ◊¬◊, ◊¬¬, ¬◊◊, ¬◊¬, ¬¬◊, ¬¬¬;

◊◊◊◊, ◊◊◊¬, ◊◊¬◊, ◊◊¬¬, ◊¬◊◊, ◊¬◊¬, ◊¬¬◊, ◊¬¬¬, ¬◊◊◊, ¬◊◊¬, ¬◊¬◊, ¬◊¬¬, ¬¬◊◊, ¬¬◊¬, ¬¬¬◊, ¬¬¬¬;

usw.

Der Satzoperator „Es ist alethisch möglich, dass" – „◊" – ist mehrdeutig; denn es gibt nicht nur eine alethische Möglichkeit. Die Unterschiede zwischen den alethischen Möglichkeiten gehen so weit, dass sich bzgl. der Sprache SALAM mehrere einfache alethisch-modale Aussagenlogiken angeben lassen. Die Deutungen von „◊" im Felde der alethischen Möglichkeiten unterscheiden sich logisch insbesondere darin, welche Kürzungen (aufgrund logischer Äquivalenz) von Iterationsketten der einstelligen basalen Satzoperatoren (◊ und ¬) sie zulassen. Wenn „Es ist alethisch möglich, dass" so viel besagt wie „Es ist im allgemeinst-ontischen [weitesten, schwächsten alethischen] Sinn möglich, dass", dann gilt die einfache alethisch-modale Aussagenlogik S5 (so ihre traditionelle Bezeichnung), und sämtliche unendlich vielen Iterationsketten von einstelligen Satzoperatoren in SALAM schnurren logisch zusammen (wie sich zeigen lässt) auf Folgendes: *Kein* einleitender einstelliger Satzoperator bleibt [unkürzbar] stehen, oder *nur* ◊ bleibt [unkürzbar] stehen, oder *nur* ¬, oder *nur* ◊¬, oder *nur* ¬◊, oder *nur* ¬◊¬.

3. Die Sprache der basalen philosophischen Aussagenlogik

Der einstellige Satzoperator „Es ist alethisch möglich, dass" wird auch in der Sprache der basalen philosophischen Aussagenlogik – der Sprache SALPHI, einer Erweiterung von SALAM und damit auch von SALWF – durch „◊" symbolisiert und dort im Sinne von „Es ist allgemeinst-ontisch möglich, dass" verstanden, und steht für *die Metaphysik*. Der einstellige Satzoperator „Es ist moralisch geboten, dass" wird in SALPHI durch „O" („Obligation") symbolisiert und steht für *die Ethik*. Der einstellige Satzoperator „Das rationale Subjekt [das doch – es sei unterstellt – jeder/jede von uns so weit wie möglich sein will] ist davon überzeugt, dass" wird in SALPHI durch „G" („Glauben") symbolisiert und steht für *die Erkenntnistheorie*. Die Signatur von SALPHI ist dann diese:

S: A, B, C, D, A´, B´, C´, D´, A´´, …

S → S: $\neg$, $\Diamond$, O, G

S, S → S: $\wedge$

Die vollständige syntaktische Beschreibung von SALPHI – der Sprache der basalen philosophischen Aussagenlogik – ist dementsprechend diese:

1. A, B, C, D, A´, B´, C´, D´, A´´, … sind elementare Sätze von SALPHI.
2. Ist σ und σ' ein Satz von SALPHI, so auch $\neg\sigma$, $\Diamond\sigma$, $O\sigma$, $G\sigma$ und $(\sigma \wedge \sigma')$.
3. Sätze von SALPHI sind nur solche graphischen Sequenzen, die sich allein aufgrund von 1. und 2. bilden lassen.

Die Definitionen, die für SALWF und SALAM angegeben wurden, werden von SALPHI selbstverständlich übernommen. Hinzukommen aber weitere Definitionen, zunächst:

$V\sigma := O\neg\sigma$ [„Es ist moralisch verboten, dass σ“]
$L\sigma := \neg O\neg\sigma$ [„Es ist moralisch erlaubt, dass σ“][105]
$S\sigma := G\neg\sigma$ [„Das rationale Subjekt schließt aus, dass σ“]
$M\sigma := \neg G\neg\sigma$ [„Das rationale Subjekt hält es für doxastisch möglich, dass σ“;[106] „Das rationale Subjekt schließt nicht aus, dass σ“]
$W^1\sigma := (G\sigma \wedge \sigma)$ [„Das rationale Subjekt weiß im minimalen Sinn, dass σ“]

Insbesondere mit den doxastisch-epistemischen Satzoperatoren verbinden sich schon rein vom logischen Standpunkt viele Fragen. Angesichts der Definition des Satzoperators „M“ kann man sich fragen, ob das angegebene Definiens schon hinreichend für den intendierten Sinn dieses Operators ist – welcher Sinn in zwei *für logisch gleichwertig erachteten* Lesarten neben der Definition in eckigen Klammern angegeben ist. Denn kommt es nicht vor, dass das rationale Subjekt gar keine Meinung über die durch einen gewissen Aussagesatz σ ausgedrückte Proposition hat – vielleicht einfach deshalb nicht hat, weil es noch nie an diese Proposition überhaupt gedacht hat? Da würde ja dann durchaus *in einem gewissen Sinn* gelten, dass das rationale Subjekt nicht ausschließt, dass σ [nicht davon überzeugt ist, dass nicht-σ]; aber es könnte doch keine Rede davon sein, dass das rationale Subjekt *es für*

[105] Statt $\neg O\neg\sigma$ kann hier auch gleich $\neg V\sigma$ gesetzt werden.
[106] „Das rationale Subjekt hält es für doxastisch möglich, dass σ“ [$\neg G\neg\sigma$] darf nicht verwechselt werden mit „Das rationale Subjekt hält es für alethisch [*insbesondere*: allgemeinst-ontisch] möglich, dass σ“ [$G\Diamond\sigma$]. Aus $G\Diamond\sigma$ folgt keineswegs logisch $\neg G\neg\sigma$!

doxastisch möglich hält, dass σ [m. a. W.: dieser Proposition eine subjektive Wahrscheinlichkeit zubilligt, die größer ist als 0].

Dazu ist zu sagen: Ein *rationales menschliches Subjekt*, wenn es mit einer bislang nicht zur Kenntnis genommenen Proposition – ausgedrückt durch den entweder wahren oder falschen Satz σ – konfrontiert würde, müsste *in Folge seiner Rationalität* (1) *bewusst* gegen diese Proposition und nicht auch für sie, oder (2) *bewusst* für sie und nicht auch gegen sie, oder (3) *bewusst* unentschieden zu ihr *Stellung nehmen*: (1) „Ich bin davon überzeugt, dass nicht-σ und nicht davon, dass σ"; oder aber (2) „Ich bin davon überzeugt, dass σ und nicht davon, dass nicht-σ"; oder aber (3) „Ich bin nicht davon überzeugt, dass nicht-σ, aber auch nicht davon, dass σ; d. h.: ich schließe nicht aus, dass σ, aber auch nicht, dass nicht-σ, *d. h.*: *ich halte es für doxastisch möglich,* dass σ, *aber auch für doxastisch möglich,* dass nicht-σ". Was nun *das rationale Subjekt* angeht – welches das (von uns freilich nicht vollständig realisierbare) *Rationalitätsideal* eines (doxastisch Stellung nehmenden, handelnden) Subjekts ist –, so ist idealitätskonform unterstellbar, dass *das rationale Subjekt* mit *jeder* Proposition, die durch einen entweder wahren oder falschen Satz ausdrückbar ist, konfrontiert ist und [seiner Rationalität zufolge] im angegebenen Sinn zu ihr Stellung bezieht: eine der drei beschriebenen Haltungen einnimmt. Angesichts dessen ist klar, dass [bei In-Geltung-Halten des Bivalenzprinzips!] $\neg G \neg \sigma$ stets im Sinne von „Das rationale Subjekt hält es für doxastisch möglich, dass σ" verstanden werden darf; es darf dabei aber nicht vergessen werden, dass dieses Dürfen darauf beruht, dass *das rationale Subjekt* (hier als universell und konsistent Stellung nehmendes doxastisches Subjekt) das *Rationalitätsideal* eines Subjekts ist.

Ein anderes Problem: Angesichts der Definition des Satzoperators „W^1" wird seit langem behauptet (siehe schon Platons *Theaitetos*), dass das angegebene Definiens für den intendierten Sinn dieses Operators – welcher Sinn neben der Definition in eckigen Klammern angegeben ist – nicht hinreichend ist: Wahre Überzeugung sei einfach kein Wissen, nicht einmal im minimalen Sinn. Das Heil wird dann im Begriff der *Begründung* gesucht: Wissen sei wahre *begründete* Überzeugung. Da aber jede Wissensbegründung einen Anfang hat, an welchem Anfang – und zwar auch im Fall von Evidenz – ein schlichter Akt der Anerkennung, des Sich-überzeugt-sein-lassen, stehen muss, ohne den auch die kunstvollste und evidenteste angebliche Wissensbegründung gar keine ist, ist zu konstatieren: Lässt man schlichte wahre Überzeugung nicht als Wissen gelten, dann kann man auch wahre begründete Überzeugung nicht als Wissen gelten lassen; ein Wissen kann eben nur durch ein anderes Wissen, und letztlich nur durch ein nicht weiter begründetes Wissen, begründet werden. [Ein anderes, nicht so elementares Problem für den Begriff des Wissens als wahre *begründete* Überzeugung ist bekanntlich *das Gettier-Problem*.]

Das Gesagte bedeutet nicht, dass es nicht gutvertretbare logisch stärkere (und speziellere) Wissensbegriffe als Wissen im minimalen Sinn gibt. Hier sind drei solcher Wissensbegriffe (definiert für SALPHI):

$W^2\sigma := G(\sigma \wedge \Diamond\neg\sigma) \wedge \sigma \wedge \Diamond\neg\sigma \vee G\Box\sigma \wedge \Box\sigma$[107] [„Das rationale Subjekt hat modalitätsadäquates Wissen davon, dass σ“]

$W^3\sigma := (G\sigma \vee \sigma) \wedge \Box(G\sigma \equiv \sigma)$ [„Das rationale Subjekt hat sich selbst zertifizierendes Wissen davon, dass σ“]

$W^4\sigma := (\Box G\sigma \vee \Box\sigma) \wedge \Box(G\sigma \equiv \sigma)$ [„Das rationale Subjekt hat sich selbst zertifizierendes *notwendiges* Wissen davon, dass σ“]

Sich selbst zertifizierendes Wissen – wo, *etwas zu glauben*, schon *per se* bedeutet, *dass das Geglaubte wahr ist*, und wo auch umgekehrt, *dass Wahres vorliegt*, schon *per se* bedeutet, *dass es geglaubt wird* – ist menschlichen Subjekten bei den Sätzen „Ich denke“, „Ich bin“, „Ich existiere“ gegeben, wenn sie sie (ihrer Indexikalität gemäß) auf sich selbst beziehen. Das war – und ist – die große Entdeckung des Descartes. Sich selbst zertifizierendes *notwendiges* Wissen ist unter allen Subjekten allein Gott vorbehalten[108] – und kommt paradigmatisch bei demselben Satz zum Ausdruck, bei dem bei uns Menschen das *schlichte* sich selbst zertifizierende Wissen zum Ausdruck kommt: „Ich bin.“ [Eine Zentralität des sich selbst zertifizierenden notwendigen Wissens für das Göttliche lässt sich herauslesen aus der Selbstauskunft Gottes – *Ex* 3, 14 – am Berg Horeb: „Ich bin der Ich bin.“]

---

[107] Das Definiens ist unter Anwendung der oben angegebenen Regeln zur Klammerersparnis geschrieben sowie der *zusätzlichen* Regel zur Klammersparnis (die aufgrund einer logischen Gesetzmäßigkeit besteht), dass *innerhalb* einer ∧-Kette die Klammern um durch „∧“ verbundene Glieder weggelassen werden dürfen. Im [hier auch vorliegenden] kürzesten Fall einer ∧-Kette heißt das, dass statt $((\sigma \wedge \sigma') \wedge \sigma'')$ und $(\sigma \wedge (\sigma' \wedge \sigma''))$ geschrieben werden darf: $(\sigma \wedge \sigma' \wedge \sigma'')$.

[108] Woran liegt es, dass das sich selbst zertifizierende notwendige Wissen von einem Menschen nicht erlangt werden kann? Auf den ersten Blick sieht es so aus, als ginge es ja doch. Es ist ja z. B. [allgemeinst-ontisch] notwendig, dass 2+2 gleich 4 ist; es ist deshalb trivialerweise notwendig, dass wenn ein Mensch x glaubt, dass 2+2 4 ist, dass dann 2+2 4 ist. – Was fehlt, ist jedoch die umgekehrte Notwendigkeit, dass wenn 2+2 4 ist, dass dann x auch glaubt, dass 2+2 4 ist. Egal, um welchen Menschen x es sich handelt, es ist stets [allgemeinst-ontisch] möglich, dass 2+2 4 ist und zugleich x nicht glaubt, dass 2+2 4 ist. Wäre es anders, so müsste x notwendigerweise glauben, dass 2+2 4 ist [weil es ja notwendig ist, dass 2+2 4 ist], müsste folglich notwendigerweise existieren, im Sinne von: *notwendigerweise etwas Wirkliches sein* – was keinem Menschen möglich ist.

Aufgabe zum Kapitel **Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 1. Teil: Die Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik und andere reine Satzoperatorensprachen**

Formulieren Sie zehn Sätze von SALPHI mit einer Länge zwischen 10 und 20 Zeichen (ohne Leerzeichen). Jeder der fünf basalen Satzoperatoren von SALPHI soll dabei mindestens einmal vorkommen. Schon definierte Satzoperatoren dürfen verwendet, und die Regeln zur Klammerersparnis dürfen angewendet werden (aber in jedem Fall muss der dargebotene Satz ein korrekt geformter Satz von SALPHI sein). Geben Sie dann für jeden der zehn SALPHI-Sätze einen umgangssprachlichen Satz an, dessen *aussagenlogische Form* (die Weise, in der er mittels Satzoperatoren aus Teilsätzen zusammengesetzt ist) durch den jeweiligen SALPHI-Satz vollständig dargestellt wird. [„$\supset$“ darf durch „Wenn, dann“ interpretiert werden – es sei denn, der umgangssprachliche Satz würde dadurch unsinnig.]

X. Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 2. Teil: Die Sprache der elementaren Prädikatenlogik

1. Die Sprache SPLEM

Die Sprache der elementaren Prädikatenlogik – SPLEM – ist eine sehr tiefgreifende Modifikation der Sprache der wahrheitsfunktionalen Aussagenlogik, SALWF; insbesondere ist sie keine reine Satzoperatorensprache mehr. Sie erfasst einen ganz wesentlichen Teil der logischen Formen der natürlichen Sprache. Ihr „Steckbrief" – ihre Signatur – ist wie folgt:

N: a, b, c, d, a´, b´, c´, d´, a´´, …

N $\rightarrow$ **S**: F, H, J, N, F´, H´, J´, N´, F´´, …

N, N $\rightarrow$ **S**: P, Q, R, T, P´, Q´, R´, T´, P´´, …

N, N, N $\rightarrow$ **S**: P_3, Q_3, R_3, T_3, P_3´, Q_3´, R_3´, T_3´, P_3´´, …

N, N, N, N $\rightarrow$ **S**: P_4, Q_4, R_4, T_4, P_4´, Q_4´, R_4´, T_4´, P_4´´, …

Usw.

S $\rightarrow$ **S**: $\neg$

S, S $\rightarrow$ **S**: $\wedge$

(N $\rightarrow$ **S)** $\rightarrow$ **S**: $\forall$

Variablen: w, x, y, z, w´, x´, y´, z´, w´´, …

Die vollständige syntaktische Beschreibung von SPLEM – erheblich komplexer als die von SALWF – sieht wie folgt aus:

1.

a, b, c, d, a´, b´, c´, d´, a´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren singulären Terme von SPLEM.

w, x, y, z, w´, x´, y´, z´, w´´, … und keine anderen Zeichen sind die Variablen von SPLEM. [*Bzgl. der natürlichen Sprache* wäre die eben angegebene Buchstabenliste eine mögliche graphisch-phonetische Alternative zu der in Fußnote 59 festgelegten Liste der *namenvertretenden Variablen*.]

F, H, J, N, F´, H´, J´, N´, F´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren einstelligen Prädikatskörper von SPLEM.

[*Bzgl. der natürlichen Sprache* wäre die eben angegebene Buchstabenliste eine mögliche graphisch-phonetische Alternative zu der in Fußnote 59 festgelegten Liste der *einstellige Prädikatskörper vertretenden Variablen*.]

P, Q, R, T, P´, Q´, R´, T´, P´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren zweistelligen Prädikatskörper von SPLEM.

[*Bzgl. der natürlichen Sprache* wäre die eben angegebene Buchstabenliste eine mögliche graphisch-phonetische Alternative zu der in Fußnote 59 festgelegten Liste der *zweistellige Prädikatskörper vertretenden Variablen*.]

P_3, Q_3, R_3, T_3, P_3´, Q_3´, R_3´, T_3´, P_3´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren dreistelligen Prädikatskörper von SPLEM.

[Bzgl. der natürlichen Sprache wäre die eben angegebene Buchstabenliste eine mögliche graphisch-phonetische Alternative zu der in Fußnote 59 festgelegten Liste der *dreistellige Prädikatskörper vertretenden Variablen*.]

P_4, Q_4, R_4, T_4, P_4´, Q_4´, R_4´, T_4´, P_4´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren vierstelligen Prädikatskörper von SPLEM.

Usw.

2.

[a] $\pi\tau_1 \ldots \tau_n$ ist ein elementarer Satz von SPLEM genau dann, wenn π ein n-stelliger elementarer Prädikatskörper von SPLEM ist und $\tau_1, \ldots, \tau_n$ elementare singuläre Terme von SPLEM sind.

[$\pi\tau_1 \ldots \tau_n$ ist schlicht $\pi, \tau_1, \ldots, \tau_n$ ohne Abstände und Komma hintereinandergeschrieben; man liest $\pi\tau$ als „τ ist ein π“, $\pi\tau_1\tau_2$ als „τ_1 steht in der Relation π zu τ_2“, und $\pi\tau_1 \ldots \tau_n$, für n = 3, 4, … etc., als „$\tau_1, \ldots, \tau_n$ stehen in der angegebenen Reihenfolge in der n-stelligen Relation π zueinander“.]

[b] Sind σ und σ' Sätze von SPLEM, so auch $\neg\sigma$ und $(\sigma \wedge \sigma')$.

[c] Ist $\sigma[\tau]$ ein Satz von SPLEM, in dem τ – ein elementarer singulärer Term von SPLEM – an einer oder mehreren gewissen Stellen vorkommt, und ist υ eine Variable von SPLEM, die in $\sigma[\tau]$ nicht vorkommt, dann ist $\forall\upsilon\sigma[\upsilon]$ ein Satz von SPLEM.

[υ ersetzt τ an den erwähnten gewissen Stellen in $\sigma[\tau]$, und dem Resultat wird $\forall\upsilon$ vorangestellt; das Resultat liest man als „Für alle υ gilt: $\sigma[\upsilon]$“.]

[d] Sätze von SPLEM sind nur solche graphischen Sequenzen, die sich *allein* aufgrund von **[a]**, **[b]** und **[c]** bilden lassen [d. h.: aufgrund von **[a]** *allein*; oder aufgrund von **[a]** entweder zusammen mit **[b]** *allein* oder zusammen mit **[c]** *allein*; oder aufgrund von **[a]** zusammen mit **[b]** und **[c]** *allein*].

Sämtliche Definitionen für SALWF werden für SPLEM übernommen sowie alle Regeln zur Klammerersparnis. Hinzukommt:

$\exists\upsilon\sigma[\upsilon] := \neg\forall\upsilon\neg\sigma[\upsilon]$ [„Für mindestens ein υ gilt: $\sigma[\upsilon]$“]

Die Vielfalt der Sätze von SPLEM erschöpft die Vielfalt der verwendeten oder verwendbaren elementar-prädikatenlogischen Satzformen der natürlichen Sprache: jede von diesen wird durch einen Satz von SPLEM repräsentiert.[109] Unter den Sätzen von SPLEM befinden sich aber auch solche, die in einer Weise gebildet sind, die kein Mensch je nachvollzogen hat und keiner je nachvollziehen wird, keiner überhaupt nachvollziehen *kann* – einfach deshalb, weil diese Sätze, obwohl sie wie alle Sätze von SPLEM endlich lang und endlich komplex sind, *dafür* viel zu lang und zu komplex sind; *solche* Sätze von SPLEM repräsentieren sicherlich keine natursprachlich verwendeten oder verwendbaren elementar-prädikatenlogischen Satzformen. Auch in anderer Hinsicht geht SPLEM über die Repräsentation natursprachlich verwendeter oder verwendbarer elementar-prädikatenlogischen Formen weit hinaus: SPLEM inkorporiert elementare Prädikatskörper beliebiger endlicher Stellenzahl (größer 0), jeweils unendlich viele; natursprachliche elementare Prädikatskörper[110] dürften aber eine Stellenzahl von höchstens 4 haben, oder jedenfalls von nicht viel mehr als 4 (eine Stellenzahl von 4 hat z. B. „_ ist _ ähnlicher als _ dem/der _“), und ihre Anzahl dürfte endlich sein. [Man beachte: Die Vervielfältigung von Ausdrücken durch das bloße Anhängen von numerischen Indices, wodurch unendlich viele Ausdrücke „produziert“ werden können, gehört nicht in die natürliche Sprache – die Umgangssprache –, sondern ist bereits ein *logik*sprachliches Mittel.]

Einen Überblick über die Arten von Sätzen von SPLEM verschafft die folgende Einteilung:

(i) elementare [oder „atomare“] Sätze von SPLEM, z. B.:

Fa, Rbc, Q_3dd´a, Hc´´, T_3bbb, …

(ii) nichtquantifizierte und nichtelementare [oder „molekulare“] Sätze von SPLEM, z. B.:

[109] Eine entsprechende Ausschöpfungsaussage lässt sich wahrheitsgemäß für die Sätze von SALWF und *die wahrheitsfunktional-aussagenlogischen Satzformen* der natürlichen Sprache machen, und für die Sätze von SALAM und *die einfachen alethisch-modalen Satzformen* der natürlichen Sprache, und für die Sätze von SALPHI und *die basalphilosophisch aussagenlogischen Satzformen* der natürlichen Sprache.

[110] Zum Prädikatskörperbegriff in Anwendung auf die natürliche Sprache siehe Kap. V, Anhang.

$(\neg Rbc \wedge Fa)$, $\neg(Hc'' \wedge \neg Q_3dd'a)$, $\neg(Rbc \supset (Fa \equiv \neg Hc''))$, $Fa \vee Rbc \wedge Q_3dd'a$,[111] $Fa \wedge Rbc \vee Q_3dd'a \supset \neg Hc'' \vee T_3bbb$,[112] …

(iii) quantifizierte Sätze von SPLEM mit mindestens einem singulären Term, z. B.:

$\exists x(Fx \wedge \exists z(Hz \wedge (Rzc \wedge Q_3dzx)))$, $\exists xQ_3dxa$, $\forall z(Hz \supset \neg Q_3dza)$, $\forall wRwc$, $\forall x'(Fx' \vee \exists y(Ryc \wedge Q_3yd'x'))$, …

(iv) vollquantifizierte Sätze von SPLEM (also ganz ohne singuläre Terme), z. B:

$\forall xHx$, $\forall x\exists yRxy$, $\neg\exists wT_3www$, $\forall y(\exists xRyx \supset (Fy \equiv \neg Hy))$, $\forall z(Hz \supset \exists x\exists w\neg Q_3xzw)$, $\neg\forall x(\neg\forall yRyx \wedge Fx)$, …

2. Übersetzen in die – und aus der – Sprache SPLEM

Übersetzen *in* und *aus* der Sprache SPLEM ist – in der „*in*"-Richtung – der Übergang von einem natursprachlichen (hier: deutschen) Aussagesatz *zu* der Darstellung seiner vollständigen elementar-prädikatenlogischen Form durch einen Satz von SPLEM, und umgekehrt – in der „*aus*"-Richtung –, der Übergang von einem Satz von SPLEM *zu* einem natursprachlichen Aussagesatz, dessen vollständige elementar-prädikatenlogische Form durch den fraglichen Satz von SPLEM dargestellt wird. Korrektes Übersetzen in und aus SPLEM ist keine einfache Sache. Wirklich gut darin wird man nur durch Übung, Übung, Übung. Hier können selbstverständlich nur einige Beispiele geboten werden, hoffentlich wegweisende:

Deutsch: Fritz liebt Anna

Logik-Deutsch: [_ liebt _](Fritz, Anna)

SPLEM: Rab

Für unzählige Sätze des Deutschen gilt, dass ihre vollständige elementar-prädikatenlogische Form durch „Rab" dargestellt wird. Genauso gut wird sie aber z. B. durch „Qcd" dargestellt.

Deutsch: Fritz liebt eine junge Frau.

Logik-Deutsch:

1. Schritt: Für mindestens ein x gilt: x ist jung und x ist eine Frau und Fritz liebt x.

[111] Der Satz von SPLEM, auf den sich diese Fußnote bezieht, ist unter Anwendung der Regeln der Klammerersparnis in abgekürzter Form geschrieben. Wie sieht er aus, wenn *keine* SPLEM-Regel der Klammerersparnis zum Einsatz kommt?

[112] Der Satz von SPLEM, auf den sich diese Fußnote bezieht, ist unter Anwendung der Regeln der Klammerersparnis in Kurzform geschrieben. Wie sieht er aus, wenn bei ihm keine SPLEM-Regel der Klammerersparnis zum Einsatz kommt? – Und wie sieht er aus, wenn bei ihm *zudem* keine SPLEM-Definition zum Einsatz kommt?

2. Schritt: Für mindestens ein x gilt: [_ ist jung](x) und [_ ist eine Frau](x) und [_ liebt _](Fritz, x).

SPLEM: $\exists x(Jx \land Fx \land Rax)$.[113]

Für unzählige Sätze des Deutschen gilt, dass ihre vollständige elementar-prädikatenlogische Form durch „$\exists x(Jx \land Fx \land Rax)$" dargestellt wird. Genauso gut wird sie aber z. B. durch „$\exists w(Hw \land Nw \land Qcw)$" dargestellt.

Deutsch: Fritz liebt eine junge Frau, die ihn nicht liebt.

Logik-Deutsch:

1. Schritt: Für mindestens ein x gilt: x ist jung und x ist eine Frau und Fritz liebt x und es ist nicht der Fall, dass x Fritz liebt.

2. Schritt: Für mindestens ein x gilt: [_ ist jung](x) und [_ ist eine Frau](x) und [_ liebt _](Fritz, x) und es ist nicht der Fall, dass [_ liebt _](x, Fritz).

SPLEM: $\exists x(Jx \land Fx \land Rax \land \neg Rxa)$.

Oder auch: $\exists w(Hw \land Nw \land Qcw \land \neg Qwc)$, oder noch wieder anders (die Möglichkeiten sind unendlich viele) – *wenn auch mit stets derselben Struktur*. Worauf es hingegen nicht ankommt, ist: konkret welche Variable, konkret welcher singuläre Term und konkret welcher Prädikatskörper von SPLEM verwendet wird – solange dieser Letztere nur die richtige Stellenzahl hat.

Deutsch: Jede Ursache eines physischen Ereignisses ist selbst physisch. [Dies ist das sogenannte „*Starke* Prinzip der kausalen Geschlossenheit der physischen Welt".]

Logik-Deutsch: Für alle x gilt: wenn für mindestens ein y gilt: y ist physisch und y ist ein Ereignis und x ist eine Ursache von y, dann ist x physisch. [Den *2. Schritt* im *Logik-Deutsch* sollten Sie jetzt schon rein gedanklich vollziehen können; wenn nicht, schreiben Sie ihn hin.]

SPLEM: $\forall x(\exists y(Fy \land Hy \land Qxy) \supset Fx)$.

Deutsch: Jedes physische Ereignis, das überhaupt eine Ursache hat, hat auch eine physische Ursache. [Dies ist das sogenannte „*Schwache* Prinzip der kausalen Geschlossenheit der physischen Welt".]

[113] Von der Regel zur Klammersparnis, dass innerhalb einer $\land$-Kette die Klammern weggelassen werden dürfen (siehe Fußnote 107 im vorausgehenden Kapitel), wird hier Gebrauch gemacht.

Logik-Deutsch: Für alle y gilt: wenn y physisch ist und y ein Ereignis ist und für mindestens ein x gilt: x ist eine Ursache von y, dann gilt auch für mindestens ein z: z ist physisch und z ist eine Ursache von y.

SPLEM: $\forall y(Fy \wedge Hy \wedge \exists xQxy \supset \exists z(Fz \wedge Qzy))$.[114]

Das Starke und das Schwache Prinzip der kausalen Geschlossenheit der physischen Welt heißen übrigens nicht umsonst „stark" bzw. „schwach", sondern das Schwache Prinzip folgt elementar-prädikatenlogisch aus dem Starken, während das Starke Prinzip nicht elementar-prädikatenlogisch aus dem Schwachen folgt (das Letztere ist also elementar-prädikatenlogisch „schwächer" als das Erstere). Der Grund dafür ist, dass der folgende Satz von SPLEM (der die beiden Prinzipien durch Materiale Implikation miteinander verbindet): $\forall x(\exists y(Fy \wedge Hy \wedge Qxy) \supset Fx) \supset \forall y(Fy \wedge Hy \wedge \exists xQxy \supset \exists z(Fz \wedge Qzy))$, ein *Gesetz* der [*oder*: in der] elementaren Prädikatenlogik ist (während die Umkehrung davon, $\forall y(Fy \wedge Hy \wedge \exists xQxy \supset \exists z(Fz \wedge Qzy)) \supset \forall x(\exists y(Fy \wedge Hy \wedge Qxy) \supset Fx)$, *keines* ist): *Egal*, welche natursprachlichen einstelligen Prädikatskörper für „F" und „H" eingesetzt werden und welcher natursprachliche zweistellige Prädikatskörper für „Q" eingesetzt wird, und *egal*, welche Umstände obwalten, es resultiert aus dem angegebenen Satz von SPLEM immer ein wahrer Aussagesatz des Logik-Deutschen[115] – *vorausgesetzt* [als Einschränkung für das „*egal*"], es ist zumindest im jeweils gegebenen gemeinsamen Äußerungskontext der Fall, dass die eingesetzten Prädikatskörper π je nach ihrer Stellenzahl dem Bivalenzprinzip gehorchen [d. h.: πa bzw. πab ist entweder wahr oder falsch, ganz egal, was „a" und was „b" bezeichnet]; und *vorausgesetzt*, $\forall x(\exists y(Fy \wedge Hy \wedge Qxy) \supset Fx) \supset \forall y(Fy \wedge Hy \wedge \exists xQxy \supset \exists z(Fz \wedge Qzy))$ repräsentiert adäquat („ist") die *vollständige* logische Form des resultierenden Aussagesatzes.

Der vorausgehende Satz ist eine Charakterisierung dessen, was es für *den angegebenen Satz* von SPLEM heißt, ein *Gesetz* der elementaren Prädikatenlogik zu sein. Die *allgemeine*

---

[114] *Zwei* Regeln der Klammerersparnis kommen hier zum Einsatz. Welche?

[115] Um *Logik*-Deutsch handelt es sich, weil in ihm die Variablen von SPLEM erhalten bleiben (was eine nicht unerhebliche Abweichung von der natürlichen Sprache ist). In derjenigen Ausgestaltung des Logik-Deutschen, mit der *hier* gearbeitet wird, werden die Symbole der logischen Konstanten durch deutsche Ausdrücke ersetzt, die als Synonyme dieser Symbole intendiert sind. In einer anderen *graphischen* Ausgestaltung des Logik-Deutschen könnte man die Symbole der logischen Konstanten auch gleich stehenlassen, unübersetzt; da ist dann *schon allein bei den Satzoperatoren* der Unterschied zur natürlichen Sprache jedenfalls *graphisch* offenkundig. Aber auch in der *hier* verwendeten Fassung des Logik-Deutschen zeigt *schon allein bei den Satzoperatoren* die Ersetzung von „$\supset$" durch das genau einschlägige „impliziert material" (statt des nur *cum grano salis* akzeptablen „Wenn, dann") unverkennbar die Verwendung von *Logik-Deutsch* an.

Charakterisierung von *Gesetzen* der elementaren Prädikatenlogik *muss noch auf Zusätzliches* Rücksicht nehmen: Ein Satz σ von SPLEM ist ein *Gesetz* der [*oder*: in der] elementaren Prädikatenlogik genau dann, wenn gilt: *Egal*, welche natursprachlichen n-stelligen Prädikatskörper für die n-stelligen elementaren Prädikatskörper (von SPLEM) in σ eingesetzt werden, und *egal*, *welche natursprachlichen singulären Terme für die elementaren singulären Terme* (von SPLEM) *in* σ *eingesetzt werden* und welche Umstände obwalten, es resultiert aus σ immer ein wahrer Aussagesatz des Logik-Deutschen – *vorausgesetzt* [als Einschränkung für das „*egal*“], es ist zumindest im jeweils gegebenen gemeinsamen Äußerungskontext der Fall, dass (i) die eingesetzten Prädikatskörper π je nach ihrer Stellenzahl dem Bivalenzprinzip gehorchen [d. h.: πa bzw. πbc bzw. πabc bzw. … ist entweder wahr oder falsch, ganz egal, was „a“, „b“, „c“, … bezeichnen[116]] und dass (ii) *jeder der eingesetzten singulären Terme etwas bezeichnet*; und *vorausgesetzt*, σ repräsentiert adäquat („ist“) die *vollständige* logische Form des resultierenden Aussagesatzes.

Das obige Beispiel für ein Gesetz der elementaren Prädikatenlogik ist schon einigermaßen komplex (oder sieht zumindest auf den ersten Blick so aus). Es lässt sich jedoch zeigen, dass alle Gesetze der elementaren Prädikatenlogik auf äußerst einfache Grundgesetze zurückführbar sind – was nun aber nicht Thema der logischen Grammatik ist, sondern der Logik selbst. Auch bei einfachen Gesetzen der elementaren Prädikatenlogik kommt es freilich vor, dass sie übersehen werden; sie können sich nämlich gewissermaßen *verbergen*. Das berühmteste Beispiel ist dieses: In den Anfängen der Mengenlehre nahm man an, dass das Satzschema „Es gibt eine Menge, die genau diejenigen Entitäten y als Elemente hat, für die gilt F(y)“ einen wahren Satz liefert, egal, welchen natursprachlichen einstelligen [und im Sinn, der im vorausgehenden Absatz angegeben wurde, *bivalenten*] Prädikatskörper man für „F“ einsetzt. Man ging folglich davon aus, dass der folgende Satz wahr ist: „Es gibt eine Menge, die genau diejenigen Entitäten als Elemente hat, die keine Selbstelemente sind“. Doch dieser Satz ist tatsächlich falsch [wie Bertrand Russell als Erster bemerkte]; denn die genau gegenteilige Aussage – „Es ist nicht der Fall, dass es eine Menge gibt, die genau diejenigen Entitäten als Elemente hat, die keine Selbstelemente sind“ – ist wahr. Sie ist wahr, weil $\neg\exists x(Jx \wedge Nx \wedge \forall y(Ryx \equiv \neg Ryy))$ ein *Gesetz* (im oben definierten Sinn) der elementaren Prädikatenlogik ist, *folglich* (die *Voraussetzungen* für dieses „folglich“ sind

[116] Die elementaren singulären Terme von SPLEM werden hier also in die semi-natürliche Sprache – ins Logik-Deutsche – übernommen – *aber nur* für den ersichtlichen Zweck (nämlich für die Beschreibung dessen, dass die Prädikatskörper dem Bivalenzprinzip gehorchen), nicht darüber hinaus.

erfüllt) die nachfolgende logikdeutsche Aussage wahr ist: „Es ist nicht der Fall, dass für mindestens ein x gilt: es gibt x und x ist eine Menge und für alle y gilt: y ist ein Element von x genau dann, wenn es nicht der Fall ist, dass y ein Element von y ist"; und wenn diese Aussage des Logik-Deutschen wahr ist, muss auch jede ihr „idiomatisch" entsprechende Aussage des *Deutschen* wahr sein, also auch: „Es ist nicht der Fall, dass es eine Menge gibt, die genau diejenigen Entitäten als Elemente hat, die keine Selbstelemente sind". [$\neg\exists x(Jx \wedge Mx \wedge \forall y(Ryx \equiv \neg Ryy))$ ist – besser gesagt: *repräsentiert adäquat* – die vollständige elementar-prädikatenlogische Form, ja, überhaupt die vollständige logische Form aller dieser wahren – und keineswegs zugleich falschen – Aussagen.]

Aufgabe zum Kapitel **Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 2. Teil: Die Sprache der elementaren Prädikatenlogik**

Formulieren Sie zehn Sätze von SPLEM mit einer Länge zwischen 10 und 25 Zeichen (ohne Leerzeichen). Dabei soll in mindestens fünf der zehn Sätze ein zweistelliger elementarer Prädikatskörper von SPLEM vorkommen, in mindestens zwei ein dreistelliger. In SPLEM schon definierte Satzoperatoren und der dort schon definierte Quantor dürfen verwendet werden, und die Regeln zur Klammerersparnis dürfen angewendet werden (aber in jedem Fall muss der dargebotene Satz ein korrekt geformter Satz von SPLEM sein). Geben Sie dann für jeden der zehn SPLEM-Sätze einen umgangssprachlichen Satz an, dessen *elementar-prädikatenlogische Form* seine vollständige logische Form ist und durch den jeweiligen SPLEM-Satz vollständig dargestellt wird. [„$\supset$“ darf durch „Wenn, dann“ interpretiert werden – es sei denn, der umgangssprachliche Satz würde dadurch unsinnig.]

XI. Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 3. Teil: Erweiterungen der Sprache der elementaren Prädikatenlogik

1. Die Sprache der extensionalen Prädikatenlogik 1. Stufe[117] mit Identität und Kennzeichnung

Die Sprache SPLEMIK ist die Erweiterung der Sprache SPLEM um das *Identitätsprädikat* und den *singularischen Kennzeichnungsoperator im engen Sinn* (siehe dazu Kap. V), im Folgenden kurz „der Kennzeichnungsoperator". Die Signatur von SPLEMIK ist dementsprechend diese:

N: a, b, c, d, a´, b´, c´, d´, a´´, …

N $\rightarrow$ **S**: F, H, J, N, F´, H´, J´, N´, F´´, …

N, N $\rightarrow$ **S**: =, P, Q, R, T, P´, Q´, R´, T´, P´´, …

N, N, N $\rightarrow$ **S**: P_3, Q_3, R_3, T_3, P_3´, Q_3´, R_3´, T_3´, P_3´´, …

N, N, N, N $\rightarrow$ **S**: P_4, Q_4, R_4, T_4, P_4´, Q_4´, R_4´, T_4´, P_4´´, …

Usw.

S $\rightarrow$ **S**: $\neg$

S, S $\rightarrow$ **S**: $\wedge$

(N $\rightarrow$ **S)** $\rightarrow$ **S**: $\forall$

(N $\rightarrow$ **S)** $\rightarrow$ **N**: ι

Variablen: w, x, y, z, w´, x´, y´, z´, w´´, …

Die vollständige syntaktische Beschreibung von SPLEMIK ist gegenüber der von SPLEM wesentlich erweitert und sieht wie folgt aus:

1.

a, b, c, d, a´, b´, c´, d´, a´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren singulären Terme von SPLEMIK.

w, x, y, z, w´, x´, y´, z´, w´´, … und keine anderen Zeichen sind die Variablen von SPLEMIK.

[117] „1. Stufe" bedeutet hier, dass in der fraglichen Formensprache Quantifikation und Kennzeichnung nur bzgl. solcher durch Variablen markierter Stellen *in Prädikaten* dargestellt werden, *an denen sonst* (ohne die Markierung durch Variablen) *sinnvollerweise singuläre Terme zu stehen haben*: singularische Namen i. e. S. „Extensional" bedeutet hier, dass nur logische Formen dargestellt werden, die für sich genommen keinen Anlass geben, über Extensionen hinaus Intensionen oder gar Bedeutungen in Betracht zu ziehen.

F, H, J, N, F´, H´, J´, N´, F´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren einstelligen Prädikatskörper von SPLEMIK.

=, P, Q, R, T, P´, Q´, R´, T´, P´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren zweistelligen Prädikatskörper von SPLEMIK.

P_3, Q_3, R_3, T_3, P_3´, Q_3´, R_3´, T_3´, P_3´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren dreistelligen Prädikatskörper von SPLEMIK.

P_4, Q_4, R_4, T_4, P_4´, Q_4´, R_4´, T_4´, P_4´´, … und keine anderen Zeichen sind die elementaren vierstelligen Prädikatskörper von SPLEMIK.

Usw.

2.

[a] $\pi\tau_1\ldots\tau_n$ ist ein elementarer Satz von SPLEMIK genau dann, wenn π ein von „=“ verschiedener n-stelliger elementarer Prädikatskörper von SPLEMIK ist und $\tau_1, \ldots, \tau_n$ elementare singuläre Terme von SPLEMIK sind.

$(\tau_1=\tau_2)$ ist ein elementarer Satz von SPLEMIK genau dann, wenn τ_1 und τ_2 elementare singuläre Terme von SPLEMIK sind.

[Die Klammer um $(\nu=\nu')$ kann fast immer weggelassen werden, aber nicht – aus ästhetischen Gründen – in graphischen Sequenzen der Gestalt $\neg(\nu=\nu')$ oder der Gestalt $\Omega\nu(\nu=\nu')$ bzw. $\Omega\nu'(\nu=\nu')$; hierbei stehen „ν“ und „ν'“ für einen singulären Term oder eine Variable von SPLEMIK, und „Ω“ für „ι“ oder für „$\forall$“ oder einen definierten Quantor von SPLEMIK.]

[b] Sind σ und σ' Sätze von SPLEMIK, so auch $\neg\sigma$ und $(\sigma \wedge \sigma')$.

[c] Ist $\sigma[\tau]$ ein Satz von SPLEMIK, in dem τ – ein elementarer singulärer Term von SPLEMIK – an einer oder mehreren gewissen Stellen vorkommt, und ist υ eine Variable von SPLEMIK, die in $\sigma[\tau]$ nicht vorkommt, dann ist $\forall\upsilon\sigma[\upsilon]$ ein Satz von SPLEMIK und $\iota\upsilon\sigma[\upsilon]$ ein singulärer Kennzeichnungsterm von SPLEMIK.

[υ ersetzt τ an den erwähnten gewissen Stellen in $\sigma[\tau]$, und dem Resultat wird $\forall\upsilon$ bzw. $\iota\upsilon$ vorangestellt; das Resultat liest man als „Für alle υ gilt: $\sigma[\upsilon]$“ bzw. als „dasjenige υ, für das gilt: $\sigma[\upsilon]$“. Die *Reichweite* von $\forall\upsilon$ bzw. $\iota\upsilon$ ist das Prädikat $\sigma[\upsilon]$ von SPLEMIK, das auf $\forall\upsilon$ bzw. $\iota\upsilon$ unmittelbar in Klammern folgt oder, wenn die Klammern fehlen, das vollständige Prädikat von SPLEMIK, das $\forall\upsilon$ bzw. $\iota\upsilon$ am nächsten steht.]

[d] Ist $\iota\upsilon\sigma[\upsilon]$ ein singulärer Kennzeichnungsterm von SPLEMIK und $\sigma'[\tau]$ ein Satz von SPLEMIK, in dem τ – ein elementarer singulärer Term von SPLEMIK – an einer oder mehreren gewissen Stellen vorkommt, in dem aber die Variable υ nicht vorkommt, dann ist σ´[ιυσ[υ]] ein Satz von SPLEMIK.

[ιυσ[υ] ersetzt τ an den erwähnten gewissen Stellen in σ´[τ], wodurch σ´[ιυσ[υ]] resultiert. Da υ in σ´[τ] nicht vorkommt, kann es nicht passieren, dass irgendein Vorkommnis in σ´[τ] von „ι" oder „∀" oder auch eines definierten Quantors von SPLEMIK sich auf υ in σ´[ιυσ[υ]] *bindend* bezieht, welches dort – in den substituierten Vorkommnissen von ιυσ[υ] – doch schon durch ιυ *gebunden* ist: Mehrfachbindung – und somit Konfusion – unterbleibt.]

[e] Sätze und singuläre Kennzeichnungsterme von SPLEMIK sind nur solche graphischen Sequenzen, die sich allein aufgrund von **[a]**, **[b]**, **[c]** und **[d]** bilden lassen.

Sämtliche Definitionen für SPLEM und Regeln der Klammerersparnis werden für SPLEMIK übernommen. Hinzukommen die folgenden Definitionen:

(ν≠ν´) := ¬(ν=ν´) [„ν ist verschieden von ν´"][118]

$\exists^{=1}$υσ[υ] := ∃υ(σ[υ] ∧ ∀υ´(σ[υ´] ⊃ υ´=υ)) [„Für genau ein υ gilt: σ[υ]"]

$\exists^{\leq 1}$υσ[υ] := ∀υ∀υ´(σ[υ] ∧ σ[υ´] ⊃ υ=υ´) [„Für höchstens ein υ gilt: σ[υ]"]

$\exists^{=2}$υσ[υ] := ∃υ∃υ´(σ[υ] ∧ σ[υ´] ∧ υ≠υ´ ∧ ∀υ´´(σ[υ´´] ⊃ υ´´=υ ∨ υ´´=υ´))[119] [„Für genau zwei υ gilt: σ[υ]"]

$\exists^{\geq 2}$υσ[υ] := ∃υ∃υ´(σ[υ] ∧ σ[υ´] ∧ υ≠υ´) [„Für mindestens zwei υ gilt: σ[υ]"]

$\exists^{\leq 2}$υσ[υ] := ∀υ∀υ´∀υ´´(σ[υ] ∧ σ[υ´] ∧ σ[υ´´] ⊃ υ=υ´ ∨ υ=υ´´ ∨ υ´=υ´´) [„Für höchstens zwei υ gilt: σ[υ]"]

Usw.

Durch die Hinzunahme des *Identitätsprädikats* und des *singularischen Kennzeichnungsoperators im engen Sinn*[120] zu SPLEM – also durch den Übergang zur Sprache SPLEMIK – werden sehr viele logische Formen der natürlichen Sprache allererst darstellbar. Z. B. kann die *vollständige* logische Form des folgenden Satzes [einer wahren Behauptung in der Theorie der menschlichen biologischen Verwandtschaftsbeziehungen] durch SPLEM nicht dargestellt werden, durch SPLEMIK hingegen sehr wohl: „Jeder Mensch hat genau zwei Elternteile, und zwar genau einen männlichen und genau einen weiblichen, der männliche Elternteil ist sein Vater, der weibliche seine Mutter, und der Vater von ihm ist verschieden von der Mutter von ihm". Die vollständige logische Form ist in der Darstellung durch einen

[118] Was Klammerersparnis angeht, verhält sich (ν≠ν´) genauso wie (ν=ν´).
[119] Eine Reihe von Regeln zur Klammerersparnis kommt hier zum Einsatz.
[120] Zu den verschiedenen prädikatbezogenen Kennzeichnern siehe Kap. V.

Satz von SPLEMIK (*einen* von unendlich vielen strukturgleichen Sätzen von SPLEMIK, die allesamt Darstellungen von ihr sind) diese: $\forall x(Hx \supset \exists^{=2}yTyx \wedge \exists^{=1}y(Ny \wedge Tyx) \wedge \exists^{=1}y(Fy \wedge Tyx) \wedge \iota y(Ny \wedge Tyx)=\iota yPyx \wedge \iota y(Fy \wedge Tyx)=\iota yQyx \wedge \iota yPyx\neq\iota yQyx)$.

SPLEMIK scheint an seine Grenzen zu stoßen, wenn man dem eben angeführten Satz hinzufügt: „Der Vater und die Mutter eines beliebigen Menschen sind seine Eltern“ – deshalb, weil damit eine *pluralische* Identitätsaussage gemacht wird. Die logische Form dieses Satzes lässt sich aber in SPLEMIK immerhin *völlig adäquat* (d. h.: *logische Äquivalenz* wahrend) *umschreiben*: $\forall x(Hx \supset \forall z(Tzx \equiv z=\iota yPyx \vee z=\iota yQyx) \wedge \iota yPyx\neq\iota yQyx)$. Ein verwandtschaftstheoretischer Satz, dessen vollständige logische Form durch den letzteren Satz von SPLEMIK nicht nur umschrieben, sondern *dargestellt* wird, ist demgegenüber dieser: „Elternteil eines beliebigen Menschen ist etwas genau dann, wenn es sein Vater oder seine Mutter ist, wobei sein Vater und seine Mutter verschieden sind“. [Man überzeugt sich leicht, dass dieser letztere Satz nicht wahr sein kann, ohne dass „Der Vater und die Mutter eines beliebigen Menschen sind seine Eltern“ ebenfalls wahr ist, und dass, umgekehrt, „Der Vater und die Mutter eines beliebigen Menschen sind seine Eltern“ nicht wahr sein kann, ohne dass jener Satz ebenfalls wahr ist; es liegt ein Fall von *logischer Äquivalenz* vor.]

Wenn sie auch schon sehr ausdrucksstark ist, so kann doch aus SPLEMIK eine Sprache der logischen Formen der natürlichen Sprache gemacht werden, die noch ausdruckstärker, noch reichhaltiger als SPLEMIK ist – etwa dadurch, dass man die drei „philosophischen“ einstelligen Satzoperatoren $\Diamond$, O, G zu SPLEMIK hinzunimmt. Schon die bloße Hinzunahme von $\Diamond$ lässt die Dinge aber kompliziert (und kontrovers) werden – *nicht*, was die Ausdrucksformen angeht, sehr wohl aber, was die Theorie logischer Wahrheit betrifft, die diesen Ausdrucksformen angemessen ist, besser gesagt: angemessen *sein soll*. Was die extensionale Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung angeht, so können ihre Grundgesetze in einigen wenigen (unter Anwendung der Regeln der Klammersparnis geschriebenen) Schemata (für Sätze von SPLEMIK) axiomatisch wie folgt zusammengefasst werden (in einer Weise, die letztlich auf Gottlob Frege zurückgeht):

$\sigma \supset (\sigma' \supset \sigma)$

$(\sigma \supset (\sigma' \supset \sigma'')) \supset ((\sigma\supset\sigma') \supset (\sigma \supset \sigma''))$

$(\neg\sigma \supset \neg\sigma') \supset (\sigma' \supset \sigma)$

$\sigma, \sigma \supset \sigma' \Rightarrow \sigma'$

$\forall\upsilon\sigma[\upsilon] \supset \sigma[\tau]$

$\sigma' \supset \sigma[\alpha] \Rightarrow \sigma' \supset \forall\upsilon\sigma[\upsilon]$ (wobei α ein elementarer singulärer Term von SPLEMIK ist, der in $\sigma' \supset \forall\upsilon\sigma[\upsilon]$ nicht mehr vorkommt)

$\tau=\tau$

$\tau'=\tau \wedge \sigma[\tau] \supset \sigma[\tau']$

$\exists^{=1}\upsilon\sigma[\upsilon] \supset \sigma[\iota\upsilon\sigma[\upsilon]]$

„$\Rightarrow$" besagt hierbei: Wenn der Satz – oder durch Komma getrennt: *die Sätze* – vor „$\Rightarrow$" ein logisches Gesetz ist / logische Gesetze sind, dann ist auch der Satz nach „$\Rightarrow$" ein logisches Gesetz. Nun wird statt $\sigma_1 \wedge \ldots \wedge \sigma_n \supset \sigma'$, *wenn* es sich bei einem solchen Satz um ein logisches Gesetz handelt, gerne geschrieben: $\sigma_1, \ldots, \sigma_n \rightarrow \sigma'$; der *so* verwendete Pfeil „$\rightarrow$" ist vom Pfeil „$\Rightarrow$", wie er *soeben* verwendet wurde, nicht nur der Gestalt nach, sondern auch seiner Bedeutung nach *verschieden*: Der erstere Pfeil bringt eine Beziehung der Schlussfolge zwischen *Sätzen* (hier: Sätzen von SPLEMIK) zum Ausdruck, der zweite nur eine Beziehung der Schlussfolge zwischen *Gesetzen* (hier: Gesetzen der extensionalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung). – Im Folgenden wird „$\rightarrow$" einige Male im eben beschriebenen Sinn verwendet. [Das Symbol wurde auch schon in mehr oder minder anderem Sinn verwendet; Gleiches gilt für „$\Rightarrow$".]

2. Die Sprache der einfachen alethisch-modalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung

Die Sprache SPLEMIKAM geht aus der Sprache SPLEMIK durch Hinzufügung des einstelligen Satzoperators $\Diamond$ [„Es ist möglich, dass", Kategorie **S $\rightarrow$ S**] hervor. Die Signatur von SPLEMIKAM und die vollständige syntaktische Beschreibung von SPLEMIKAM sind dementsprechend gegenüber der Signatur von SPLEMIK und der vollständigen syntaktischen Beschreibung von SPLEMIK modifiziert (nämlich: ergänzt). Sämtliche Definitionen für SPLEMIK und Regeln der Klammerersparnis werden für SPLEMIKAM übernommen; *hinzukommen* aber noch die Definitionen für SALAM (siehe Kap. IX). [In $\Diamond(\nu=\nu')$ und $\Diamond(\nu\neq\nu')$ – und zudem auch dann, wenn dort ein definierter Modaloperator an der Stelle von $\Diamond$ ist – bleiben die Klammern stets stehen, wie ja auch in $\neg(\nu=\nu')$ und $\neg(\nu\neq\nu')$.]

Für die Philosophie besonders wichtige logische Unterscheidungen, die sich mithilfe von SPLEMIKAM darstellen bzw. illustrieren lassen, sind die folgenden:

(1) Die Unterscheidung zwischen rigiden und nichtrigiden singulären Termen:

δ ist ein rigider singulärer Term der natürlichen Sprache genau dann, wenn ein Satz von SPLEMIKAM-Deutsch[121] der Gestalt $\exists\upsilon\Box(\delta = \upsilon)$ wahr ist. „8" ist hiernach ein rigider singulärer Term der natürlichen Sprache, denn „$\exists x\Box(8 = x)$" ist wahr; „die Anzahl der Planeten" ist hingegen kein rigider Term der natürlichen Sprache, denn kein Satz von SPLEMIKAM-Deutsch der Gestalt $\exists\upsilon\Box$(die Anzahl der Planeten = υ) ist wahr. Das Zentralprinzip der Identitätslogik – $\tau'=\tau$, $\sigma[\tau] \rightarrow \sigma[\tau']$[122] – lässt sich *dennoch* als Prinzip der einfachen alethisch-modalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung aufrechterhalten – für Anwendungen, wo die Formensprache dieser Logik, SPLEMIKAM, für die Erfassung der relevanten logischen Formen voll zureichend ist –, *wenn* man – das Prinzip *einschränkend* – verlangt, dass τ' und τ rigide singuläre Terme sind. [Freilich gibt es in der natürlichen Sprache Kontexte – außerhalb der Reichweite von SPLEMIKAM-Deutsch fallende; vgl. Fußnote 121 –, wo auch das nicht mehr hilft: Ein in der jüngeren Geschichte völlig Unbewanderter weiß (dennoch), dass Lenin Lenin ist, aber er weiß nicht, dass Wladimir Iljitsch Uljanow Lenin ist, obwohl es tatsächlich so ist und obwohl sowohl „Lenin" als auch „Wladimir Iljitsch Uljanow" rigide singuläre Terme sind. Vgl. die Diskussion der Einwände gegen das Leibniz-Prinzip in Kap. IV.]

(2) Die Unterscheidung zwischen Modalität *de re* und Modalität *de dicto*:

Stehe „Ω" für einen Quantor von SPLEMIKAM, basal oder definiert, und stehe „Θ" für einen Modaloperator von SPLEMIKAM, basal oder definiert. Sätze von SPLEMIKAM-Deutsch der Gestalt $\Omega\upsilon\Theta\sigma[\upsilon]$ und singuläre Terme von SPLEMIKAM-Deutsch der Gestalt $\iota\upsilon\Theta\sigma[\upsilon]$ sind *de-re*-modal, und zudem gilt der Teilausdruck $\Theta\sigma[\upsilon]$ des Satzes $\Omega\upsilon\Theta\sigma[\upsilon]$ (oder des singulären Terms $\iota\upsilon\Theta\sigma[\upsilon]$) und überhaupt jedes modalisierte Prädikat des SPLEMIKAM-Deutschen – auch dann, wenn nur manches, nicht jedes freie Vorkommnis einer Variablen in ihm im Bereich eines Modaloperators von SPLEMIKAM steht – als *de-re*-modal. *Sätze* von SPLEMIKAM-Deutsch der Gestalt $\Theta\sigma$ sind hingegen *de-dicto*-modal (und als solche offensichtlich nicht *de-re*-modal).

[121] SPLEMIKAM-Deutsch ist eine eingeschränkte Sonderform von Logik-Deutsch. Es ist formaler als das Logik-Deutsch, das sonst hier verwendet wurde: SPLEMIKAM-Deutsch integriert neben den Variablen auch alle logischen Symbole von SPLEMIKAM ins geschriebene Deutsch. SPLEMIKAM-Deutsch beschränkt sich zudem ausschließlich auf Sätze, deren logische Form in SPLEMIKAM *vollständig* dargestellt werden kann.

[122] Lies: „Aus der Wahrheit von $\tau'=\tau$ und $\sigma[\tau]$ ergibt sich mit logischer Gesetzlichkeit die Wahrheit von $\sigma[\tau']$"; *anders gesagt*: „$\tau'=\tau \wedge \sigma[\tau] \supset \sigma[\tau']$ ist ein logisches Gesetz".

Fast alle Kontroversen bzgl. der einfachen alethisch-modalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung nehmen ihren Ausgangspunkt bei der generellen Frage, welche Übergänge logischer Folge zwischen *de-re*-modalen und *de-dicto*-modalen Sätzen von SPLEMIKAM-Deutsch – und damit natürlich auch zwischen den entsprechenden Sätzen der natürlichen Sprache – gelten oder auch nicht gelten. Insbesondere ist hier hinzuweisen auf die Kontroverse um die sogenannten *Barcan-Formeln* und deren Umkehrungen: (a) Muss, wenn ein Satz der Gestalt $\forall\upsilon\Box\sigma[\upsilon]$ wahr ist, auch der Satz der Gestalt $\Box\forall\upsilon\sigma[\upsilon]$ wahr sein? Und umgekehrt: Muss, wenn ein Satz der Gestalt $\Box\forall\upsilon\sigma[\upsilon]$ ist, auch der Satz der Gestalt $\forall\upsilon\Box\sigma[\upsilon]$ wahr sein? (b) Muss, wenn ein Satz der Gestalt $\Diamond\exists\upsilon\sigma[\upsilon]$ wahr ist, auch der Satz der Gestalt $\exists\upsilon\Diamond\sigma[\upsilon]$ wahr sein? Und umgekehrt: Muss, wenn ein Satz der Gestalt $\exists\upsilon\Diamond\sigma[\upsilon]$ wahr ist, auch der Satz der Gestalt $\Diamond\exists\upsilon\sigma[\upsilon]$ wahr sein? Manche Philosophen verneinen alle vier Fragen, andere bejahen alle vier.

Durchaus keine Kontroverse gibt es hingegen bei der Frage, ob aus dem *de-re*-modalen $\forall\upsilon\Theta\sigma[\upsilon]$ stets das *de-dicto*-modale $\Theta\sigma[\tau]$ logisch folgt, sowie um die Frage, ob aus dem *de-dicto*-modalen $\Theta\sigma[\tau]$ stets das *de-re*-modale $\exists\upsilon\Theta\sigma[\upsilon]$. Diese Fragen sind ohne Wenn und Aber *zu verneinen*, denn die folgenden Gegenbeispiele sind schlagend: $\forall x\Diamond$(die Anzahl der Planeten $\neq$ x), aber $\neg\Diamond$(die Anzahl der Planeten $\neq$ die Anzahl der Planeten); $\Box$(die Anzahl der Planeten = die Anzahl der Planeten), aber $\neg\exists x\Box$(die Anzahl der Planeten = x).

Anlässlich dieser logischen Lage entzündete sich einst eine metalogische Kontroverse (in der W. V. Quine der maßgebliche *Antagonist* war) über die Berechtigung einer alethisch-modalen Prädikatenlogik mit Identität und Kennzeichnung (selbst einer einfachen und erststufigen) für *de-re*-modale Sätze; denn die aufgewiesenen Gegenbeispiele bedeuten ja, dass das *dictum de omni* – das Zentralprinzip [das zentrale *Schluss-Schema*] der Prädikatenlogik: „Was für alle gilt, gilt auch für jedes benannte Einzelne" – nicht in der simplen Form formuliert werden kann, die man zunächst ganz generell für richtig hielt: $\forall\upsilon\sigma[\upsilon] \rightarrow \sigma[\nu]$, oder [als *Schema*] logisch äquivalent: $\sigma[\nu] \rightarrow \exists\upsilon\sigma[\upsilon]$. Eine sinnvolle Einschränkung war zunächst nicht ersichtlich. Aus heutiger Sicht ist aber zu sagen: In der einfachen alethisch-modalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung gilt das *dictum de omni* logisch auch bei *de-re*-modalen Sätzen – für Anwendungen, wo die Formensprache dieser Logik, SPLEMIKAM, für die Erfassung der relevanten logischen Formen voll zureichend ist; doch kommt es da für seine logische Gültigkeit darauf an, welcher Art die Benennung des Einzelnen ist, von dem in ihm die Rede ist, anders gesagt: *welcher* Art singulärer Term der singuläre Term ν in $\forall\upsilon\sigma[\upsilon] \rightarrow \sigma[\nu]$ und $\sigma[\nu] \rightarrow \exists\upsilon\sigma[\upsilon]$ ist. *Rigide muss er sein*. [Freilich gibt es in der natürlichen Sprache Substitutionskontexte, wo auch das nicht mehr hilft: Ein in der römischen Literatur völlig Unbewanderter wird gerne glauben, dass Marcus Tullius Cicero Marcus Tullius Cicero ist, aber er wird wohl nicht *von etwas* glauben, es sei Marcus Tullius Cicero (vielmehr keine Meinung dazu haben, *wer* Marcus Tullius Cicero sei) – *obwohl* doch „Marcus Tullius Cicero“ ein rigider singulärer Term ist. Allerdings gehören solche Kontexte nun nicht zu denen, wo die Formensprache der einfachen alethisch-modalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung, also SPLEMIKAM, für die Erfassung der relevanten logischen Formen voll zureichend ist.]

(3) Die Unterscheidung zwischen unvollständiger und vollständiger logischer Form:

In einem gegenüber dem eben betrachteten engen Sinn *erweiterten* Sinn sind *de-re*-modale Sätze von SPLEMIKAM-Deutsch beispielsweise auch SPLEMIKAM-deutsche Sätze der folgenden Gestalt: $\exists\upsilon(\upsilon = \tau \wedge \Theta\sigma[\upsilon])$ [wie auch der Gestalt $\forall\upsilon(\upsilon = \tau \supset \Theta\sigma[\upsilon])$]. Wie steht es mit der logischen Folgerbarkeit von Sätzen der Gestalt $\exists\upsilon(\upsilon = \tau \wedge \Theta\sigma[\upsilon])$ aus Sätzen der Gestalt $\Theta\sigma[\tau]$, und umgekehrt? Die Antwort ist, dass es Gegenbeispiele sowohl in der einen wie auch in der anderen Folgerungsrichtung gibt: „$\Box$(die Anzahl der Planeten = die Anzahl der Planeten)“ ist wahr, aber „$\exists$x(x = die Anzahl der Planeten $\wedge$ $\Box$(x = die Anzahl der Planeten)“ ist nicht wahr; „$\exists$x(x = die Anzahl der Planeten $\wedge$ $\Diamond$(x $\neq$ die Anzahl der Planeten)“ ist wahr, aber „$\Diamond$(die Anzahl der Planeten $\neq$ die Anzahl der Planeten)“ ist nicht wahr. Nun ist aber das Folgende ein Gesetzesschema der *extensionalen* Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung: $\sigma[\tau] \equiv \exists\upsilon(\upsilon{=}\tau \wedge \sigma[\upsilon])$. Stehen die beiden gerade angeführten Gegenbeispiele nicht dazu im Widerspruch? Dazu ist zu sagen, dass das fragliche Gesetzesschema ein Schema exakt für Gesetze ist, *die Sätze von* SPLEMIK *sind, nicht* aber für Gesetze, die Sätze von SPLEMIKAM sind, *ohne* zugleich Sätze von SPLEMIK zu sein [ein hier einschlägiger Satz von SPLEMIKAM, der kein Satz von SPLEMIK ist, ist z. B. $\Box(\iota yHy{=}\iota yHy) \equiv \exists x(x{=}\iota yHy \wedge \Box(x{=}\iota yHy))$]. Jeder Satz des Deutschen – in seiner logikgrammatisch transparenten Gestalt: des Logik-Deutschen –, dessen *vollständige* logische Form durch einen Satz von SPLEMIK der Gestalt $\sigma[\tau] \equiv \exists\upsilon(\upsilon{=}\tau \wedge \sigma[\upsilon])$ adäquat darstellbar ist, wird unausbleiblich wahr sein; aber die *vollständige* logische Form des logikdeutschen (genauer: SPLEMIKAM-deutschen) Satzes „$\Box$(die Anzahl der Planeten = die Anzahl der Planeten) $\equiv$ $\exists$x(x = die Anzahl der Planeten $\wedge$ $\Box$(x = die Anzahl der Planeten))“ ist nun *eben nicht* durch einen

Satz von SPLEMIK adäquat darstellbar, insbesondere nicht durch einen Satz von SPLEMIK der Gestalt $\sigma[\tau] \equiv \exists\upsilon(\upsilon=\tau \wedge \sigma[\upsilon])$[123] – sondern nur durch einen Satz von SPLEMIKAM, wie etwa durch $\Box(\iota yHy=\iota yHy)$[124] $\equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge \Box(x=\iota yHy))$. Somit: Man kann nicht behaupten, dass $\Box(\iota yHy=\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge \Box(x=\iota yHy))$ *ein Gesetz* der einfachen alethisch-modalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung ist, denn es gibt logikdeutsche Sätze, die Gegenbeispiele zur (S)PLEMIKAM-Gesetzlichkeit von $\Box(\iota yHy=\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge \Box(x=\iota yHy))$ sind; man kann aber *auch nicht* behaupten, dass $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$ *kein Gesetz* der extensionalen Prädikatenlogik 1. Stude mit Identität und Kennzeichnung ist (vielmehr ist das Gegenteil zu behaupten), denn es gibt *keine* logikdeutschen Sätze, die Gegenbeispiele zur (S)PLEMIK-Gesetzlichkeit von $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$ sind. Insbesondere eignet sich das genannte Gegenbeispiel zur Gesetzlichkeit von $\Box(\iota yHy=\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge \Box(x=\iota yHy))$ in der *einen* der beiden erwähnten Logiken [„□(die Anzahl der Planeten = die Anzahl der Planeten) ≡ ∃x(x = die Anzahl der Planeten ∧ □(x = die Anzahl der Planeten))“] nicht auch als Gegenbeispiel zur Gesetzlichkeit von $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$ in der *anderen*; denn der SPLEMIK-Satz $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$ stellt die vollständige logische Form jenes Gegenbeispiels nun eben *nicht* adäquat dar.[125] *Allerdings* hat der SPLEMIKAM-Satz $\Box(\iota yHy=\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge \Box(x=\iota yHy))$ die Gestalt $\sigma[\tau] \equiv \exists\upsilon(\upsilon=\tau \wedge \sigma[\upsilon])$, oder besser gesagt: er *fällt* unter diese (allgemeinere) Gestalt, wie so viele – unendlich viele – Sätze von SPLEMIK; diese Sachlage ist sehr geeignet Verwirrung zu stiften, denn sie suggeriert, dass SPLEMIKAM-Sätze, die keine SPLEMIK-Sätze sind, aber die Gestalt $\sigma[\tau] \equiv \exists\upsilon(\upsilon=\tau \wedge \sigma[\upsilon])$ haben, *wie alle SPLEMIK-Sätze dieser Gestalt* logische Gesetze sind.

---

[123] Das Beste, was man diesbezüglich in SPLEMIK erreichen kann, ist dies: $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$. Und das ist nur eine sehr grobe Annäherung an eine Darstellung der fraglichen logischen Form; sie lässt sich nun eben in SPLEMIK nicht adäquat darstellen: der Modaloperator wird „verschluckt“.

[124] „ιyHy“ (oder „ιyFy“, oder „ιzJz“, …) ist die in SPLEMIK *und* SPLEMIKAM genaustmögliche Darstellung der vollständigen logischen Form von „die Anzahl der Planeten“ (im logikdeutschen Zwischenschritt: „dasjenige y, für das gilt: y ist eine Anzahl der Planeten“). Es geht aber selbstverständlich *genauer* (mittels Anzahlkennzeichner; siehe Kap. V). Die vollständige logische Form von „die Anzahl der Planeten“ ist also sowohl in SPLEMIK *als auch in* SPLEMIKAM nicht adäquat darstellbar; aber auf dieses *Detail* der vollständigen logischen Form von „□(die Anzahl der Planeten = die Anzahl der Planeten) ≡ ∃x(x = die Anzahl der Planeten ∧ □(x = die Anzahl der Planeten)“ kommt es hier, wo es darum geht, inwieweit $\sigma[\tau] \equiv \exists\upsilon(\upsilon=\tau \wedge \sigma[\upsilon])$ ein Schema logischer Gesetze ist, nun gerade nicht an.

[125] Dafür, dass ein Satz des Logik-Deutschen als unwahrer Satz ein *Gegenbeispiel* für die Gesetzlichkeit von $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$ in der extensionalen Prädikatenlogik 1. Stufe mit Identität und Kennzeichnung ist, muss $F(\iota yHy) \equiv \exists x(x=\iota yHy \wedge F(x))$ die *vollständige* logische Form des Satzes adäquat darstellen [repräsentieren, „sein“]. Vgl. dazu in Kap. X die Charakterisierung des Begriffs des logischen Gesetzes, dort allerdings bezogen auf die Gesetze der *elementaren* Prädikatenlogik.

(4) Die Unterscheidung zwischen (und Vereinbarkeit von) *de-re*-notwendiger Identität / Verschiedenheit und *de-dicto*-kontingenter Identität / Verschiedenheit:

Das Identitätsprädikat wiederum sorgt für Verwirrung dadurch, dass es *einerseits* richtig erscheint, dass die beiden Sätze des SPLEMIKAM-Deutschen $\forall x \forall y(x = y \supset \Box(x = y))$ und $\forall x \forall y(x \neq y \supset \Box(x \neq y))$ wahr sind – also: dass Identität bzw. Verschiedenheit da, wo sie vorliegen, generell notwendig sind –, während doch *andererseits* nicht wenige Sätze der Gestalt $\tau = \tau' \wedge \Diamond(\tau \neq \tau')$ bzw. der Gestalt $\tau \neq \tau' \wedge \Diamond(\tau = \tau')$ zweifellos ebenfalls wahr sind, also nicht wenige Identitäts- und Verschiedenheitssätze wahr, aber nicht notwendigerweise wahr sind, mithin oft Identität bzw. Verschiedenheit vorliegt, aber dabei kontingent ist.[126] Widerspricht sich das nicht?

Zunächst ist zu sagen, dass die fragliche Notwendigkeit eine *De-re*-Notwendigkeit ist, und die fragliche Kontingenz eine *De-dicto*-Kontingenz (vgl. **(2)**). Nach dem *dictum de omni* – $\forall \upsilon \sigma[\upsilon] \rightarrow \sigma[\nu]$, zweimal hintereinander angewandt – folgt, wie es scheint, z. B. aus $\forall x \forall y(x = y \supset \Box(x = y))$ logisch dies: $\tau = \tau' \supset \Box(\tau = \tau')$; dem nun $\tau = \tau' \wedge \Diamond(\tau \neq \tau')$, wenn es wahr ist, tatsächlich widerspricht. Bei näherem Zusehen stellt sich jedoch heraus, dass, wenn ein Satz der Gestalt $\tau = \tau' \wedge \Diamond(\tau \neq \tau')$ wahr ist, *niemals* die beiden singulären Terme τ und τ' *beide rigide* sind. Dann kann man aber – so ist zu sagen, in Erweiterung des oben schon unter **(2)** Gesagten [dort war in dieser Angelegenheit nur von *de-re*-modalen Sätzen *im engen Sinn* die Rede] – *nun gerade nicht*, um $\tau = \tau' \supset \Box(\tau = \tau')$ aus $\forall x \forall y(x = y \supset \Box(x = y))$ im Widerspruch zur Wahrheit von $\tau = \tau' \wedge \Diamond(\tau \neq \tau')$zu erhalten, zweimal hintereinander das *dictum de omni* anwenden; dazu müssten τ und τ' *beide* rigide singuläre Terme sein (vgl. **(2)**).

Es gibt keinen Widerspruch zwischen der generellen *De-re*-Notwendigkeit [Essenzialität] der Identität (dort, wo Identität vorliegt): $\forall x \forall y(x = y \supset \Box(x = y))$, und dem Auftreten von *de-dicto*-kontingenter Identität: $\tau = \tau' \wedge \Diamond(\tau \neq \tau')$ (für gewisse singuläre Terme τ und τ'), *vorausgesetzt*, das *dictum de omni* – $\forall \upsilon \sigma[\upsilon] \rightarrow \sigma[\nu]$, logisch äquivalent: $\sigma[\nu] \rightarrow \exists \upsilon \sigma[\upsilon]$ – wird in seiner logischen Gültigkeit, sofern ein modalisierter Substitutionskontext im Prädikat $\sigma[\upsilon]$ ins Spiel kommen [für die Ersetzung von υ durch ν, oder umgekehrt], auf *rigide* singuläre Terme ν eingeschränkt. *Mutatis mutandis* gilt: Es gibt keinen Widerspruch zwischen genereller *De-re*-Notwendigkeit der Verschiedenheit (dort, wo Verschiedenheit

[126] Man denke an die Identität *des Morgensterns* mit *dem Abendstern* [oder auch: *des Morgensterns* mit *der Venus*; oder auch: *der Venus* mit *dem Abendstern*], bzw. an die Verschiedenheit *des 46. US-Präsidenten* vom *45. US-Präsidenten* [oder auch: *des 46. US-Präsidenten* von *Donald Trump*; oder auch: *Jo Bidens vom 45. US-Präsidenten*].

vorliegt): $\forall x \forall y(x \neq y \supset \Box(x \neq y))$, und dem Auftreten von *de-dicto*-kontingenter Verschiedenheit: $\tau \neq \tau' \wedge \Diamond(\tau = \tau')$ (für gewisse singuläre Terme τ und τ') – *vorausgesetzt*, das *dictum de omni* wird in seiner logischen Gültigkeit, sofern ein modalisierter Substitutionskontext im Prädikat $\sigma[\upsilon]$ ins Spiel kommen, auf *rigide* singuläre Terme ν eingeschränkt.

Aufgabe zum Kapitel **Sprachen der logischen Formen der natürlichen Sprache, 3. Teil: Erweiterungen der Sprache der elementaren Prädikatenlogik**

Stellen Sie die jeweilige *logische Form* jedes der untenstehenden umgangssprachlichen Sätze so vollständig – so genau – dar, wie es mit den Mitteln von SPLEMIKAM möglich ist, gegebenenfalls unter Heranziehung von Satzoperatoren, die zu SALPHI gehören. („Wenn, dann“ darf durch „$\supset$“ dargestellt werden. Definierte Satzoperatoren dürfen verwendet, und die Regeln zur Klammerersparnis dürfen angewendet werden. Manche Sätze muss man erst auf Normalform bringen, um die Formalisierung tätigen zu können; dabei beachten: „sollen“ und „geboten“ verweisen auf O, „können“ und „-bar“ verweisen auf $\Diamond$ oder L; „un-“ verweist auf „$\neg$“. Sätze mit „du“ sind oft als Aussagen über alle Menschen gemeint.)

1. Du sollst nicht töten.
2. Es kann nicht sein, dass nichts ist und etwas wird.
3. Wenn ich denke, dann bin ich, und wenn ich bin, dann denke ich.
4. Entweder es ist, oder es ist nicht.
5. Alles ist entweder in sich oder in einem anderen.
6. Ich bin ich.
7. Je est un autre. [Rimbaud]
8. Die Würde des Menschen ist unantastbar. [Zwei Lösungen!]
9. Es ist möglich, dass das rationale Subjekt zu gehen glaubt [überzeugt ist zu gehen], aber nicht geht. Es ist möglich, dass das rationale Subjekt den Gödel’schen Unvollständigkeitsbeweis zu verstehen glaubt, aber nicht versteht. Aber es ist unmöglich, dass das rationale Subjekt zu existieren glaubt, aber nicht existiert.
[Das sind drei Sätze; formalisieren Sie sie einfach durch Punkt getrennt hintereinander weg.]
10. Wenn es gar nicht sein kann, dass ich nicht sündige, dann ist es nicht geboten, dass ich nicht sündige. Wenn es aber nicht geboten ist, dass ich nicht sündige, dann ist es erlaubt, dass ich sündige. Wenn es also gar nicht sein kann, dass ich nicht sündige, dann ist es erlaubt, dass ich sündige.
[Das sind zwei Sätze und ein dritter Satz, der die aus ihnen gezogene logische Folgerung ist. Das „also“ brauchen Sie nicht zu formalisieren; schreiben Sie einfach nach der Formalisierung jedes Satzes einen Punkt und nach der des zweiten Satzes außerdem „Also:“.]
11. Nichts ist Ursache seiner selbst, aber manches ist Zweck seiner selbst.
12. Du bist, was du isst.
13. Jede Ursache von etwas Physischem ist selbst etwas Physisches.

14. Wenn Gott nicht existiert, dann ist es erlaubt, dass das rationale Subjekt nicht glaubt [nicht überzeugt ist], dass Gott existiert. Also: Wenn es geboten ist, dass das rationale Subjekt glaubt, dass Gott existiert, dann existiert Gott.
[Nach den Formalisierungen dieser zwei Sätze – formalisiert der Reihe nach – gehört jeweils ein Punkt geschrieben, nach dem ersten Punkt außerdem „Also:".]
15. Wenn die Welt existiert, aber nicht notwendigerweise existiert, dann ist es nicht notwendigerweise so, dass sie existiert und nicht notwendigerweise existiert.
16. Dasjenige, sodass nichts Besseres als es sein kann, existiert. Denn wenn es nicht existiert, dann ist etwas besser als dasjenige, sodass nichts Besseres als es sein kann.
[Hier haben wir es mit einer logischen Folgerung zu tun. Bevor sie formalisiert wird, muss man erkennen, welche zwei Sätze ihre Prämissen sind und welcher Satz ihre Konklusion ist. Es handelt sich um *zwei* Prämissen; es ist nur so, dass eine der beiden nicht ausgesprochen wird, da sie – wie es scheint – offensichtlich wahr ist. Nach der Formalisierung – zuerst die beiden Prämissen, dann die Konklusion – ist nach jedem der drei Formalsätze ein Punkt zu setzen, nach dem zweiten Punkt außerdem „Also:".]

Aufgaben ohne explizite Kapitelzuordnung

1. Geben Sie sämtliche Prädikate an, die in dem Satz „Hans weiß, dass keine Primzahl größer als jede von ihr verschiedene Primzahl ist“ stecken.

2. Geben Sie sämtliche Quantoren an, die in dem Satz „Hans weiß, dass keine Primzahl größer als jede von ihr verschiedene Primzahl ist“ stecken.

3. Welche logischen Kategorien sind mit welchen Ausdrücken in dem Satz „Hans weiß, dass keine Primzahl größer als jede von ihr verschiedene Primzahl ist“ *außerdem* repräsentiert (also neben den Prädikatskategorien und der Kategorie der Quantoren)?

4. Analysieren Sie unter expliziter Angabe der auftretenden Quantoren und des auftretenden Prädikats: „Aus nichts wird nichts“. (Anders gesagt: Schreiben Sie die Aussage in semiformaler Fassung – also unter Verwendung von Variablen – hin.)

5. Geben Sie ein Argument dafür an, warum „x ist eine Farbe“ nicht dasselbe bedeutet wie „x ist farbig“, und warum „x ist rot“ nicht dasselbe bedeutet wie „x ist Rot“.

6. Bilden Sie durch prädikatsbezogene Kennzeichnung aus dem Prädikat „x ist eine Primzahl“ drei verschiedene singuläre (singularisch-partikulare) Terme, von denen einer mit Gewissheit (solange keine Maßnahmen getroffen werden, die ein Bezugsobjekt künstlich sicherstellen) *nichts* bezeichnet (und warum ist das so?).

7. Welches Missverständnis der logischen Grammatik liegt dem folgenden Fehlschluss zugrunde? „Ich habe nichts in der Tasche. Also habe ich etwas in der Tasche (nämlich nichts).“

8. „Jeder Elefant ist ein Tier. Also ist jeder kleine Elefant ein kleines Tier.“ Warum ist das ein Fehlschluss, obwohl doch „$\forall x(F(x) \to H(x))$, folglich: $\forall x(J(x) \wedge F(x) \to J(x) \wedge H(x))$“ ein elementar-prädikatenlogisches Schluss-Gesetz ist? Geben Sie zwei weitere Beispiele derselben Art an.

9. Zeigen Sie anhand der Mögliche-Welten-Analyse der Modalitäten: Aus „Es ist unmöglich, dass A“ folgt logisch „Es ist unmöglich, dass A und B und nicht-C“.

10. Auf „Wenn 2+2 gleich 3 wäre, dann wäre der Mond ein grüner Käse“ ist die Basis-Theorie kontrafaktischer Konditionalsätze nicht anwendbar, während „2+2 ist gleich 3 $\supset$ der Mond ist ein grüner Käse“ und „2+2 ist gleich 3 > der Mond ist ein grüner Käse“ wahr sind. Warum ist das so?

11. Beseitigen Sie in dem Satz „Dies da ist eine weithin bekannte Bank“ durch Substitution bzw. Einfügen geeigneter Ausdrücke zuerst allein die normale Indexikalität, dann allein die Mehrdeutigkeit, schließlich die Vagheit. Verwandeln Sie dann den Satz in einen Satz ohne normale

Indexikalität, ohne Mehrdeutigkeit und ohne Vagheit. Beseitigen Sie schließlich auch noch die nichtnormale Indexikalität.

12. „x ist zu t_0 kleiner als Hans“, „x ist zu t_0 kleiner als 1,75 m“, „x ist kleiner als die Körpergröße zu t_0 von Hans“. Zeigen Sie, dass jedes dieser drei Prädikate etwas anderes bedeutet als die beiden anderen, obwohl Hans tatsächlich zu t_0 1,75 m groß ist.

13. Von den drei Aussagen „Anna ist kleiner als Hans“, „Anna ist kleiner als 1,75 m“ und „Die Körpergröße von Anna ist kleiner als die Körpergröße von Hans“ ist welche Aussage *eigentlich – im primären Sinn* – gemeint und sind welche Aussagen *analogisch – im sekundären Sinn* – gemeint? Begründen Sie Ihre Antwort.

14. Geben Sie die fachsprachlichen Bezeichnungen und – *nach* (1) und (2) – auch die vollen Beschreibungen (stets beginnend mit „die Kategorie derjenigen Ausdrücke, die …“) und je ein nichtmathematisches umgangssprachliches Beispiel für die folgenden Kategorien an: (1) **S**; (2) **N**; (3) **S → S**; (4) **N → S**; (5) **S → N**; (6) **N → N**; (7) **S, S → S**; (8) **N, N → N**; (9) **N, S → S**; (10) **N, S → N**.

15. Geben Sie die fachsprachlichen Bezeichnungen, die vollen Beschreibungen und je drei *verschiedenartige* Beispiele für die folgenden Kategorien an: **(N → S) → S**; **(N → S) → N**.

16. Verbinden Sie in einem selbst gefundenen Beispielsatz (in einem wesentlich anderen Beispielsatz als dem in Aufgabe 11) normale Indexikalität, Vagheit und Mehrdeutigkeit miteinander, modifizieren Sie dann diesen Satz, mit dem Ergebnis, dass er im ersten Fall nur noch normale Indexikalität, im zweiten nur noch Vagheit, im dritten Fall nur noch Mehrdeutigkeit enthält.

17. Geben Sie eine Basis an, die (wenn sie wahr ist) sowohl den Konditionalsatz „Haste was, dann biste [im Sinne von: *giltste*] was“ als auch den Konditionalsatz „Haste nichts, dann biste [giltste] nichts“ wahr macht. Geben Sie dann eine Basis an, die (wenn sie wahr ist) nur den Konditionalsatz „Haste was, dann biste was“ wahr macht, nicht aber den Konditionalsatz „Haste nichts, dann biste nichts“. Geben Sie dann eine Basis an, die (wenn sie wahr ist) nur den Konditionalsatz „Haste nichts, dann biste nichts“ wahr macht, nicht aber den Konditionalsatz „Haste was, dann biste was“. Begründen Sie Ihre Lösungen.

18. Betrachten Sie die Kategorien **(N → S) → N** und **(N, N → S) → N** und beschreiben Sie unter Verwendung der jeweils einschlägigen von diesen beiden Kategorien einerseits den Zusammenhang von „Existenz“, „Gerechtigkeit“, „Rot“ mit „x existiert“, „x ist gerecht“, „x ist rot“ und andererseits den Zusammenhang von „Identität“, „Verschiedenheit“, „Liebe“ mit „x ist identisch mit y“, „x ist verschieden von y“, „x liebt y“.

19. „Es gibt eine mögliche Welt, die es nicht gibt." Interpretieren Sie diesen Satz so, dass er eine Chance hat wahr zu sein, und interpretieren Sie diesen Satz auch so, dass er keine Chance hat, wahr zu sein.

20. Wie steht es mit der Wahrheit des Satzes „Es gibt eine mögliche Welt, die es gibt"? Ist dessen Wahrheit eine Trivialität? Geben Sie eine begründete Antwort.

21. Ist Rot rot? Wenn ja, warum, und wenn nein, warum nicht? Ist Rot Rot? Wenn ja warum, und wenn nein, warum nicht? Ist der Mensch ein Mensch? Wenn ja, warum, und wenn nein, warum nicht? Ist die Liebe langmütig und freundlich (wie es in der Bibel heißt)? Wenn ja, warum, und wenn nein, warum nicht?

22. Ein vierzigjähriger Mann schaut in den Spiegel und sagt, „Das bin ich"; dann schaut er ein Foto an, auf dem ein etwa vierjähriges Kind zu sehen ist, und sagt, „Das bin ich auch". In welcher Interpretation der beiden Äußerungen sind beide Äußerungen falsch? In welcher Interpretation hingegen sind sie beide wahr?[127]

23. Ein vierzigjähriger Mann und ein vierjähriges Kind sind nach dem Leibniz-Prinzip nur dann miteinander identisch, wenn sie dieselben Eigenschaften haben. Wie aber kann denn das sein?

24. Jemand sagt: „Ich bin nichtexistent." Wie könnte das wahr sein? Wie aber ist es unmöglich, dass es wahr ist?

25. Geben Sie zwei Prädikate an, die extensionsgleich, aber intensionsverschieden sind. Geben Sie zwei Prädikate an, die intensionsgleich, aber extensionsverschieden sind. Geben Sie zwei Prädikate an, die bedeutungsgleich, aber intensionsverschieden sind. Geben Sie zwei Prädikate an, die intensionsgleich, aber bedeutungsverschieden sind. (Bei dieser Aufgabe gilt in besonderem Maße: Aufpassen, was gefragt ist! Vorsicht!)

26. Die Körpergröße von Hans ist 1,75 m. Anna ist kleiner als 1,75 m. Aber Anna ist nicht kleiner als die Körpergröße von Hans (ebenso wenig wie die Körpergröße von Hans größer ist als Anna). Warum wird hier dennoch nicht dem Leibniz-Prinzip widersprochen?

27. Wo handelt es sich in der folgenden Liste eindeutig um einen singularisch-partikularen Term, wo eindeutig um einen singularisch-generellen Term, und wo kommt es auf den Verwendungskontext an: „Norden", „Kind", „Rot", „Farbe", „Gold", „Licht", „Dienstag"? (Von der immer möglichen *Ad-hoc*-Umwandlung singularisch-partikularer Terme in singularisch-generelle – nach dem Muster „Napoleon" $\rightarrow$ „ein Napoleon", „Angela Merkel" $\rightarrow$ „eine Angela Merkel" – sei abgesehen.)

[127] Tatsächlich gibt es *zwei* Interpretationen, in denen beide Äußerungen wahr sind.

28. Geben Sie zwei singuläre Terme an, die dieselbe Extension haben, obwohl sie verschiedene Extensionen haben können. Geben Sie zwei singuläre Terme an, die nicht verschiedene Extensionen haben können, die aber verschiedene Bedeutungen haben. Geben Sie zwei singuläre Terme an, die ein und dieselbe Bedeutung haben (Synonyme sind). Bei welchem oder welchen der drei Termpaare liegt Intensionsidentität vor?

29. Warum kann man aus „Leo ist ein Löwe“ und „Der Löwe ist ein Säugetier“ logisch korrekt schließen: „Leo ist ein Säugetier“, aber nicht aus „Dieser Apfel ist rot“ und „Rot ist eine Farbe“ logisch korrekt schließen: „Dieser Apfel ist eine Farbe“? Warum jedoch kann man aus „Dieser Apfel ist rot“ und „Rotes ist farbig“ sehr wohl logisch korrekt schließen „Dieser Apfel ist farbig“?

30. „Die beiden sind schon lange zusammen“, „Die drei Männer sind zusammen in der Lage, den Balken zu heben“, „Die drei Frauen sind zusammen 75 Jahre alt“. Beweist wenigstens einer dieser Beispielsätze, dass pluralisch-partikulare Terme nicht immer durch singularisch-partikulare Terme logisch äquivalent ersetzt werden können? Oder kann man in ihnen den Plural vollständig verschwinden lassen (unter Wahrung logischer Äquivalenz)?

31. Ist die Verwendung von „ist“ in „Das ist Herr N.N.“, so wie derartige Aussagen normalerweise gebraucht werden (nämlich mit einer Zeigehandlung verbunden, die jedoch nicht auf eine Abbildung gerichtet ist), pseudo-identifikativ oder identifikativ?

32. Ein Aussagesatz ist bivalent genau dann, wenn entweder er selbst oder aber seine Negation wahr ist, oder anders gesagt: wenn er entweder wahr oder falsch ist. Geben Sie Aussagesätze an, die nicht bivalent sind: (a) wegen Indexikalität, (b) wegen Vagheit, (c) wegen leerer partikularer Terme, (d) wegen nicht erfüllter Präsupposition, (e) wegen partieller Bedeutungslosigkeit (je zwei Beispiele für jede genannte Art von Grund für Non-Bivalenz).

33. Verwandeln Sie die Aussage „Alle Menschen sind sterblich“ logisch äquivalent in eine Aussage über Anzahlen und in eine Aussage über Mengen um. (Der Quantor „alle“ – „für alle x“ – darf nicht mehr vorkommen; noch darf irgendein anderer Quantor vorkommen.)

34. Sagen Sie etwas über die Zahl 1 der Gestalt „1 ist (ein) F“, was alethisch notwendigerweise wahr ist, und etwas, was wahr ist, aber nicht alethisch notwendigerweise wahr ist.

35. Wandeln Sie „Es ist [allgemeinst-ontisch] notwendig, dass A“ logisch äquivalent in eine Anzahlaussage um.

36. Wie kann man den Inhalt, der in prädikativer Form durch „Hans ist ein Mensch“ („a ist (ein) F)“ ausgedrückt wird, logisch äquivalent in subsumptiver Form („G ist F“) sagen? Drücken dann beide Aussagesätze dieselbe Proposition oder verschiedene Propositionen aus? Meinen sie denselben Sachverhalt oder verschiedene Sachverhalte?

37. Bei welcher Basis wird, wenn sie wahr ist, „Wenn Trump Clinton 2016 nicht geschlagen hat [bei der US-Präsidentschaftswahl], dann hat es kein anderer getan“ wahr, und bei welcher Basis wird, wenn sie wahr ist, „Wenn Trump Clinton 2016 nicht geschlagen hätte, dann hätte es kein anderer getan“ wahr?

38. Es kann nicht sein, dass es zugleich unmöglich ist, dass A, und notwendig ist, dass A. Aber warum eigentlich nicht?

39. Erklären Sie den Unterschied zwischen „Ich habe nichts in der Tasche“ und „Ich habe das Nichts in der Tasche“. Erklären Sie den Unterschied zwischen „Ich habe Schönes im Garten“ und „Ich habe das Schöne im Garten“. Ist der letztere Unterschied der gleiche Unterschied wie der erstere?

40. Jemand äußert „Alles existiert, aber τ existiert nicht“. Könnte das wahr sein, und wenn ja, wie?

41. „Manches Messer ist ein gutes Messer“; „Mancher Mensch ist ein guter Mensch“. Ist das eine äquivokative Verwendung von „gut“ oder eine analogische? Und wie steht es mit „gut“ in „Mancher Lehrer ist ein guter Lehrer“ und in „Mancher Schüler ist ein guter Schüler“? Ist das eine äquivokative Verwendung von „gut“ oder eine analogische? Ziehen Sie zudem einen Vergleich zwischen dem ersten Satzpaar und dem zweiten.

42. Schreiben Sie zu sieben verschiedenen logischen Kategorien einen logischen Satzteil von „2+3=5“ als Beispiel heraus.

43. Die linken Schlüsse in der untenstehenden Aufstellung sind ungültig (von der Wahrheit der Prämissen wird ausgegangen), die rechten sind logisch gültig. Was ist der entscheidende (konstante, also formale) Unterschied?

Helena ist eine Schönheit.	Helena ist eine Schönheit.
Schönheit ist im Auge des Betrachters.	Schönheit ist attraktiv.
______________________________	____________________
Helena ist im Auge des Betrachters.	Helena ist attraktiv.
Sokrates ist gerecht.	Sokrates ist gerecht.
Gerechtigkeit ist eine Tugend.	Gerechtigkeit ist tugendhaft.
________________________	_______________________
Sokrates ist eine Tugend.	Sokrates ist tugendhaft.
Der Löwe ist eine Säugetierart.	Der Löwe ist ein Säugetier.
Leo ist ein Löwe.	Leo ist ein Löwe.
________________________	______________________
Leo ist eine Säugetierart.	Leo ist ein Säugetier.

44. „Die dritte Potenz von 2“, „die Anzahl der Planeten [der Sonne]“ und „8“ bezeichnen ein und dieselbe Zahl, aber sie tun dies in wesentlich verschiedener Weise. Vergleichen Sie die Weisen der Bezugnahme (möglichst umfassend).

45. Übersetzen Sie jede der folgenden Aussagen unter Benutzung von Anzahlnamen in eine Identitätsaussage: „Mancher Fisch fliegt“; „Nicht jeder Fisch fliegt“; „Kein Pferd fliegt“; „Alle Finken fliegen“.

46. Folgt aus „Einhörner gibt es nicht“ logisch „Nichts ist ein Einhorn“? Machen Sie sich und anderen die Sache klar.

47. Bilden Sie fünf wahre (numerische) Identitätsaussagen mit pluralisch-partikularen Termen.

48. Geben Sie fünf generelle Terme an, und für jeden von diesen einen partikularen Term, der ihm per abstraktiver Partikularisierung („Abstraktion“) zugeordnet ist.

49. Geben Sie fünf „Wenn, dann“-Sätze an und führen Sie durch Angabe einer jeweils geeigneten Basis vor, dass sie wahr sind.

50. „Und in einem genial einfachen Doppelschritt der formalen Logik leitete der Künstler [Rudolf Hausner] her: Wenn Adam für alle Menschen steht, und wenn Rudolf Hausner ein Mensch ist – dann ist dieser Rudolf Hausner Adam.“ (Deutschlandfunk, *Kalenderblatt* vom 4.12.2014). Was halten Sie von diesem „genial einfachen Doppelschritt“? (Bitte eine begründete Antwort, in der Sie die Struktur des Hausner’schen Schlusses analysieren.)

51. Welcher logischen Kategorie gehört der folgende Ausdruck an: „Für mindestens ein x gilt: x ist eine moralisch zulässige Welt und es ist in x der Fall, dass A“? Und welcher logischen Kategorie gehört der folgende Ausdruck an: „Für mindestens x gilt: x ist eine mögliche Welt und y ist in x der Fall“? Wie lässt sich das, was die beiden Ausdrücke sagen, in kürzerer Weise sagen?

52. Geben Sie zwei Sätze, zwei Prädikate, zwei singuläre Terme an, die jeweils dieselbe Extension, aber nicht dieselbe Intension haben.

53. Warum gilt für kein x: x ist {x}? Argumentieren Sie mithilfe des Leibniz-Prinzips. (Gehen Sie dabei von folgender Definition aus: $\{x\} =_{Def}$ die Menge der y, für die gilt: y = x.)

54. Was ist durch die beiden nachfolgenden, einander scheinbar widersprechenden Aussagen jeweils wirklich gemeint: „Die Würde des Menschen ist unantastbar“ – „Die Würde des Menschen ist antastbar“. Widersprechen sie sich wirklich?